



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE TECNOLOGIA E CIÊNCIAS
FACULDADE DE ENGENHARIA



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL



Ricardo Santos de Almeida

**Análise de Vibrações em Pontes Rodoviárias Induzidas pelo
Tráfego de Veículos sobre Pavimentos Irregulares**

Rio de Janeiro

2006

Ricardo Santos de Almeida

**Análise de Vibrações em Pontes Rodoviárias Induzidas pelo
Tráfego de Veículos sobre Pavimentos Irregulares**

**Dissertação apresentada como requisito
parcial para obtenção do grau de Mestre,
ao Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil da Universidade do
Estado do Rio de Janeiro.**

Orientador: Prof. José Guilherme Santos da Silva.

**Rio de Janeiro
2006**

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ/REDE SIRIUS/NPROTEC

A447 Almeida, Ricardo Santos de.
Análise de vibrações em pontes rodoviárias induzidas
pelo tráfego de veículos sobre pavimentos irregulares /
Ricardo Santos de Almeida. – 2006.
162 f. : il.

Orientador : José Guilherme Santos da Silva.
Dissertação (mestrado) – Universidade do Estado do
Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia.

1. Pontes – Vibração – Teses. 2. Engenharia civil –
Teses. 3. Modelos matemáticos - Teses. I. Silva, José
Guilherme Santos da. II. Universidade do Estado do Rio de
Janeiro. Faculdade de Engenharia. III. Título.

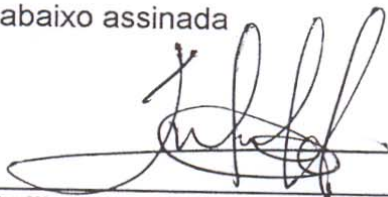
CDU 624.21

Análise de Vibrações em Pontes Rodoviárias Induzidas pelo Tráfego de Veículos sobre Pavimentos Irregulares

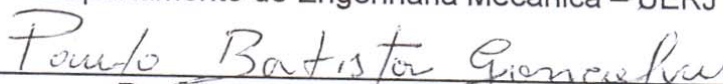
Ricardo Santos de Almeida

Dissertação apresentada ao PGECIV - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Ênfase: Estruturas.

Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada

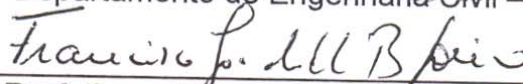


Prof. José Guilherme Santos da Silva, DSc – Presidente
Departamento de Engenharia Mecânica – UERJ



Prof. Paulo Batista Gonçalves, DSc

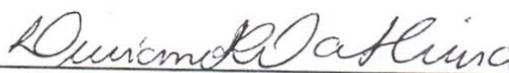
Departamento de Engenharia Civil – PUC-RIO



Prof. Francisco José da C. Pires Soeiro, PhD
Departamento de Engenharia Mecânica – UERJ



Prof. Pedro Colmar Gonçalves da Silva Vellasco, PhD
Departamento de Estruturas e Fundações – UERJ



Prof. Luciano Rodrigues Ornelas de Lima, DSc
Departamento de Estruturas e Fundações – UERJ

Aos meus pais, pelo apoio e incentivo ao meu desenvolvimento profissional ao longo de todos estes anos.

Agradecimentos

Aos meus pais, pela dedicação e apoio constantes ao longo de todos os trabalhos em minha vida;

Ao meu irmão, pelo apoio e companheirismo ao longo dos anos;

Ao Prof. José Guilherme Santos da Silva pela orientação segura e dedicada, pelos conhecimentos transmitidos e, principalmente, pela amizade desenvolvida ao longo deste trabalho;

Aos professores do Curso de Pós-Graduação do PGECIV pelos ensinamentos transmitidos durante o meu programa de mestrado;

Aos funcionários do laboratório de computação LABBAS;

Aos colegas da pós-graduação pelo apoio e amizade;

À CAPES pelo apoio financeiro;

Ao amigo Leo, pelo apoio durante o desenvolvimento deste trabalho;

E um agradecimento especial a minha namorada Raquel, por todo apoio e compreensão principalmente nos momentos de maior trabalho.

Resumo

Almeida, Ricardo Santos de. **Análise de Vibrações em Pontes Rodoviárias Provenientes da Interação dos Veículos com Pavimentos Irregulares**. Rio de Janeiro, 2006. 162p. (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

Nesta dissertação, propõe-se uma metodologia para a análise da resposta dinâmica de pontes rodoviárias devido à travessia de comboios de diversos tipos de veículos sobre o tabuleiro irregular dessas obras de arte. Para tal, desenvolve-se uma análise paramétrica extensa com o objetivo de avaliarem-se os efeitos dinâmicos provenientes das irregularidades superficiais existentes no tabuleiro sobre o comportamento das pontes rodoviárias. A metodologia de análise é desenvolvida no domínio do tempo de acordo com um modelo estatístico. O modelo matemático é concebido de forma a simular o conjunto dos veículos e do tabuleiro, denominado neste trabalho comumente de sistema veículo-ponte (ou sistema veículo-estrutura). Considera-se a participação da massa e da rigidez dos veículos na definição das frequências do conjunto e, conseqüentemente, a força de interação entre os veículos e a ponte é afetada pela flexibilidade desta. Simula-se o tabuleiro das obras de arte por uma viga modelada com base em elementos finitos de barra unidimensionais, com massas concentradas em seus nós e flexibilidade distribuída. Aos nós estão associados os movimentos de rotação no plano e de translação vertical. Desprezam-se a inércia de rotação e a deformação por cisalhamento. São considerados 04 (quatro) modelos distintos para representar os veículos do comboio na análise paramétrica, sendo estes: veículos com um eixo e uma massa, viaturas com um eixo e duas massas, veículos com dois eixos e três massas e carros com três eixos e quatro massas. Todos os veículos são simulados por sistemas de massas, molas e amortecedores e são descritos por graus de liberdade à translação e rotação no plano. As irregularidades da pista são definidas por um modelo matemático não-determinístico, com base na densidade espectral do perfil do pavimento, obtida experimentalmente. Os perfis irregulares do pavimento são considerados associados a processos fracamente estacionários e ergódicos. O carregamento sobre a superestrutura das pontes é constituído por uma sucessão infinita de veículos, igualmente espaçados e deslocando-se com velocidade constante sobre o tabuleiro. Devido à própria natureza das irregularidades superficiais e do comboio de veículos, atenção especial é concentrada na fase permanente da resposta do sistema veículo-ponte. São estudadas as respostas dos modelos estruturais, com base em tabuleiros isostáticos de concreto armado, com e sem balanços, em seção do tipo caixão, em termos de deslocamentos e esforços nas seções onde ocorrem os efeitos máximos. As conclusões deste trabalho versam sobre a adequação do modelo matemático empregado, observando-se a influência do tipo de modelo de veículo utilizado (com um ou mais eixos) sobre a resposta dinâmica das pontes rodoviárias analisadas e, bem como, à magnitude dos efeitos dinâmicos provenientes das irregularidades superficiais e suas conseqüências sobre as atitudes correntes de projeto.

Palavras-chave:

Análise Dinâmica, Pontes Rodoviárias, Irregularidades da Pista, Modelos Não-Determinísticos, Modelagem Computacional.

Abstract

In this investigation an analysis methodology is developed to evaluate the vehicle- structure response. A parametric study is carried to evaluate the dynamical effects, displacements and stresses, on highway bridge decks, due to vehicles crossing on rough pavement surfaces defined by a probabilistic model. The analysis methodology was considered following a statistical model, in the time domain. The mathematical model assumes a finite element representation of a beam like deck and the vehicle simulation uses concentrated parameters of mass, stiffness and damping. Four different models are developed in order to represent the vehicles. The vehicles are modeled as one axle, with one or two masses, and two and three axles, with three and four masses, respectively. All vehicles are simulated as mass-spring-damper systems and the degrees of freedom of these cars are defined as in plane vertical translations and rotations. The deck surface roughness is defined by a well known power spectrum probability density of road pavement profiles. The irregular pavement surface was defined like a weakly stationary and ergodic random process. The moving load is formed by an infinite succession of vehicles moving with constant velocity and equally spaced. Only steady-state response is considered. Response data are produced on concrete box girder elements assembled as simple beams, including cantilever spans. Conclusions are concerned with the fitness of the developed analysis methodology and the magnitude of the response amplification due to the surface irregularities.

Key-words:

Dynamical Analysis, Highway Bridges, Irregular Pavement Surface, Non-deterministic Models, Computational Modeling.

Sumário

1. Introdução	27
1.1. Apresentação e Relevância	27
1.2. Situação do Assunto	28
1.3. Objetivos	34
1.4. Escopo do Trabalho	34
2. Modelos Matemáticos dos Veículos	37
2.1. Introdução	37
2.2. Equação Diferencial de Movimento	37
2.3. Modelos Matemáticos	40
2.3.1. Modelo de Veículo I.....	40
2.3.1.1. Modelo de Veículo I com Uma Massa	41
2.3.1.2. Modelo de Veículo I com Duas Massas.....	42
2.3.2. Modelo de Veículo II.....	46
2.3.3. Modelo de Veículo III.....	51
3. Modelagem do Sistema Veículo-Ponte	58
3.1. Generalidades	58
3.2. Pontes Rodoviárias	58
3.3. Irregularidades do Pavimento [42]	59
3.4. Sistema Veículo-Ponte	61
3.4.1. Matriz de Massa	61
3.4.2. Matriz de Amortecimento	63
3.4.3. Matriz de Rigidez.....	64
3.4.4. Vetor de Cargas Nodais Equivalentes	68
3.4.5. Equação de Movimento.....	69
3.4.5.1. Modelo de Veículo I com Uma Massa	70
3.4.5.2. Modelo de Veículo I com Duas Massas.....	70
3.4.5.3. Modelo de Veículo II.....	71
3.4.5.4. Modelo de Veículo III.....	71

4. Seleção e Avaliação dos Parâmetros	73
4.1. Aspectos Gerais	73
4.2. Parâmetros dos Modelos de Veículo	73
4.2.1. Modelo de Veículo I com Uma Massa	77
4.2.2. Modelo de Veículo I com Duas Massas.....	77
4.2.3. Modelo de Veículo II.....	79
4.2.4. Modelo de Veículo III.....	82
4.3. Parâmetros dos Modelos das Pontes Rodoviárias	84
4.3.1. Modelo de Viga Biapoiada Sem Balanços	85
4.3.2. Modelo de Viga Biapoiada Com Balanços.....	86
4.4. Parâmetros dos Modelos de Irregularidade do Pavimento [42]	86
5. Implementação Computacional.....	89
5.1. Introdução	89
5.2. Pré-Processamento do Programa	90
5.3. Subrotinas do Programa	90
5.4. Pós-Processamento do Programa	97
6. Validação do Modelo Matemático Desenvolvido.....	99
6.1. Generalidades.....	99
6.2. Análise de Autovalores e Autovetores	99
6.3. Análise Estática.....	102
6.3.1. Ponte Biapoiada Sem Balanços.....	102
6.3.2. Ponte Biapoiada Com Balanços	103
6.4. Análise Dinâmica.....	103
6.4.1. Efeito do Peso do Veículo	105
6.4.2. Efeito das Irregularidades Superficiais.....	106
6.5. Conclusões	107
7. Análise Paramétrica do Sistema Veículo-Ponte	108
7.1. Aspectos Gerais	108
7.2. Análise de Autovalores e Autovetores	108
7.2.1. Viga Biapoiada Sem Balanços.....	109

7.2.2. Viga Biapoiada Com Balanços.....	109
7.2.3. Conclusões.....	109
7.3. Análise Estática.....	110
7.4. Análise Dinâmica.....	110
7.4.1. Comportamento Geral do Sistema Veículo-Ponte no Domínio do Tempo.....	110
7.4.1.1. Efeito da Mobilidade da Carga.....	112
7.4.1.1.1. Modelo de Veículo I com Uma Massa.....	112
7.4.1.1.2. Modelo de Veículo I com Duas Massas.....	114
7.4.1.1.3. Modelo de Veículo II.....	116
7.4.1.1.4. Modelo de Veículo III.....	118
7.4.1.2. Efeito Combinado da Mobilidade com as Irregularidades Superficiais.....	120
7.4.1.2.1. Modelo de Veículo I com Uma Massa.....	120
7.4.1.2.2. Modelo de Veículo I com Duas Massas.....	122
7.4.1.2.3. Modelo de Veículo II.....	124
7.4.1.2.4. Modelo de Veículo III.....	126
7.4.2. Análise Estatística da Resposta Dinâmica do Sistema Veículo-Ponte.....	128
7.4.2.1. Viga Biapoiada Sem Balanços.....	129
7.4.2.2. Viga Biapoiada Com Balanços.....	133
7.4.3. Espectros – Efeito da Frequência de Carregamento.....	137
7.4.3.1. Viga Biapoiada Sem Balanços.....	139
7.4.3.2. Viga Biapoiada Com Balanços.....	146
7.4.4. Avaliação Qualitativa e Quantitativa dos Modelos de Veículos Propostos.....	151
8. Considerações Finais.....	153
8.1. Introdução.....	153
8.2. Conclusões.....	153
8.3. Sugestões para Trabalhos Futuros.....	154

Lista de Figuras

Figura 2.1 - (a) Oscilador simples; (b) Diagrama de corpo livre do oscilador simples	38
Figura 2.2 - Modelo de veículo I com uma massa	41
Figura 2.3 – Diagrama de corpo livre do modelo de veículo I com uma massa	41
Figura 2.4 - Modelo de veículo I com duas massas.....	43
Figura 2.5 – Diagrama de corpo livre do modelo de veículo I com duas massas	44
Figura 2.6 - Modelo de veículo II.....	46
Figura 2.7 – Diagrama de corpo livre de forças do modelo de veículo II.....	49
Figura 2.8 – Diagrama de corpo livre de momentos do modelo de veículo II	49
Figura 2.9 - Modelo de veículo III.....	52
Figura 2.10 – Diagrama de corpo livre de forças do modelo de veículo III	55
Figura 2.11 – Diagrama de corpo livre de momentos do modelo de veículo III	55
Figura 3.1 - Modelo de uma ponte biapoiada em elementos finitos	59
Figura 3.2 – Irregularidade não-determinística	59
Figura 3.3 - Exemplo de um sistema veículo-ponte.....	64
Figura 3.4 – Esquema de alterações na matriz de rigidez do sistema veículo-ponte	65
Figura 3.5 – Graus de liberdade de um sistema veículo-ponte	66
Figura 4.1 – Sistema primário para um modelo de veículo com três massas e dois eixos.....	75
Figura 4.2 – Sistema secundário para um modelo de veículo com três massas e dois eixos	76
Figura 4.3 – (a) 1º modo natural de vibração; (b) 2º modo natural de vibração	79
Figura 4.4 – (a) 1º modo natural de vibração; (b) 2º modo natural de vibração;	82
Figura 4.5 – (a) 1º modo natural de vibração; (b) 2º modo natural de vibração; (c) 3º modo natural de vibração; (d) 4º modo natural de vibração; (e) 5º modo natural de vibração.....	84
Figura 4.6 – Seção transversal das pontes analisadas neste trabalho	85
Figura 4.7 – Modelo de viga biapoiada sem balanços com suas dimensões generalizadas	85
Figura 4.8 – Modelo de viga biapoiada com balanços com suas dimensões generalizadas	86
Figura 4.9 – Perfil de uma amostra de irregularidade;.....	87
Figura 4.10 – Perfil de uma amostra de irregularidade;.....	87
Figura 6.1 – Deslocamentos na seção central devido ao efeito da mobilidade da carga.....	105
Figura 6.2 – Deslocamentos na seção distante 10,0 m do apoio direito	105
Figura 6.3 – Curva dos deslocamentos máximos médios na primeira metade do vão	106
Figura 7.1 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito da mobilidade da carga; modelo de veículo I com uma massa; ponte biapoiada sem balanços.....	112
Figura 7.2 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito da mobilidade da carga; modelo de veículo I com uma massa; ponte biapoiada com balanços.....	113
Figura 7.3 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito da mobilidade da carga; modelo de veículo I com duas massas; ponte biapoiada sem balanços.....	114

Figura 7.4 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito da mobilidade da carga; modelo de veículo I com duas massas; ponte biapoiada com balanços	115
Figura 7.5 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito da mobilidade da carga; modelo de veículo II; ponte biapoiada sem balanços	116
Figura 7.6 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito da mobilidade da carga; modelo de veículo II; ponte biapoiada com balanços	117
Figura 7.7 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito da mobilidade da carga; modelo de veículo III; ponte biapoiada sem balanços	118
Figura 7.8 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito da mobilidade da carga; modelo de veículo III; ponte biapoiada com balanços	119
Figura 7.9 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito combinado da mobilidade com as irregularidades superficiais; modelo de veículo I com uma massa; ponte biapoiada sem balanços; (a) pavimento excelente; (b) pavimento muito ruim	120
Figura 7.10 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito combinado da mobilidade com as irregularidades superficiais; modelo de veículo I com uma massa; ponte biapoiada com balanços; (a) pavimento excelente; (b) pavimento muito ruim	121
Figura 7.11 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito combinado da mobilidade com as irregularidades superficiais; modelo de veículo I com duas massas; ponte biapoiada sem balanços; (a) pavimento excelente; (b) pavimento muito ruim	122
Figura 7.12 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito combinado da mobilidade com as irregularidades superficiais; modelo de veículo I com duas massas; ponte biapoiada com balanços; (a) pavimento excelente; (b) pavimento muito ruim	123
Figura 7.13 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito combinado da mobilidade com as irregularidades superficiais; modelo de veículo II; ponte biapoiada sem balanços; (a) pavimento excelente; (b) pavimento muito ruim	124
Figura 7.14 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito combinado da mobilidade com as irregularidades superficiais; modelo de veículo II; ponte biapoiada com balanços; (a) pavimento excelente; (b) pavimento muito ruim	125
Figura 7.15 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito combinado da mobilidade com as irregularidades superficiais; modelo de veículo III; ponte biapoiada sem balanços; (a) pavimento excelente; (b) pavimento muito ruim	126
Figura 7.16 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito combinado da mobilidade com as irregularidades superficiais; modelo de veículo III; ponte biapoiada com balanços; (a) pavimento excelente; (b) pavimento muito ruim	127
Figura 7.17 – Espectro de resposta: deslocamento; seção central da viga biapoiada sem balanços; modelo de veículo I com uma massa	139
Figura 7.18 – Espectro de resposta: momento fletor; seção central da viga biapoiada sem balanços; modelo de veículo I com uma massa	139
Figura 7.19 – Espectro de resposta: reação de apoio; apoio esquerdo da viga biapoiada sem balanços; modelo de veículo I com uma massa	140

Figura 7.20 – Espectro de resposta: deslocamento; seção central da viga biapoiada sem balanços; modelo de veículo I com duas massas	140
Figura 7.21 – Espectro de resposta: momento fletor; seção central da viga biapoiada sem balanços; modelo de veículo I com duas massas	140
Figura 7.22 – Espectro de resposta: reação de apoio; apoio esquerdo da viga biapoiada sem balanços; modelo de veículo I com duas massas.....	141
Figura 7.23 – Espectro de resposta: deslocamento; seção central da viga biapoiada sem balanços; modelo de veículo II	143
Figura 7.24 – Espectro de resposta: momentos fletores; seção central da viga biapoiada sem balanços; modelo de veículo II.....	143
Figura 7.25 – Espectro de resposta: reações de apoio; apoio esquerdo da viga biapoiada sem balanços; modelo de veículo II.....	143
Figura 7.26 – Espectro de resposta: deslocamento; seção central da viga biapoiada sem balanços; modelo de veículo III	144
Figura 7.27 – Espectro de resposta: momento fletor; seção central da viga biapoiada sem balanços; modelo de veículo III	144
Figura 7.28 – Espectro de resposta: reação de apoio; apoio esquerdo da viga biapoiada sem balanços; modelo de veículo III.....	144
Figura 7.29 – Espectro de resposta: deslocamento; extremidade do balanço esquerdo da viga biapoiada com balanços; modelo de veículo I com uma massa.....	147
Figura 7.30 – Espectro de resposta: momento fletor; seção sobre o apoio esquerdo da viga biapoiada com balanços; modelo de veículo I com uma massa	147
Figura 7.31 – Espectro de resposta: reação de apoio; apoio esquerdo da viga biapoiada com balanços; modelo de veículo I com uma massa	147
Figura 7.32 – Espectro de resposta: deslocamento; extremidade do balanço esquerdo da viga biapoiada com balanços; modelo de veículo I com duas massas	148
Figura 7.33 – Espectro de resposta: momento fletor; seção sobre o apoio esquerdo da viga biapoiada com balanços; modelo de veículo I com duas massas.....	148
Figura 7.34 – Espectro de resposta: reação de apoio; apoio esquerdo da viga biapoiada com balanços; modelo de veículo I com duas massas.....	148
Figura 7.35 – Espectro de resposta: deslocamento; extremidade do balanço esquerdo da viga biapoiada com balanços; modelo de veículo II	149
Figura 7.36 – Espectro de resposta: momento fletor; seção sobre o apoio esquerdo da viga biapoiada com balanços; modelo de veículo II.....	149
Figura 7.37 – Espectro de resposta: reação de apoio; apoio esquerdo da viga biapoiada com balanços; modelo de veículo II.....	149
Figura 7.38 – Espectro de resposta: deslocamento; extremidade do balanço esquerdo da viga biapoiada com balanços; modelo de veículo III	150
Figura 7.39 – Espectro de resposta: momento fletor; seção sobre o apoio esquerdo da viga biapoiada com balanços; modelo de veículo III	150

Figura 7.40 – Espectro de resposta: reação de apoio; apoio esquerdo da viga biapoiada com balanços; modelo de veículo III 150

Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Classificação das irregularidades do pavimento [27 e 28]	60
Tabela 4.1 – Características dinâmicas do modelo de veículo I com uma massa	77
Tabela 4.2 – Características dinâmicas do modelo de veículo I com duas massas	79
Tabela 4.3 – Características dinâmicas do modelo de veículo II.....	81
Tabela 4.4 – Características dinâmicas do modelo de veículo III.....	83
Tabela 4.5 – Características dos tabuleiros das pontes rodoviárias	85
Tabela 4.6 – Valores adotados para o modelo de viga biapoiada sem balanços	86
Tabela 4.7 – Valores adotados para o modelo de viga biapoiada com balanços	86
Tabela 4.8 – Propriedades estatísticas da irregularidade mostrada na Figura 4.9	87
Tabela 4.9 – Propriedades estatísticas da irregularidade mostrada na Figura 4.10	88
Tabela 5.1 – Arquivos gerados pelo GDYNABT em análises estáticas e dinâmicas	98
Tabela 6.1 – Comparativo das freqüências naturais circulares	100
Tabela 6.2 – Comparativo dos modos de vibração.....	101
Tabela 6.3 – Comparativo de grandezas estáticas para uma ponte biapoiada sem balanços	102
Tabela 6.4 – Comparativo de grandezas estáticas para uma ponte biapoiada com balanços	103
Tabela 6.5 – Características e propriedades da ponte desta análise comparativa	104
Tabela 6.6 – Deslocamentos máximos médios em quatro seções do tabuleiro.....	106
Tabela 7.1 – Freqüências fundamentais para o modelo de viga biapoiada sem balanços.....	109
Tabela 7.2 – Freqüências fundamentais para o modelo de viga biapoiada com balanços.....	109
Tabela 7.3 – Deslocamentos máximos médios na seção central – efeito das irregularidades; velocidade = 80 km/h; qualidade do pavimento: excelente	129
Tabela 7.4 – Momentos fletores máximos médios na seção central – efeito das irregularidades; velocidade = 80 km/h; qualidade do pavimento: excelente	129
Tabela 7.5 – Reações máximas médias do apoio esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 80 km/h; qualidade do pavimento: excelente.....	130
Tabela 7.6 – Deslocamentos máximos médios na seção central – efeito das irregularidades; velocidade = 140 km/h; qualidade do pavimento: excelente	130
Tabela 7.7 – Momentos fletores máximos médios na seção central – efeito das irregularidades; velocidade = 140 km/h; qualidade do pavimento: excelente	130
Tabela 7.8 – Reações máximas médias do apoio esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 140 km/h; qualidade do pavimento: excelente.....	131
Tabela 7.9 – Deslocamentos máximos médios na seção central – efeito das irregularidades; velocidade = 80 km/h; qualidade do pavimento: muito ruim.....	131
Tabela 7.10 – Momentos fletores máximos médios na seção central – efeito das irregularidades; velocidade = 80 km/h; qualidade do pavimento: muito ruim.....	131
Tabela 7.11 – Reações máximas médias do apoio esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 80 km/h; qualidade do pavimento: muito ruim	132

Tabela 7.12 – Deslocamentos máximos médios na seção central – efeito das irregularidades; velocidade = 140 km/h; qualidade do pavimento: muito ruim	132
Tabela 7.13 – Momentos fletores máximos médios na seção central – efeito das irregularidades; velocidade = 140 km/h; qualidade do pavimento: muito ruim	132
Tabela 7.14 – Reações máximas médias do apoio esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 140 km/h; qualidade do pavimento: muito ruim	133
Tabela 7.15 – Deslocamentos máximos médios na extremidade do balanço esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 80 km/h; qualidade do pavimento: excelente	133
Tabela 7.16 – Momentos fletores máximos médios na seção sobre o apoio esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 80 km/h; qualidade do pavimento: excelente	133
Tabela 7.17 – Reações máximas médias do apoio esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 80 km/h; qualidade do pavimento: excelente	134
Tabela 7.18 – Deslocamentos máximos médios na extremidade do balanço esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 140 km/h; qualidade do pavimento: excelente	134
Tabela 7.19 – Momentos fletores máximos médios na seção sobre o apoio esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 140 km/h; qualidade do pavimento: excelente	134
Tabela 7.20 – Reações máximas médias do apoio esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 140 km/h; qualidade do pavimento: excelente	135
Tabela 7.21 – Deslocamentos máximos médios na extremidade do balanço esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 80 km/h; qualidade do pavimento: muito ruim	135
Tabela 7.22 – Momentos fletores máximos médios na seção sobre o apoio esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 80 km/h; qualidade do pavimento: muito ruim	135
Tabela 7.23 – Reações máximas médias do apoio esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 80 km/h; qualidade do pavimento: muito ruim	136
Tabela 7.24 – Deslocamentos máximos médios na extremidade do balanço esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 140 km/h; qualidade do pavimento: muito ruim	136
Tabela 7.25 – Momentos fletores máximos médios na seção sobre o apoio esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 140 km/h; qualidade do pavimento: muito ruim	136
Tabela 7.26 – Reações máximas médias do apoio esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 140 km/h; qualidade do pavimento: muito ruim	137

Lista de Símbolos

a_1	-	coeficiente de proporcionalidade
c	-	coeficiente de amortecimento do sistema
c_v	-	coeficiente de amortecimento do veículo
c_{vp}	-	coeficiente de amortecimento dos pneus do veículo
c_{vp1}	-	coeficiente de amortecimento dos pneus do eixo 01 do veículo
c_{vp2}	-	coeficiente de amortecimento dos pneus do eixo 02 do veículo
c_{vp3}	-	coeficiente de amortecimento dos pneus do eixo 03 do veículo
c_{vs}	-	coeficiente de amortecimento da suspensão do veículo
c_{vs1}	-	coeficiente de amortecimento da suspensão do eixo 01 do veículo
c_{vs2}	-	coeficiente de amortecimento da suspensão do eixo 02 do veículo
c_{vs3}	-	coeficiente de amortecimento da suspensão do eixo 03 do veículo
C	-	matriz de amortecimento do sistema
C_p	-	matriz de amortecimento da ponte
C_v	-	matriz de amortecimento do(s) veículo(s)
C_{vp}	-	matriz de amortecimento do sistema veículo-ponte
d	-	distância entre o eixo dianteiro (ou traseiro) do veículo e seu centro de gravidade (CG)
E	-	módulo de elasticidade
$E[R^2]$	-	efeitos máximos médios quadráticos da resposta do sistema veículo-ponte, onde "R" representa uma variável genérica associada à resposta do sistema
f	-	freqüência natural
f_a	-	força de amortecimento exercida pelo amortecedor
f_{ap}	-	força de amortecimento exercida pelos pneus
f_{ap1}	-	força de amortecimento exercida pelos pneus 01 devido à velocidade da massa não-suspensa 01
f_{ap2}	-	força de amortecimento exercida pelos pneus 02 devido à velocidade da massa não-suspensa 02
f_{ap3}	-	força de amortecimento exercida pelos pneus 03 devido à velocidade da massa não-suspensa 03
f_{as}	-	força de amortecimento exercida pela suspensão

- $f_{as1(r)}$ - força de amortecimento exercida pela suspensão 01 devido à velocidade angular da massa suspensa
- $f_{as1(t)}$ - força de amortecimento exercida pela suspensão 01 devido à velocidade relativa entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 01
- $f_{as2(r)}$ - força de amortecimento exercida pela suspensão 02 devido à velocidade angular da massa suspensa
- $f_{as2(t)}$ - força de amortecimento exercida pela suspensão 02 devido à velocidade relativa entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 02
- $f_{as3(r)}$ - força de amortecimento exercida pela suspensão 03 devido à velocidade angular da massa suspensa
- $f_{as3(t)}$ - força de amortecimento exercida pela suspensão 03 devido à velocidade relativa entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 03
- f_e - força elástica exercida pela mola
- f_{ep} - força elástica exercida pelos pneus
- f_{ep1} - força elástica exercida pelos pneus 01 devido ao deslocamento de translação da massa não-suspensa 01
- f_{ep2} - força elástica exercida pelos pneus 02 devido ao deslocamento de translação da massa não-suspensa 02
- f_{ep3} - força elástica exercida pelos pneus 03 devido ao deslocamento de translação da massa não-suspensa 03
- f_{es} - força elástica exercida pela suspensão
- $f_{es1(r)}$ - força elástica exercida pela suspensão 01 devido ao deslocamento angular da massa suspensa
- $f_{es1(t)}$ - força elástica exercida pela suspensão 01 devido ao deslocamento relativo de translação entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 01
- $f_{es2(r)}$ - força elástica exercida pela suspensão 02 devido ao deslocamento angular da massa suspensa
- $f_{es2(t)}$ - força elástica exercida pela suspensão 02 devido ao deslocamento relativo de translação entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 02
- $f_{es3(r)}$ - força elástica exercida pela suspensão 03 devido ao deslocamento angular da massa suspensa

$f_{es3(t)}$	- força elástica exercida pela suspensão 03 devido ao deslocamento relativo de translação entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 03
f_i	- força de inércia atuante na massa do sistema
$f_{i(mns)}$	- força de inércia atuante na massa não-suspensa
$f_{i(mns1)}$	- força de inércia atuante na massa não-suspensa 01
$f_{i(mns2)}$	- força de inércia atuante na massa não-suspensa 02
$f_{i(mns3)}$	- força de inércia atuante na massa não-suspensa 03
$f_{i(ms)}$	- força de inércia atuante na massa suspensa
$f_{i(mv)}$	- força de inércia atuante na massa do veículo
f_v	- força exercida pelo eixo do veículo sobre a ponte
$f(t)$	- força externa atuante na massa do sistema
FAD	- fator de amplificação dinâmico
$[FAD]_{médio}$	- fator de amplificação dinâmico médio
$\mathbf{F}(t)$	- vetor de cargas externas
g	- aceleração da gravidade
I	- momento de inércia
I_v	- momento de inércia da massa suspensa do veículo em relação ao eixo ortogonal a seu plano que passa pelo centro de gravidade (CG) desta massa
\mathbf{I}	- matriz identidade
k	- coeficiente de rigidez do sistema
$k_{sp(eq)}$	- rigidez equivalente do sistema primário
$k_{spi(eq)}$	- coeficiente de rigidez equivalente no eixo i do sistema primário
$k_{ss(eq)}$	- rigidez equivalente do sistema secundário
$k_{ssi(eq)}$	- coeficiente de rigidez equivalente no eixo i do sistema secundário
k_v	- coeficiente de rigidez do veículo
k_{vp}	- coeficiente de rigidez dos pneus do veículo
k_{vp1}	- coeficiente de rigidez dos pneus do eixo 01 do veículo
k_{vp2}	- coeficiente de rigidez dos pneus do eixo 02 do veículo
k_{vp3}	- coeficiente de rigidez dos pneus do eixo 03 do veículo

k_{vs}	-	coeficiente de rigidez da suspensão do veículo
k_{vs1}	-	coeficiente de rigidez da suspensão do eixo 01 do veículo
k_{vs2}	-	coeficiente de rigidez da suspensão do eixo 02 do veículo
k_{vs3}	-	coeficiente de rigidez da suspensão do eixo 03 do veículo
\mathbf{K}	-	matriz de rigidez do sistema
\mathbf{K}_{EF}	-	matriz de rigidez de um elemento finito de viga
\mathbf{K}_P	-	matriz de rigidez da ponte
\mathbf{K}_V	-	matriz de rigidez do(s) veículo(s)
\mathbf{K}_{VP}	-	matriz de rigidez do sistema veículo-ponte
\mathbf{K}_{vv}	-	submatriz da matriz de rigidez da ponte
$\mathbf{K}_{v\theta}$	-	submatriz da matriz de rigidez da ponte
$\mathbf{K}_{\theta v}$	-	submatriz da matriz de rigidez da ponte
$\mathbf{K}_{\theta\theta}$	-	submatriz da matriz de rigidez da ponte
\mathbf{K}_{VP}^*	-	matriz de rigidez condensada do sistema veículo-ponte
l	-	comprimento
m	-	massa do sistema
\bar{m}	-	massa distribuída
$m_{as1(r)}$	-	momento da força $f_{as1(r)}$ em relação ao CG da massa suspensa
$m_{as1(t)}$	-	momento da força $f_{as1(t)}$ em relação ao CG da massa suspensa
$m_{as2(r)}$	-	momento da força $f_{as2(r)}$ em relação ao CG da massa suspensa
$m_{as2(t)}$	-	momento da força $f_{as2(t)}$ em relação ao CG da massa suspensa
$m_{as3(r)}$	-	momento da força $f_{as3(r)}$ em relação ao CG da massa suspensa
$m_{as3(t)}$	-	momento da força $f_{as3(t)}$ em relação ao CG da massa suspensa
$m_{es1(r)}$	-	momento da força $f_{es1(r)}$ em relação ao CG da massa suspensa
$m_{es1(t)}$	-	momento da força $f_{es1(t)}$ em relação ao CG da massa suspensa
$m_{es2(r)}$	-	momento da força $f_{es2(r)}$ em relação ao CG da massa suspensa
$m_{es2(t)}$	-	momento da força $f_{es2(t)}$ em relação ao CG da massa suspensa
$m_{es3(r)}$	-	momento da força $f_{es3(r)}$ em relação ao CG da massa suspensa
$m_{es3(t)}$	-	momento da força $f_{es3(t)}$ em relação ao CG da massa suspensa

$m_{i(ms)}$	- momento atuante na massa suspensa devido a sua aceleração angular
m_{ns}	- massa não-suspensa do veículo
m_{nsi}	- massa não-suspensa do veículo i
m_{pn}	- massa concentrada no nó n da ponte
m_s	- massa suspensa do veículo
m_{si}	- massa suspensa do veículo i
m_v	- massa do veículo
\mathbf{M}	- matriz de massa do sistema
\mathbf{M}_p	- matriz de massa da ponte
\mathbf{M}_v	- matriz de massa do(s) veículo(s)
\mathbf{M}_{vp}	- matriz de massa do sistema veículo-ponte
N	- número de harmônicos
\mathbf{r}	- vetor de cargas nodais equivalentes
\mathbf{R}_p	- vetor de cargas nodais equivalentes para toda a malha de elementos finitos do tabuleiro da ponte
t	- tempo decorrido
t_l	- tempo de travessia da ponte de um veículo
u	- deslocamento da massa do sistema
\dot{u}	- velocidade da massa do sistema
\ddot{u}	- aceleração da massa do sistema
\bar{u}	- amplitude do deslocamento da massa do sistema
u_{ir}	- função irregularidade no eixo do veículo
\dot{u}_{ir}	- primeira derivada da função irregularidade no eixo do veículo
u_v	- deslocamento vertical da massa (ou massa suspensa) do veículo
\dot{u}_v	- velocidade vertical da massa (ou massa suspensa) do veículo
\ddot{u}_v	- aceleração vertical da massa (ou massa suspensa) do veículo
u_1	- deslocamento vertical da massa não-suspensa 01 do veículo
\dot{u}_1	- velocidade vertical da massa não-suspensa 01 do veículo
\ddot{u}_1	- aceleração vertical da massa não-suspensa 01 do veículo
u_2	- deslocamento vertical da massa não-suspensa 02 do veículo

\dot{u}_2	-	velocidade vertical da massa não-suspensa 02 do veículo
\ddot{u}_2	-	aceleração vertical da massa não-suspensa 02 do veículo
u_3	-	deslocamento vertical da massa não-suspensa 03 do veículo
\dot{u}_3	-	velocidade vertical da massa não-suspensa 03 do veículo
\ddot{u}_3	-	aceleração vertical da massa não-suspensa 03 do veículo
\mathbf{U}	-	vetor de deslocamentos do sistema
$\dot{\mathbf{U}}$	-	vetor de velocidades do sistema
$\ddot{\mathbf{U}}$	-	vetor de acelerações do sistema
\mathbf{U}_v	-	vetor de deslocamentos do(s) veículo(s)
$\dot{\mathbf{U}}_v$	-	vetor de velocidades do(s) veículo(s)
$\ddot{\mathbf{U}}_v$	-	vetor de acelerações do(s) veículo(s)
$v_b(x)$	-	função representativa das irregularidades superficiais não-determinísticas
v_{bi}	-	amplitude real da parte harmônica da função das irregularidades
\mathbf{V}	-	vetor de deslocamentos
$\ddot{\mathbf{V}}$	-	vetor de acelerações
w	-	ondulabilidade da pista
β	-	parâmetro de frequência
Δ	-	mudança incremental
$\boldsymbol{\theta}$	-	vetor de rotações nos nós da ponte
$\dot{\boldsymbol{\theta}}$	-	vetor das derivadas das rotações nos nós da ponte
$\ddot{\boldsymbol{\theta}}$	-	vetor das segundas derivadas das rotações nos nós da ponte
θ_v	-	deslocamento angular da massa suspensa do veículo
$\dot{\theta}_v$	-	velocidade angular da massa suspensa do veículo
$\ddot{\theta}_v$	-	aceleração angular da massa suspensa do veículo
μ_R	-	efeito máximo médio da resposta do sistema veículo-ponte, onde "R" representa uma variável genérica associada à resposta do sistema
v	-	velocidade de travessia dos veículos
v_c	-	velocidade crítica de travessia dos veículos
ξ	-	fração de amortecimento do modelo de veículo I com uma massa

ξ_p	-	fração de amortecimento da ponte
ξ_{pn}	-	fração de amortecimento dos pneus
ξ_s	-	fração de amortecimento da suspensão
ρ	-	massa específica
σ_R^2	-	variância da resposta do sistema veículo-ponte, onde "R" representa uma variável genérica da resposta do sistema
$\sqrt{\sigma_R^2}$	-	desvio padrão da resposta do sistema veículo-ponte, onde "R" representa uma variável genérica da resposta do sistema
φ_i	-	ângulo de fase do harmônico i
$\Phi(\omega_0)$	-	coeficiente de amplitude, função da qualidade do pavimento e de ω_0
$\Phi_{v_b v_b}(\omega)$	-	densidade espectral das irregularidades superficiais
ϕ_i	-	i-ésimo modo de vibração
ω_i	-	freqüência circular do harmônico i
ω_{ns}	-	freqüência natural circular do sistema secundário
ω_s	-	freqüência natural circular do sistema primário
ω_v	-	freqüência natural circular associada ao movimento de translação vertical da massa suspensa
ω_{v1}	-	freqüência natural circular associada ao movimento de translação vertical da massa não-suspensa 01
ω_{v2}	-	freqüência natural circular associada ao movimento de translação vertical da massa não-suspensa 02
ω_0	-	freqüência natural circular associada ao movimento de rotação no próprio plano da massa suspensa
ω_0	-	freqüência natural circular do sistema (ou veículo) ou freqüência circular básica das irregularidades
ω_{0i}	-	freqüência natural circular do i-ésimo modo de vibração do sistema (ou do veículo)

Lista de Abreviaturas

AASHTO	American Association of State Highway and Transportation Officials
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CPU	Central Processing Unit
Ftool	Two-Dimensional Frame Analysis Tool
PUC-Rio	Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
Tecgraf	Grupo de Tecnologia em Computação Gráfica
UERJ	Universidade do Estado do Rio de Janeiro

“A sabedoria não nos é dada. É preciso descobri-la por nós mesmos, depois de uma viagem que ninguém nos pode poupar ou fazer por nós”.

Marcel Proust

1. Introdução

1.1. Apresentação e Relevância

O estudo do comportamento de pontes e viadutos rodoviários submetidos a cargas dinâmicas é, atualmente, um tema bastante explorado por diversos pesquisadores em universidades e institutos de pesquisa em todo o mundo.

O interesse por este assunto advém da importância de se conhecer de forma mais realista a resposta destas obras de arte quando submetidas às suas condições normais de uso.

Estas estruturas devem ser projetadas de forma a oferecerem satisfatoriamente condições de segurança com relação a sua ruptura, relacionadas com os Estados Limites Últimos (ELU), e condições adequadas de serviço, associadas aos Estados Limites de Serviço (ELS).

Para se conhecer de forma mais precisa as tensões e deformações existentes nos elementos estruturais constituintes das pontes e viadutos, é fundamental que os modelos matemáticos empregados modelem a estrutura tanto mais próximo da realidade quanto possível. Atualmente, a Norma Brasileira para projeto de pontes e viadutos [30] considera que o carregamento atuante nestas obras de arte é do tipo estático, sendo majorado por um “coeficiente de impacto”, preconizado pela mesma, para se considerar os efeitos dinâmicos provocados pelo carregamento real. Este coeficiente é função apenas do vão da ponte, não levando em consideração as propriedades dinâmicas tanto da própria estrutura como do carregamento, provocado pelos veículos. Portanto, é de se esperar que o cálculo dos esforços atuantes na estrutura, realizado com base neste coeficiente, não consiga fornecer resultados tão precisos quanto se espera, dado o atual nível de desenvolvimento das técnicas de análise estrutural.

Esta expectativa é reforçada visto que algumas pontes e viadutos apresentam, durante suas condições normais de serviço, níveis de vibração que as tornam pouco apropriadas para sua utilização, além de comprometerem a durabilidade da estrutura. É comum encontrar pontes e viadutos que apresentam sinais precoces de deterioração, que podem ser resultado de critérios de projeto pouco adequados.

Vale acrescentar que no Brasil, devido às más condições de conservação dos pavimentos das rodovias, a natureza dinâmica do carregamento imposto pelos veículos é

reforçada, pois as forças exercidas por estes sobre a ponte em função da interação entre os veículos e as irregularidades é bastante expressiva.

Portanto, o emprego de modelos mais realistas, que levem em consideração as características dinâmicas tanto da ponte quanto dos veículos que a trafegam, se faz necessário para um dimensionamento mais consciente, no qual se saiba de forma mais exata os valores dos esforços e deslocamentos a que a ponte ou o viaduto estará submetido quando da sua utilização.

1.2. Situação do Assunto

O estudo do problema de vibrações em pontes e viadutos iniciou-se por volta de 1850, motivado pela utilização de veículos mais rápidos e pesados.

A primeira análise foi introduzida por WILLIS [1], que deduziu uma equação de movimento baseada em um modelo constituído de uma massa atravessando uma viga simplesmente apoiada, flexível, de massa desprezível, a uma velocidade constante; STOKES [2], ainda em 1849, obteve a solução exata dessa equação de movimento, utilizando, para tal, uma técnica de expansão em séries.

A seguinte importante contribuição é apresentada por KRYLOV [3], em 1905, na condição da massa da carga ser desprezível em comparação com a da viga, o que equivale a uma força constante deslocando-se ao longo da estrutura.

Em 1928, TIMOSHENKO [4] analisa o problema de uma carga pulsativa com velocidade constante, levando em consideração a massa da viga, as características dinâmicas do veículo e, ainda, os efeitos produzidos por rodas desbalanceadas de locomotivas.

INGLIS [5], em 1934, admite que a forma da deflexão de uma viga simplesmente apoiada, em qualquer instante, tem a forma de seu primeiro modo de vibração, ou seja, uma meia-onda senoidal. Deste modo, o número de graus de liberdade da estrutura reduz-se para apenas um.

Em 1951, HILLERBORG [6] procede a uma análise na qual os efeitos de uma massa suspensa em uma mola são considerados. Para tal, admite que a deflexão dinâmica da viga simplesmente apoiada, em qualquer instante, é proporcional à deflexão estática instantânea devida à carga móvel; esse artifício também reduz a viga a um sistema de um grau de liberdade.

AYRE, FORD e JACOBSEN [7], a partir de 1950, investigam a vibração de uma viga contínua de dois vãos iguais, sujeita a uma força constante, utilizando três séries infinitas, duas para os vãos e a terceira para a vibração livre.

Em 1944, com base na suposição de INGLIS [5], LOONEY [8] considera o problema envolvendo várias massas sem suspensão elástica.

EDGERTON e BEECROFT [9] e SCHEFFEY [10], em 1955, consideram a influência de irregularidades na superfície de rolamento na resposta dinâmica de pontes.

O caso de uma carga móvel constituída por uma massa suportando uma massa suspensa é analisado nos trabalhos de TUNG et al [11] e BIGGS et al [12 e 13]. O trabalho de TUNG, do ano de 1956, e o de BIGGS, de 1959; baseiam-se nas suposições feitas por INGLIS [5] e HILLERBORG [6].

O trabalho de WEN [14], em 1960, apresenta-se como uma extensão do trabalho de HILLERBORG [6], utilizando uma massa suspensa em dois eixos, sendo possível considerar o efeito da rotação e do espaçamento entre eixos do veículo.

A partir dos anos 70, os modelos matemáticos utilizados na análise do problema de vibração de pontes passam a ser desenvolvidos com base no método dos elementos finitos.

Em 1970, HUANG e VELETOS [15] analisam a resposta dinâmica de vigas contínuas discretizadas com massas concentradas. Para tal, idealizam o veículo de uma forma mais realista, ou seja, consideram o mesmo como um corpo rígido suspenso constituindo um sistema massa-mola-amortecedor, simulando a massa e a suspensão do veículo.

Uma teoria baseada na técnica de Fourier é desenvolvida por STANISIC e HARDIN [16], em 1969, teoria esta que é aplicada na análise de uma viga sujeita a um número arbitrário de massas.

YOSHIDA e WEAVER [17], em 1971, e DAILEY et al [18], em 1973, empregam o método dos elementos finitos na análise do problema de vibração de pontes. Esse método mostra-se bastante vantajoso para modelos de pontes bi ou tridimensionais.

SMITH [19], em 1973, emprega o método das faixas finitas para analisar um modelo bidimensional sujeito à passagem de um veículo modelado como um conjunto de massas, molas e amortecedores com dois eixos.

Em 1974, TING, GENIN e GINSBERG [20] utilizam uma função de Green para obter as equações de movimento na forma de equações íntegro-diferenciais na análise de uma viga sujeita a vários veículos.

GUPTA e TRAIL-NASH [21], em 1980, adotam o modelo de veículo utilizado por HUANG e VELETOS [15] para investigar os efeitos provocados pela ação conjunta da frenagem e oscilação inicial do veículo, bem como a flexibilidade transversal da ponte, a qual é modelada como uma viga e como uma placa.

A partir do emprego do método dos elementos finitos, os modelos utilizados na análise do problema apresentam-se cada vez mais refinados. Deste modo, o estudo da

vibração de pontes torna-se mais abrangente através da consideração de alguns efeitos que até então não haviam sido estudados.

O método de análise proposto por WU, LEE e LAI [22], em 1987, utiliza o método dos elementos finitos para o estudo da resposta dinâmica de placas submetidas à ação de cargas móveis. Os efeitos da excentricidade e da velocidade da carga móvel, bem como do comprimento do vão, são considerados.

CARNEIRO [23], em 1986, desenvolve um método de análise para vigas de pontes, para diversas condições de apoio e restrições, sob a ação de cargas móveis. Admite a viga com massas concentradas e modela o veículo como um sistema massa-mola-amortecedor. São utilizadas matrizes de rigidez e de amortecimento variáveis com a posição do veículo na estrutura, e ainda considera, paralelamente, o problema da interação veículo-viga sob os prismas da variação das propriedades dinâmicas do conjunto e da força de interação.

INBANATHAN e WIELAND [24], em 1987, estudam a resposta dinâmica de pontes simplesmente apoiadas submetidas à ação de um veículo trafegando sobre superfícies irregulares. Admitem a viga com massas concentradas e o veículo é modelado como uma força concentrada ou, ainda, como uma massa movendo-se com velocidade constante sobre a estrutura. É considerado, também, o caráter não-determinístico da força dinâmica existente entre a roda do veículo e a irregularidade do pavimento, ressaltando que essa força dinâmica é calculada com base na densidade espectral das irregularidades superficiais, sem levar em conta a flexibilidade da ponte. Finalmente, é dado um tratamento estatístico à resposta dinâmica da estrutura.

O estudo desenvolvido por RAMALHO [25], em 1988, analisa as variações impostas pela cinemática do veículo, condições iniciais e cargas pulsativas. Avalia também os efeitos das irregularidades ao longo da pista; os efeitos das lajes de transição; e ainda, procede a uma investigação de aspectos relacionados às linhas de influência dinâmica. RAMALHO [25] adota o método de análise desenvolvido por CARNEIRO [23], incorporando naturalmente a força de interação do veículo com a estrutura às equações de movimento do sistema veículo-viga.

Ao final dos anos 80, com base no refinamento dos modelos empregados na análise da resposta dinâmica de pontes, a comunidade científica que estuda o problema tomou consciência da absoluta importância dos efeitos produzidos pelas irregularidades superficiais sobre o comportamento dos tabuleiros rodoviários. Ressalta-se ainda que o caráter não-determinístico dessas irregularidades passa a ter destaque no que tange a modelagem das mesmas, de forma que os modelos traduzam o problema de maneira mais realista em consonância com situações práticas.

A metodologia de análise proposta por SEDLACEK e DROSNER [26], em 1990, considera a ponte discretizada em massas concentradas, sendo que o veículo é modelado

de duas formas distintas: o primeiro modelo é o veículo simples com um número qualquer de eixos acoplados sobre uma massa rígida, da carroceria; o segundo é um veículo pesado, no qual o cavalo mecânico e a carroceria estão ligados através de um apoio elástico; sendo ambos os modelos constituídos por sistemas massa-mola-amortecedor. Especial atenção é dada às irregularidades da pista, as quais são concebidas segundo modelo não-determinístico com base na densidade espectral do pavimento levantada experimentalmente por BRAUN [27 e 28], em trechos rodoviários suíços. A força dinâmica proveniente dessas irregularidades é calculada considerando-se a ponte como uma superfície rígida. Os resultados obtidos por esses pesquisadores são utilizados para a concepção de um modelo de carga europeu único, a ser empregado no cálculo de pontes rodoviárias.

FERREIRA [29], em 1991, a partir de um estudo mais elaborado sobre o comportamento real de viaturas usuais e de uma reavaliação do modelo do veículo utilizado por CARNEIRO [23] e RAMALHO [25], propõe um modelo de veículo com base em um sistema de massas, molas e amortecedores, constituído de duas massas e representado por um único eixo. Neste modelo, são considerados apenas os movimentos verticais das massas, desprezando-se as rotações no plano. Desenvolve, ainda, uma análise paramétrica sobre os efeitos causados pela ação das cargas móveis nos tabuleiros das pontes rodoviárias, devidos à mobilidade dos veículos e ao impacto dos mesmos sobre irregularidades na superfície da pista, objetivando verificar a adequação do coeficiente de impacto recomendado pela NBR 7187/03 [30]. FERREIRA [29] utiliza, em suas investigações, o mesmo procedimento de análise empregado nos trabalhos de CARNEIRO [23] e RAMALHO [25].

No período de 1992 a 1994, WANG e HUANG [31, 32, 33, 34 e 35] apresentam cinco trabalhos que possuem como objetivo comum o estudo da resposta dinâmica de tabuleiros rodoviários. Os modelos estruturais descrevem diversos tipos de pontes, tais como biapoiadas, contínuas, estaiadas e em quadro rígido. Dependendo da modelagem, são utilizados elementos finitos de barra ou de cabo. O modelo para o veículo é estabelecido com base nos códigos da AASHTO-1989, para o que utilizam os caminhões do tipo H20-44 e HS20-44. O modelo H20-44 possui sete graus de liberdade e o HS20-44 apresenta doze graus de liberdade, sendo que ambos são constituídos por sistemas massa-mola-amortecedor. São levados em conta, na análise, os efeitos dinâmicos produzidos pelas irregularidades da pista, as quais são geradas segundo modelo não-determinístico com base na densidade espectral do pavimento proposta por BRAUN [27 e 28], destacando que a força dinâmica devida a essas irregularidades é calculada levando-se em consideração a flexibilidade da ponte. Este conjunto de trabalhos atende a um projeto junto ao departamento de transportes do estado da Flórida, EUA, para avaliar o desempenho de

diversos sistemas estruturais de pontes rodoviárias com pistas irregulares submetidas ao tráfego de veículos.

CHOMPOOMING e YENER [36], em 1993, fazem uma análise do problema da interação veículo-ponte em que são considerados os efeitos dinâmicos causados pelo salto do veículo devidos às irregularidades da pista e a variação de velocidade do veículo. Exemplos numéricos, ilustrando a influência de irregularidades da pista e desaceleração do veículo na resposta dinâmica de estruturas de pontes, são apresentados.

NOWAK [37], em 1993, desenvolveu um modelo baseado em uma simulação analítica do comportamento real da ponte. Os resultados indicaram que as cargas dinâmicas não dependem somente do vão, mas também da rugosidade da superfície rodoviária e das características dinâmicas do veículo.

CHANG e LEE [38], em 1994, investigam o comportamento dinâmico de pontes rodoviárias simplesmente apoiadas submetidas ao tráfego de veículos sobre a superfície irregular do tabuleiro. Um modelo apropriado para o veículo é proposto com base na comparação da resposta dinâmica da ponte, a qual é submetida ao tráfego de quatro modelos distintos de veículos: força constante e massa constante, ambos sem considerar as características dinâmicas do veículo; e, ainda, veículo com uma ou duas massas, os quais levam em conta os efeitos dinâmicos da suspensão. São considerados nessa investigação os efeitos provenientes das irregularidades da pista, as quais são concebidas segundo modelo não-determinístico baseado na densidade espectral do pavimento. Finalmente, com base em uma análise paramétrica, em que são variados o vão da ponte, a velocidade do veículo e a qualidade da pista, os coeficientes de impacto obtidos neste trabalho são comparados com os especificados pelas normas vigentes.

ZIBDEH e RACKWITZ [40], em 1995, estudam o problema de vibrações em vigas homogêneas isotrópicas, devido à passagem de diferentes tipos de cargas. Métodos analíticos e numéricos são usados para investigar a estatística da resposta do sistema, sujeitas a um fluxo de carregamento móvel.

HENCHI, FAFARD, DHATT e TALBOT [41], em 1996, estudam a resposta dinâmica da estrutura sob um comboio de cargas móveis. Alguns resultados do fator de amplificação dinâmico são mostrados também como uma função da velocidade das cargas móveis.

SILVA [42 e 43], em 1996 e 2002, avalia os efeitos das irregularidades superficiais sobre o comportamento dos tabuleiros rodoviários, mediante estudo paramétrico. Respalado nos resultados obtidos, foi proposto um coeficiente de majoração de esforços estáticos que considera todas as ações dinâmicas verticais provenientes dos veículos, inclusive as irregularidades da pista.

O estudo paramétrico, segundo SILVA [42], é conduzido com base na implementação computacional da metodologia de análise no domínio do tempo, e sua

finalidade básica é a de avaliar os efeitos dinâmicos provenientes de um perfil irregular do pavimento, ocasionado pelo desgaste da superfície de rolamento ao longo do tempo, sobre o comportamento estrutural de pontes rodoviárias. A resposta dinâmica do sistema veículo-viga é obtida mediante integração das equações de movimento, no domínio do tempo, considerando-se, exclusivamente, a excitação produzida pela interação entre os pneus dos veículos do comboio e a superfície irregular do tabuleiro. A distribuição do perfil irregular da pista é considerada segundo modelo randômico com base na densidade espectral do pavimento. Pela análise dos resultados, percebe-se que o coeficiente de majoração dos efeitos estáticos não abrange todas as ações dinâmicas verticais provenientes dos veículos, inclusive as irregularidades da pista, visto que estas últimas geram esforços dinâmicos significativamente maiores em relação aos efeitos estáticos.

ZHANG, VROUWENVELDER e WANDNIER [43], em 2001, analisam os fatores de amplificação dinâmicos e as cargas equivalentes uniformemente distribuídas provenientes de tráfegos eventuais em pontes. São simulados dois tipos de irregularidades: aleatórias e não-aleatórias. Na análise dos resultados são considerados dois tipos de tráfego: livre e congestionado.

SAVIN [45], em 2001, determina expressões analíticas para o cálculo do fator de amplificação dinâmico e características do espectro de resposta para pontes fracamente amortecidas com diversas condições de contorno, submetidas à passagem de cargas móveis com velocidade constante.

GRECO e SANTINI [46], em 2002, desenvolvem uma análise paramétrica na qual apresentam a eficácia dos coeficientes de amortecimento na redução das amplitudes das respostas dinâmicas. Um estudo comparativo entre as respostas exatas, obtidas mediante uma análise modal complexa, e as aproximações destas, fornecidas por uma análise modal clássica, apresenta diferenças significativas, nas quais as respostas exatas possuem maiores valores do que as suas aproximações.

LIU, HUANG e WANG [47], em 2002, investigam a influência da superfície irregular do tabuleiro rodoviário sob o tráfego de veículos pesados, simulados por cargas móveis elevadas. Quatro comprimentos de ponte em concreto protendido são analisados e quatro tipos comuns de veículos são selecionados para a modelagem tridimensional. A superfície irregular da ponte é baseada em um processo randômico ao longo da direção transversal do pavimento. Os resultados indicam que os valores do fator de impacto induzido pelas cargas elevadas são, geralmente, menores do que aqueles indicados pela “American Association of State Highway and Transportation Officials Specification” [48 e 49].

NASSIF e LIU [50], em 2003, analisam a resposta dinâmica de pontes, empregando um modelo 3D para a avaliação da interação ponte-pavimento-veículo. As viaturas são idealizadas como sistemas tridimensionais com onze graus de liberdade, possuindo um

conjunto de suspensões e pneus de comportamento não-linear. As irregularidades do pavimento são geradas através de um processo Gaussiano randômico. Os resultados mostram que o fator de amplificação dinâmico é fortemente dependente da qualidade da superfície do pavimento, da suspensão do veículo e da geometria da ponte.

Em 2004, LAW e ZHU [51 e 52] apresentam dois trabalhos, nos quais avaliam o comportamento de pontes submetidas à passagem de veículos. Em [51], é analisado o comportamento dinâmico de pontes de concreto armado danificadas submetidas à passagem de veículos. Estes são modelados como massas se deslocando sobre o tabuleiro da ponte ou como sistemas com quatro graus de liberdade. Os efeitos de diversos parâmetros, como a velocidade dos veículos e qualidade da superfície do pavimento, são considerados em suas análises. Em [52], o comportamento dinâmico de tabuleiros contínuos com seção não-uniforme, sobre apoios elásticos, submetidos à passagem de veículos, é avaliado. Nesta análise, é considerada a interação entre a estrutura, a irregularidade do pavimento e os veículos, sendo estes modelados como cargas móveis com espaçamento fixo. O efeito da frenagem dos veículos sobre a ponte também é considerado neste trabalho.

1.3. Objetivos

Desenvolver e implementar uma metodologia de análise, objetivando avaliar as ações dinâmicas que ocorrem nos tabuleiros rodoviários, devidas a travessia de comboios de diversos tipos de veículos, com base na consideração do efeito proveniente da interação entre as viaturas e as irregularidades superficiais definidas segundo modelo não-determinístico.

Propor modelos de veículos com mais de um eixo, dando prosseguimento a uma investigação anterior [42]. Modelos de veículos com dois e três eixos [53] são propostos e implementados, de modo a estabelecer-se uma comparação quantitativa e qualitativa entre os efeitos dinâmicos obtidos a partir do emprego desses modelos com aqueles mais simples com apenas um eixo.

Desenvolver uma análise extensa de modo a avaliar os efeitos das irregularidades superficiais sobre o comportamento dos tabuleiros rodoviários, mediante um estudo paramétrico com o emprego de modelos distintos de veículos.

1.4. Escopo do Trabalho

Com vistas a se atingir os objetivos propostos e a se apresentar todos os procedimentos realizados e resultados obtidos da forma mais clara e precisa possível, este trabalho encontra-se estruturado em 08 capítulos, cujos conteúdos são:

No Capítulo 1, o presente capítulo, faz-se uma introdução ao assunto aqui estudado. Inicialmente, mostra-se a relevância do mesmo no atual estágio de desenvolvimento da análise estrutural. Posteriormente, apresenta-se a situação do assunto, indicando-se diversos trabalhos, com seus respectivos autores, que contribuíram para o desenvolvimento do conhecimento a respeito da análise dinâmica de pontes e viadutos rodoviários. A seguir, são apresentados os objetivos a serem alcançados neste estudo. Por fim, é mostrado como este texto se encontra estruturado, fazendo-se uma breve apresentação de cada capítulo presente no mesmo.

No Capítulo 2, são apresentados os modelos matemáticos de carregamento adotados neste trabalho para a realização das análises dinâmicas dos tabuleiros de pontes. Inicialmente, faz-se uma breve apresentação de alguns conceitos da teoria das vibrações. A seguir, é feita, para cada modelo de carregamento, a dedução das equações de movimento e a formulação da respectiva equação característica. Posteriormente, ainda é apresentado o procedimento para o cálculo das frequências naturais e dos modos naturais de vibração.

No Capítulo 3, formula-se o modelo matemático do sistema veículo-ponte, para cada modelo de veículo apresentado no Capítulo 2. Primeiramente, apresenta-se a formulação do modelo matemático do tabuleiro da ponte, sem o carregamento das viaturas. Posteriormente, é apresentado o modelo da ponte carregada, denominado sistema veículo-ponte, fazendo-se a formulação de suas matrizes de massa, de rigidez e de amortecimento, e apresentando-se como são realizadas as alterações nas matrizes de rigidez e de amortecimento deste sistema, quando o(s) veículo(s) se desloca(m) sobre o tabuleiro.

No Capítulo 4, são definidos os valores das propriedades dos modelos apresentados nos Capítulos 2 e 3. Alguns destes valores foram adotados com base na pesquisa de diversos trabalhos científicos pertinentes ao assunto aqui estudado, e os demais foram obtidos por meio de cálculo, baseando-se na teoria das vibrações.

No Capítulo 5, apresenta-se o programa computacional utilizado para a realização das análises dinâmicas feitas neste trabalho. Inicialmente, são apresentados comentários gerais sobre este programa, com o objetivo de definir seus autores, linguagem empregada para codificá-lo, entre outras informações. A seguir, descreve-se a etapa de pré-processamento, sendo esta o primeiro passo para a realização de uma análise dinâmica empregando-se este aplicativo. Posteriormente, são apresentadas todas as subrotinas que constituem o programa, com suas respectivas funções dentro do mesmo. Por fim, é descrita a etapa de pós-processamento, onde são mostrados e definidos todos os arquivos resultantes da análise realizada pelo aplicativo.

No Capítulo 6, são apresentados os resultados de diversas análises, de autovalores e autovetores, estáticas e dinâmicas, empregando-se o programa computacional GDYNABT, apresentado no Capítulo 5, com o objetivo de se validar os resultados gerados

pelo mesmo. Nestas análises, são empregados exemplos existentes em artigos científicos e na literatura técnica, cujos resultados já são previamente conhecidos.

No Capítulo 7, apresentam-se os resultados obtidos em todas as análises propostas por este estudo. Inicialmente, são mostrados os dados gerados nas análises de autovalores e autovetores. Em seguida, apresentam-se então os resultados obtidos nas análises dinâmicas, necessários para se atingir os objetivos deste estudo.

No Capítulo 8, faz-se a conclusão deste estudo, apresentando-se ainda, sugestões para continuação do trabalho aqui desenvolvido.

2. Modelos Matemáticos dos Veículos

2.1. Introdução

Um modelo matemático é uma estrutura matemática que descreve aproximadamente as características de um fenômeno em questão. Em outras palavras, modelo matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que traduz de alguma forma um fenômeno em questão ou um problema da situação real.

Os modelos matemáticos dos veículos adotados neste trabalho procuram justamente representar veículos reais que trafegam sobre as pontes e viadutos existentes. Estes são modelos discretos bidimensionais constituídos por conjuntos de massas, molas e amortecedores.

Para este estudo, foram concebidos quatro modelos de veículos, desde um mais simples, com apenas um grau de liberdade, até um mais complexo, com cinco graus de liberdade. Cada um destes modelos é definido e analisado separadamente a seguir, explicitando-se suas equações de movimento e característica.

Inicialmente, porém, é feita uma sucinta apresentação da teoria das vibrações de sistemas discretos, onde são expostos alguns conceitos fundamentais para a formulação das equações de cada modelo de veículo empregado.

2.2. Equação Diferencial de Movimento

A equação diferencial de movimento de um sistema discreto com um ou mais graus de liberdade é deduzida a partir da elaboração de seu diagrama de corpo livre, onde o sistema em estudo é isolado de sua vizinhança e são aplicadas todas as forças atuantes no mesmo.

A seguir, é feita a formulação desta equação para um sistema com um grau de liberdade. Posteriormente, faz-se a generalização para sistemas com vários graus de liberdade, empregando-se uma notação matricial.

O sistema com um grau de liberdade aqui empregado é o oscilador simples, constituído por uma massa, uma mola e um amortecedor, apresentado na Figura 2.1a. As hipóteses para este modelo são:

- A mola possui massa desprezível;

- As forças exercidas pela mola e pelo amortecedor são proporcionais ao deslocamento e a velocidade, respectivamente;
- O atrito entre a massa do sistema e a superfície é nulo, de forma que o único elemento de dissipação de energia do sistema é o amortecedor.

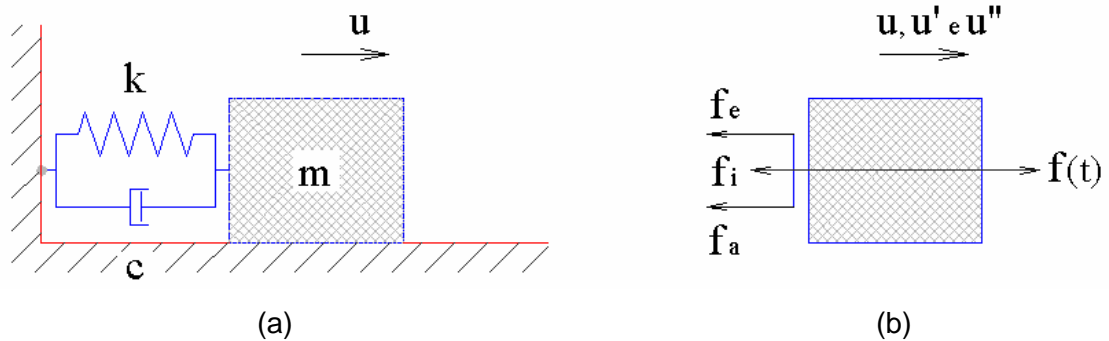


Figura 2.1 - (a) Oscilador simples; (b) Diagrama de corpo livre do oscilador simples

A partir da elaboração do diagrama de corpo livre, visto na Figura 2.1b, têm-se as forças que atuam na massa do sistema, sendo estas:

$$f_i = m\ddot{u} \qquad f_a = c\dot{u} \qquad f_e = ku \qquad (2.1)$$

onde,

- f_i - força de inércia atuante na massa do sistema;
- f_a - força de amortecimento exercida pelo amortecedor;
- f_e - força elástica exercida pela mola;
- $f(t)$ - força externa atuante na massa do sistema.

Aplicando-se o Princípio de D'Alembert e fazendo o equilíbrio das forças, obtém-se a equação:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = f(t) \qquad (2.2)$$

A equação (2.2) é a equação diferencial de movimento do sistema, que é do tipo ordinária, de segunda ordem, linear, não-homogênea e com coeficientes constantes.

Considerando-se este sistema sob vibração livre sem amortecimento, sua equação de movimento fica:

$$m\ddot{u} + ku = 0 \qquad (2.3)$$

A análise de vibração livre sem amortecimento em sistemas dinâmicos é de suma importância, pois desta forma é possível se determinar duas propriedades fundamentais intrínsecas ao sistema: suas frequências naturais e seus modos naturais de vibração.

A solução da equação (2.3) é dada por:

$$u = \bar{u} \cos(\omega_0 t) \quad (2.4)$$

onde,

- \bar{u} - amplitude do deslocamento da massa do sistema;
- ω_0 - frequência natural circular do sistema.

Substituindo-se a equação (2.4) e sua segunda derivada na equação (2.3), obtém-se a equação:

$$|k - \omega_0^2 m| \bar{u} = 0 \quad (2.5)$$

A solução não-trivial da equação (2.5) é dada por:

$$|m^{-1}k - \omega_0^2| = 0 \quad (2.6)$$

Esta equação é denominada de equação característica do sistema, da qual se obtém a frequência natural circular do mesmo, dada por:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.7)$$

Para sistemas com vários graus de liberdade, as equações de movimento e característica são dadas, respectivamente, na forma matricial, por:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F}(t) \quad (2.8)$$

$$|\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} - \omega_{0i}^2 \mathbf{I}| = 0 \quad (2.9)$$

onde,

- $\mathbf{M}, \mathbf{C} \text{ e } \mathbf{K}$ - matriz de massa, matriz de amortecimento e matriz de rigidez do sistema, respectivamente;
- $\ddot{\mathbf{U}}, \dot{\mathbf{U}} \text{ e } \mathbf{U}$ - vetor de acelerações, vetor de velocidades e vetor de deslocamentos do sistema, respectivamente;
- $\mathbf{F}(\mathbf{t})$ - vetor de cargas externas;
- ω_{0i} - frequência natural circular do i-ésimo modo de vibração do sistema.

Calculando-se o determinante do lado esquerdo da equação (2.9), obtém-se uma equação polinomial cujo grau é igual ao número de graus de liberdade do sistema. As raízes desta equação são as frequências naturais circulares do mesmo, elevadas ao quadrado.

As frequências naturais circulares e os modos de vibração também podem ser obtidos, respectivamente, pela raiz quadrada dos autovalores e autovetores do produto matricial $\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}$. Esta forma de cálculo se apresenta bastante conveniente em se tratando de uma implementação computacional, devido à facilidade de se trabalhar com vetores e matrizes em uma linguagem de programação de alto nível.

2.3. Modelos Matemáticos

A seguir, são apresentados os modelos matemáticos dos veículos adotados neste trabalho, para a realização das análises dinâmicas propostas.

2.3.1. Modelo de Veículo I

Este modelo constitui um sistema massa-mola-amortecedor, com apenas um eixo. Ele é subdividido em dois tipos, sendo estes:

- Modelo de Veículo I com Uma Massa
- Modelo de Veículo I com Duas Massas

Esta subdivisão é feita com o objetivo de que as denominações dos modelos de veículo façam referência ao número de eixos do mesmo.

A seguir, é feita uma análise destes dois modelos, separadamente, no que diz respeito a sua equação de movimento.

2.3.1.1. Modelo de Veículo I com Uma Massa

Este modelo de veículo, que pode ser observado na Figura 2.2, é o mais simples considerado neste trabalho. Este constitui um sistema massa-mola-amortecedor, com apenas uma massa e um eixo. Este veículo apresenta um grau de liberdade, sendo este o movimento vertical de sua massa, descrito pelo coordenada u_v . Apesar de sua simplicidade, com este modelo já é possível modelar a rigidez e o amortecimento da suspensão e dos pneus do veículo, além do mesmo já incorporar a força de inércia devida à massa do veículo.

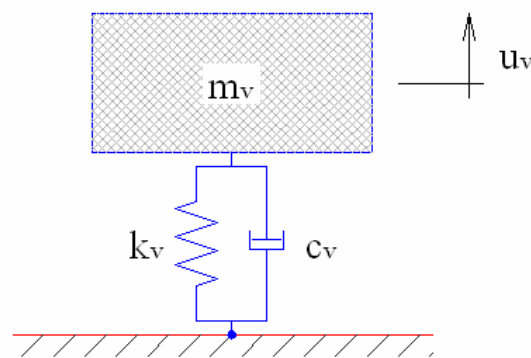


Figura 2.2 - Modelo de veículo I com uma massa

A partir do diagrama de corpo livre apresentado na Figura 2.3, obtêm-se as forças que atuam na massa do veículo, sendo estas:

$$f_{i(mv)} = m_v \ddot{u}_v \qquad f_a = c_v \dot{u}_v \qquad f_e = k_v u_v \qquad (2.10)$$

onde,

- $f_{i(mv)}$ - força de inércia atuante na massa do veículo;
- f_a - força de amortecimento exercida pelo amortecedor;
- f_e - força elástica exercida pela mola.

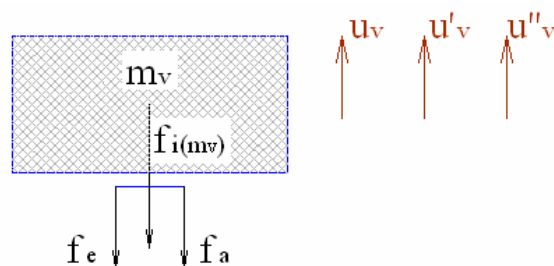


Figura 2.3 – Diagrama de corpo livre do modelo de veículo I com uma massa

Então, aplicando-se o Princípio de D'Alembert e impondo-se o equilíbrio destas forças, obtém-se a equação diferencial que descreve o movimento deste modelo de veículo, sendo esta:

$$m_v \ddot{u}_v + c_v \dot{u}_v + k_v u_v = 0 \quad (2.11)$$

onde,

m_v , c_v e k_v - massa, amortecimento e rigidez do veículo, respectivamente;

\ddot{u}_v , \dot{u}_v e u_v - aceleração, velocidade e deslocamento, respectivamente.

Considerando-se o veículo sob vibração livre sem amortecimento, sua equação de movimento fica:

$$m_v \ddot{u}_v + k_v u_v = 0 \quad (2.12)$$

Conforme demonstrado na seção 2.2, a frequência natural circular ω_0 do modelo de veículo I com uma massa é:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_v}{m_v}} \quad (2.13)$$

Este sistema, por apresentar apenas um grau de liberdade, possui somente uma frequência natural e um modo de vibração. Este modo é o deslocamento vertical da massa m_v cuja amplitude depende das condições iniciais do problema.

2.3.1.2. Modelo de Veículo I com Duas Massas

Este modelo de veículo, apresentado na Figura 2.4, já apresenta um nível de complexidade superior em relação ao último. Ele também é constituído por um conjunto de massas, molas e amortecedores, sendo, mais especificamente, por uma massa suspensa, m_s , que representa o chassi e a carroceria do veículo, uma massa não-suspensa, m_{ns} , que representa os pneus, rodas e eixos, um conjunto mola-amortecedor, k_{vs} e c_{vs} , que representa, respectivamente, a rigidez e o amortecimento da suspensão, e um segundo conjunto mola-amortecido, k_{vp} e c_{vp} , que representa, respectivamente, a rigidez e o amortecimento dos pneus do veículo. Este modelo também possui apenas um eixo, porém, já apresenta dois graus de liberdade, sendo estes, o movimento vertical da massa

suspensa, descrito pela coordenada u_v , e o também movimento vertical da massa não-suspensa, descrito pela coordenada u_1 .

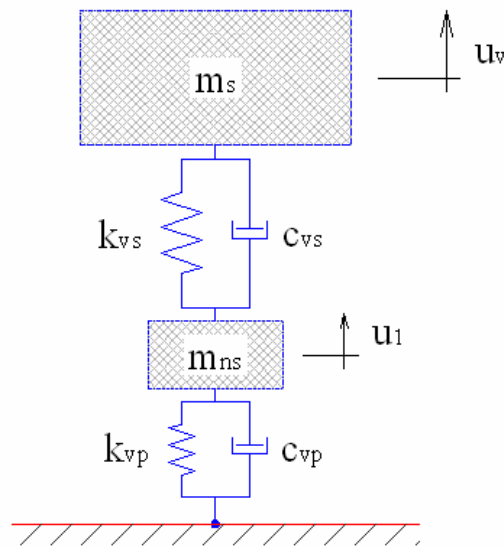


Figura 2.4 - Modelo de veículo I com duas massas

Este sistema, devido ao seu número de graus de liberdade, tem seu movimento descrito por duas equações diferenciais, cada uma referente a um dos graus de liberdade.

Analisando-se o diagrama de corpo livre apresentado na Figura 2.5, têm-se as seguintes forças atuantes nas massas deste sistema:

$$\begin{aligned}
 f_{i(ms)} &= m_s \ddot{u}_v & f_{as} &= c_{vs} (\dot{u}_v - \dot{u}_1) & f_{es} &= k_{vs} (u_v - u_1) \\
 f_{i(mns)} &= m_{ns} \ddot{u}_1 & f_{ap} &= c_{vp} \dot{u}_1 & f_{ep} &= k_{vp} u_1
 \end{aligned}
 \tag{2.14}$$

onde,

- $f_{i(ms)}$ - força de inércia atuante na massa suspensa;
- f_{as} - força de amortecimento exercida pela suspensão;
- f_{es} - força elástica exercida pela suspensão;
- $f_{i(mns)}$ - força de inércia atuante na massa não-suspensa;
- f_{ap} - força de amortecimento exercida pelos pneus;
- f_{ep} - força elástica exercida pelos pneus.

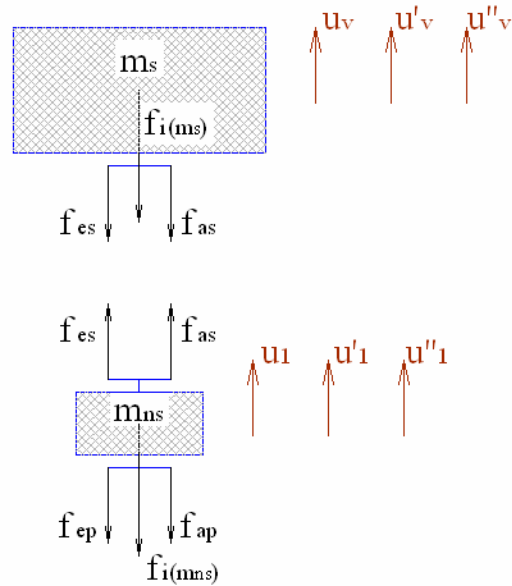


Figura 2.5 – Diagrama de corpo livre do modelo de veículo I com duas massas

Aplicando-se o Princípio de D' Alembert ao sistema e efetuando-se o equilíbrio das forças atuantes nas massas suspensa e não-suspensa, obtém-se as equações de movimento para este modelo de veículo, sendo estas:

$$m_s \ddot{u}_v + c_{vs} (\dot{u}_v - \dot{u}_1) + k_{vs} (u_v - u_1) = 0 \quad (2.15)$$

$$m_{ns} \ddot{u}_1 + c_{vp} \dot{u}_1 - c_{vs} (\dot{u}_v - \dot{u}_1) + k_{vp} u_1 - k_{vs} (u_v - u_1) = 0 \quad (2.16)$$

A equação (2.15) está relacionada com o movimento de translação da massa suspensa, enquanto que a (2.16) se relaciona com o movimento de translação da massa não-suspensa. Vale citar que como as funções u_v e u_1 , e suas derivadas, aparecem em ambas equações diferenciais, diz-se que estas são acopladas. Desta forma, para se determinar a resposta deste sistema, as duas equações devem ser resolvidas de forma simultânea. Quando as equações podem ser resolvidas de forma independente, estas são ditas desacopladas.

O sistema constituído pelas equações (2.15) e (2.16) pode ser escrito na forma matricial, visando a implementação computacional, como:

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_{ns} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_v \\ \ddot{u}_1 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{vs} & -c_{vs} \\ -c_{vs} & c_{vs} + c_{vp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_v \\ \dot{u}_1 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{vs} & -k_{vs} \\ -k_{vs} & k_{vs} + k_{vp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_v \\ u_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.17)$$

Assim, o sistema de equações assume a forma:

$$\mathbf{M}_V \ddot{\mathbf{U}}_V + \mathbf{C}_V \dot{\mathbf{U}}_V + \mathbf{K}_V \mathbf{U}_V = \mathbf{0} \quad (2.18)$$

onde,

\mathbf{M}_V , \mathbf{C}_V e \mathbf{K}_V - matriz de massa, matriz de amortecimento e matriz de rigidez do veículo, respectivamente;

$\ddot{\mathbf{U}}_V$, $\dot{\mathbf{U}}_V$ e \mathbf{U}_V - vetor de acelerações, vetor de velocidades e vetor de deslocamentos do veículo, respectivamente.

As duas frequências naturais deste modelo de veículo são obtidas considerando-se o mesmo sob vibração livre sem amortecimento. Desta forma, a equação (2.17) é reescrita como:

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_{ns} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_v \\ \ddot{u} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{vs} & -k_{vs} \\ -k_{vs} & k_{vs} + k_{vp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_v \\ u \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.19)$$

Conforme exposto na seção 2.2, a equação característica deste sistema é:

$$\left| \mathbf{M}_V^{-1} \mathbf{K}_V - \omega_0^2 \mathbf{I} \right| = 0 \quad (2.20)$$

Calculando-se o determinante do lado esquerdo da equação (2.20), obtém-se a equação do segundo grau:

$$\left(\omega_0^2 \right)^2 - \left(\frac{k_{vs}}{m_s} + \frac{k_{vs} + k_{vp}}{m_{ns}} \right) \omega_0^2 + \frac{k_{vs} k_{vp}}{m_s m_{ns}} = 0 \quad (2.21)$$

As raízes desta equação, ω_{01}^2 e ω_{02}^2 , são as duas frequências naturais circulares, elevadas ao quadrado, do modelo de veículo I com duas massas.

Estas frequências naturais também podem ser calculadas determinando-se os autovalores do produto matricial $\mathbf{M}_V^{-1} \mathbf{K}_V$, conforme já exposto.

Já os dois modos naturais de vibração podem ser obtidos pelo cálculo dos autovetores deste mesmo produto matricial.

2.3.2. Modelo de Veículo II

O modelo de veículo II, que também constitui um sistema massa-mola-amortecedor, se baseia no veículo “Tipo 12” preconizado pela norma brasileira NBR 7188/84 [53]. Porém, é importante ressaltar que este embasamento diz respeito apenas às dimensões e ao número de eixos do veículo, pois a referida norma considera que o carregamento imposto pelo mesmo é constituído por um par de forças concentradas que apresentam módulos constantes e iguais entre si ao longo do tempo. O modelo de veículo II, apresentado na Figura 2.6, possui um nível de complexidade bem superior aos dois últimos, possuindo dois eixos, como já exposto, uma massa suspensa e duas massas não-suspensas. Os significados da massa suspensa, m_s , das massas não-suspensas, m_{ns1} e m_{ns2} , dos conjuntos mola-amortecedor superiores, k_{vs1} , c_{vs1} e k_{vs2} , c_{vs2} , e dos conjuntos mola-amortecedor inferiores, k_{vp1} , c_{vp1} e k_{vp2} , c_{vp2} , são os mesmos considerados para o modelo de veículo I com duas massas. Este modelo apresenta quatro graus de liberdade, sendo estes os movimentos vertical e de rotação no próprio plano da massa suspensa, descritos, respectivamente, pelas coordenadas u_v e θ_v , e os movimentos verticais das duas massas não-suspensas, dados pelas coordenadas u_1 e u_2 .

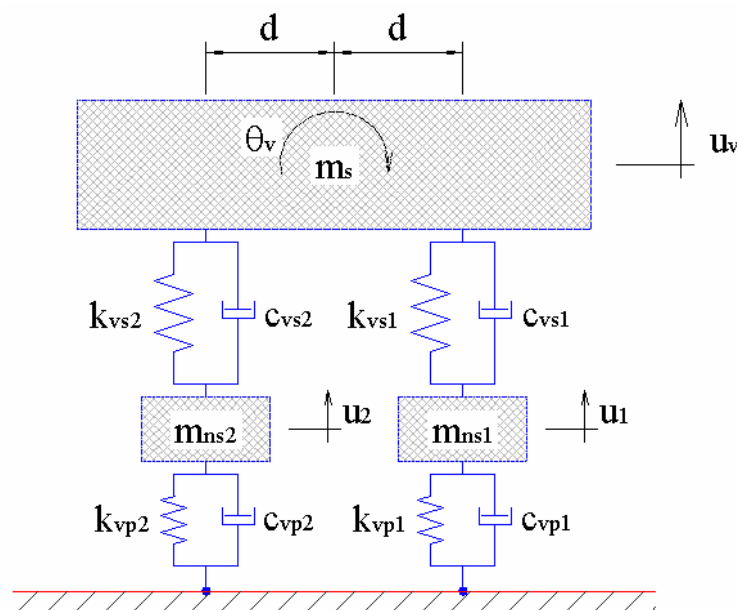


Figura 2.6 - Modelo de veículo II

Por possuir quatro graus de liberdade, este modelo de veículo tem seu movimento descrito por quatro equações diferenciais de movimento. Para a formulação destas equações, inicialmente, determinam-se as forças e os momentos que atuam nas massas do

veículo analisando-se os diagramas de corpo livre de forças e de momentos, apresentados nas Figuras 2.7 e 2.8, respectivamente. Estas forças e momentos são dados por:

$$\begin{aligned}
 f_{i(ms)} &= m_s \ddot{u}_v & f_{i(mns1)} &= m_{ns1} \ddot{u}_1 & f_{i(mns2)} &= m_{ns2} \ddot{u}_2 \\
 f_{as1(t)} &= c_{vs1} (\dot{u}_v - \dot{u}_1) & f_{as2(t)} &= c_{vs2} (\dot{u}_v - \dot{u}_2) & f_{as1(r)} &= c_{vs1} d\dot{\theta}_v \\
 f_{as2(r)} &= c_{vs2} d\dot{\theta}_v & f_{es1(t)} &= k_{vs1} (u_v - u_1) & f_{es2(t)} &= k_{vs2} (u_v - u_2) \\
 f_{es1(r)} &= k_{vs1} d\theta_v & f_{es2(r)} &= k_{vs2} d\theta_v & f_{ap1} &= c_{vp1} \dot{u}_1 \\
 f_{ap2} &= c_{vp2} \dot{u}_2 & f_{ep1} &= k_{vp1} u_1 & f_{ep2} &= k_{vp2} u_2
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

onde,

- $f_{i(ms)}$ - força de inércia atuante na massa suspensa;
- $f_{i(mns1)}$ - força de inércia atuante na massa não-suspensa 01;
- $f_{i(mns2)}$ - força de inércia atuante na massa não-suspensa 02;
- $f_{as1(t)}$ - força de amortecimento exercida pela suspensão 01 devido à velocidade relativa entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 01;
- $f_{as2(t)}$ - força de amortecimento exercida pela suspensão 02 devido à velocidade relativa entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 02;
- $f_{as1(r)}$ - força de amortecimento exercida pela suspensão 01 devido à velocidade angular da massa suspensa;
- $f_{as2(r)}$ - força de amortecimento exercida pela suspensão 02 devido à velocidade angular da massa suspensa;
- $f_{es1(t)}$ - força elástica exercida pela suspensão 01 devido ao deslocamento relativo de translação entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 01;
- $f_{es2(t)}$ - força elástica exercida pela suspensão 02 devido ao deslocamento relativo de translação entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 02;
- $f_{es1(r)}$ - força elástica exercida pela suspensão 01 devido ao deslocamento angular da massa suspensa;

- $f_{es2(r)}$ - força elástica exercida pela suspensão 02 devido ao deslocamento angular da massa suspensa;
- f_{ap1} - força de amortecimento exercida pelos pneus 01 devido à velocidade da massa não-suspensa 01;
- f_{ap2} - força de amortecimento exercida pelos pneus 02 devido à velocidade da massa não-suspensa 02;
- f_{ep1} - força elástica exercida pelos pneus 01 devido ao deslocamento de translação da massa não-suspensa 01;
- f_{ep2} - força elástica exercida pelos pneus 02 devido ao deslocamento de translação da massa não-suspensa 02;

$$\begin{aligned}
 m_{i(ms)} &= I_v \ddot{\theta}_v & m_{as1(t)} &= c_{vs1} (\dot{u}_v - \dot{u}_1) d & m_{as2(t)} &= c_{vs2} (\dot{u}_v - \dot{u}_2) d \\
 m_{as1(r)} &= c_{vs1} d^2 \dot{\theta}_v & m_{as2(r)} &= c_{vs2} d^2 \dot{\theta}_v & m_{es1(t)} &= k_{vs1} (u_v - u_1) d & (2.23) \\
 m_{es2(t)} &= k_{vs2} (u_v - u_2) d & m_{es1(r)} &= k_{vs1} d^2 \theta_v & m_{es2(r)} &= k_{vs2} d^2 \theta_v
 \end{aligned}$$

onde,

- $m_{i(ms)}$ - momento atuante na massa suspensa devido a sua aceleração angular;
- $m_{as1(t)}$ - momento da força $f_{as1(t)}$ em relação ao CG da massa suspensa;
- $m_{as2(t)}$ - momento da força $f_{as2(t)}$ em relação ao CG da massa suspensa;
- $m_{as1(r)}$ - momento da força $f_{as1(r)}$ em relação ao CG da massa suspensa;
- $m_{as2(r)}$ - momento da força $f_{as2(r)}$ em relação ao CG da massa suspensa;
- $m_{es1(t)}$ - momento da força $f_{es1(t)}$ em relação ao CG da massa suspensa;
- $m_{es2(t)}$ - momento da força $f_{es2(t)}$ em relação ao CG da massa suspensa;
- $m_{es1(r)}$ - momento da força $f_{es1(r)}$ em relação ao CG da massa suspensa;
- $m_{es2(r)}$ - momento da força $f_{es2(r)}$ em relação ao CG da massa suspensa.

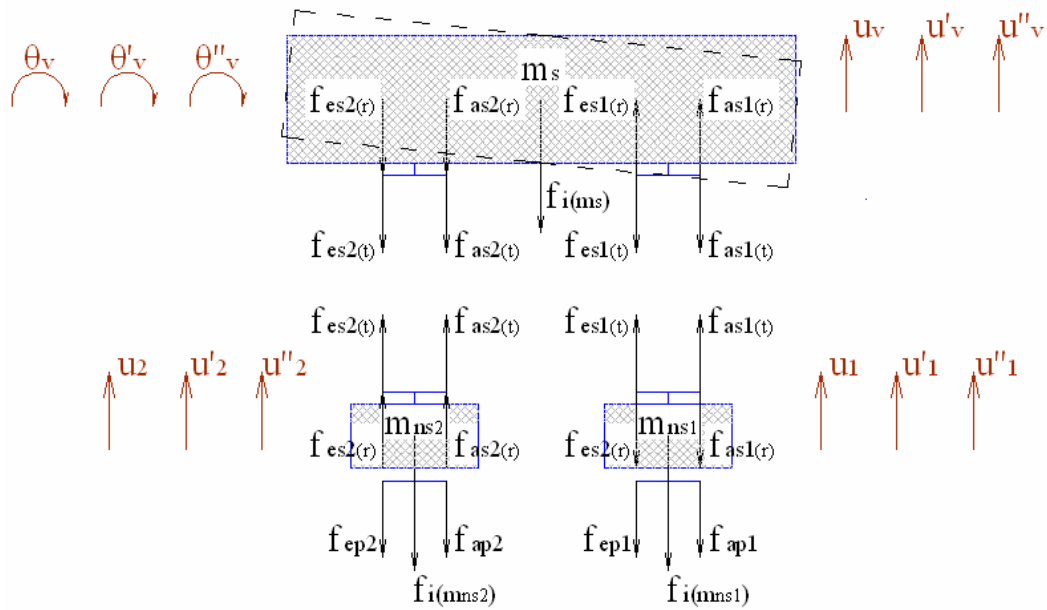


Figura 2.7 – Diagrama de corpo livre de forças do modelo de veículo II

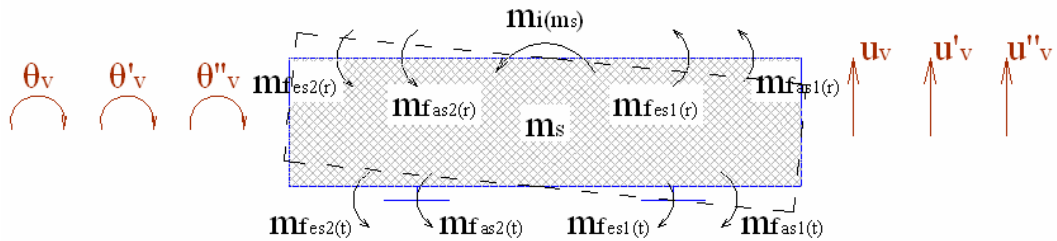


Figura 2.8 – Diagrama de corpo livre de momentos do modelo de veículo II

Uma vez definidos as forças e os momentos atuantes nas massas do veículo, efetua-se o equilíbrio, aplicando-se o Princípio de D'Alembert, obtendo-se assim as seguintes equações de movimento:

$$m_s \ddot{u}_v + c_{vs1}(\dot{u}_v - \dot{u}_1) - c_{vs1} d \dot{\theta}_v + c_{vs2}(\dot{u}_v - \dot{u}_2) + c_{vs2} d \dot{\theta}_v + k_{vs1}(u_v - u_1) - k_{vs1} d \theta_v + k_{vs2}(u_v - u_2) + k_{vs2} d \theta_v = 0 \quad (2.24)$$

$$I_v \ddot{\theta}_v - c_{vs1}(\dot{u}_v - \dot{u}_1) d + c_{vs1} d^2 \dot{\theta}_v + c_{vs2}(\dot{u}_v - \dot{u}_2) d + c_{vs2} d^2 \dot{\theta}_v - k_{vs1}(u_v - u_1) d + k_{vs1} d^2 \theta_v + k_{vs2}(u_v - u_2) d + k_{vs2} d^2 \theta_v = 0 \quad (2.25)$$

$$m_{ns1} \ddot{u}_1 + c_{vp1} \dot{u}_1 - c_{vs1}(\dot{u}_v - \dot{u}_1) + c_{vs1} d \dot{\theta}_v + k_{vp1} u_1 - k_{vs1}(u_v - u_1) + k_{vs1} d \theta_v = 0 \quad (2.26).$$

$$m_{ns2} \ddot{u}_2 + c_{vp2} \dot{u}_2 - c_{vs2}(\dot{u}_v - \dot{u}_2) - c_{vs2} d \dot{\theta}_v + k_{vp2} u_2 - k_{vs2}(u_v - u_2) - k_{vs2} d \theta_v = 0 \quad (2.27)$$

Cada uma das quatro equações acima esta associada a um grau de liberdade do sistema; as equações (2.24) e (2.25) estão relacionadas aos movimentos de translação e de rotação no próprio plano da massa suspensa, respectivamente, e as equações (2.26) e (2.27) estão associadas aos movimentos de translação das massas não-suspensas 01 e 02, respectivamente.

Colocando-se as acelerações, velocidades e deslocamentos em evidência, e escrevendo o sistema de equações resultante na forma matricial obtêm-se:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{ns1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{ns2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_v \\ \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{\theta}_v \end{Bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} c_{vs1} + c_{vs2} & -c_{vs1} & -c_{vs2} & (-c_{vs1} + c_{vs2})d \\ -c_{vs1} & c_{vs1} + c_{vp1} & 0 & c_{vs1}d \\ -c_{vs2} & 0 & c_{vs2} + c_{cp2} & -c_{vs2}d \\ (-c_{vs1} + c_{vs2})d & c_{vs1}d & -c_{vs2}d & (c_{vs1} + c_{vs2})d^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_v \\ \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{\theta}_v \end{Bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} k_{vs1} + k_{vs2} & -k_{vs1} & -k_{vs2} & (-k_{vs1} + k_{vs2})d \\ -k_{vs1} & k_{vs1} + k_{vp1} & 0 & k_{vs1}d \\ -k_{vs2} & 0 & k_{vs2} + k_{vp2} & -k_{vs2}d \\ (-k_{vs1} + k_{vs2})d & k_{vs1}d & -k_{vs2}d & (k_{vs1} + k_{vs2})d^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_v \\ u_1 \\ u_2 \\ \theta_v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.28)
 \end{aligned}$$

Assim como para o modelo de veículo I com duas massas, o sistema de equações de movimento assume a forma:

$$\mathbf{M}_v \ddot{\mathbf{U}}_v + \mathbf{C}_v \dot{\mathbf{U}}_v + \mathbf{K}_v \mathbf{U}_v = \mathbf{0} \quad (2.29)$$

onde,

$\mathbf{M}_v, \mathbf{C}_v$ e \mathbf{K}_v - matriz de massa, matriz de amortecimento e matriz de rigidez do veículo, respectivamente;

$\ddot{\mathbf{U}}_v, \dot{\mathbf{U}}_v$ e \mathbf{U}_v - vetor de acelerações, vetor de velocidades e vetor de deslocamentos do veículo, respectivamente.

Para o cálculo das freqüências naturais e dos modos de vibração deste modelo de veículo, considera-se o mesmo sob vibração livre sem amortecimento. Assim, o sistema de equações de movimento na forma matricial fica:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{ns1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{ns2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_v \\ \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{\theta}_v \end{Bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} k_{vs1} + k_{vs2} & -k_{vs1} & -k_{vs2} & (-k_{vs1} + k_{vs2})d \\ -k_{vs1} & k_{vs1} + k_{vp1} & 0 & k_{vs1}d \\ -k_{vs2} & 0 & k_{vs2} + k_{vp2} & -k_{vs2}d \\ (-k_{vs1} + k_{vs2})d & k_{vs1}d & -k_{vs2}d & (k_{vs1} + k_{vs2})d^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_v \\ u_1 \\ u_2 \\ \theta_v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.30)
\end{aligned}$$

A equação característica deste sistema, conforme apresentado na seção 2.2, é:

$$\left| \mathbf{M}_v^{-1} \mathbf{K}_v - \omega_0^2 \mathbf{I} \right| = 0 \quad (2.31)$$

Se a equação (2.30) for desenvolvida, calculando-se o determinante do lado esquerdo desta, obter-se-á uma equação polinomial do quarto grau bastante extensa. As quatro raízes desta equação são as freqüências naturais circulares do sistema, elevadas ao quadrado. Conforme já exposto, esta forma de cálculo se apresenta muito pouco prática em se tratando de uma implementação computacional. Desta forma, é mais interessante a determinação das freqüências naturais e dos modos de vibração pelo cálculo dos autovalores e autovetores do produto $\mathbf{M}_v^{-1} \mathbf{K}_v$.

2.3.3. Modelo de Veículo III

Este é o modelo de veículo mais complexo empregado neste trabalho, pois é o que apresenta o maior número de graus de liberdade entre todos os considerados, com um total de cinco. Este modelo, que pode ser visto na Figura 2.9, é baseado no veículo “Tipo 45” da norma brasileira NBR 7188/84 [53]. Porém, a ressalva feita quando da descrição do modelo de veículo II é válida para o modelo de veículo III. Mais uma vez, o veículo é modelado como um sistema massa-mola-amortecedor, possuindo três eixos, uma massa suspensa, m_s , três massas não-suspensas, m_{ns1} , m_{ns2} e m_{ns3} , três conjuntos mola-amortecedor superiores, k_{vs1} , c_{vs1} , k_{vs2} , c_{vs2} e k_{vs3} , c_{vs3} , e mais três conjuntos mola-amortecedor inferiores, k_{vp1} , c_{vp1} , k_{vp2} , c_{vp2} e k_{vp3} , c_{vp3} , com os mesmos significados considerados para o modelo I com duas massas e o modelo II.

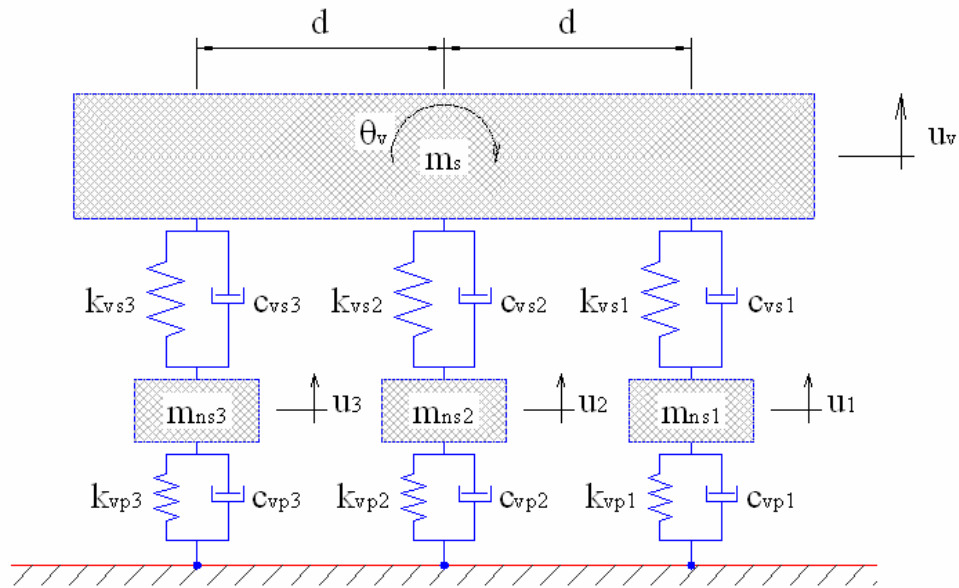


Figura 2.9 - Modelo de veículo III

Por apresentar cinco graus de liberdade, este modelo de veículo tem seu movimento descrito por cinco equações diferenciais de movimento. Estas equações são deduzidas a partir da consideração dos diagramas de corpo livre de forças e momentos, apresentados nas Figuras 2.10 e 2.11, respectivamente. Com base nestes diagramas, as forças e os momentos atuantes neste sistema são:

$$\begin{aligned}
 f_{i(ms)} &= m_s \ddot{u}_v & f_{i(mns1)} &= m_{ns1} \ddot{u}_1 & f_{i(mns2)} &= m_{ns2} \ddot{u}_2 \\
 f_{i(mns3)} &= m_{ns3} \ddot{u}_3 & f_{as1(t)} &= c_{vs1} (\dot{u}_v - \dot{u}_1) & f_{as2(t)} &= c_{vs2} (\dot{u}_v - \dot{u}_2) \\
 f_{as3(t)} &= c_{vs3} (\dot{u}_v - \dot{u}_3) & f_{as1(r)} &= c_{vs1} d \dot{\theta}_v & f_{as3(r)} &= c_{vs3} d \dot{\theta}_v \\
 f_{es1(t)} &= k_{vs1} (u_v - u_1) & f_{es2(t)} &= k_{vs2} (u_v - u_2) & f_{es3(t)} &= k_{vs3} (u_v - u_3) \\
 f_{es1(r)} &= k_{vs1} d \theta_v & f_{es3(r)} &= k_{vs3} d \theta_v & f_{ap1} &= c_{vp1} \dot{u}_1 \\
 f_{ap2} &= c_{vp2} \dot{u}_2 & f_{ap3} &= c_{vp3} \dot{u}_3 & f_{ep1} &= k_{vp1} u_1 \\
 f_{ep2} &= k_{vp2} u_2 & f_{ep3} &= k_{vp3} u_3
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

onde,

- $f_{i(ms)}$ - força de inércia atuante na massa suspensa;
- $f_{i(mns1)}$ - força de inércia atuante na massa não-suspensa 01;
- $f_{i(mns2)}$ - força de inércia atuante na massa não-suspensa 02;
- $f_{i(mns3)}$ - força de inércia atuante na massa não-suspensa 03;
- $f_{as1(t)}$ - força de amortecimento exercida pela suspensão 01 devido à velocidade relativa entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 01;
- $f_{as2(t)}$ - força de amortecimento exercida pela suspensão 02 devido à velocidade relativa entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 02;
- $f_{as3(t)}$ - força de amortecimento exercida pela suspensão 03 devido à velocidade relativa entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 03;
- $f_{as1(r)}$ - força de amortecimento exercida pela suspensão 01 devido à velocidade angular da massa suspensa;
- $f_{as3(r)}$ - força de amortecimento exercida pela suspensão 03 devido à velocidade angular da massa suspensa;
- $f_{es1(t)}$ - força elástica exercida pela suspensão 01 devido ao deslocamento relativo de translação entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 01;
- $f_{es2(t)}$ - força elástica exercida pela suspensão 02 devido ao deslocamento relativo de translação entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 02;
- $f_{es3(t)}$ - força elástica exercida pela suspensão 03 devido ao deslocamento relativo de translação entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 03;
- $f_{es1(r)}$ - força elástica exercida pela suspensão 01 devido ao deslocamento angular da massa suspensa;
- $f_{es3(r)}$ - força elástica exercida pela suspensão 03 devido ao deslocamento angular da massa suspensa;
- f_{ap1} - força de amortecimento exercida pelos pneus 01 devido à velocidade da massa não-suspensa 01;
- f_{ap2} - força de amortecimento exercida pelos pneus 02 devido à velocidade da massa não-suspensa 02;
- f_{ap3} - força de amortecimento exercida pelos pneus 03 devido à velocidade da massa não-suspensa 03;
- f_{ep1} - força elástica exercida pelos pneus 01 devido ao deslocamento de

translação da massa não-suspensa 01;

f_{ep2} - força elástica exercida pelos pneus 02 devido ao deslocamento de translação da massa não-suspensa 02;

f_{ep3} - força elástica exercida pelos pneus 03 devido ao deslocamento de translação da massa não-suspensa 03;

$$\begin{aligned}
 m_{i(ms)} &= I_v \ddot{\theta}_v & m_{as1(t)} &= c_{vs1} (\dot{u}_v - \dot{u}_1) d & m_{as3(t)} &= c_{vs3} (\dot{u}_v - \dot{u}_3) d \\
 m_{as1(r)} &= c_{vs1} d^2 \dot{\theta}_v & m_{as3(r)} &= c_{vs3} d^2 \dot{\theta}_v & m_{es1(t)} &= k_{vs1} (u_v - u_1) d & (2.33) \\
 m_{es3(t)} &= k_{vs3} (u_v - u_3) d & m_{es1(r)} &= k_{vs1} d^2 \theta_v & m_{es3(r)} &= k_{vs3} d^2 \theta_v
 \end{aligned}$$

onde,

$m_{i(ms)}$ - momento atuante na massa suspensa devido a sua aceleração angular;

$m_{as1(t)}$ - momento da força $f_{as1(t)}$ em relação ao CG da massa suspensa;

$m_{as3(t)}$ - momento da força $f_{as3(t)}$ em relação ao CG da massa suspensa;

$m_{as1(r)}$ - momento da força $f_{as1(r)}$ em relação ao CG da massa suspensa;

$m_{as3(r)}$ - momento da força $f_{as3(r)}$ em relação ao CG da massa suspensa;

$m_{es1(t)}$ - momento da força $f_{es1(t)}$ em relação ao CG da massa suspensa;

$m_{es3(t)}$ - momento da força $f_{es3(t)}$ em relação ao CG da massa suspensa;

$m_{es1(r)}$ - momento da força $f_{es1(r)}$ em relação ao CG da massa suspensa;

$m_{es3(r)}$ - momento da força $f_{es3(r)}$ em relação ao CG da massa suspensa.

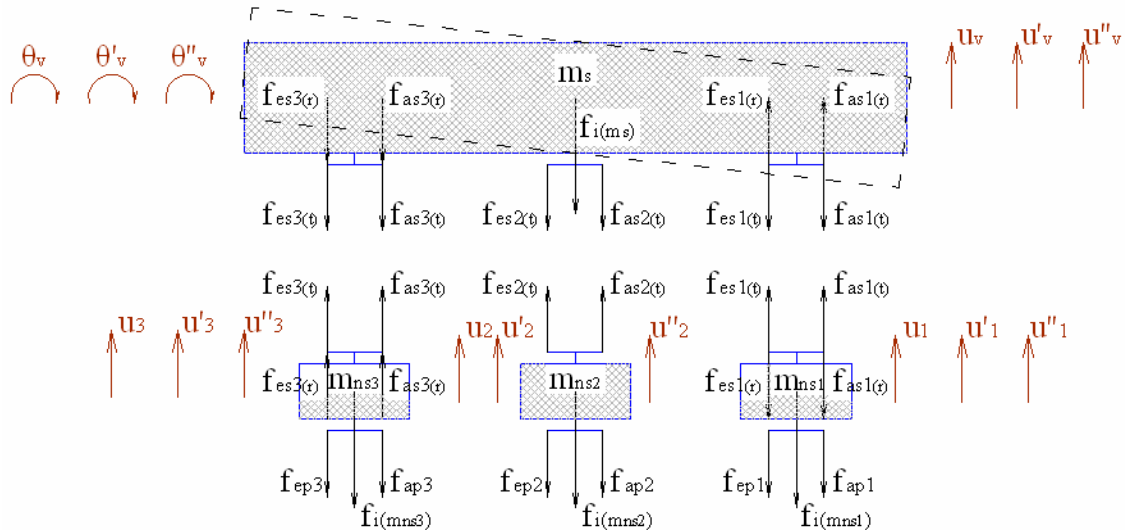


Figura 2.10 – Diagrama de corpo livre de forças do modelo de veículo III

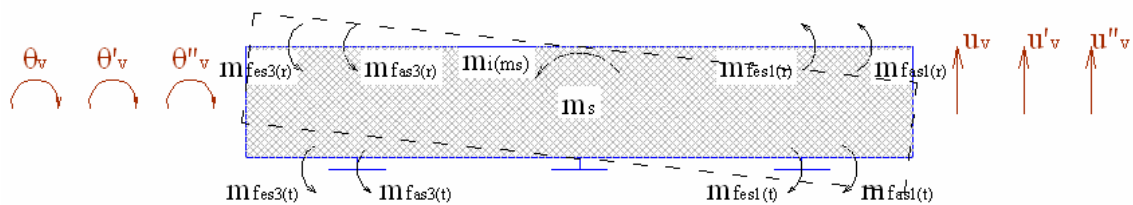


Figura 2.11 – Diagrama de corpo livre de momentos do modelo de veículo III

Conhecidas as forças e os momentos que atuam nas quatro massas que constituem este modelo de veículo, aplica-se o equilíbrio, considerando-se o Princípio de D'Alembert, obtendo assim as cinco equações de movimento:

$$m_s \ddot{u}_v + c_{vs1}(\dot{u}_v - \dot{u}_1) - c_{vs1} d\dot{\theta}_v + c_{vs2}(\dot{u}_v - \dot{u}_2) + c_{vs3}(\dot{u}_v - \dot{u}_3) + c_{vs3} d\dot{\theta}_v + k_{vs1}(u_v - u_1) - k_{vs1} d\theta_v + k_{vs2}(u_v - u_2) + k_{vs3}(u_v - u_3) + k_{vs3} d\theta_v = 0 \quad (2.34)$$

$$I_v \ddot{\theta}_v - c_{vs1}(\dot{u}_v - \dot{u}_1) d + c_{vs1} d^2 \dot{\theta}_v + c_{vs3}(\dot{u}_v - \dot{u}_3) d + c_{vs3} d^2 \dot{\theta}_v - k_{vs1}(u_v - u_1) d + k_{vs1} d^2 \theta_v + k_{vs3}(u_v - u_3) d + k_{vs3} d^2 \theta_v = 0 \quad (2.35)$$

$$m_{ns1} \ddot{u}_1 + c_{vp1} \dot{u}_1 - c_{vs1}(\dot{u}_v - \dot{u}_1) + c_{vs1} d\dot{\theta}_v + k_{vp1} u_1 - k_{vs1}(u_v - u_2) + k_{vs1} d\theta_v = 0 \quad (2.36)$$

$$m_{ns2} \ddot{u}_2 + c_{vp2} \dot{u}_2 - c_{vs2}(\dot{u}_v - \dot{u}_2) + k_{vp2} u_2 - k_{vs2}(u_v - u_2) = 0 \quad (2.37)$$

$$m_{ns3} \ddot{u}_3 + c_{vp3} \dot{u}_3 - c_{vs3}(\dot{u}_v - \dot{u}_3) - c_{vs3} d\dot{\theta}_v + k_{vp3} u_3 - k_{vs3}(u_v - u_3) - k_{vs3} d\theta_v = 0 \quad (2.38)$$

As equações (2.34) e (2.35) estão associadas, respectivamente, ao movimento de translação vertical da massa suspensa e ao movimento de rotação no próprio plano desta mesma massa. Já as equações (2.36), (2.37) e (2.38) estão relacionadas com os movimentos de translação vertical das massas não-suspensas 01, 02 e 03, respectivamente. Assim como para os sistemas de equações do modelo de veículo I com duas massas e do modelo de veículo II, este sistema de equações diferenciais também é dito acoplado, pois as funções u_v , u_1 , u_2 e u_3 , e suas derivadas, aparecem em mais de uma das equações (2.34) a (2.38).

Colocando os deslocamentos, velocidades e acelerações em evidência, este sistema de equações, na forma matricial, é escrito como:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{ns1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{ns2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{ns3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_v \\ \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \\ \ddot{\theta}_v \end{Bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} c_{vs1} + c_{vs2} + c_{vs3} & -c_{vs1} & -c_{vs2} & -c_{vs3} & (-c_{vs1} + c_{vs3})d \\ -c_{vs1} & c_{vs1} + c_{vp1} & 0 & 0 & c_{vs1}d \\ -c_{vs2} & 0 & c_{vs2} + c_{cp2} & 0 & 0 \\ -c_{vs3} & 0 & 0 & c_{vs3} + c_{cp3} & -c_{vs3}d \\ (-c_{vs1} + c_{vs3})d & c_{vs1}d & 0 & -c_{vs3}d & (c_{vs1} + c_{vs3})d^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_v \\ \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \\ \dot{\theta}_v \end{Bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} k_{vs1} + k_{vs2} + k_{vs3} & -k_{vs1} & -k_{vs2} & -k_{vs3} & (-k_{vs1} + k_{vs3})d \\ -k_{vs1} & k_{vs1} + k_{vp1} & 0 & 0 & k_{vs1}d \\ -k_{vs2} & 0 & k_{vs2} + k_{vp2} & 0 & 0 \\ -k_{vs3} & 0 & 0 & k_{vs3} + k_{vp3} & -k_{vs3}d \\ (-k_{vs1} + k_{vs3})d & k_{vs1}d & 0 & -k_{vs3}d & (k_{vs1} + k_{vs3})d^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_v \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \theta_v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.39)
 \end{aligned}$$

Novamente, o sistema de equações que descreve o movimento do sistema assume a forma:

$$\mathbf{M}_v \ddot{\mathbf{U}}_v + \mathbf{C}_v \dot{\mathbf{U}}_v + \mathbf{K}_v \mathbf{U}_v = \mathbf{0} \quad (2.40)$$

onde,

\mathbf{M}_v , \mathbf{C}_v e \mathbf{K}_v - matriz de massa, matriz de amortecimento e matriz de rigidez do veículo, respectivamente;

$\ddot{\mathbf{U}}_v, \dot{\mathbf{U}}_v$ e \mathbf{U}_v - vetor de acelerações, vetor de velocidades e vetor de deslocamentos do veículo, respectivamente.

Para a determinação das frequências naturais e dos modos de vibração do modelo de veículo III, considera-se o mesmo sob vibração livre sem amortecimento. Nesta situação, a equação de movimento passa a ser simplesmente:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{ns1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{ns2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{ns3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_v \\ \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \\ \ddot{\theta}_v \end{Bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} k_{vs1} + k_{vs2} + k_{vs3} & -k_{vs1} & -k_{vs2} & -k_{vs3} & (-k_{vs1} + k_{vs3})d \\ -k_{vs1} & k_{vs1} + k_{vp1} & 0 & 0 & k_{vs1}d \\ -k_{vs2} & 0 & k_{vs2} + k_{vp2} & 0 & 0 \\ -k_{vs3} & 0 & 0 & k_{vs3} + k_{vp3} & -k_{vs3}d \\ (-k_{vs1} + k_{vs3})d & k_{vs1}d & 0 & -k_{vs3}d & (k_{vs1} + k_{vs3})d^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_v \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \theta_v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.41)
 \end{aligned}$$

A equação característica deste modelo de veículo é:

$$\left| \mathbf{M}_v^{-1} \mathbf{K}_v - \omega_0^2 \mathbf{I} \right| = 0 \quad (2.42)$$

As frequências naturais circulares e os modos de vibração são obtidos pelos autovalores e autovetores do produto $\mathbf{M}_v^{-1} \mathbf{K}_v$, respectivamente.

3. Modelagem do Sistema Veículo-Ponte

3.1. Generalidades

Neste capítulo, é apresentado o modelo matemático do sistema veículo-ponte, que procura representar o comportamento conjunto do tabuleiro da ponte rodoviária quando esta é atravessada por um ou mais veículos, para diferentes condições de qualidade do pavimento.

Inicialmente, apresenta-se como são modelados os tabuleiros das pontes rodoviárias, empregando-se técnicas de elementos finitos. Em seguida, mostra-se a modelagem numérica das irregularidades do pavimento, segundo um modelo não-determinístico. Por fim, apresenta-se, em detalhes, a modelagem do sistema veículo-ponte, no que diz respeito às suas matrizes de massa, amortecimento e rigidez, seu vetor de cargas nodais equivalentes e suas equações de movimento.

3.2. Pontes Rodoviárias

O tabuleiro das pontes rodoviárias é modelado neste trabalho utilizando-se elementos finitos de viga, de acordo com a teoria do Método dos Elementos Finitos (MEF). Cada elemento finito que participa da discretização da ponte possui, portanto, dois graus de liberdade por nó, tendo, então, quatro graus de liberdade no total (dois graus de translação vertical e dois graus de rotação no próprio plano). A inércia de rotação e a deformação por cisalhamento não são consideradas.

A massa do tabuleiro se encontra concentrada nos nós dos elementos finitos. A metodologia de concentração da massa consiste em que cada nó receba metade da massa correspondente ao elemento finito que converge ao mesmo. Os nós restritos, ou seja, localizados nos pontos de apoio da estrutura, não recebem massa.

Todos os apoios da estrutura são modelados como rígidos. A seção transversal é do tipo caixão e seu momento de inércia em relação à linha neutra pode variar ao longo do comprimento do tabuleiro.

Na Figura 3.1, é apresentado o modelo de uma ponte biapoiada discretizada por n elementos finitos de viga, com $n-1$ massas concentradas.

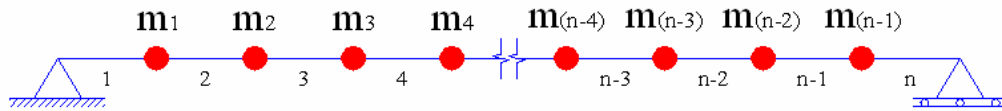


Figura 3.1 - Modelo de uma ponte biapoada em elementos finitos com sua massa discretizada nos nós destes elementos

Neste estudo, são considerados os sistemas estruturais de vigas biapoadas com e sem balanços.

3.3. Irregularidades do Pavimento [42]

No que tange à modelagem das irregularidades não-determinísticas, o ponto de partida desta abordagem é a representação da função das irregularidades, $v_b(x)$, com base em seu espectro complexo de Fourier. Assim sendo, a função das irregularidades, $v_b(x)$, Figura 3.2, é definida pela equação (3.1).

$$v_b(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} v_b(\omega) \cdot e^{(i\omega)x} d\omega \quad (3.1)$$

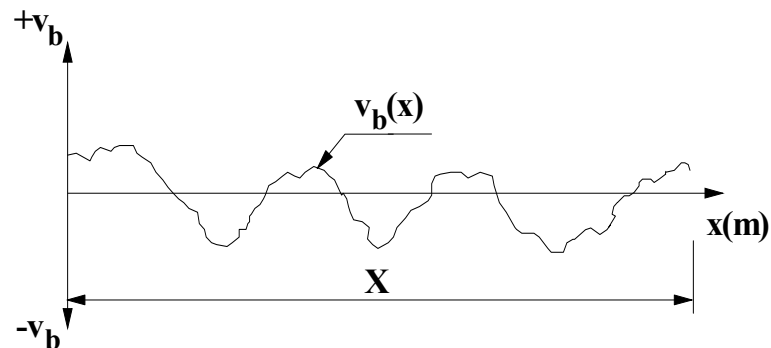


Figura 3.2 – Irregularidade não-determinística

Adota-se para as irregularidades aleatórias uma distribuição normal e um processo randômico fracamente estacionário de segunda ordem. Deste modo, chega-se a uma relação entre a média quadrática da distribuição das irregularidades, $E[v_b^2]$, e sua densidade espectral, $\Phi_{v_b v_b}(\omega)$, expressa pela equação (3.2):

$$E[v_b^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{v_b v_b}(\omega) d\omega \quad (3.2)$$

Como modelo matemático adota-se, para representação da densidade espectral das irregularidades, a função exponencial proposta por [27 e 28], utilizada também por outros autores [26, 31, 32, 33, 34 e 35], dada pela equação (3.3):

$$\Phi_{v_b v_b}(\omega) = \Phi(\omega_0) \left[\frac{\omega}{\omega_0} \right]^{-w} \quad (3.3)$$

onde:

- $\Phi(\omega_0)$ - coeficiente de amplitude, função da qualidade do pavimento e de ω_0 ;
- ω_0 - frequência básica das irregularidades, igual a 1 m^{-1} ;
- w - ondulabilidade da pista.

Para avaliação dos parâmetros que descrevem a densidade espectral das irregularidades, equação (3.3), utiliza-se a classificação das irregularidades do pavimento proposta por [27 e 28], mostrada na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Classificação das irregularidades do pavimento [27 e 28]

Pavimentos	Limite Inferior	Valor Médio	Limite Superior
Excelente	0,5	1	< 2
Bom	2	4	< 8
Médio	8	16	< 32
Ruim	32	64	< 128
Muito Ruim	128	256	< 512

Com a finalidade de gerar um conjunto de amostras de irregularidades, propõe-se a discretização da função $v_b(x)$. Deste modo, aproxima-se a distribuição das irregularidades por uma série finita de harmônicos, como mostra a expressão (3.4):

$$v_b(x) = \sum_{i=1}^N v_{bi} \cos(\omega_i x - \varphi_i) \quad (3.4)$$

onde:

- v_{bi} - amplitude real da parte harmônica;
- ω_i - frequência do harmônico i ;
- φ_i - ângulo de fase do harmônico i ;
- N - número de harmônicos.

A amplitude da parte harmônica das irregularidades, v_{bi} , é determinada através da densidade espectral das irregularidades $\Phi_{v_b v_b}(\omega)$. Assim sendo,

$$v_{bi} = \sqrt{2[\Delta\omega\Phi_{v_b v_b}(\omega_i)]} \quad (3.5)$$

onde $\Delta\omega$ denota o intervalo de discretização.

Uma vez que o espectro de $\Phi_{v_b v_b}(\omega)$ não possui informações sobre os ângulos de fase dos harmônicos, φ_i , os mesmos são fixados por meio de números gerados aleatoriamente.

3.4. Sistema Veículo-Ponte

O modelo matemático do sistema veículo-ponte é formulado com o objetivo de se simular o comportamento do conjunto veículo(s) e tabuleiro. Desta forma, o problema da análise do tabuleiro de pontes submetido à passagem de um veículo ou de um comboio de veículos é resolvido considerando-se este conjunto como um único sistema.

A seguir, são apresentadas as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, e o vetor de cargas nodais equivalentes, deste sistema, e por fim a formulação de sua equação de movimento.

3.4.1. Matriz de Massa

Esta é uma matriz diagonal, cujos elementos na diagonal principal são os valores das massas discretizadas do(s) veículo(s) e da ponte. As primeiras linhas e colunas desta matriz são reservadas para os valores de massa do(s) veículo(s). Desta forma, esta matriz é constituída por duas submatrizes, sendo estas a matriz de massa do(s) veículo(s) e a matriz de massa da ponte.

Considerando-se, por exemplo, um sistema veículo-ponte, com i veículos do tipo I com dois graus de liberdade e n massas discretizadas no tabuleiro, sua matriz de massa fica:

$$\mathbf{M}_{VP} = \begin{bmatrix} m_{s1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{ns1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{si} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{nsi} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{p1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{p2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{pn} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

onde,

- m_{si} - massa suspensa do veículo i ;
- m_{nsi} - massa não-suspensa do veículo i ;
- m_{pn} - massa concentrada no nó n da ponte.

ou de forma simplificada:

$$\mathbf{M}_{VP} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_V & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_P \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

onde;

- \mathbf{M}_V - matriz de massa do(s) veículo(s);
- \mathbf{M}_P - matriz de massa da ponte.

Se a ponte possuir inércia constante ao longo de seu comprimento, os valores de m_{p1} até m_{pn} serão todos iguais entre si; já se a inércia do tabuleiro for variável, então, os valores destas massas diferirão uns dos outros.

Esta matriz não sofre alterações com a travessia do(s) veículo(s) sobre o tabuleiro da ponte. Portanto, a mesma permanece constante durante a integração das equações de movimento do sistema veículo-ponte.

3.4.2. Matriz de Amortecimento

A matriz de amortecimento do sistema veículo-ponte é obtida a partir das matrizes de amortecimento do(s) veículo(s) e da ponte, sendo dada por:

$$\mathbf{C}_{VP} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_V & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_P \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

onde;

\mathbf{C}_V - matriz de amortecimento do(s) veículo(s);

\mathbf{C}_P - matriz de amortecimento da ponte.

O cálculo da matriz de amortecimento do(s) veículo(s), \mathbf{C}_V , foi apresentado em detalhes no Capítulo 2, para cada modelo de veículo considerado neste trabalho.

A matriz de amortecimento da ponte, \mathbf{C}_P , é proporcional à submatriz $\mathbf{K}_{VP(P)}^*$ que correspondente à parte referente à estrutura da matriz de rigidez condensada do sistema veículo-ponte \mathbf{K}_{VP}^* . Estas matrizes $\mathbf{K}_{VP(P)}^*$ e \mathbf{K}_{VP}^* são apresentadas mais adiante, ainda neste capítulo.

A matriz de amortecimento \mathbf{C}_P é dada pela equação:

$$\mathbf{C}_P = a_1 \mathbf{K}_{VP(P)}^* \quad (3.9)$$

O coeficiente de proporcionalidade a_1 é determinado a partir da frequência fundamental ω_{01P} e da fração de amortecimento ξ_P da ponte. Assim, este coeficiente é dado pela equação:

$$a_1 = \frac{2\xi_P}{\omega_{01P}} \quad (3.10)$$

A matriz de amortecimento do sistema veículo-ponte, ao contrário da matriz de massa, é variável ao longo da travessia do veículo ou do comboio de veículos sobre o tabuleiro. Isto porque sua submatriz \mathbf{C}_P é proporcional à submatriz $\mathbf{K}_{VP(P)}^*$, da matriz de rigidez condensada do sistema, que por sua vez varia com a posição do(s) veículo(s) sobre a ponte, conforme será apresentado adiante.

3.4.3. Matriz de Rigidez

A matriz de rigidez da ponte, \mathbf{K}_p , é obtida a partir da matriz de rigidez de cada elemento finito que participa da discretização da mesma, de acordo com a teoria do Método dos Elementos Finitos.

O elemento finito de viga, com dois graus de liberdade por nó, empregado na modelagem do tabuleiro, possui a seguinte matriz de rigidez:

$$\mathbf{K}_{EF} = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

onde,

- E - módulo de elasticidade do material que constitui o elemento;
- I - momento de inércia da seção do elemento em relação ao seu eixo neutro;
- l - comprimento do elemento.

Uma vez obtida a matriz de rigidez \mathbf{K}_p , monta-se a matriz de rigidez do sistema veículo-ponte, \mathbf{K}_{VP} , para o estado inicial deste sistema. Este estado corresponde ao veículo ou ao primeiro veículo do comboio posicionado no primeiro nó da estrutura. No caso de uma ponte biapoiada ou contínua, sem balanços, este veículo estaria, então, sobre o apoio esquerdo do tabuleiro. Já no caso de uma ponte com balanços, o veículo estaria posicionado na extremidade do balanço esquerdo. A Figura 3.3 ilustra esta situação para um caso geral de uma ponte biapoiada sem balanços, com um comboio de veículos do tipo I com duas massas.

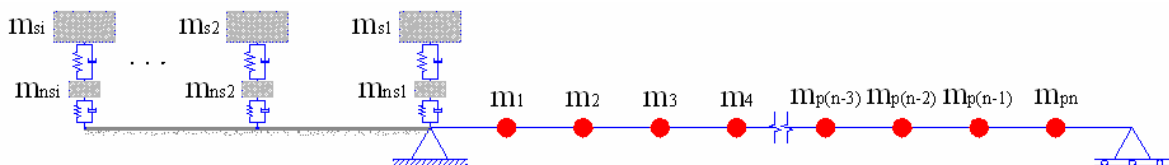


Figura 3.3 - Exemplo de um sistema veículo-ponte para formulação de sua matriz de rigidez

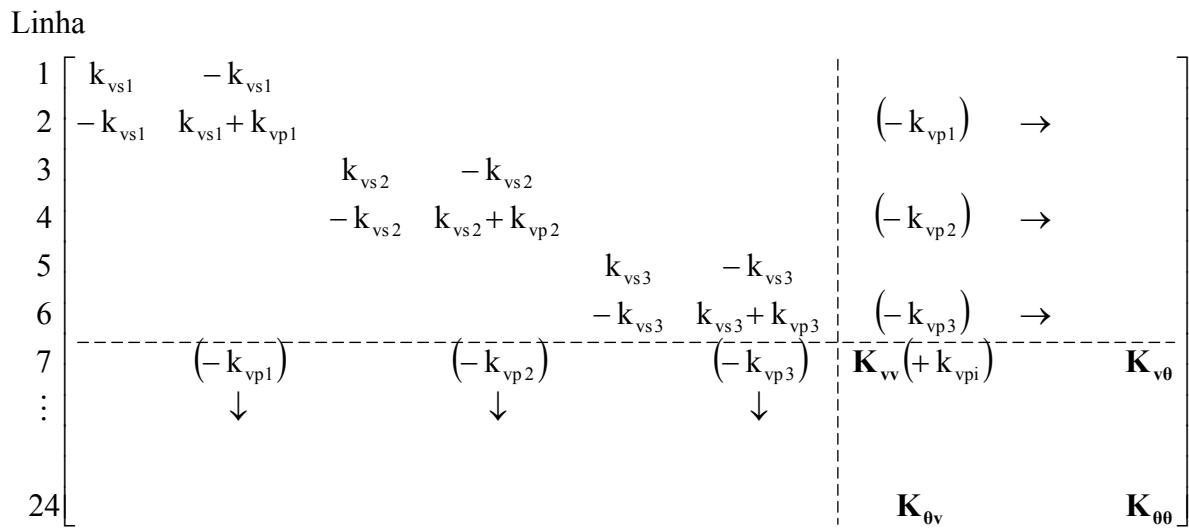
As primeiras linhas e colunas desta matriz são destinadas aos coeficientes de rigidez do(s) veículo(s). Desta forma, a matriz K_{VP} é constituída por duas submatrizes, a do(s) veículo(s) e a da ponte, ficando como:

$$K_{VP} = \begin{bmatrix} K_v & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & K_p \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

onde;

- K_v - matriz de rigidez do(s) veículo(s);
- K_p - matriz de rigidez da ponte.

A partir do instante correspondente ao estado inicial, os veículos iniciam seu deslocamento ao longo do tabuleiro, exercendo um carregamento dinâmico sobre o mesmo. Durante este deslocamento, as características de rigidez da ponte são alteradas pelos veículos que se encontram sobre ela, pois conforme já exposto, estes são tratados como um único sistema. Estas alterações se traduzem em modificações nos coeficientes de rigidez da matriz K_{VP} associados aos nós da viga nos quais os veículos se encontram. A Figura 3.4 ilustra estas modificações, para o caso do sistema veículo-ponte com três veículos do tipo I com uma massa, atravessando uma ponte biapoiada sem balanços.



Nota: As matrizes K_{vv} , $K_{v\theta}$, $K_{\theta v}$ e $K_{\theta\theta}$ estão definidas adiante, neste capítulo.

Figura 3.4 – Esquema de alterações na matriz de rigidez do sistema veículo-ponte conforme os veículos atravessam seu tabuleiro

Estes acréscimos, que correspondem ao coeficiente de rigidez do veículo associado aos pneus, k_{vp} , são efetuados somente nos coeficientes da diagonal principal associados aos graus de liberdade translacionais dos nós da ponte. No caso do modelo de veículo I com uma massa, o acréscimo corresponde ao valor de sua rigidez, k_v .

A rigor, estas modificações na matriz de rigidez \mathbf{K}_{VP} devem ser efetuadas a cada avanço do(s) veículo(s) sobre o tabuleiro. Porém, este procedimento geraria um grande esforço computacional, aumentando muito o tempo de “CPU” durante as análises. Sendo assim, com o objetivo de se reduzir este tempo de processamento, efetuam-se as alterações na matriz de rigidez, e conseqüentemente na matriz de amortecimento, somente quando os veículos ultrapassam a metade do elemento finito nos quais se encontram. Este método diminui consideravelmente o esforço computacional, sem acarretar prejuízos significativos nos resultados obtidos [42].

Em resumo, conforme os veículos se deslocam ao longo do tabuleiro, os mesmos são posicionados nos nós da estrutura, para efeito de modificações nas matrizes \mathbf{K}_{VP} e \mathbf{C}_{VP} , e suas ações, entre estes nós, como se eles percorressem a ponte normalmente. Mais adiante, neste capítulo, serão analisadas em detalhes as ações dos veículos, responsáveis pela geração do vetor de cargas nodais equivalentes.

A ordem da matriz de rigidez do sistema veículo-ponte é igual ao número de graus de liberdade deste sistema, dado pelo soma do número de graus de liberdade do veículo ou do comboio de veículos com o número de graus de liberdade do tabuleiro, cujos nós apresentam deslocamentos de translação e rotação no próprio plano. A Figura 3.5 ilustra estes graus de liberdade para o caso de um sistema veículo-ponte com um comboio de veículos do tipo I com uma massa sobre um tabuleiro biapoiado sem balanços.

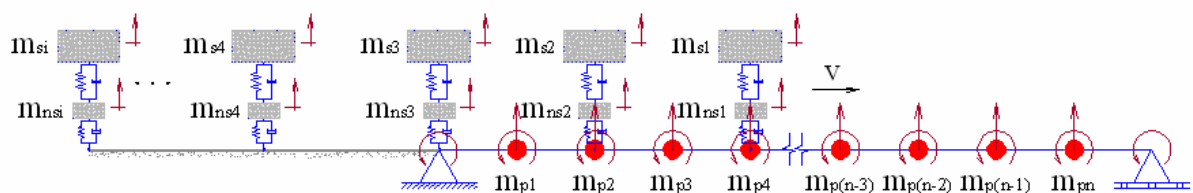


Figura 3.5 – Graus de liberdade de um sistema veículo-ponte

Assim sendo, percebe-se que existe uma diferença entre as ordens das matrizes de rigidez e de massa deste sistema. Isto ocorre pelo fato de se desconsiderar a inércia a rotação das massas da viga. Então, para se possa realizar o processo de integração numérica das equações de movimento, é necessário que se reduza a ordem da matriz \mathbf{K}_{VP} , para a mesma ordem da matriz \mathbf{M}_{VP} , sem a perda de seus dados. Para isto, emprega-se a

técnica de condensação estática, demonstrada a seguir, obtendo-se assim a matriz de rigidez condensada do sistema veículo-ponte, \mathbf{K}_{VP}^* .

Inicialmente, considera-se a matriz \mathbf{K}_{VP} constituída por quatro submatrizes, \mathbf{K}_{vv} , $\mathbf{K}_{v\theta}$, $\mathbf{K}_{\theta v}$ e $\mathbf{K}_{\theta\theta}$. Desta forma, a equação de movimento do sistema veículo-ponte, sem se considerar o amortecimento, fica:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{VP} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{V}} \\ \ddot{\boldsymbol{\theta}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{vv} & \mathbf{K}_{v\theta} \\ \mathbf{K}_{\theta v} & \mathbf{K}_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \boldsymbol{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Expandindo-se a equação (3.13), tem-se:

$$\mathbf{M}_{VP} \ddot{\mathbf{V}} + (\mathbf{K}_{vv} \mathbf{V} + \mathbf{K}_{v\theta} \boldsymbol{\theta}) = \mathbf{F} \quad (3.14)$$

$$\mathbf{K}_{\theta v} \mathbf{V} + \mathbf{K}_{\theta\theta} \boldsymbol{\theta} = \mathbf{B} \quad (3.15)$$

Escrevendo-se $\boldsymbol{\theta}$ em função de \mathbf{V} na equação (3.15), obtém-se:

$$\boldsymbol{\theta} = \mathbf{K}_{\theta\theta}^{-1} (\mathbf{B} - \mathbf{K}_{\theta v} \mathbf{V}) \quad (3.16)$$

Substituindo-se a expressão do lado direito da equação (3.16) na equação (3.14), tem-se:

$$\mathbf{M}_{VP} \ddot{\mathbf{V}} + (\mathbf{K}_{vv} - \mathbf{K}_{v\theta} \mathbf{K}_{\theta\theta}^{-1} \mathbf{K}_{\theta v}) \mathbf{V} = \mathbf{F} - \mathbf{K}_{v\theta} \mathbf{K}_{\theta\theta}^{-1} \mathbf{B} \quad (3.17)$$

A equação (3.17) pode ser reescrita como:

$$\mathbf{M}_{VP} \ddot{\mathbf{V}} + \mathbf{K}_{VP}^* \mathbf{V} = \mathbf{F} - \mathbf{K}_{v\theta} \mathbf{K}_{\theta\theta}^{-1} \mathbf{B} \quad (3.18)$$

A matriz \mathbf{K}_{VP}^* é denominada de matriz de rigidez condensada do sistema veículo-ponte, sendo dada, então, por:

$$\mathbf{K}_{VP}^* = \mathbf{K}_{vv} - \mathbf{K}_{v\theta} \mathbf{K}_{\theta\theta}^{-1} \mathbf{K}_{\theta v} \quad (3.19)$$

3.4.4. Vetor de Cargas Nodais Equivalentes

O carregamento exercido pelo(s) veículo(s) sobre a ponte é formado por cargas concentradas aplicadas nos pontos de contato deste(s) com o tabuleiro. O módulo destas cargas pode ser constante ou variável ao longo do tempo, dependendo do tipo de análise que está sendo processada. No caso de uma análise estática, a força exercida pelo(s) veículo(s) será dada apenas pelo seu peso. Esta mesma situação ocorre, no caso de uma análise dinâmica na qual se deseja analisar somente o efeito da mobilidade dos veículos sobre a ponte. Já no caso de uma análise dinâmica, onde se deseja estudar o efeito da interação do(s) veículo(s) com as irregularidades do pavimento, o módulo desta força será variável, função do peso do veículo e das características deste e das irregularidades do tabuleiro.

Para o modelo de veículo I com uma massa, esta força é dada pela equação:

$$f_v = m_v g - c_v (\dot{u}_v - \dot{u}_{ir}) - k_v (u_v - u_{ir}) \quad (3.20)$$

Em se tratando do modelo de veículo I com duas massas, a força exercida pelo veículo sobre o tabuleiro é:

$$f_v = (m_s + m_{ns})g - c_{vp} (\dot{u}_1 - \dot{u}_{ir}) - k_{vp} (u_1 - u_{ir}) \quad (3.21)$$

Para o modelo de veículo II, a força é dada, para cada eixo do mesmo, por::

$$f_{vi} = \left(\frac{m_s}{2} + m_{nsi} \right) g - c_{vpi} (\dot{u}_i - \dot{u}_{ir}) - k_{vpi} (u_i - u_{ir}), \quad i = 1, 2 \quad (3.22)$$

Por fim, para o modelo de veículo III, esta força é dada, para cada um de seus três eixos, pela equação:

$$f_{vi} = \left(\frac{m_s}{3} + m_{nsi} \right) g - c_{vpi} (\dot{u}_i - \dot{u}_{ir}) - k_{vpi} (u_i - u_{ir}), \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.23)$$

onde;

- f_v - força exercida pelo veículo em seu ponto de contato com o tabuleiro;
- m_s - massa suspensa do veículo;

- m_{ns} - massa não-suspensa do veículo;
- c_{vp} - coeficiente de amortecimento dos pneus do veículo;
- k_{vp} - rigidez dos pneus do veículo;
- u_i e \dot{u}_i - deslocamento e velocidade da massa não-suspensa i do veículo, respectivamente;
- u_{ir} e \dot{u}_{ir} - função irregularidade e sua primeira derivada no eixo do veículo, respectivamente;

Calculada a força exercida por cada eixo do(s) veículo(s), determina-se o vetor de cargas nodais equivalentes para o tabuleiro discretizado em elementos finitos. Este vetor, para um elemento de viga com uma carga concentrada fora do nó, é dado por:

$$\mathbf{r} = \frac{f_v}{l^3} \begin{Bmatrix} l^3 - 3a^2l + 2a^3 \\ (l^2 - 2al + a^2)al \\ (3l - 2a)a^2 \\ (a - l)a^2l \end{Bmatrix} \quad (3.24)$$

onde;

- f_v - carga concentrada exercida no elemento finito;
- l - comprimento do elemento finito;
- a - distância entre o nó esquerdo do elemento e o ponto de aplicação da carga;

O vetor de cargas nodais equivalentes para toda a malha de elementos que constitui o tabuleiro, \mathbf{R}_p , é obtido a partir do vetor \mathbf{r} , de acordo com a teoria do Método dos Elementos Finitos.

3.4.5. Equação de Movimento

A seguir, são apresentadas as equações de movimento do sistema veículo-ponte, para cada modelo de veículo considerado neste trabalho. Estas equações já incorporam as irregularidades do pavimento, que aparecem como deslocamentos de base dos eixos dos veículos.

Vale acrescentar que todos os vetores e matrizes que constituem estas equações foram definidos em detalhes anteriormente neste capítulo.

3.4.5.1. Modelo de Veículo I com Uma Massa

Inicialmente, determina-se a equação de movimento do veículo, sendo esta:

$$m_v \ddot{u}_v + c_v (\dot{u}_v - \dot{u}_{ir}) + k_v (u_v - u_{ir}) = 0 \quad (3.25)$$

Colocando-se os termos que contém o deslocamento de base e sua derivada no lado direito da equação 3.25, tem-se:

$$m_v \ddot{u}_v + c_v \dot{u}_v + k_v u_v = c_v \dot{u}_{ir} + k_v u_{ir} \quad (3.26)$$

A equação de movimento da ponte fica:

$$\mathbf{M}_p \ddot{\mathbf{U}}_p + \mathbf{C}_p \dot{\mathbf{U}}_p + \mathbf{K}_p \mathbf{U}_p = \mathbf{R}_p \quad (3.27)$$

Então, a equação do sistema veículo-ponte é obtida considerando-se as equações 3.26 e 3.27 como um único sistema, obtendo-se:

$$\mathbf{M}_{vp} \ddot{\mathbf{U}}_{vp} + \mathbf{C}_{vp} \dot{\mathbf{U}}_{vp} + \mathbf{K}_{vp}^* \mathbf{U}_{vp} = \mathbf{F}_{vp} \quad (3.28)$$

3.4.5.2. Modelo de Veículo I com Duas Massas

As duas equações de movimento deste modelo de veículo, uma para cada grau de liberdade do mesmo, são:

$$m_s \ddot{u}_v + c_{vs} (\dot{u}_v - \dot{u}_1) + k_{vs} (u_v - u_1) = 0 \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} m_{ns} \ddot{u}_1 + c_{vp} (\dot{u}_1 - \dot{u}_{ir}) - c_{vs} (\dot{u}_v - \dot{u}_1) + k_{vp} (u_1 - u_{ir}) - k_{vs} (u_v - u_1) &= 0 \\ m_{ns} \ddot{u}_1 - c_{vs} \dot{u}_v + (c_{vs} + c_{vp}) \dot{u}_1 - k_{vs} u_v + (k_{vs} + k_{vp}) u_1 &= c_{vp} \dot{u}_{ir} + k_{vp} u_{ir} \end{aligned} \quad (3.30)$$

A equação de movimento do tabuleiro da ponte é dada por:

$$\mathbf{M}_p \ddot{\mathbf{U}}_p + \mathbf{C}_p \dot{\mathbf{U}}_p + \mathbf{K}_p \mathbf{U}_p = \mathbf{R}_p \quad (3.31)$$

Por fim, considerando-se as equações 3.29 a 3.31, a equação do sistema veículo-ponte fica:

$$\mathbf{M}_{VP}\ddot{\mathbf{U}}_{VP} + \mathbf{C}_{VP}\dot{\mathbf{U}}_{VP} + \mathbf{K}_{VP}^*\mathbf{U}_{VP} = \mathbf{F}_{VP} \quad (3.32)$$

3.4.5.3. Modelo de Veículo II

Conforme já dito, este modelo de veículo possui quatro equações de movimento, sendo estas:

$$m_s\ddot{u}_v + c_{vs1}[(\dot{u}_v - \dot{u}_1) - d\dot{\theta}_v] + c_{vs2}[(\dot{u}_v - \dot{u}_2) + d\dot{\theta}_v] + k_{vs1}[(u_v - u_1) - d\theta_v] + k_{vs2}[(u_v - u_2) + d\theta_v] = 0 \quad (3.33)$$

$$I_v\ddot{\theta}_v - \{c_{vs1}[(\dot{u}_v - \dot{u}_1) - d\dot{\theta}_v]\}d + \{c_{vs2}[(\dot{u}_v - \dot{u}_2) + d\dot{\theta}_v]\}d - \{k_{vs1}[(u_v - u_1) - d\theta_v]\}d + \{k_{vs2}[(u_v - u_2) + d\theta_v]\}d = 0 \quad (3.34)$$

$$m_{ns1}\ddot{u}_1 + c_{vp1}(\dot{u}_1 - \dot{u}_{ir}) - c_{vs1}[(\dot{u}_v - \dot{u}_1) - d\dot{\theta}_v] + k_{vp1}(u_1 - u_{ir}) - k_{vs1}[(u_v - u_1) - d\theta_v] = 0 \quad (3.35)$$

$$m_{ns1}\ddot{u}_1 + c_{vp1}\dot{u}_1 - c_{vs1}[(\dot{u}_v - \dot{u}_1) - d\dot{\theta}_v] + k_{vp1}u_1 - k_{vs1}[(u_v - u_1) - d\theta_v] = c_{vp1}\dot{u}_{ir} + k_{vp1}u_{ir}$$

$$m_{ns2}\ddot{u}_2 + c_{vp2}(\dot{u}_2 - \dot{u}_{ir}) - c_{vs2}[(\dot{u}_v - \dot{u}_2) + d\dot{\theta}_v] + k_{vp2}(u_2 - u_{ir}) - k_{vs2}[(u_v - u_2) + d\theta_v] = 0 \quad (3.36)$$

$$m_{ns2}\ddot{u}_2 + c_{vp2}\dot{u}_2 - c_{vs2}[(\dot{u}_v - \dot{u}_2) + d\dot{\theta}_v] + k_{vp2}u_2 - k_{vs2}[(u_v - u_2) + d\theta_v] = c_{vp2}\dot{u}_{ir} + k_{vp2}u_{ir}$$

A equação de movimento do tabuleiro da ponte é dada por:

$$\mathbf{M}_P\ddot{\mathbf{U}}_P + \mathbf{C}_P\dot{\mathbf{U}}_P + \mathbf{K}_P\mathbf{U}_P = \mathbf{R}_P \quad (3.37)$$

Então, considerando-se as equações (3.33) a (3.37) como um sistema, têm-se a equação de movimento do sistema veículo-ponte como:

$$\mathbf{M}_{VP}\ddot{\mathbf{U}}_{VP} + \mathbf{C}_{VP}\dot{\mathbf{U}}_{VP} + \mathbf{K}_{VP}^*\mathbf{U}_{VP} = \mathbf{F}_{VP} \quad (3.38)$$

3.4.5.4. Modelo de Veículo III

Para este modelo de veículo, as equações de movimento, em um total de cinco, são dadas por:

$$m_s \ddot{u}_v + c_{vs1} [(\dot{u}_v - \dot{u}_1) - d\dot{\theta}_v] + c_{vs2} (\dot{u}_v - \dot{u}_2) + c_{vs3} [(\dot{u}_v - \dot{u}_3) + d\dot{\theta}_v] + k_{vs1} [(u_v - u_1) - d\theta_v] + k_{vs2} (u_v - u_2) + k_{vs3} [(u_v - u_3) + d\theta_v] = 0 \quad (3.39)$$

$$I_v \ddot{\theta}_v - \{c_{vs1} [(\dot{u}_v - \dot{u}_1) - d\dot{\theta}_v]\} d + \{c_{vs3} [(\dot{u}_v - \dot{u}_3) + d\dot{\theta}_v]\} d - \{k_{vs1} [(u_v - u_1) - d\theta_v]\} d + \{k_{vs3} [(u_v - u_3) + d\theta_v]\} d = 0 \quad (3.40)$$

$$m_{ns1} \ddot{u}_1 + c_{vp1} (\dot{u}_1 - \dot{u}_{ir}) - c_{vs1} [(\dot{u}_v - \dot{u}_1) - d\dot{\theta}_v] + k_{vp1} (u_1 - u_{ir}) - k_{vs1} [(u_v - u_2) - d\theta_v] = 0 \quad (3.41)$$

$$m_{ns1} \ddot{u}_1 + c_{vp1} \dot{u}_1 - c_{vs1} [(\dot{u}_v - \dot{u}_1) - d\dot{\theta}_v] + k_{vp1} u_1 - k_{vs1} [(u_v - u_2) - d\theta_v] = c_{vp1} \dot{u}_{ir} + k_{vp1} u_{ir} \quad (3.42)$$

$$m_{ns2} \ddot{u}_2 + c_{vp2} (\dot{u}_2 - \dot{u}_{ir}) - c_{vs2} (\dot{u}_v - \dot{u}_2) + k_{vp2} (u_2 - u_{ir}) - k_{vs2} (u_v - u_2) = 0 \quad (3.43)$$

$$m_{ns2} \ddot{u}_2 + c_{vp2} \dot{u}_2 - c_{vs2} (\dot{u}_v - \dot{u}_2) + k_{vp2} u_2 - k_{vs2} (u_v - u_2) = c_{vp2} \dot{u}_{ir} + k_{vp2} u_{ir} \quad (3.44)$$

$$m_{ns3} \ddot{u}_3 + c_{vp3} (\dot{u}_3 - \dot{u}_{ir}) - c_{vs3} [(\dot{u}_v - \dot{u}_3) + d\dot{\theta}_v] + k_{vp3} (u_3 - u_{ir}) - k_{vs3} [(u_v - u_3) + d\theta_v] = 0 \quad (3.45)$$

$$m_{ns3} \ddot{u}_3 + c_{vp3} \dot{u}_3 - c_{vs3} [(\dot{u}_v - \dot{u}_3) + d\dot{\theta}_v] + k_{vp3} u_3 - k_{vs3} [(u_v - u_3) + d\theta_v] = c_{vp3} \dot{u}_{ir} + k_{vp3} u_{ir} \quad (3.46)$$

A equação de movimento do tabuleiro da ponte fica:

$$\mathbf{M}_p \ddot{\mathbf{U}}_p + \mathbf{C}_p \dot{\mathbf{U}}_p + \mathbf{K}_p \mathbf{U}_p = \mathbf{R}_p \quad (3.47)$$

Por fim, tratando-se as equações (3.39) a (3.47) como um único sistema, obtêm-se a equação de movimento do sistema veículo-ponte, dada por:

$$\mathbf{M}_{vp} \ddot{\mathbf{U}}_{vp} + \mathbf{C}_{vp} \dot{\mathbf{U}}_{vp} + \mathbf{K}_{vp}^* \mathbf{U}_{vp} = \mathbf{F}_{vp} \quad (3.48)$$

4. Seleção e Avaliação dos Parâmetros

4.1. Aspectos Gerais

Nos Capítulos 2 e 3, foram apresentados os modelos matemáticos dos veículos e dos sistemas veículo-ponte empregados neste estudo.

Neste capítulo, são definidos os valores numéricos das propriedades dos modelos de veículos, de pontes e de irregularidades vistos anteriormente.

Algumas destas propriedades são determinadas a partir de pesquisa em artigos e publicações científicas pertinentes. Os demais parâmetros são calculados empregando-se as devidas formulações matemáticas, tendo com base os parâmetros inicialmente selecionados.

4.2. Parâmetros dos Modelos de Veículo

Estudos realizados por S. MOLA [54] a respeito das características dinâmicas de veículos de passeio projetados pela General Motors indicam que as frequências naturais associadas aos deslocamentos de translação e rotação da massa suspensa são da ordem de 1,0 Hz, enquanto que as frequências naturais associadas aos deslocamentos de translação das massas não-suspensas são da ordem de 10,0 Hz.

Em seu estudo, S. Mola [54] modelou o veículo como um sistema massa-mola-amortecedor, constituído por três massas e dois eixos, muito semelhante ao modelo de veículo II empregado neste trabalho. Os valores de frequência apresentados foram obtidos aplicando-se os dados dos carros de passeio americanos [54] às equações:

$$\omega_v = \sqrt{\frac{(k_{vs1} + k_{vs2})}{m_s}} \quad (4.1)$$

$$\omega_\theta = \sqrt{\frac{(a^2 \cdot k_{vs1} + b^2 \cdot k_{vs2})}{J_s}} \quad (4.2)$$

$$\omega_{v1} = \sqrt{\frac{(k_{vs1} + k_{vp1})}{m_{ns1}}} \quad (4.3)$$

$$\omega_{v2} = \sqrt{\frac{(k_{vs2} + k_{vp2})}{m_{ns2}}} \quad (4.4)$$

onde,

- ω_v - frequência natural circular associada ao movimento de translação vertical da massa suspensa;
- ω_θ - frequência natural circular associada ao movimento de rotação no próprio plano da massa suspensa;
- ω_{v1} - frequência natural circular associada ao movimento de translação vertical da massa não-suspensa 01;
- ω_{v2} - frequência natural circular associada ao movimento de translação vertical da massa não-suspensa 02.

Vale ressaltar que as equações (4.1) a (4.4) expressam de forma aproximada os valores das frequências naturais circulares citadas.

Como os valores das frequências naturais associadas à massa suspensa estão bastante afastados daqueles associados às massas não-suspensas, os movimentos da massa suspensa influenciam pouco os das massas não-suspensas e vice-versa. Desta forma, pode-se dizer que os movimentos da massa suspensa e das massas não-suspensas são independentes entre si.

S. MOLA [54], com o intuito de melhor esclarecer este conceito, apresenta o exemplo de um veículo se deslocando sobre uma pista irregular, onde a irregularidade é definida por uma função do tipo senoidal. Desta forma, a frequência de forçamento devido ao deslocamento de base é dada pela equação:

$$f = \frac{v}{R} \quad (4.5)$$

onde,

- v - velocidade do veículo;
- R - comprimento de onda da função senoidal que modela a irregularidade do pavimento.

Então, um veículo trafegando com uma velocidade de 150 km/h, ou 41,66 m/s, sobre uma pista cujo comprimento de uma irregularidade é de 4,0 m, sofrerá um deslocamento de base imposto pela irregularidade senoidal cuja frequência é igual 10,41 Hz. Neste caso, as rodas sofrem consideráveis deslocamentos verticais, enquanto que a carroceria pouco se desloca. Caso o valor da frequência de forçamento fosse próximo dos apresentados pela massa suspensa, então um comportamento inverso ocorreria.

Com base nestes resultados, pode-se considerar que o veículo seja dividido em dos sistemas, denominados: primário e secundário.

O sistema primário, apresentado na Figura 4.1, é constituído apenas pela massa suspensa, não se considerando os coeficientes de amortecimento, por apresentarem valores muito pequenos. O valor do coeficiente de rigidez equivalente em cada eixo é calculado considerando-se as molas do pneu e da suspensão em série. Desta forma, a rigidez equivalente é dada por:

$$k_{spi(eq)} = \frac{k_{vsi} \cdot k_{vpi}}{k_{vsi} + k_{vpi}}, \quad i = 1,2 \quad (4.6)$$

onde,

$k_{spi(eq)}$ - coeficiente de rigidez equivalente no eixo i do sistema primário.

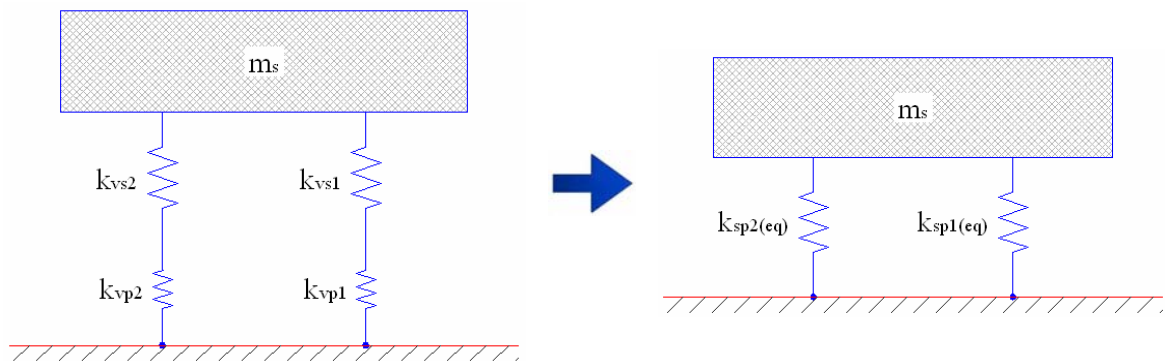


Figura 4.1 – Sistema primário para um modelo de veículo com três massas e dois eixos

O sistema secundário, mostrado na Figura 4.2, considera apenas o movimento vertical da massa não-suspensa. Neste caso, as molas dos pneus e da suspensão encontram-se em paralelo, sendo a rigidez equivalente dada por:

$$k_{ssi(eq)} = k_{vsi} + k_{vpi}, \quad i = 1,2 \quad (4.7)$$

onde,

$k_{ssi(eq)}$ - coeficiente de rigidez equivalente no eixo i do sistema secundário.

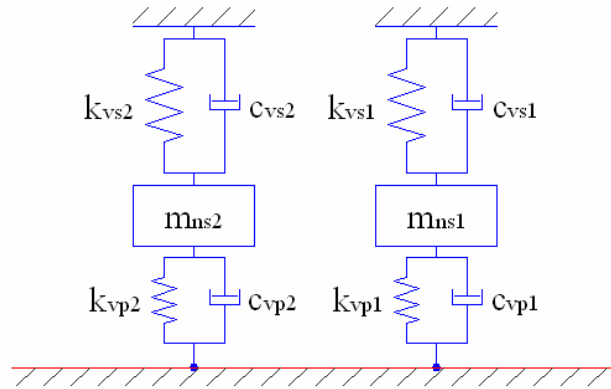


Figura 4.2 – Sistema secundário para um modelo de veículo com três massas e dois eixos

HARRIS e CREDE [55], ao considerarem veículos pesados, também os dividem em dois sistemas, primário e secundário, semelhantes àqueles definidos por S. MOLA [54] em seus estudos. Neste caso, as frequências naturais do sistema primário variam de 1 a 10 Hz, enquanto que as do sistema secundário variam de 10 a 20 Hz.

Com base nestes dados, adota-se, neste estudo, o valor de 3,0 Hz, para a frequência natural do sistema primário, e o de 20,0 Hz, para a frequência natural do sistema secundário.

Ainda com base no trabalho de HARRIS e CREDE [55], adota-se, para as massas do veículo, o valor de 8,0 para a relação entre a massa suspensa e a massa não-suspensa.

Os coeficientes de rigidez, para um veículo com uma massa suspensa e uma não-suspensa, são obtidos com base nos valores de frequências e massas adotados e empregando-se as equações das frequências naturais circulares dos sistemas primário e secundário:

$$\omega_s = \sqrt{\frac{k_{sp(eq)}}{m_s}} \quad (4.8)$$

$$\omega_{ns} = \sqrt{\frac{k_{ss(eq)}}{m_{ns}}} \quad (4.9)$$

onde,

- ω_s - frequência natural circular do sistema primário;
- ω_{ns} - frequência natural circular do sistema secundário;
- $k_{sp(eq)}$ - rigidez equivalente do sistema primário, dado pela equação (4.6);
- $k_{ss(eq)}$ - rigidez equivalente do sistema secundário, dado pela equação (4.7).

A seguir, apresenta-se para cada modelo de veículo, os valores de frequências naturais, massas, rizezas e amortecimentos considerados neste trabalho.

4.2.1. Modelo de Veículo I com Uma Massa

Devido à simplicidade deste veículo, o mesmo não pode ser subdividido em um sistema primário e outro secundário. Desta forma, sua rigidez é calculada simplesmente empregando-se a equação (2.13) com os valores adotados de massa e frequência natural.

O valor do coeficiente de amortecimento, c_v , é obtido com base no valor adotado para a fração de amortecimento do veículo, ξ [42], sendo dado pela equação:

$$c_v = 2 \cdot \xi \cdot \omega_0 \cdot m_v \quad (4.10)$$

onde,

- ξ - fração de amortecimento do veículo;
- ω_0 - frequência natural circular do veículo.

Os valores das propriedades deste modelo de veículo são apresentados na tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Características dinâmicas do modelo de veículo I com uma massa

Características Dinâmicas	Valor	Unidade
massa (m_v)	45.000	kg
rigidez (k_v)	15.988,76	kN/m
fração de amortecimento (ξ)	0,10	-
frequência natural (f_0)	3,0	Hz

Conforme já exposto, este veículo apresenta apenas um modo de vibração, sendo este o deslocamento vertical de sua massa.

4.2.2. Modelo de Veículo I com Duas Massas

Este modelo de veículo já pode ser subdividido em um sistema primário e outro secundário, conforme definido anteriormente. Desta forma, a partir dos valores adotados de massas e frequências naturais para estes dois sistemas, obtêm-se os valores de rigidez da

suspensão e dos pneus, k_{vs} e k_{vp} , respectivamente, empregando-se as equações (4.8) e (4.9).

Uma vez obtidos estes valores, calcula-se então as freqüências naturais circulares e os modos de vibração deste modelo de veículo pelo cálculo dos autovalores e autovetores do produto $(\mathbf{M}_v)^{-1} \mathbf{K}_v$.

Os valores dos coeficientes de amortecimento da suspensão e dos pneus, c_{vs} e c_{vp} , respectivamente, são obtidos a partir do valor adotado para a fração de amortecimento da suspensão, ξ_s [42], dados pelas equações:

$$c_{vs} = 2 \cdot \xi_s \cdot \omega_{01} \cdot m_s \quad (4.11)$$

$$c_{vp} = 2 \cdot \xi_{pn} \cdot \omega_{02} \cdot m_{ns} \quad (4.12)$$

onde,

- ξ_s - fração de amortecimento da suspensão;
- ξ_{pn} - fração de amortecimento dos pneus;
- ω_{01} - freqüência natural circular do sistema primário;
- ω_{02} - freqüência natural circular do sistema secundário.

O valor da fração de amortecimento dos pneus, ξ_{pn} , é dado pela equação:

$$\xi_{pn} = \frac{\omega_{01}}{\omega_{02}} \xi_s \quad (4.13)$$

Na tabela 4.2, são apresentados os valores das propriedades dinâmicas do modelo de veículo I com duas massas.

Tabela 4.2 – Características dinâmicas do modelo de veículo I com duas massas

Características Dinâmicas	Valor	Unidade
massa suspensa (m_s)	40.000	kg
massa não-suspensa (m_{ns})	5.000	kg
rigidez da suspensão (k_{vs})	18.585,20	kN/m
rigidez dos pneus (k_{vp})	60.402,00	kN/m
fração de amortecimento da suspensão (ξ_s)	0,10	-
freqüência natural associada a m_s (f_{01})	2,99	Hz
freqüência natural associada a m_{ns} (f_{02})	20,08	Hz
1º modo natural de vibração (ϕ_1)	$[1,00 \quad 0,24]^T$	
2º modo natural de vibração (ϕ_2)	$[0,00 \quad 1,00]^T$	

Na figura 4.3, são apresentados, graficamente, os dois modos naturais de vibração, ϕ_1 e ϕ_2 , deste modelo de veículo.

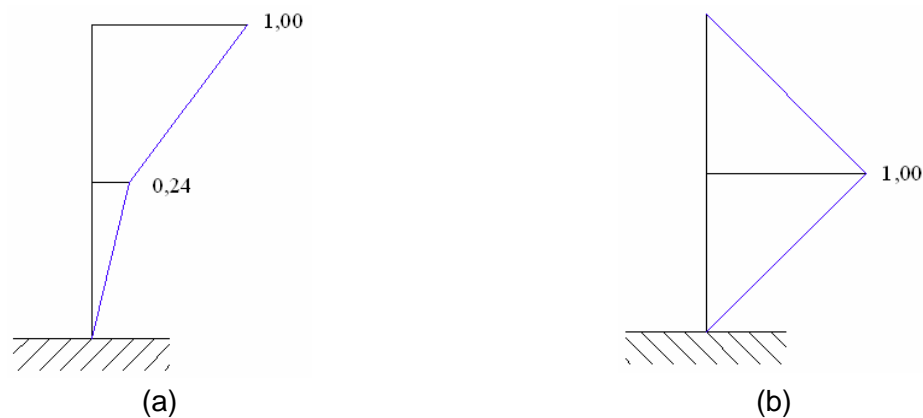


Figura 4.3 – (a) 1º modo natural de vibração; (b) 2º modo natural de vibração

4.2.3. Modelo de Veículo II

Os valores das propriedades deste modelo de veículo são obtidos a partir daqueles do modelo de veículo I com duas massas. Então, para este modelo, mantém-se o valor da massa suspensa adotado e divide-se o valor da massa não-suspensa por dois, já que este veículo apresenta duas destas massas. Esta divisão também é realizada para os valores de rigidez e de amortecimento da suspensão e dos pneus, devido a seu número de eixos, igual

a dois. Os valores das frequências naturais circulares e dos modos de vibração são obtidos pelo cálculo dos autovalores e autovetores do produto $(\mathbf{M}_v)^{-1}\mathbf{K}_v$.

O valor do momento de inércia da massa suspensa em relação ao eixo ortogonal a seu plano e que passa pelo centro de gravidade (CG) desta massa é dado pela equação [29]:

$$I_v = \frac{1}{12} m_s (a^2 + b^2) \quad (4.14)$$

onde,

- a - comprimento do veículo, igual a 6,0 m;
- b - largura do veículo, igual a 3,0 m.

Estes valores adotados para o comprimento e a largura do veículo estão embasados nas dimensões dos veículos preconizados pela NBR 7188/84 [53]. Vale ressaltar que os veículos adotados pela referida norma não constituem sistemas massa-mola-amortecedor, como aqueles empregados neste trabalho. Este embasamento diz respeito apenas às dimensões das viaturas, conforme já foi dito no Capítulo 2.

Na tabela 4.3, apresentam-se os valores obtidos das propriedades dinâmicas deste modelo de veículo.

Tabela 4.3 – Características dinâmicas do modelo de veículo II

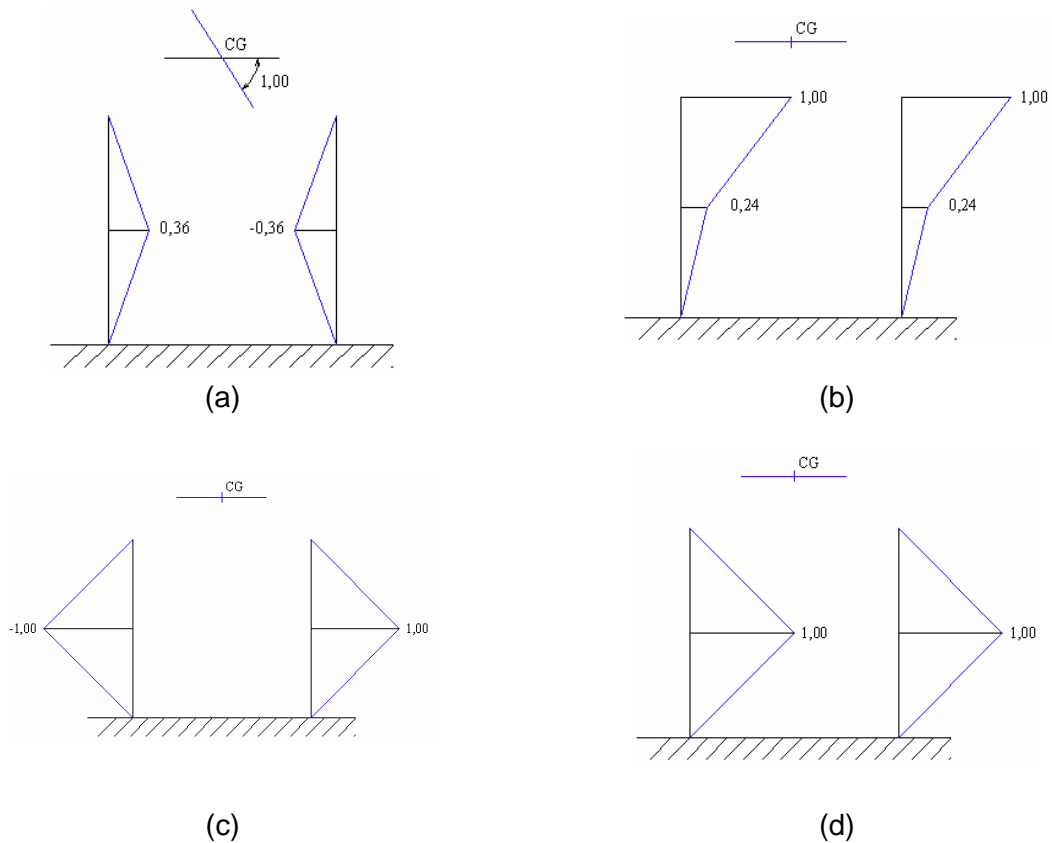
Características Dinâmicas	Valor	Unidade
massa suspensa (m_s)	40.000	kg
massa não-suspensa (m_{nsi}) ⁽¹⁾	2.500	kg
momento de inércia da massa suspensa (I_v)	150.000	kg·m ²
rigidez da suspensão (k_{vsi}) ⁽²⁾	9.292,60	kN/m
rigidez dos pneus (k_{vpi}) ⁽³⁾	30.201,00	kN/m
fração de amortecimento da suspensão (ξ_{si})	0,10	-
freqüência natural associada à rotação de m_s (f_{01})	2,32	Hz
freqüência natural associada à translação de m_s (f_{02})	2,99	Hz
freqüência natural associada a m_{ns1} (f_{03})	20,05	Hz
freqüência natural associada a m_{ns2} (f_{04})	20,08	Hz
1º modo natural de vibração (ϕ_1)	$[0,00 \quad -0,36 \quad 0,36 \quad 1,00]^T$	
2º modo natural de vibração (ϕ_2)	$[1,00 \quad 0,24 \quad 0,24 \quad 0,00]^T$	
3º modo natural de vibração (ϕ_3)	$[0,00 \quad 1,00 \quad -1,00 \quad 0,00]^T$	
4º modo natural de vibração (ϕ_4)	$[0,00 \quad 1,00 \quad 1,00 \quad 0,00]^T$	

⁽¹⁾ Os valores das duas massas não-suspensas são iguais entre si.

⁽²⁾ Os valores de rigidez das duas suspensões são iguais entre si.

⁽³⁾ Os valores de rigidez dos pneus dos dois eixos são iguais entre si.

Os quatro modos de vibração deste veículo, ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 e ϕ_4 , são apresentados, graficamente, na figura 4.4.



**Figura 4.4 – (a) 1º modo natural de vibração; (b) 2º modo natural de vibração;
(c) 3º modo natural de vibração; (d) 4º modo natural de vibração**

4.2.4. Modelo de Veículo III

Assim como para o modelo de veículo II, este veículo tem suas propriedades calculadas a partir dos valores obtidos para o modelo de veículo I com duas massas. Assim, mantém-se o valor da massa suspensa e divide-se o valor da massa não-suspensa por três. Esta mesma divisão é realizada para os valores de rigidez e de amortecimento da suspensão e dos pneus. Está claro que esta divisão é feita por três devido ao número de eixos deste modelo de veículo. As frequências naturais circulares e modos de vibração são calculados determinando-se os autovalores e autovetores de $(\mathbf{M}_v)^{-1} \mathbf{K}_v$.

Por fim, o valor do momento de inércia da massa suspensa em relação ao eixo ortogonal a seu plano e que passa pelo centro de gravidade (CG) desta massa é dado pela equação 4.14.

Na tabela 4.4, são apresentados os valores obtidos das propriedades dinâmicas para este modelo de veículo.

Tabela 4.4 – Características dinâmicas do modelo de veículo III

Características Dinâmicas	Valor	Unidade
massa suspensa (m_s)	40.000	kg
massa não-suspensa (m_{nsi}) ⁽¹⁾	1.666,67	kg
Momento de inércia da massa suspensa (I_v)	150.000	kg·m ²
rigidez da suspensão (k_{vsi}) ⁽²⁾	6.195,07	kN/m
rigidez dos pneus (k_{vpi}) ⁽³⁾	20.134,00	kN/m
fração de amortecimento da suspensão (ξ_{si})	0,10	-
freqüência natural associada à rotação de m_s (f_{01})	1,90	Hz
freqüência natural associada à translação de m_s (f_{02})	2,99	Hz
freqüência natural associada a m_{ns1} (f_{03})	20,00	Hz
freqüência natural associada a m_{ns2} (f_{04})	20,03	Hz
freqüência natural associada a m_{ns3} (f_{05})	20,07	Hz
1º modo natural de vibração (ϕ_1)	$[0,00 \quad -0,36 \quad 0,00 \quad 0,36 \quad 1,00]^T$	
2º modo natural de vibração (ϕ_2)	$[1,00 \quad -0,24 \quad 0,24 \quad 0,24 \quad 0,00]^T$	
3º modo natural de vibração (ϕ_3)	$[0,00 \quad -0,50 \quad 1,00 \quad -0,50 \quad 0,00]^T$	
4º modo natural de vibração (ϕ_4)	$[0,00 \quad 1,00 \quad 0,00 \quad -1,00 \quad 0,00]^T$	
5º modo natural de vibração (ϕ_5)	$[0,00 \quad 1,00 \quad 1,00 \quad 1,00 \quad 0,00]^T$	

⁽¹⁾ Os valores das três massas não-suspensas são iguais entre si.

⁽²⁾ Os valores de rigidez das três suspensões são iguais entre si.

⁽³⁾ Os valores de rigidez dos pneus dos três eixos são iguais entre si.

Na figura 4.5, são apresentados, graficamente, os cinco modos de vibração, ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 , ϕ_4 e ϕ_5 , deste modelo de veículo.

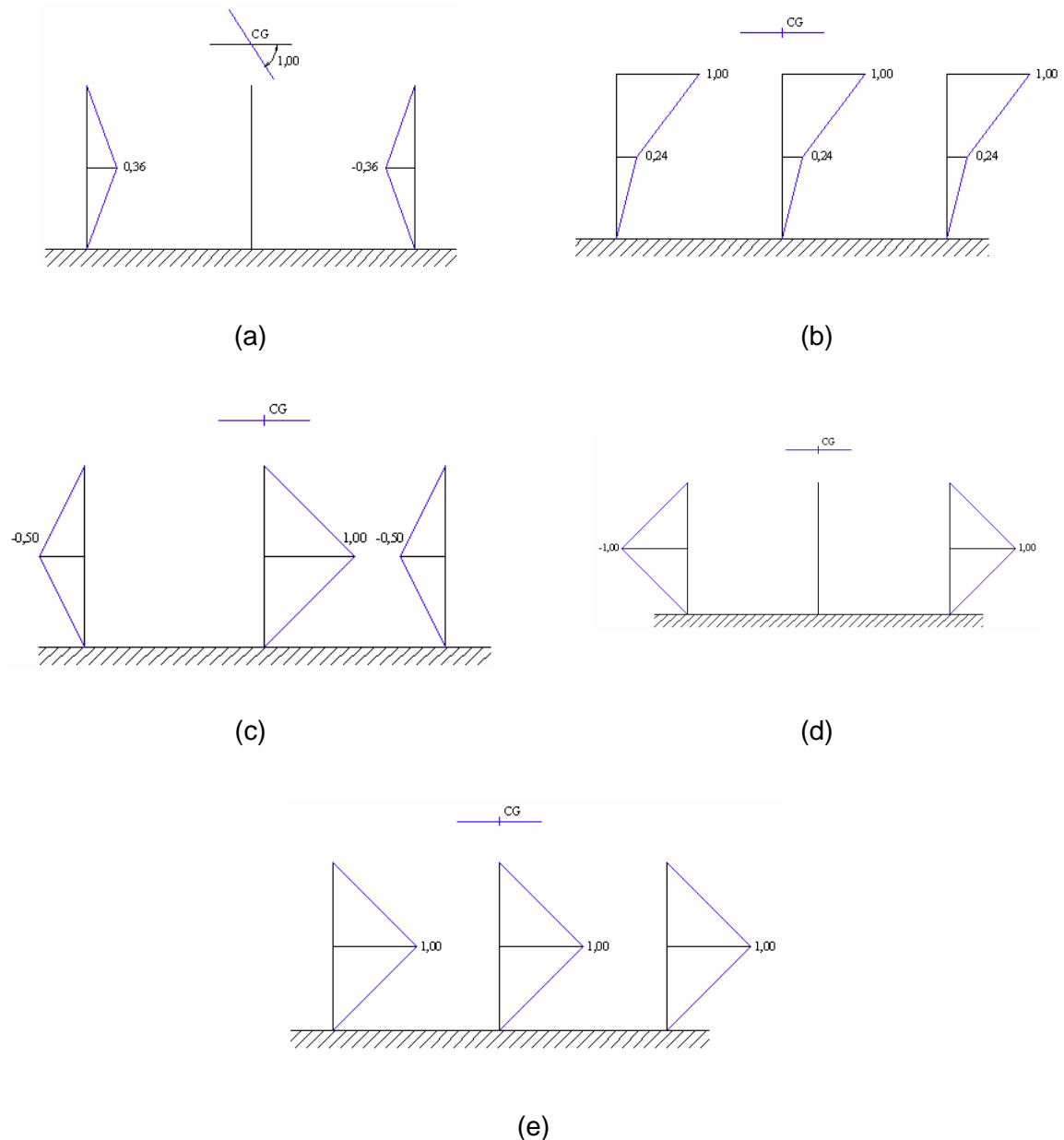


Figura 4.5 – (a) 1º modo natural de vibração; (b) 2º modo natural de vibração; (c) 3º modo natural de vibração; (d) 4º modo natural de vibração; (e) 5º modo natural de vibração

4.3. Parâmetros dos Modelos das Pontes Rodoviárias

Os tabuleiros das pontes rodoviárias empregados neste estudo são constituídos de concreto armado, com seção caixão, Figura 4.6, e inércia constante ao longo de seu comprimento. Suas características geométricas são baseadas em uma ponte rodoviária, simplesmente apoiada, localizada na Rodovia Rio-Santos, zona oeste da cidade do Rio de Janeiro.

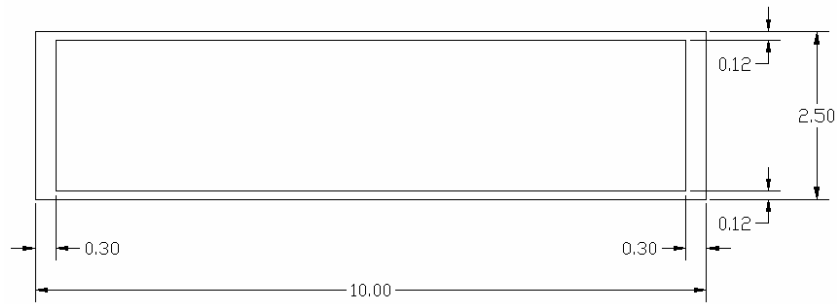


Figura 4.6 – Seção transversal das pontes analisadas neste trabalho

O tabuleiro adotado apresenta as seguintes características, mostradas na tabela 4.5:

Tabela 4.5 – Características dos tabuleiros das pontes rodoviárias

Propriedade	Valor Adotado	Unidade
área (seção transversal)	3,756	m ²
massa específica (ρ)	2.449,50	kg/m ³
massa distribuída (\bar{m})	9.200	kg/m
momento de inércia (I)	3,98	m ⁴
módulo de elasticidade (E)	30.000	MPa
fração de amortecimento (ξ_1)	0,03	-

A seguir, são apresentados, para cada sistema estrutural considerado neste estudo, os valores adotados para a modelagem dos tabuleiros em elementos finitos com a massa discretizada nos nós das respectivas malhas.

4.3.1. Modelo de Viga Biapoiada Sem Balanços

Na Figura 4.7, é apresentado este sistema estrutural de forma generalizada, indicando-se suas dimensões.

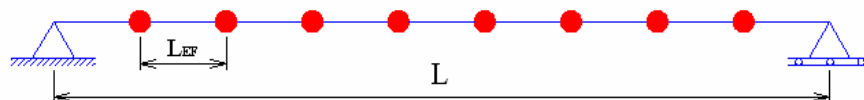


Figura 4.7 – Modelo de viga biapoiada sem balanços com suas dimensões generalizadas

A tabela 4.6 contém os valores adotados para as dimensões do tabuleiro e a respectiva discretização.

Tabela 4.6 – Valores adotados para o modelo de viga biapoiada sem balanços

Vão L (m)	Comprimento (Elem. Finito) L_{EF} (m)	Nº de Elementos Finitos	Nº de Massas Concentradas
30,00	1,50	20	19

4.3.2. Modelo de Viga Biapoiada Com Balanços

A Figura 4.8 apresenta este modelo de tabuleiro, indicando de forma generalizada suas dimensões.

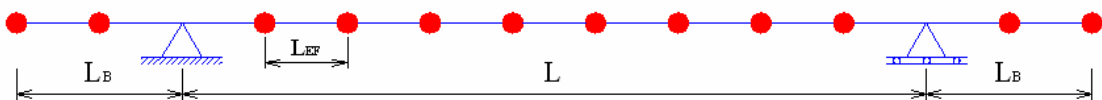


Figura 4.8 – Modelo de viga biapoiada com balanços com suas dimensões generalizadas

Na tabela 4.7, são apresentados os valores adotados para este sistema estrutural.

Tabela 4.7 – Valores adotados para o modelo de viga biapoiada com balanços

Vão L (m)	Balanço L_B (m)	Comprimento (Elem. Finito) L_{EF} (m)	Nº de Elementos Finitos	Nº de Massas Concentradas
30,00	7,50	1,50	30	29

4.4. Parâmetros dos Modelos de Irregularidade do Pavimento [42]

As irregularidades da pista são definidas segundo modelo não-determinístico com base na densidade espectral do pavimento. Adota-se para as irregularidades aleatórias uma distribuição normal e um processo randômico fracamente estacionário de segunda ordem.

O modelo matemático adotado para representar a densidade espectral das irregularidades é descrito por uma função exponencial definida segundo a expressão (3.3) [27 e 28], e a distribuição dessas irregularidades é aproximada por uma série finita de harmônicos, como mostra a expressão (3.4).

As figuras 4.9 e 4.10 mostram o perfil de duas amostras de irregularidades geradas com base no modelo matemático proposto no Capítulo 3 para pistas de qualidade excelente e muito ruim, respectivamente.



Figura 4.9 – Perfil de uma amostra de irregularidade;
qualidade da pista: excelente; $\Phi(\omega_0) = 1 \text{ cm}^3$

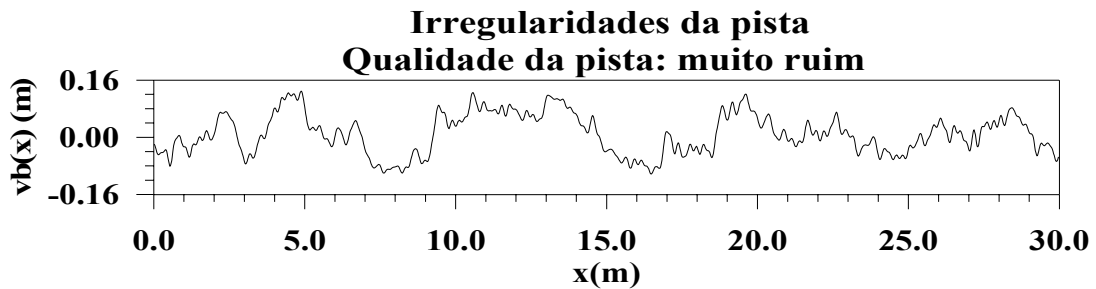


Figura 4.10 – Perfil de uma amostra de irregularidade;
qualidade da pista: muito ruim; $\Phi(\omega_0) = 256 \text{ cm}^3$

As Tabelas 4.8 e 4.9 apresentam os valores da média, da média quadrática, da variância e do desvio padrão correspondentes às irregularidades mostradas nas Figuras 4.9 e 4.10. Apresenta-se, ainda, a amplitude máxima dessas irregularidades de forma a estabelecer uma base para comparação entre as mesmas.

Tabela 4.8 – Propriedades estatísticas da irregularidade mostrada na Figura 4.9

Qualidade da Pista $\Phi(\omega_0) = 1 \text{ cm}^3$	Média $m_{vb} \text{ (cm)}$	Média Quadrática $E[v_b^2] \text{ (cm}^2\text{)}$	Variância $s_{vb}^2 \text{ (cm}^2\text{)}$	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_{vb}^2} \text{ (cm)}$	Amplitude Máxima $v_{bmax} \text{ (cm)}$
Excelente	0,30	0,12	0,03	0,17	0,80

Tabela 4.9 – Propriedades estatísticas da irregularidade mostrada na Figura 4.10

Qualidade da Pista $\Phi(\omega_0) = 256 \text{ cm}^3$	Média $m_{vb} \text{ (cm)}$	Média Quadrática $E[v_b^2] \text{ (cm}^2\text{)}$	Variância $s_{vb}^2 \text{ (cm}^2\text{)}$	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_{vb}^2} \text{ (cm)}$	Amplitude Máxima $v_{bmax} \text{ (cm)}$
Muito Ruim	4,70	31,80	9,71	3,12	12,00

5. Implementação Computacional

5.1. Introdução

Para o cálculo das respostas dinâmicas dos sistemas analisados neste estudo, foi utilizado um programa computacional desenvolvido por Silva [42], denominado GDYNABT, o qual sofreu uma série de implementações, neste trabalho, com o objetivo de se tornar possível a análise de tabuleiros rodoviários submetidos à passagem dos veículos de 02 e 03 eixos, apresentados no Capítulo 2. Vale citar que o programa inicialmente desenvolvido por Silva [42] trabalhava apenas com os veículos de 01 eixo, com 01 ou 02 massas.

O GDYNABT permite ao usuário a realização de análises de autovalores e autovetores, estáticas e dinâmicas, em tabuleiros de pontes, modelados como vigas biapoiadas, com ou sem balanços, ou como vigas contínuas, com ou sem balanços. Nestas análises, é possível se optar por trabalhar com apenas um veículo trafegando sobre a ponte ou por um comboio de veículos. Nas análises dinâmicas, pode-se estudar apenas o efeito da mobilidade da carga sobre a ponte ou a resposta da estrutura devido à interação dos veículos com a irregularidade do pavimento, modelada de forma determinística ou não-determinística.

Para a realização de uma análise dinâmica, este programa executa os seguintes passos principais:

- lê os dados de entrada a partir de um arquivo *.inp;
- monta as matrizes de massa, rigidez e amortecimento do sistema veículo-ponte;
- calcula a matriz de rigidez condensada do sistema pelo processo de condensação estática;
- determina os autovalores e autovetores do sistema;
- calcula os deslocamentos, estáticos e dinâmicos, velocidades e acelerações para a travessia de um ou mais veículos sobre a ponte;
- calcula os momentos fletores, os esforços cortantes e as reações de apoio, estáticos e dinâmicos, para uma dada situação de tráfego;
- imprime os valores destas grandezas, máximos e ao longo do tempo, para uma ou mais seções selecionadas.

O programa GDYNABT foi inicialmente desenvolvido em FORTRAN 77 [56]. Para as posteriores implementações, realizadas neste trabalho, foi utilizado o compilador FOTRAN POWERSTATION 4.0[®], da MICROSOFT[®].

5.2. Pré-Processamento do Programa

Para a realização de uma análise de autovalores e autovetores, estática ou dinâmica, é necessária a criação de um arquivo de texto, denominado *.inp, com os dados de entrada exigidos pelo GDYNABT. Estes dados são as características dos veículos e da ponte, as condições de carregamento, as características das irregularidades da pista de rolamento e diversos códigos que definem o tipo de análise a ser executada pelo programa e os dados a serem impressos nos arquivos de saída.

No caso da execução de uma análise dinâmica, o programa solicitará que lhe seja fornecido um segundo arquivo, denominado *.nor. Este arquivo, gerado na análise estática para a mesma situação de carregamento, contém os correspondentes valores máximos de deslocamentos, momentos fletores, esforços cortantes e reações de apoio. Estes dados são necessários, pois os valores destas grandezas obtidos na análise dinâmica são normalizados pelos correspondentes presentes no arquivo *.nor.

5.3. Subrotinas do Programa

A seguir, são apresentadas todas as subrotinas constituintes do programa GDYNABT, com suas respectivas funções, para o cálculo das respostas dos sistemas investigados.

- GAEM

Calcula o valor dos momentos fletores e esforços cortantes nos nós dos elementos finitos da estrutura. Estas grandezas são calculadas com base no vetor de deslocamentos da viga, calculado anteriormente pelo programa, associado aos coeficientes de rigidez de cada elemento que participa da discretização da estrutura [57].

Esta subrotina é chamada pela subrotina GINTNUM.

- GALLOC

Inicializa o vetor de área de memória para a alocação dinâmica de variáveis do programa. Este procedimento é necessário, pois diversos vetores e matrizes somente têm

suas dimensões definidas após a leitura de alguns dos dados de entrada do programa. Como exemplo, pode-se citar as matrizes de massa, rigidez e amortecimento do sistema.

Esta subrotina é chamada pelo programa principal GDYNABT.

- GAMORT

Executa o cálculo a matriz de amortecimento, C_{VP} , do sistema veículo-ponte, conforme apresentado no Capítulo 3.

Esta subrotina é chamada pelo programa principal GDYNABT e pela subrotina GINTNIM.

- GAUTVAL

Calcula os autovalores e os autovetores do sistema veículo-ponte. Rigorosamente falando, a subrotina que realiza os cálculos para a determinação destas grandezas é a GEIGRS, chamada pela GAUTVAL. Esta calcula, a partir das freqüências naturais circulares, as freqüências naturais e os períodos naturais, e ainda, realiza a normalização dos modos de vibração do sistema.

Esta subrotina é chamada pelo programa principal GDYNABT e pela subrotina GINTNIM.

- GCARGAS

Calcula o vetor de cargas nodais equivalentes dos elementos finitos que constituem a viga, gerado pelo carregamento imposto pelos veículos, de acordo com a teoria do Método dos Elementos Finitos.

Esta subrotina é chamada pela subrotina GINTNUM.

- GCIINTG

Calcula o intervalo de integração e o número de integrações a serem realizadas pelo programa. Este cálculo só é realizado se a análise em execução for de autovalores e autovetores. Nos casos de análise estáticas e dinâmicas, estes dados devem ser fornecidos no arquivo de entrada *.inp.

Esta subrotina é chamada pela subrotina GAUTVAL.

- GDIMP

Imprime os valores de deslocamento e aceleração, ao longo do tempo, para as coordenadas previamente selecionadas no pré-processamento. Imprime, ainda, os valores máximos destas duas grandezas, com os seus respectivos tempos e posições dos veículos para os quais ocorreram estes máximos.

Esta subrotina é chamada pela subrotina GINTNUM.

- GDMAX

Determina os valores máximos de deslocamento e aceleração, juntamente com seus respectivos tempos e posições dos veículos.

Esta subrotina é chamada pela subrotina GINTNUM.

- GEHOBKS

Integra um conjunto de subrotinas responsáveis pelo cálculo dos autovalores e autovetores do sistema veículo-ponte [58].

Esta subrotina é chamada pela subrotina GEIGRS.

- GEHOUSS

Integra um conjunto de subrotinas responsáveis pelo cálculo dos autovalores e autovetores do sistema veículo-ponte [58].

Esta subrotina é chamada pela subrotina GEIGRS.

- GEIGRS

Calcula os autovalores e os autovetores de uma matriz real e simétrica. Neste trabalho, esta matriz é o produto da inversa da matriz de massa com a matriz de rigidez condensada do sistema veículo-ponte [58].

Esta subrotina é chamada pela subrotina GAUTVAL.

- GENTRA

Realiza a leitura da maioria dos dados de entrada do programa, a partir do arquivo de entrada: *.inp.

Esta subrotina é chamada pelo programa principal GDYNABT.

- GEQRT2S

Integra um conjunto de subrotinas responsáveis pelo cálculo dos autovalores e autovetores do sistema veículo-ponte [58].

Esta subrotina é chamada pela subrotina GEIGRS.

- GFEXEC

Finaliza o cálculo do tempo de “CPU” do programa em uma análise.

Esta subrotina é chamada pelo programa principal GDYNABT.

- GFINTVP

Calcula a força exercida pelo(s) veículo(s) sobre a ponte devido à interação entre estes e a irregularidade do pavimento.

Esta subrotina é chamada pela subrotina GINTNUM.

- GFMAX

Imprime a força de interação, ao longo do tempo, exercida por um veículo sobre a ponte, e ainda, o valor máximo desta força, com os respectivos tempo e posição do veículo para os quais este ocorre.

Esta subrotina é chamada pela subrotina GINTNUM.

- GINICIA

Inicia o cálculo do tempo de “CPU” do programa em uma análise.

Esta subrotina é chamada pelo programa principal GDYNABT.

- GINTNUM

Agrega as subrotinas responsáveis por executar o deslocamento do(s) veículo(s) sobre o tabuleiro e integrar numericamente as equações de movimento do sistema veículo-ponte pelo método de Newmark [59]. Neste processo, chama as subrotinas que executam

as modificações na matriz de rigidez e recalculam as matrizes de rigidez condensada e de amortecimento e o vetor de cargas nodais equivalentes.

Esta subrotina é chamada pelo programa principal GDYNABT.

- GINVER

Determina a inversa de uma matriz empregando o método da eliminação de Gauss [60]. Neste trabalho, a matriz invertida é a submatriz \mathbf{K}_{00} da matriz de rigidez do sistema veículo-ponte. Esta matriz é definida no Capítulo 3, no processo de condensação estática da matriz \mathbf{K}_{VP} .

Esta subrotina é chamada pela subrotina GRCOND e pelas subrotinas GNEWMDIM e GNEWMEST.

- GIRREGD

Gera uma função harmônica que representa a irregularidade do pavimento, segundo um modelo determinístico. Esta subrotina não é utilizada neste trabalho, pois neste não se consideram irregularidades definidas segundo este modelo.

Esta subrotina é chamada pela subrotina GINTNUM.

- GIRREGND

Gera uma função harmônica que representa a irregularidade da pista do tabuleiro, segundo um modelo não-determinístico.

Esta subrotina é chamada pela subrotina GINTNUM.

- GMASSA

Monta a matriz de massa do sistema veículo-ponte, \mathbf{M}_{VP} , calcula a inversa desta matriz, $(\mathbf{M}_{VP})^{-1}$, e ainda calcula esta matriz elevada a $-\frac{1}{2}$, $(\mathbf{M}_{VP})^{-\frac{1}{2}}$.

Esta subrotina é chamada pelo programa principal GDYNABT.

- GMED

Calcula as médias aritmética e quadrática dos valores máximos de deslocamento, aceleração, momento fletor, esforço cortante e reação de apoio, obtidos nas análises

dinâmicas com “n” irregularidades. Com base nestes valores, determina, ainda, as variâncias e os desvios padrões associados a estas médias.

Esta subrotina é chamada pela subrotina GINTNUM.

- GMODR

Modifica a matriz de rigidez do sistema veículo-ponte, conforme o veículo ou o comboio de veículos se desloca ao longo do tabuleiro. Esta modificação é realizada conforme exposto no Capítulo 3.

Esta subrotina é chamada pela subrotina GINTNUM.

- GMULTM

Realiza o cálculo da seguinte expressão matricial: $(\mathbf{M}_{VP})^{-1/2} \cdot \mathbf{K}_{VP}^* \cdot (\mathbf{M}_{VP})^{-1/2}$. Este produto é realizado para, posteriormente, ser utilizado na subrotina GAUTVAL, que determina os autovalores e autovetores do mesmo.

Esta subrotina é chamada pelo programa principal GDYNABT e pela subrotina GINTNIM.

- GNEWMDIN

Calcula a solução numérica da equação diferencial de movimento do sistema veículo-ponte, empregando a Método de Newmark [59]. Este método determina as variações de posição, $\Delta \mathbf{v}$, de velocidade, $\Delta \dot{\mathbf{v}}$, e de aceleração, $\Delta \ddot{\mathbf{v}}$, do sistema, em cada intervalo de integração, Δt . Esta subrotina somente é chamada pelo programa principal, no caso de se realizar uma análise dinâmica do sistema.

Esta subrotina é chamada pela subrotina GINTNUM.

- GNEWMEST

Calcula a solução numérica da equação diferencial de movimento do sistema veículo-ponte, empregando a Método de Newmark [59]. Neste caso, porém, determina somente, em cada intervalo de integração, Δt , as variações de posição, $\Delta \mathbf{v}$, do sistema, sendo as variações de velocidade, $\Delta \dot{\mathbf{v}}$, e de aceleração, $\Delta \ddot{\mathbf{v}}$, zeradas. Esta subrotina somente é chamada pelo programa principal, no caso da realização de uma análise estática do sistema.

Esta subrotina é chamada pela subrotina GINTNUM.

- GPCTIM

Calcula o tempo de “CPU” para que o programa efetue todos os cálculos necessários em uma análise.

Esta subrotina é chamada pelas subrotinas GINICIA e GFEEXEC.

- GRAPOIO

Calcula e imprime as reações de apoio, ao longo do tempo, e seus valores máximos, com os respectivos tempos e posições do(s) veículo(s), para os quais estes ocorrem.

Esta subrotina é chamada pela subrotina GINTNUM.

- GRCOND

Calcula a matriz de rigidez condensada estaticamente do sistema veículo-viga, \mathbf{K}_{VP}^* , conforme apresentado no Capítulo 3. Para a determinação desta matriz, esta subrotina inicialmente divide a matriz de rigidez do sistema, \mathbf{K}_{VP} , nas quatro submatrizes: \mathbf{K}_{VV} , $\mathbf{K}_{V\theta}$, $\mathbf{K}_{\theta V}$ e $\mathbf{K}_{\theta\theta}$. Posteriormente, a matriz de rigidez condensada é calculada empregando-se a equação 3.19.

Esta subrotina é chamada pelo programa principal GDYNABT e pela subrotina GINTNIM.

- GRGLOBAL

Determina a matriz de rigidez do sistema veículo-ponte, \mathbf{K}_{VP} , como apresentado no Capítulo 3. Esta matriz é gerada definindo-se inicialmente os coeficientes correspondentes aos nós dos elementos finitos da viga e, posteriormente, os coeficientes associados aos graus de liberdade dos veículos.

Esta subrotina é chamada pelo programa principal GDYNABT.

- GTETA

Calcula as rotações dos nós da viga, ao longo do tempo, e seus respectivos valores máximos.

Esta subrotina é chamada pela subrotina GINTNUM.

- GUERTST

Integra um conjunto de subrotinas responsáveis pelo cálculo dos autovalores e autovetores do sistema veículo-ponte [58].

Esta subrotina é chamada pelas subrotinas GEQRT2S e GEIGRS.

- GUGETIO

Integra um conjunto de subrotinas responsáveis pelo cálculo dos autovalores e autovetores do sistema veículo-ponte [58].

Esta subrotina é chamada pela subrotina GUERTST.

- GUSPKD

Integra um conjunto de subrotinas responsáveis pelo cálculo dos autovalores e autovetores do sistema veículo-ponte [58].

Esta subrotina é chamada pela subrotina GUERTST.

5.4. Pós-Processamento do Programa

Após a execução de uma análise, o programa fornece seus resultados em um conjunto de arquivos de texto gerados pelo mesmo. É possível, através de códigos numéricos presentes no arquivo de entrada, controlar a impressão de alguns destes resultados, em seus respectivos arquivos.

Em uma análise de autovalores e autovetores, o programa gera apenas um arquivo de saída, denominado *.out. Neste arquivo, são impressos, além dos dados de entrada do programa, para controle dos mesmos, as frequências naturais, as frequências naturais circulares, os períodos, os modos de vibração e as matrizes de massa, rigidez e rigidez condensada do sistema em análise. Estas grandezas e matrizes são impressas para cada posição do veículo ou do comboio de veículos sobre a ponte.

Nas análises estáticas e dinâmicas, o programa gera uma série de arquivos, contendo os diversos resultados obtidos pelo mesmo. Na tabela 5.1, apresentam-se estes arquivos, indicando-se em que tipo de análise os mesmos são gerados, com os respectivos conteúdos.

Tabela 5.1 – Arquivos gerados pelo GDYNABT em análises estáticas e dinâmicas

Nome	Análise	Conteúdo
*.des	E ⁽¹⁾ / D ⁽²⁾	Deslocamentos ao longo do tempo das seções selecionadas. Na análise dinâmica, os valores são normalizados pelos correspondentes valores máximos estáticos.
*.fvp	D	Força exercida pelo(s) veículo(s) sobre a ponte ao longo do tempo, devido à interação deste(s) com as irregularidades do pavimento.
*.iqm	D	Irregularidade quadrática média.
*.irm	D	Irregularidade média.
*.irr	D	Função irregularidade U(x) ao longo do comprimento da viga.
*.mir	D	Função irregularidade U(x) para um dado valor de x, valor máximo, média aritmética, média quadrática, variância e desvio padrão da função U(x), para todas as irregularidades consideradas em uma análise estatística. Apresenta, ainda, todos estes valores para a irregularidade média, obtida a partir das “n” irregularidades consideradas.
*.mom	E / D	Momentos fletores ao longo do tempo nas seções selecionadas. Na análise dinâmica, os valores são normalizados pelos correspondentes valores máximos estáticos.
*.nor	E	Valores máximos estáticos de deslocamentos, momentos fletores, esforços cortantes e reações de apoio, nos nós da viga discretizada em elementos finitos.
*.out	E / D	Máximos de deslocamento, momento fletor, esforço cortante e reação de apoio, com os respectivos tempos e posições. Nas análises dinâmicas, são apresentados, ainda, os máximos de aceleração. Neste tipo de análise, estas grandezas são apresentadas, para a irregularidade escolhida, normalizadas pelos correspondentes valores máximos estáticos. Ainda na análise dinâmica, para “n” irregularidades, são apresentados os máximos médios, as médias quadráticas, as variâncias e os desvios padrões destas grandezas.
*.rea	E / D	Reações ao longo do tempo exercidas pelos apoios da estrutura. Na análise dinâmica, os valores são normalizados pelos correspondentes valores máximos estáticos.
*.vve	D	Acelerações ao longo tempo das seções selecionadas. Estes valores são normalizados pela aceleração da gravidade.

⁽¹⁾ Arquivo gerado em uma análise estática.

⁽²⁾ Arquivo gerado em uma análise dinâmica.

6. Validação do Modelo Matemático Desenvolvido

6.1. Generalidades

Neste capítulo, são realizadas análises de autovalores e autovetores, estáticas e dinâmicas, com o objetivo de se verificar a precisão dos valores obtidos com o modelo matemático proposto, implementado no programa GDYNABT. Os casos aqui analisados estão presentes em publicações e artigos científicos de respeitável competência técnica. Desta forma, os valores obtidos pelo programa nas análises de autovalores e autovetores e nas análises dinâmicas são comparados com aqueles obtidos pelos autores dos respectivos trabalhos. Com relação às análises estáticas, os dados obtidos pelo programa foram comparados com aqueles fornecidos pelo software de análise estrutural Ftool – Two-Dimensional Frame Analysis Tool, desenvolvido pela Tecgraf/PUC-Rio – Grupo de Tecnologia em Computação Gráfica, da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC-Rio [61].

6.2. Análise de Autovalores e Autovetores

O cálculo analítico das frequências naturais circulares e dos modos de vibração de vigas é apresentado por WARBURTON [62], para algumas condições de apoio.

Para o caso de uma viga biapoiada sem balanços, WARBURTON [62] deduz a equação das frequências naturais circulares, obtendo:

$$\omega_n^2 = \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 \frac{EI}{\rho A}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (6.1)$$

onde,

- n - inteiro correspondente a n-ésima frequência natural circular;
- l - vão;
- E - módulo de elasticidade;
- I - momento de inércia da seção em relação ao seu eixo neutro;
- ρ - massa específica;
- A - área da seção transversal.

Considerando-se o modelo de viga biapoiada sem balanços, com vão de 30,0 m, apresentado em 4.3.1, calculam-se os valores de suas cinco primeiras freqüências naturais circulares, de forma analítica, empregando-se a equação (6.1), e numérica, utilizando-se o programa GDYNABT. O comparativo dos valores obtidos é apresentado na tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Comparativo das freqüências naturais circulares

Modo de Vibração	Freqüência Natural Circular (rad/s)	
	Solução Analítica	Solução Numérica (GDYNABT)
1º Modo	39,51	39,51
2º Modo	158,03	158,02
3º Modo	355,56	355,54
4º Modo	632,10	632,02
5º Modo	987,66	987,35

WARBURTON [62] também apresenta a dedução da equação para o cálculo analítico dos modos de vibração para uma viga biapoiada sem balanços, sendo esta:

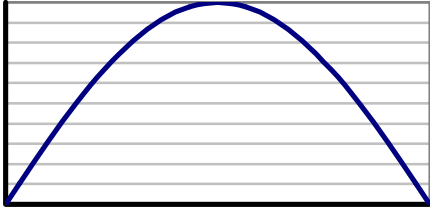
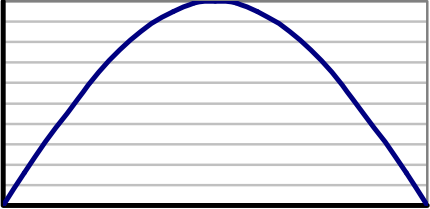
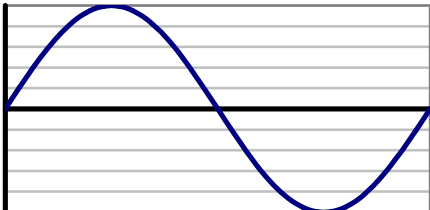
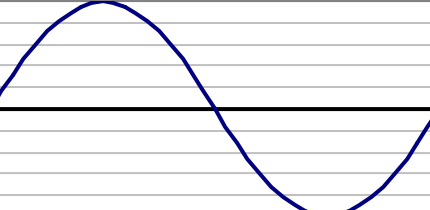
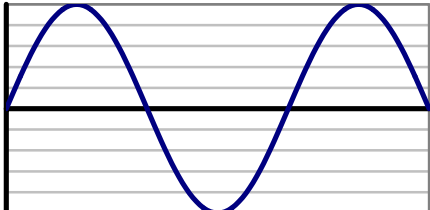
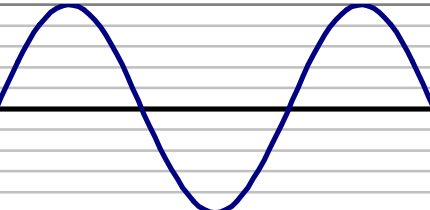
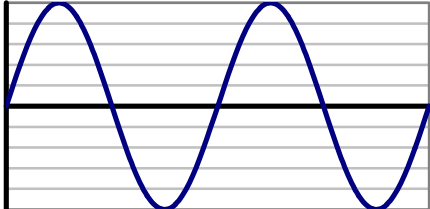
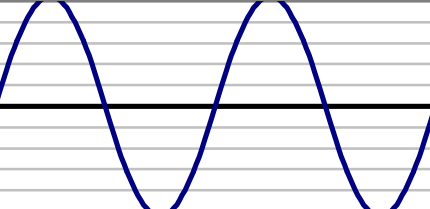
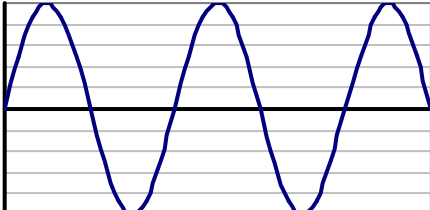
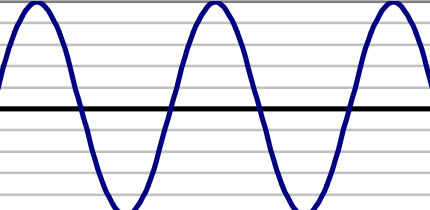
$$v(x,t) = B_n \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l}x\right) \operatorname{sen}(\omega_n t + \alpha_n), \quad n = 1,2,3,\dots \quad (6.2)$$

onde,

- n - inteiro correspondente ao n-ésimo modo de vibração;
- B_n - amplitude do deslocamento;
- l - vão;
- ω_n - freqüência natural circular;
- α_n - ângulo de fase.

Considerando-se o mesmo modelo de viga, faz-se a determinação de seus cinco primeiros modos de vibração, empregando-se a equação (6.2) e o programa GDYNABT. Os resultados obtidos são apresentados na tabela 6.2.

Tabela 6.2 – Comparativo dos modos de vibração

Modo de Vibração	Representação Gráfica ⁽¹⁾	
	Solução Analítica	Solução Numérica (GDYNABT)
1º Modo		
2º Modo		
3º Modo		
4º Modo		
5º Modo		

⁽¹⁾ As curvas foram obtidas após a normalização dos deslocamentos.

6.3. Análise Estática

Para a verificação dos resultados fornecidos pelo programa GDYNABT em análises estáticas, compararam-se os resultados fornecidos por este com aqueles gerados pelo software Ftool [61], na análise de duas pontes biapoiadas: com e sem balanços.

A seguir, definem-se estas duas pontes empregadas nesta análise juntamente com o respectivo carregamento selecionado para as análises estáticas comparativas entre os programas GDYNABT e Ftool.

6.3.1. Ponte Biapoiada Sem Balanços

A ponte selecionada para esta análise é aquela definida em 4.3.1, com vão de 30,0 m. O carregamento selecionado para realização desta análise comparativa é o de um comboio de seis veículos, espaçados de 6,0 m.

Na tabela 6.3, são apresentados os valores obtidos de deslocamento máximo, momento fletor máximo e reação de apoio máxima para a seção S1, no apoio esquerdo, e para a seção S2, no meio do vão.

Tabela 6.3 – Comparativo de grandezas estáticas para uma ponte biapoiada sem balanços

Tipo de Veículo	Seção	Deslocamento Máximo (mm)		Momento Fletor Máximo (kN·m)		Reação de Apoio Máxima (kN)	
		GDYNABT	FTOOL	GDYNABT	FTOOL	GDYNABT	FTOOL
Veículo I (01 Massa)	S1	0,0	0,0	0,0	0,0	1.350	1.350
	S2	- 6,733	- 6,735	8.775	8.775	-	-
Veículo I (02 Massas)	S1	0,0	0,0	0,0	0,0	1.350	1.350
	S2	- 6,733	- 6,735	8.775	8.775	-	-
Veículo II	S1	0,0	0,0	0,0	0,0	1.237	1.237,5
	S2	- 6,651	- 6,654	8.438	8.437,5	-	-
Veículo III	S1	0,0	0,0	0,0	0,0	1.237	1.237,5
	S2	- 6,678	- 6,681	8.557	8.550	-	-

6.3.2. Ponte Biapoiada Com Balanços

Para esta análise, a ponte selecionada é aquela definida em 4.3.2, com vão de 30,0 m e dois balanços de 7,5 m cada.. O carregamento selecionado neste caso é o de um comboio de 08 veículos para os do tipo I e de 09 veículos para os dos tipos II e III, espaçados de 6,0 m.

Na tabela 6.4, são apresentados os valores obtidos de deslocamento máximo, momento fletor máximo e reação de apoio máxima para a seção S1, na extremidade do balanço esquerdo, para a seção S2, no apoio esquerdo, e para seção S3, no meio do vão.

Tabela 6.4 – Comparativo de grandezas estáticas para uma ponte biapoiada com balanços

Tipo de Veículo	Seção	Deslocamento Máximo (mm)		Momento Fletor Máximo (kN·m)		Reação de Apoio Máxima (kN)	
		GDYNABT	FTOOL	GDYNABT	FTOOL	GDYNABT	FTOOL
Veículo I (01 Massa)	S1	4,865	4,866	0,0	0,0	-	-
	S2	0,0	0,0	- 4.048	- 4.050	2.047	2.047,5
	S3	- 6,333	- 6,336	8.100	8.100	-	-
Veículo I (02 Massas)	S1	4,865	4,866	0,0	0,0	-	-
	S2	0,0	0,0	- 4.048	- 4.050	2.047	2.047,5
	S3	- 6,333	- 6,336	8.100	8.100	-	-
Veículo II	S1	4,349	4,351	0,0	0,0	-	-
	S2	0,0	0,0	- 3.036	- 3.037,5	1.901	1.901,3
	S3	- 6,015	- 6,017	7.762	7.762,5	-	-
Veículo III	S1	4,387	4,383	0,0	0,0	-	-
	S2	0,0	0,0	- 2.916	- 2.925	1.885	1.890
	S3	- 6,046	- 6,045	7.878	7.875	-	-

6.4. Análise Dinâmica

Para verificação dos resultados obtidos pelo programa em uma análise dinâmica, consideram-se os valores apresentados por INBANATHAN e WIELAND [24]. Neste, os autores analisam as respostas dinâmicas de uma ponte biapoiada, com um vão de 50,0 m, quando submetida à passagem de um veículo cujo peso é de 500 kN e a velocidade é de

26,82 m/s. Na tabela 6.5, são apresentadas as principais características e os valores das propriedades relevantes desta ponte para este estudo.

Tabela 6.5 – Características e propriedades da ponte desta análise comparativa

Característica / Propriedade	Tipo / Valor	Unidade
sistema estrutural	biapoiada sem balanços	-
seção transversal	caixão	-
material	concreto armado / protendido	-
vão	50,0	m
área (seção transversal)	7,5	m ²
massa específica (ρ)	2.400	kg/m ³
momento de inércia (I)	6,00	m ⁴
módulo de elasticidade (E)	33.400	MPa
fração de amortecimento (ξ_1)	0,02	-
freqüência fundamental (f_0)	2,10	Hz

Em [24], os autores fazem as seguintes considerações na modelagem matemática do tabuleiro da ponte e do veículo que a atravessa:

- O tabuleiro da ponte é modelado por uma viga unidimensional segundo o modelo de Euler-Bernoulli;
- A viga é discretizada por elementos finitos de viga, com dois graus de liberdades por nó;
- A estrutura apresenta um comportamento linear-elástico;
- O amortecimento da estrutura é do tipo viscoso;
- A força de inércia atuante no veículo devido à vibração da ponte é desprezada;
- O modelo de veículo é constituído apenas por um eixo e uma massa que se desloca ao longo da ponte com velocidade constante. Não são modelados as suspensões e os pneus do veículo, não sendo considerados, portanto, suas rijezas e amortecimentos.

Nesta comparação será considerado apenas o modelo de veículo I com uma massa, deste trabalho, por ser este o que mais se aproxima do modelo bastante simplificado empregado por Inbanathan e Wieland [24].

Pelo fato de se empregar em [24] um veículo mais pesado, de 500 kN, o modelo de veículo I com uma massa, utilizado nesta análise comparativa, teve sua rigidez recalculada, para que o mesmo apresentasse uma freqüência natural de 3,0 Hz, sendo esta igual a 17.765,29 kN/m.

Inicialmente, comparam-se os resultados obtidos quando da consideração da passagem do veículo sobre a ponte sem se considerar a presença de irregularidades na pista. Posteriormente, são levadas em consideração as irregularidades, sendo então a força exercida pelo veículo sobre a ponte a soma de seu peso com a força de interação veículo-irregularidade.

6.4.1.Efeito do Peso do Veículo

INBANATHAN e WIELAND [24] analisam a resposta dinâmica da ponte acima definida devido ao efeito da mobilidade da carga sobre o tabuleiro. Nas Figuras 6.1 e 6.2, são apresentados os resultados obtidos em [24], juntamente com os calculados pelo GDYNABT. Na Figura 6.1, apresenta-se ainda, a solução analítica obtida por TIMOSHENKO [4]. Vale ressaltar que o veículo utilizado neste comparativo pelo GDYNABT é o tipo I com uma massa, pelos motivos acima explicitados.

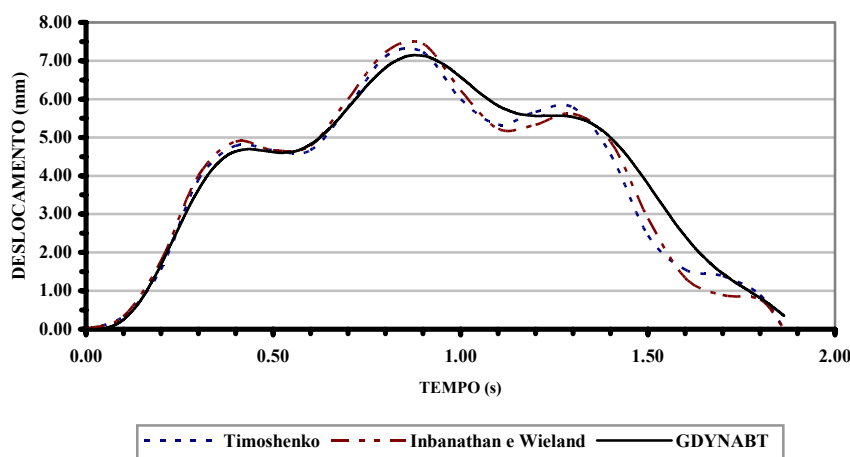


Figura 6.1 – Deslocamentos na seção central devido ao efeito da mobilidade da carga

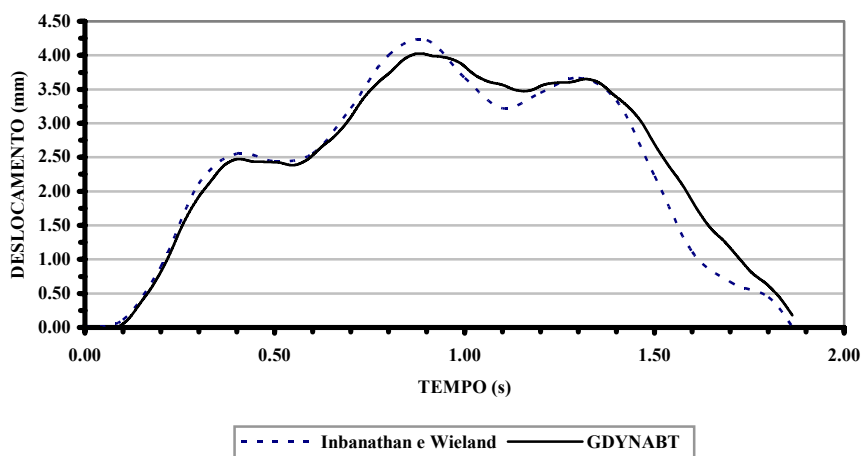


Figura 6.2 – Deslocamentos na seção distante 10,0 m do apoio direito devido ao efeito da mobilidade da carga

6.4.2.Efeito das Irregularidades Superficiais

INBANATHAN e WIELAND [24] também analisam os efeitos provocados pela passagem de um veículo sobre o tabuleiro da ponte com um pavimento irregular. A tabela 6.6 apresenta os valores obtidos em [24] e pelo GDYNABT para o deslocamento máximo médio em quatro seções do tabuleiro. Este deslocamento é a média aritmética dos deslocamentos máximos obtidos em 10 (dez) diferentes análises dinâmicas, onde o parâmetro modificado foi a irregularidade do pavimento. Na Figura 6.3, apresenta-se a curva dos deslocamentos máximos médios na primeira metade do vão do tabuleiro, obtida a partir dos valores presentes na tabela 6.6.

Tabela 6.6 – Deslocamentos máximos médios em quatro seções do tabuleiro

Seção	Deslocamento (mm)		Diferença (%)
	Inbanathan e Wieland [24]	GDYNABT	
S1	3,26	3,58	9,8
S2	5,83	6,58	12,9
S3	7,54	8,63	14,5
S4	8,40	9,45	12,5

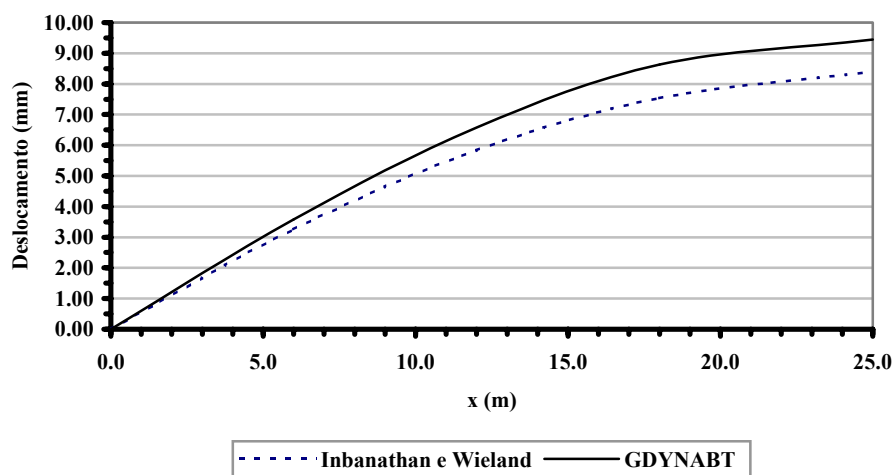


Figura 6.3 – Curva dos deslocamentos máximos médios na primeira metade do vão

6.5. Conclusões

Na análise de autovalores e autovetores, os resultados obtidos pelo GDYNABT estão em total acordo com aqueles calculados analiticamente, sendo as diferenças entre os valores irrelevantes ou mesmo inexistentes.

A mesma situação ocorre com os resultados da análise estática, calculados pelo GDYNABT e pelo Ftool [61].

Na análise dinâmica, na qual foi considerada somente o efeito da mobilidade da carga sobre o tabuleiro, percebe-se que o modelo matemático implementado no GDYNABT apresenta resultados bastante satisfatórios, tanto qualitativa quanto quantitativamente. As diferenças são bastante pequenas, sendo estas oriundas dos modelos adotados.

Ao se considerar o efeito das irregularidades da pista, verifica-se uma diferença entre 10% e 15% nos valores comparados. Esta diferença é perfeitamente aceitável, e até mesmo já esperada inicialmente. O sistema veículo-ponte, com o modelo de veículo I com uma massa, apesar de apresentar semelhanças com o modelo desenvolvido por Inbanathan e Wieland [24], ainda assim, possui diferenças significativas em relação a este.

Desta forma, pode-se considerar que o modelo desenvolvido e implementado no programa GDYNABT apresenta confiabilidade em seus resultados, podendo ser empregado em análises mais complexas, como as apresentadas e analisadas no Capítulo 7 deste trabalho.

7. Análise Paramétrica do Sistema Veículo-Ponte

7.1. Aspectos Gerais

Neste capítulo, realiza-se uma análise paramétrica com o objetivo de se avaliar o comportamento dinâmico do tabuleiro de pontes rodoviárias, com superfície irregular, quando submetido à passagem de um comboio de veículos.

Inicialmente, faz-se uma análise de autovalores e autovetores, com o intuito de se determinar o comportamento dos tabuleiros sobre vibração livre. Posteriormente, são feitas breves considerações a respeito das análises estáticas destas estruturas.

Por fim, então, são realizadas as análises dinâmicas, nas quais variam-se diversos parâmetros, determinando-se o comportamento geral dos tabuleiros e seus espectros de resposta, quando submetidos ao tráfego de veículos.

Os tabuleiros empregados neste estudo estão definidos no Capítulo 3, no que diz respeito a sua discretização em elementos finitos, e no Capítulo 4, com relação as suas características geométricas e propriedades. Os modelos de veículos estão definidos em detalhes nos Capítulos 2 e 4, no que diz respeito as suas equações de movimento e aos valores de suas propriedades, respectivamente. O sistema veículo-ponte, que agrega os veículos e o tabuleiro em um único sistema, encontra-se definido no Capítulo 3, com relação às suas equações de movimento.

7.2. Análise de Autovalores e Autovetores

A seguir, na tabelas 7.1 e 7.2, são apresentados os valores obtidos de frequências naturais, correspondentes ao 1^o modo de vibração, dos dois tabuleiros considerados neste trabalho. Estas frequências foram calculadas, considerando-se os mesmos descarregados, ou seja, sem veículos, e totalmente carregados, com todos os veículos do comboio.

Vale acrescentar que o termo “descarregado”, acima empregado, corresponde à situação inicial das análises, na qual o primeiro veículo do comboio encontra-se no primeiro nó da estrutura, na extremidade esquerda do tabuleiro, e os demais fora da mesma.

7.2.1.Viga Biapoiada Sem Balanços

Tabela 7.1 – Frequências fundamentais para o modelo de viga biapoiada sem balanços

Vão (m)	Modelo de Veículo	Frequência Fundamental (Hz)		Relação f_c / f_d
		Descarregada (f_d)	Carregada (f_c)	
30	Tipo I (01 Massa)	6,29	6,97	1,11
	Tipo I (02 Massas)		6,74	1,07
	Tipo II		6,74	1,07
	Tipo III		6,74	1,07

7.2.2.Viga Biapoiada Com Balanços

Tabela 7.2 – Frequências fundamentais para o modelo de viga biapoiada com balanços

Vão (m)	Modelo de Veículo	Frequência Fundamental (Hz)		Relação f_c / f_d
		Descarregada (f_d)	Carregada (f_c)	
30	Tipo I (01 Massa)	5,71	6,37	1,12
	Tipo I (02 Massas)	5,67	6,14	1,08
	Tipo II	5,59	6,13	1,10
	Tipo III	5,57	6,09	1,09

7.2.3.Conclusões

Analisando-se os resultados obtidos nesta análise de autovalores e autovetores, verifica-se que com a entrada dos veículos na ponte, há um acréscimo nos valores das frequências fundamentais de ambos os sistemas estruturais considerados. Isto se deve ao acréscimo nos coeficientes de rigidez associados à ponte devido à presença dos veículos em seus nós. Portanto, observa-se que, para os dois tabuleiros empregados neste estudo, no que diz respeito à influência dos veículos sobre suas frequências naturais, o aumento de rigidez é preponderante em relação ao aumento da massa no tabuleiro, que tenderia a diminuir os valores desta propriedade.

Vale observar que para o tabuleiro biapoiado com balanços, tabela 7.2, os valores das frequências naturais para a estrutura descarregada variam em função do tipo de veículo sobre a ponte. Isto ocorre devido ao fato de que, nesta situação, existe um veículo posicionado no primeiro nó da estrutura, conforme já dito. Como a este nó está associado um grau de liberdade da ponte, a presença de um veículo neste ponto afeta o valor do coeficiente de rigidez associado ao mesmo. Vale ressaltar que esta variação não ocorre para o tabuleiro biapoiado sem balanço, tabela 7.1, pois neste caso, o primeiro nó da estrutura está restrito por um apoio, não possuindo, então, nenhum coeficiente de rigidez a ele associado.

7.3. Análise Estática

As análises estáticas realizadas neste trabalho têm como objetivo a normalização dos resultados dinâmicos obtidos. Desta forma, após calculados, estes resultados são divididos pelos correspondentes valores estáticos máximos, determinando-se assim o Fator de Amplificação Dinâmica (FAD).

Alguns dos resultados obtidos nas análises estáticas, para pontes biapoiadas com e sem balanços, são apresentados no Capítulo 6 para comparação destes com os resultados determinados pelo Ftool [61].

Não sendo, então, o objetivo deste trabalho a realização de uma análise paramétrica estática, não se justifica a apresentação de todos os resultados obtidos neste estudo para tipo de análise.

7.4. Análise Dinâmica

A seguir, são apresentados e analisados os resultados das análises dinâmicas realizadas neste estudo, nas quais variaram-se diversos parâmetros do sistema veículo-ponte.

7.4.1. Comportamento Geral do Sistema Veículo-Ponte no Domínio do Tempo

Inicialmente, realiza-se um estudo do comportamento geral do sistema veículo-ponte empregando-se as pontes biapoiadas sem e com balanços, com vão de 30,0 m, definidas em 4.3.1 e 4.3.2, respectivamente.

Desta forma, obtêm-se os deslocamentos, momentos fletores e reações de apoio, ao longo do tempo, devidos à simulação da passagem de um comboio infinito de veículos sobre o tabuleiro com pavimento irregular. Adotam-se, para esta análise, os quatro veículos definidos no Capítulo 2, na velocidade de 80,0 km/h.

A velocidade dos veículos e o espaçamento entre os mesmos são constantes ao longo de sua travessia sobre a ponte. Este espaçamento é igual a 6,0 m, definido em função das dimensões das viaturas empregadas neste trabalho, de forma o comboio simule a situação de maior tráfego possível sobre a ponte.

A distribuição das irregularidades na pista é considerada segundo um modelo não-determinístico com base na densidade espectral do pavimento, conforme definido em 3.3. São escolhidos dois níveis de qualidade para a superfície do pavimento: excelente e muito ruim, observando-se que estas superfícies são definidas segundo a classificação das irregularidades do pavimento apresentada em 4.4.

A resposta do sistema veículo-ponte é obtida com base na consideração do efeito da mobilidade da carga e do efeito combinado da mobilidade do veículo com a interação deste com as irregularidades do pavimento.

A seguir, nas Figuras 7.1 a 7.16, apresentam-se as respostas do sistema veículo-ponte ao longo do tempo, pelas grandezas:

- FAD - fator de amplificação dinâmico, dado pela relação entre o valor da grandeza dinâmica e seu correspondente valor estático máximo;
- t - tempo decorrido da análise dinâmica;
- t_1 - tempo de travessia da ponte de um veículo na velocidade de 80,0 km/h.

É importante chamar a atenção do leitor desta dissertação que, para uma análise criteriosa acerca do comportamento geral do sistema veículo-ponte, com base no emprego de quatro modelos distintos de viaturas, faz-se necessário a apresentação de uma série extensa de gráficos de resposta. Assim sendo, adota-se uma seqüência lógica na apresentação desses gráficos, ou seja:

a) Efeito da mobilidade da carga: neste item são apresentados, para cada modelo específico de veículo, os gráficos da resposta dinâmica das pontes biapoiadas com e sem balanços, com vão central de 30,0 m, considerando-se apenas o peso das viaturas. Primeiramente para o modelo biapoiado sem balanços, a seqüência dos gráficos apresenta os deslocamentos verticais e momentos fletores na seção central e reações no apoio esquerdo, Figuras 7.1, 7.3, 7.5 e 7.7. Em seguida, são mostrados para a ponte biapoiada com balanços, os deslocamentos na extremidade do balanço esquerdo e os momentos fletores e reações sobre o apoio esquerdo, Figuras 7.2, 7.4, 7.6 e 7.8.

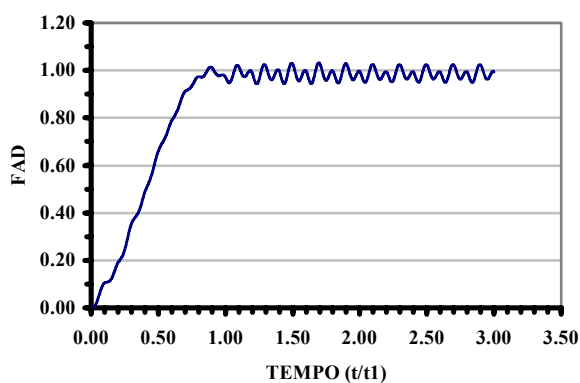
b) Efeito das irregularidades da pista: no prosseguimento da análise são mostrados, para cada modelo distinto das viaturas, os gráficos da resposta dinâmica das pontes biapoiadas com e sem balanços, com vão central de 30,0 m, considerando-se o efeito

combinado do peso dos veículos e a interação destes com as irregularidades do pavimento. Novamente, a seqüência dos gráficos apresenta inicialmente os deslocamentos verticais e momentos fletores na seção central e reações no apoio esquerdo do modelo biapoiado sem balanços, Figuras 7.9, 7.11, 7.13 e 7.15. Em seguida, são mostrados para a ponte biapoiada com balanços, os deslocamentos na extremidade do balanço esquerdo e os momentos fletores e reações sobre o apoio esquerdo, Figuras 7.10, 7.12, 7.14 e 7.16.

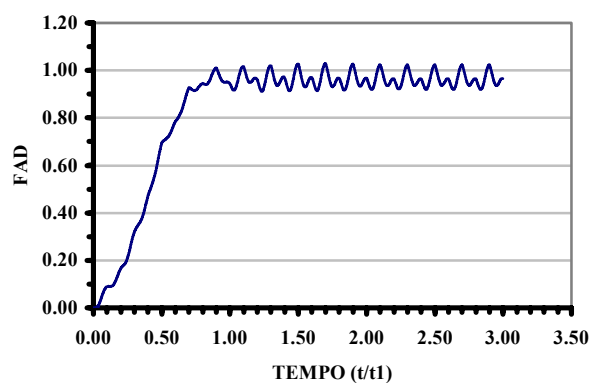
7.4.1.1. Efeito da Mobilidade da Carga

7.4.1.1.1. Modelo de Veículo I com Uma Massa

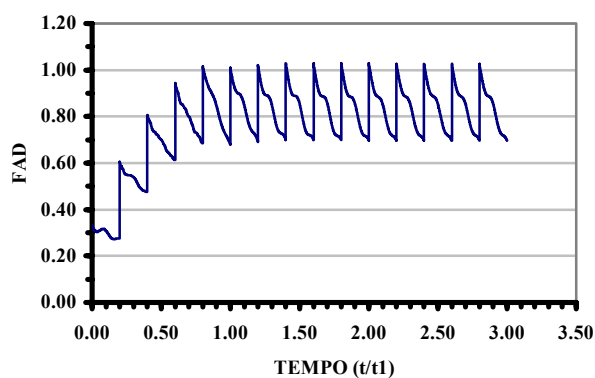
▪ Ponte Biapoiada sem Balanços



(a) Deslocamentos da seção central



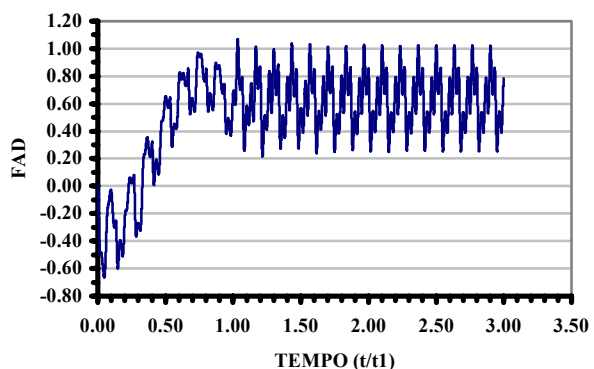
(b) Momentos fletores na seção central



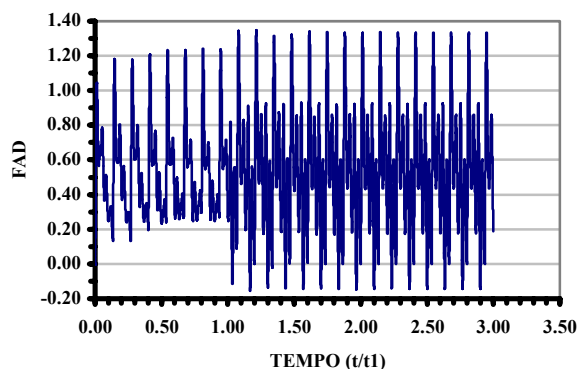
(c) Reações do apoio esquerdo

Figura 7.1 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito da mobilidade da carga; modelo de veículo I com uma massa; ponte biapoiada sem balanços

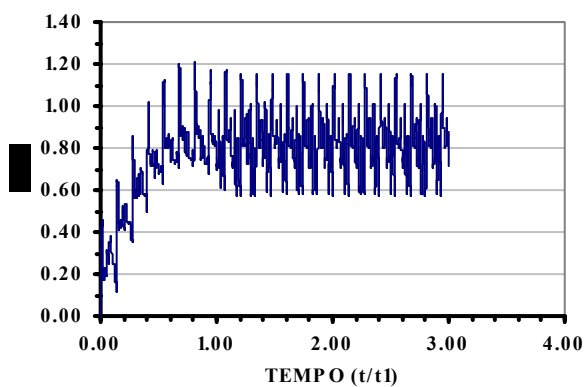
▪ **Ponte Biapoiada Com Balanços**



(a) Deslocamentos da extremidade do balanço esquerdo



(b) Momentos fletores na seção do apoio esquerdo

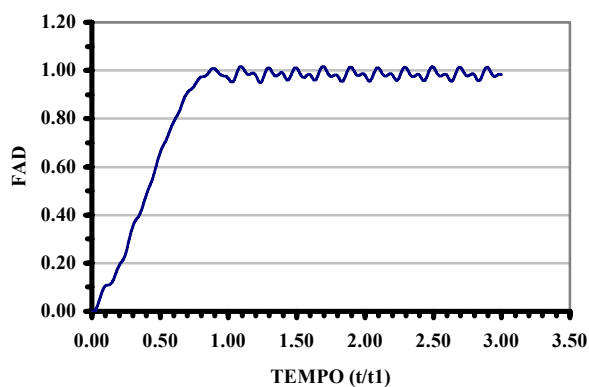


(c) Reações do apoio esquerdo

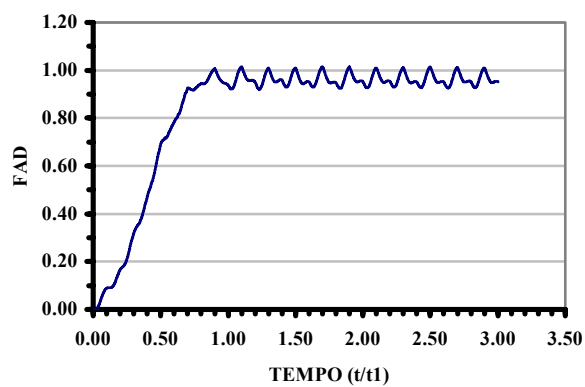
Figura 7.2 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito da mobilidade da carga; modelo de veículo I com uma massa; ponte biapoiada com balanços

7.4.1.1.2. Modelo de Veículo I com Duas Massas

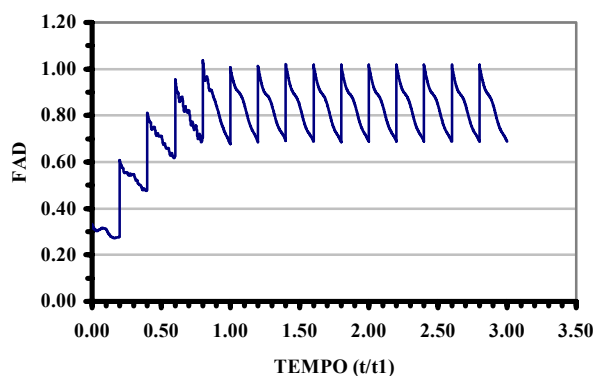
▪ Ponte Biapoiada sem Balanços



(a) Deslocamentos da seção central



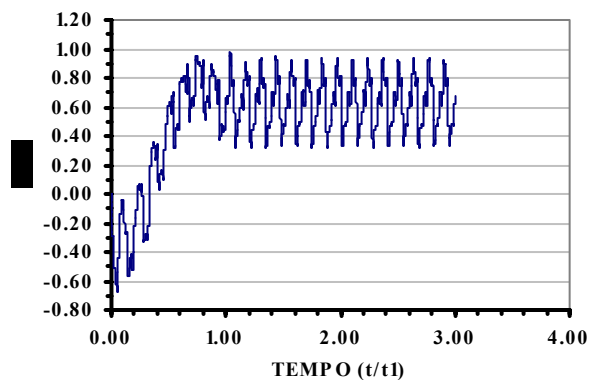
(b) Momentos fletores na seção central



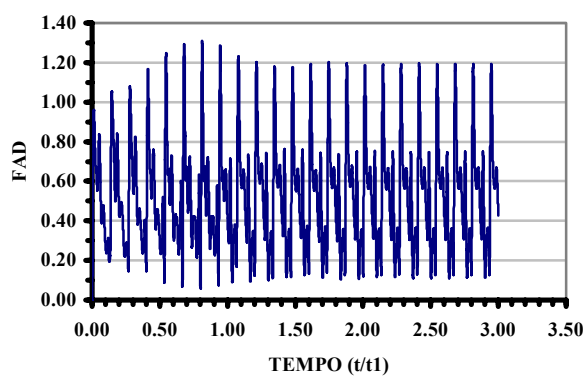
(c) Reações do apoio esquerdo

Figura 7.3 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito da mobilidade da carga; modelo de veículo I com duas massas; ponte biapoiada sem balanços

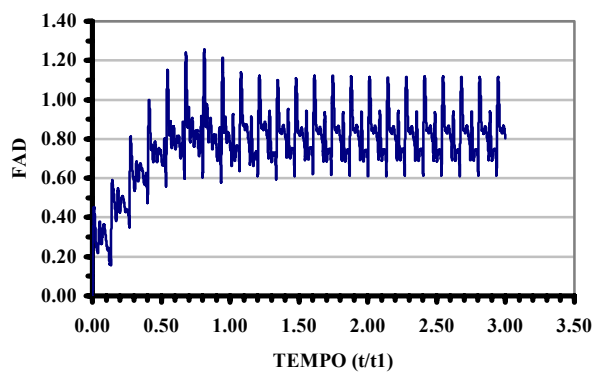
▪ **Ponte Biapoiada Com Balanços**



(a) Deslocamentos da extremidade do balanço esquerdo



(b) Momentos fletores na seção do apoio esquerdo

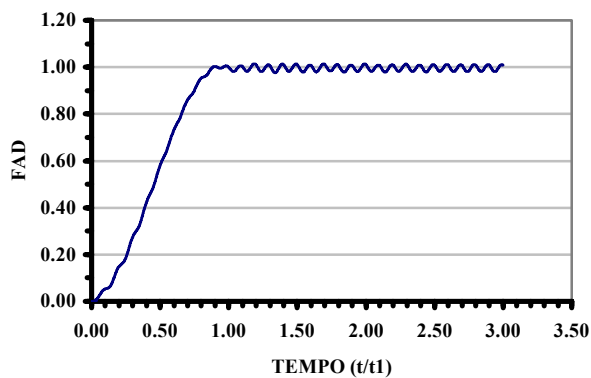


(c) Reações do apoio esquerdo

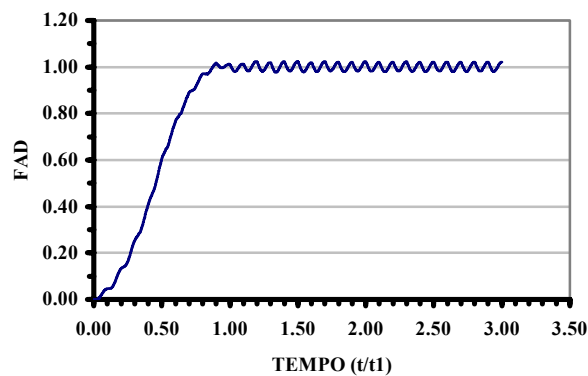
Figura 7.4 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito da mobilidade da carga; modelo de veículo I com duas massas; ponte biapoiada com balanços

7.4.1.1.3. Modelo de Veículo II

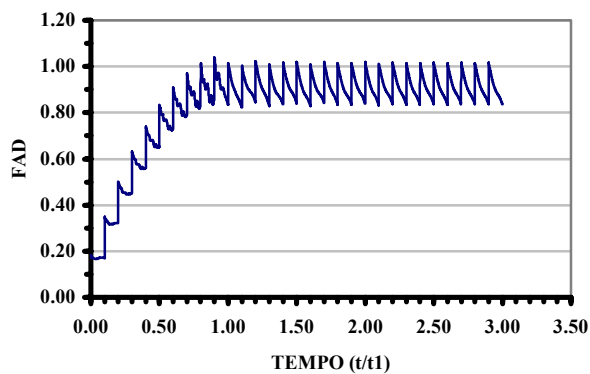
▪ Ponte Biapoiada sem Balanços



(a) Deslocamentos da seção central



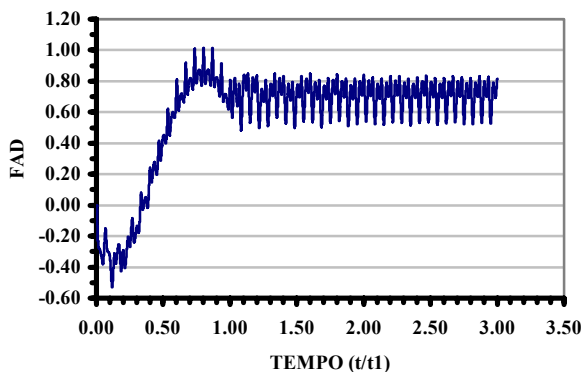
(b) Momentos fletores na seção central



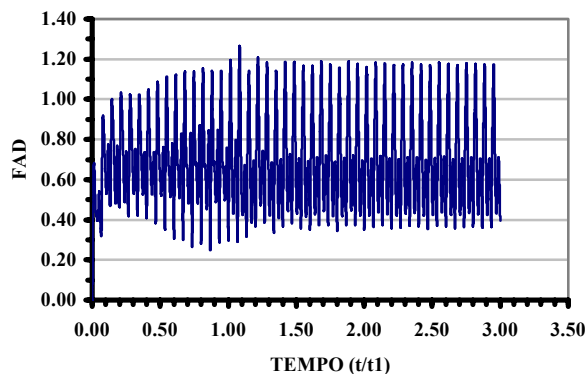
(c) Reações do apoio esquerdo

Figura 7.5 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito da mobilidade da carga; modelo de veículo II; ponte biapoiada sem balanços

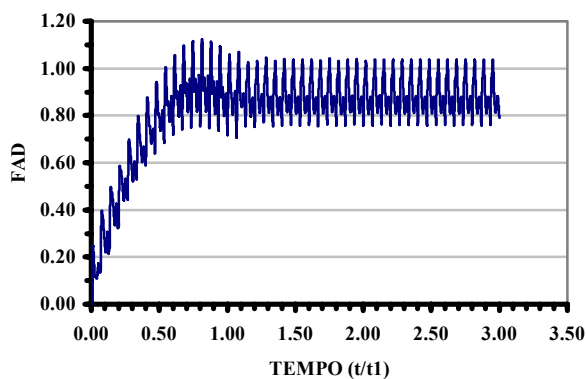
▪ **Ponte Biapoiada Com Balanços**



(a) Deslocamentos da extremidade do balanço esquerdo



(b) Momentos fletores na seção do apoio esquerdo

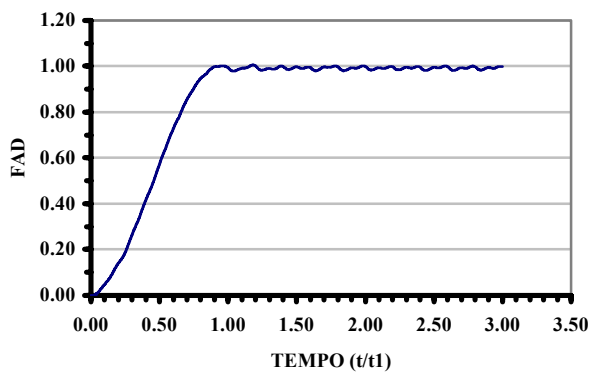


(c) Reações do apoio esquerdo

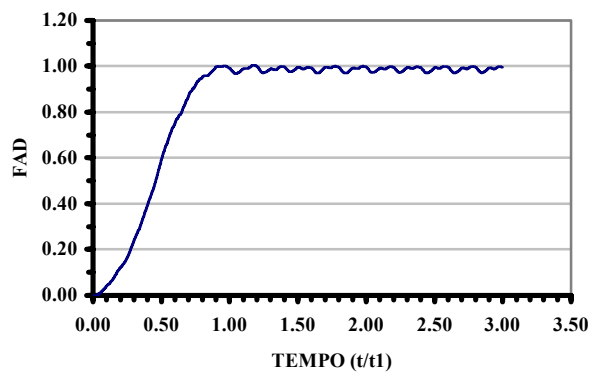
Figura 7.6 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito da mobilidade da carga; modelo de veículo II; ponte biapoiada com balanços

7.4.1.1.4. Modelo de Veículo III

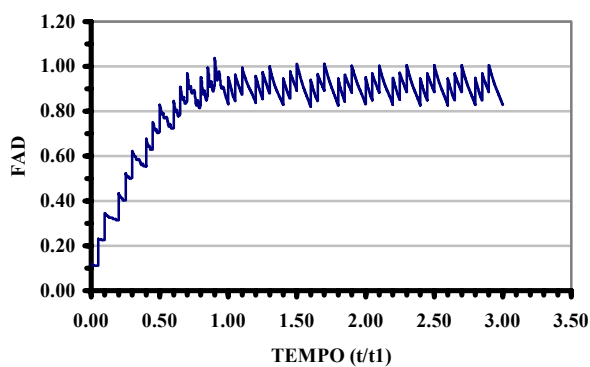
▪ Ponte Biapoiada sem Balanços



(a) Deslocamentos da seção central



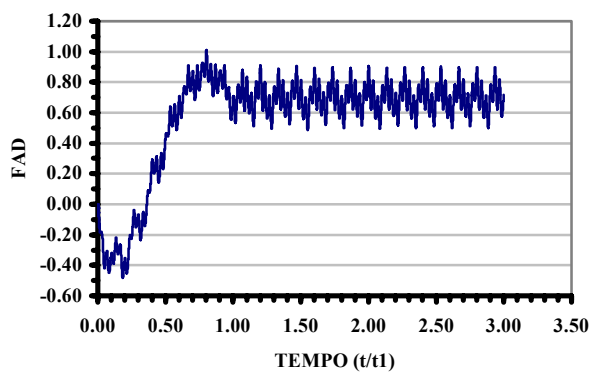
(b) Momentos fletores na seção central



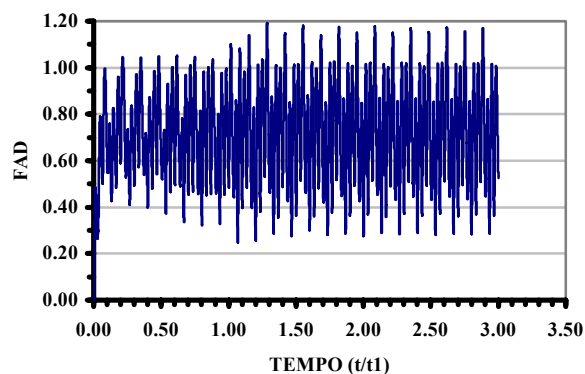
(c) Reações do apoio esquerdo

Figura 7.7 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito da mobilidade da carga; modelo de veículo III; ponte biapoiada sem balanços

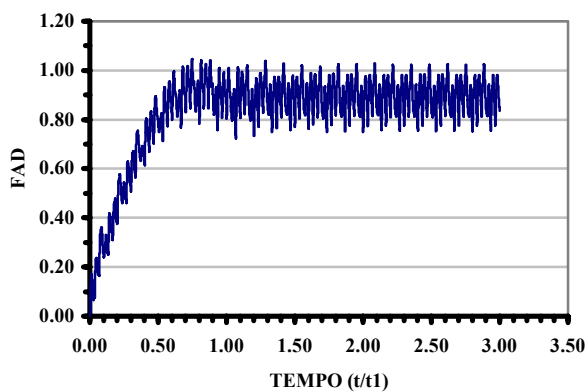
▪ **Ponte Biapoiada Com Balanços**



(a) Deslocamentos da extremidade do balanço esquerdo



(b) Momentos fletores na seção do apoio esquerdo



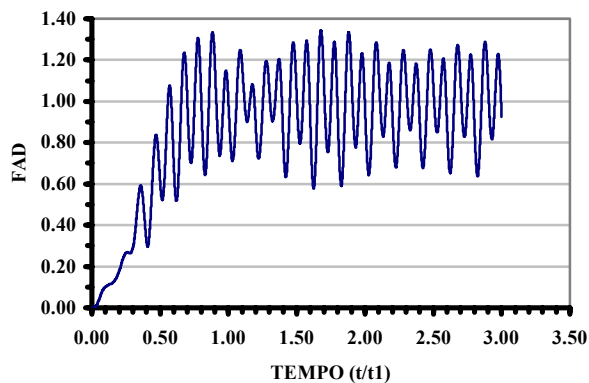
(c) Reações do apoio esquerdo

Figura 7.8 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito da mobilidade da carga; modelo de veículo III; ponte biapoiada com balanços

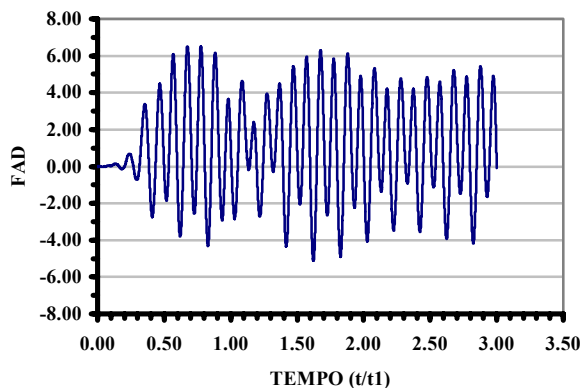
7.4.1.2. Efeito Combinado da Mobilidade com as Irregularidades Superficiais

7.4.1.2.1. Modelo de Veículo I com Uma Massa

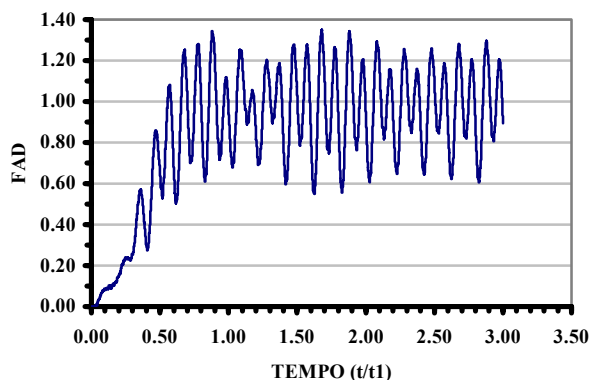
▪ Ponte Biapoiada sem Balanços



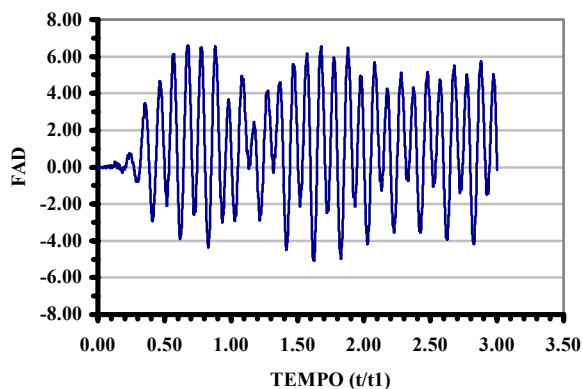
(a.1) Deslocamentos da seção central



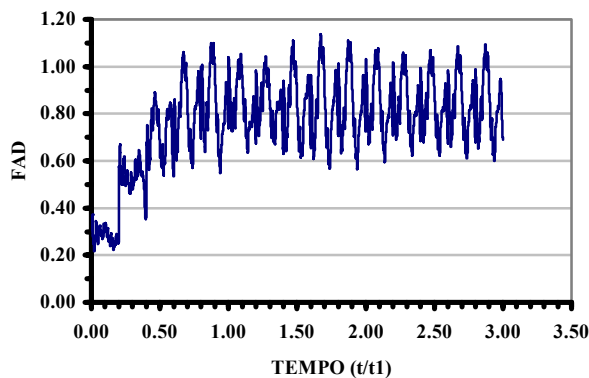
(b.1) Deslocamentos da seção central



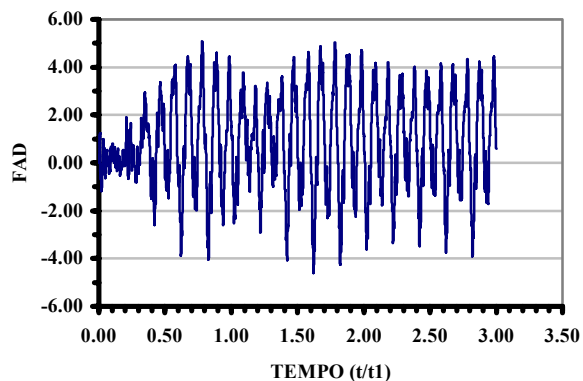
(a.2) Momentos fletores na seção central



(b.2) Momentos fletores na seção central



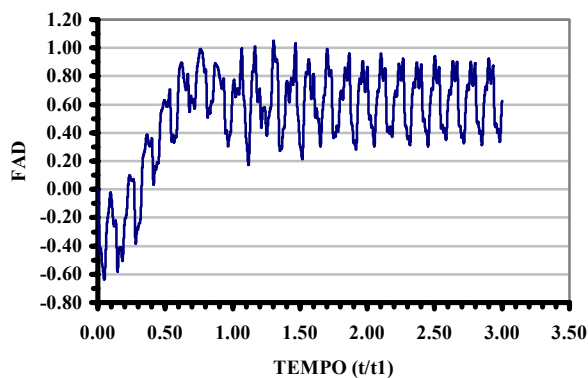
(a.3) Reações do apoio esquerdo



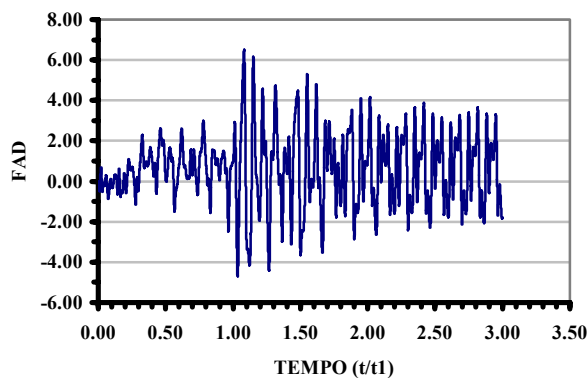
(b.3) Reações do apoio esquerdo

Figura 7.9 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito combinado da mobilidade com as irregularidades superficiais; modelo de veículo I com uma massa; ponte biapoiada sem balanços; (a) pavimento excelente; (b) pavimento muito ruim

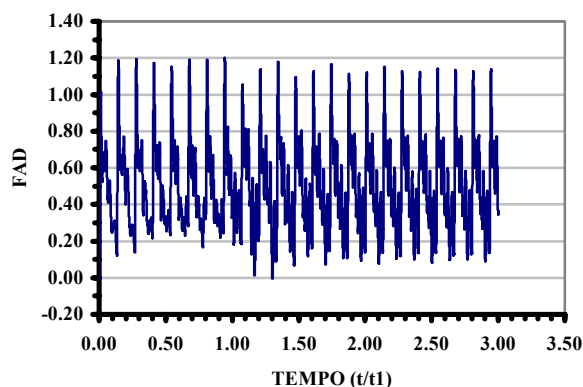
▪ **Ponte Biapoiada Com Balanços**



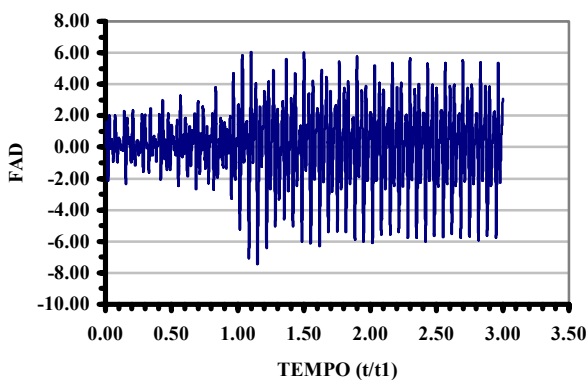
(a.1) Deslocamentos da extremidade do balanço esquerdo



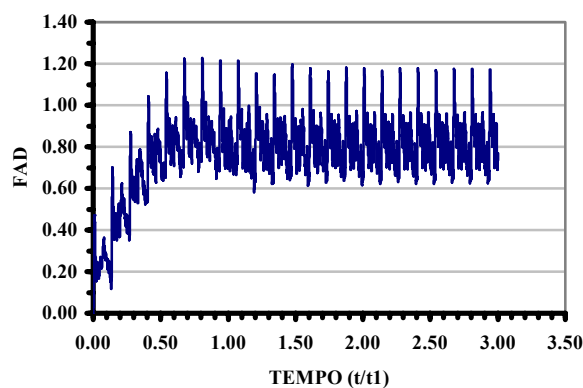
(b.1) Deslocamentos da extremidade do balanço esquerdo



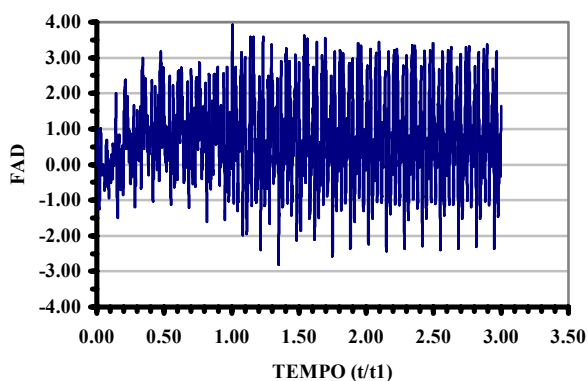
(a.2) Momentos fletores na seção do apoio esquerdo



(b.2) Momentos fletores na seção do apoio esquerdo



(a.3) Reações do apoio esquerdo

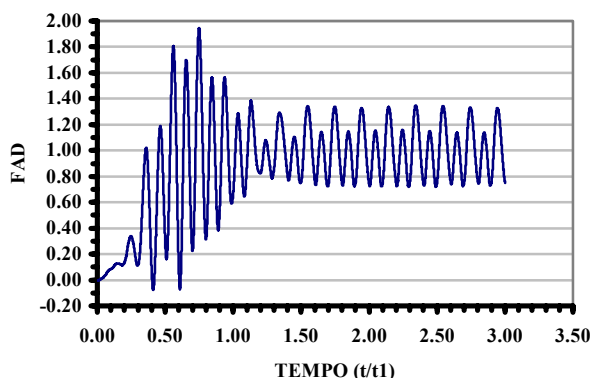


(b.3) Reações do apoio esquerdo

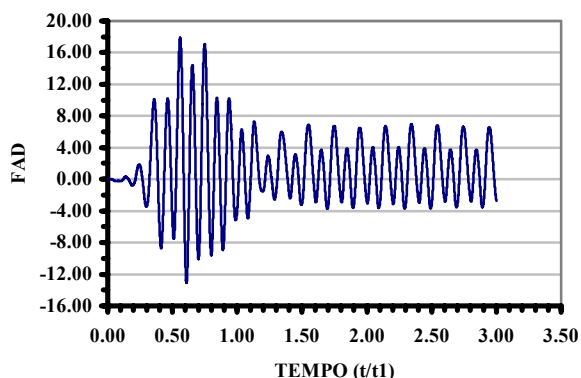
Figura 7.10 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito combinado da mobilidade com as irregularidades superficiais; modelo de veículo I com uma massa; ponte biapoiada com balanços; (a) pavimento excelente; (b) pavimento muito ruim

7.4.1.2.2. Modelo de Veículo I com Duas Massas

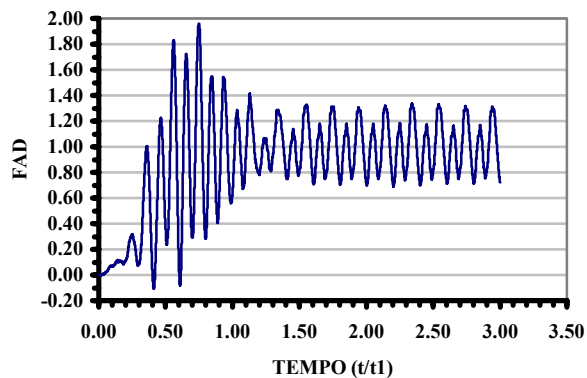
▪ Ponte Biapoiada Sem Balanços



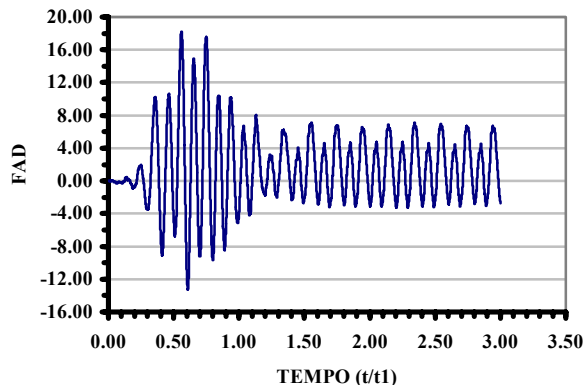
(a.1) Deslocamentos da seção central



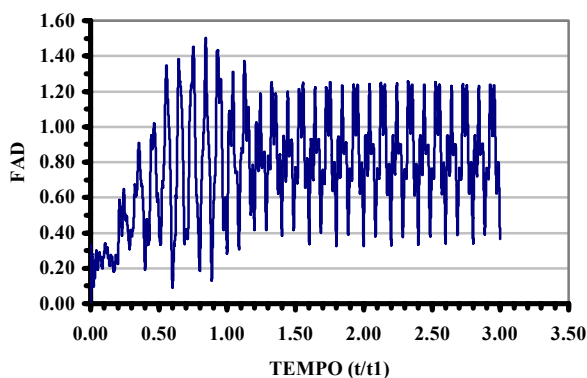
(b.1) Deslocamentos da seção central



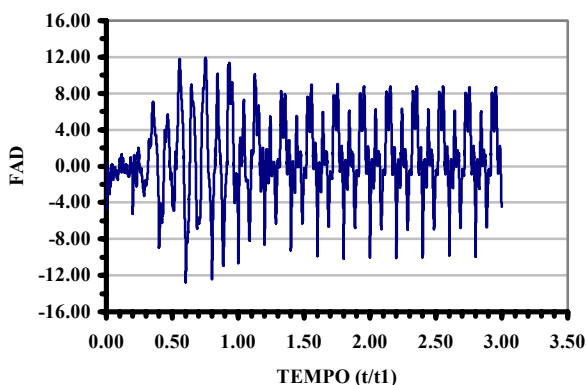
(a.2) Momentos fletores na seção central



(b.2) Momentos fletores na seção central



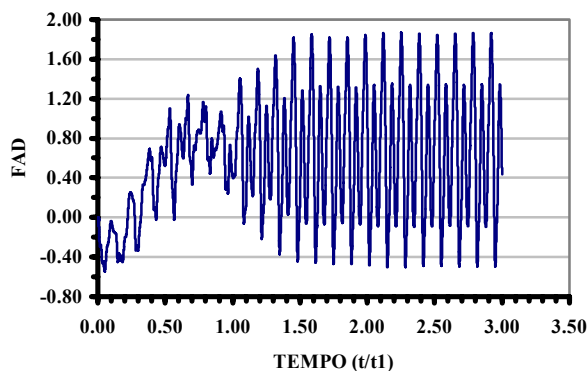
(a.3) Reações do apoio esquerdo



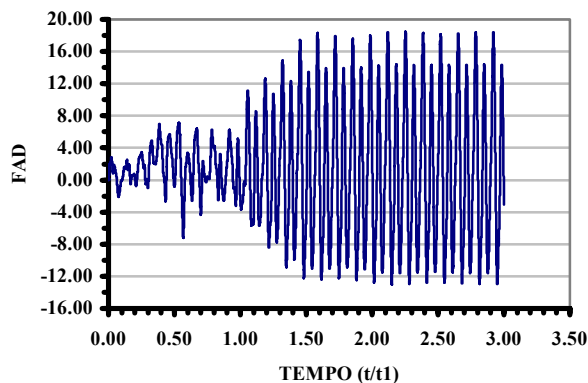
(b.3) Reações do apoio esquerdo

Figura 7.11 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito combinado da mobilidade com as irregularidades superficiais; modelo de veículo I com duas massas; ponte biapoiada sem balanços; (a) pavimento excelente; (b) pavimento muito ruim

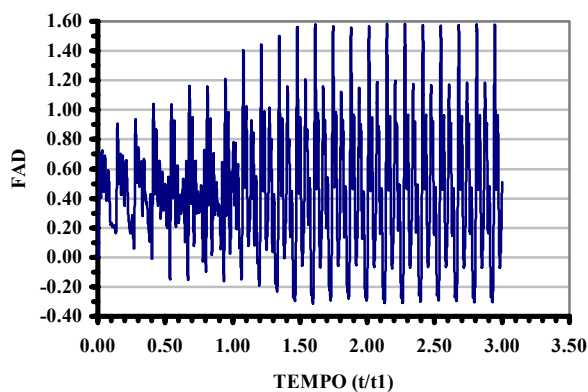
▪ **Ponte Biapoiada Com Balanços**



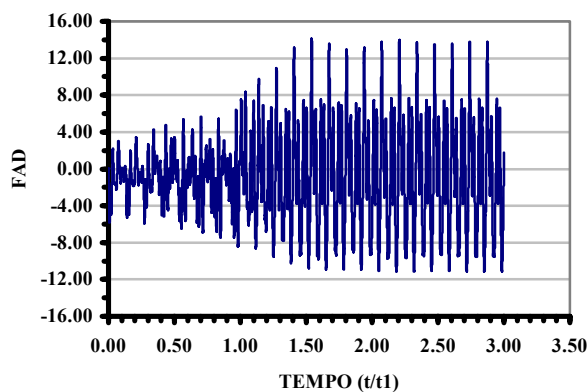
(a.1) Deslocamentos da extremidade do balanço esquerdo



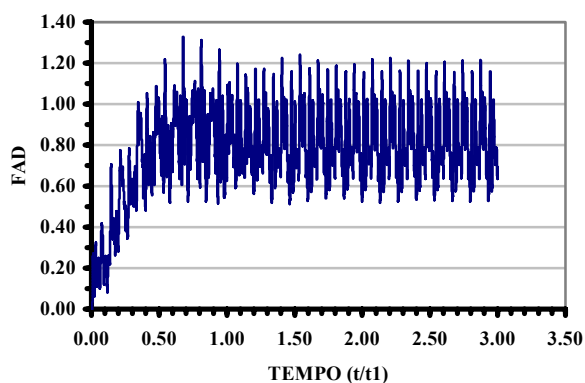
(b.1) Deslocamentos da extremidade do balanço esquerdo



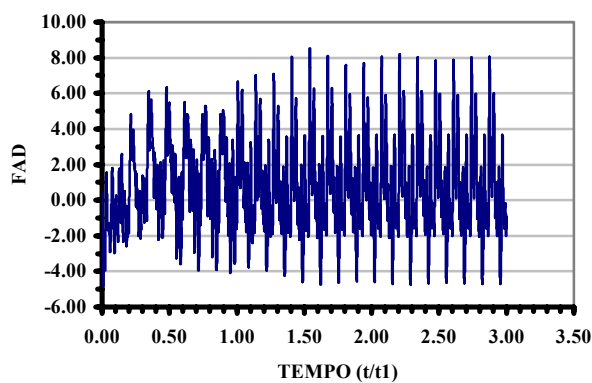
(a.2) Momentos fletores na seção do apoio esquerdo



(b.2) Momentos fletores na seção do apoio esquerdo



(a.3) Reações do apoio esquerdo

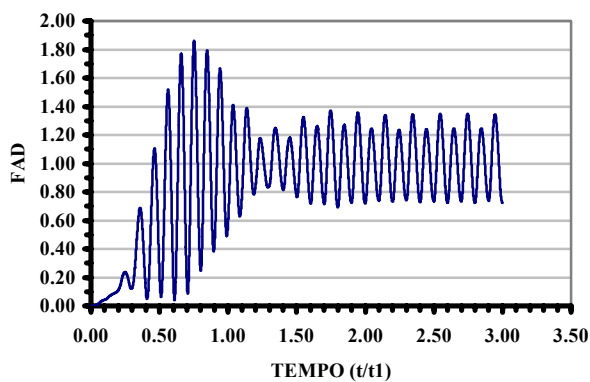


(b.3) Reações do apoio esquerdo

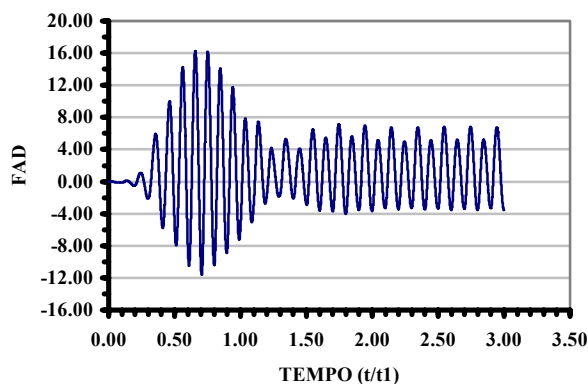
Figura 7.12 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito combinado da mobilidade com as irregularidades superficiais; modelo de veículo I com duas massas; ponte biapoiada com balanços; (a) pavimento excelente; (b) pavimento muito ruim

7.4.1.2.3. Modelo de Veículo II

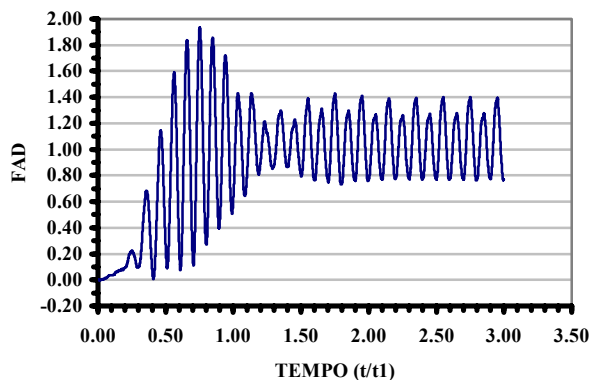
▪ Ponte Biapoiada Sem Balanços



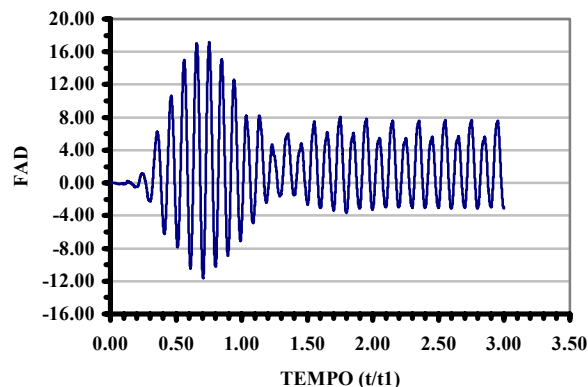
(a.1) Deslocamentos da seção central



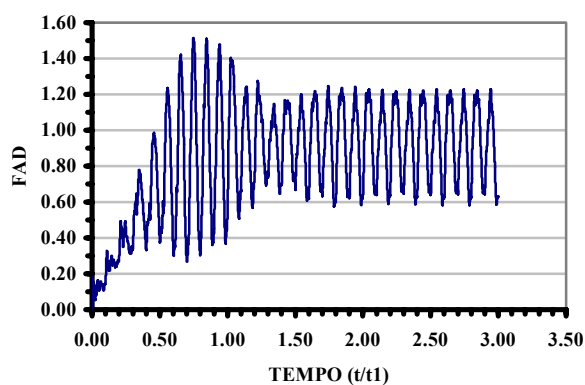
(b.1) Deslocamentos da seção central



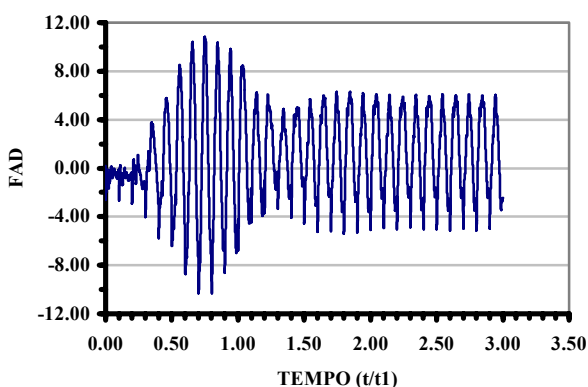
(a.2) Momentos fletores na seção central



(b.2) Momentos fletores na seção central



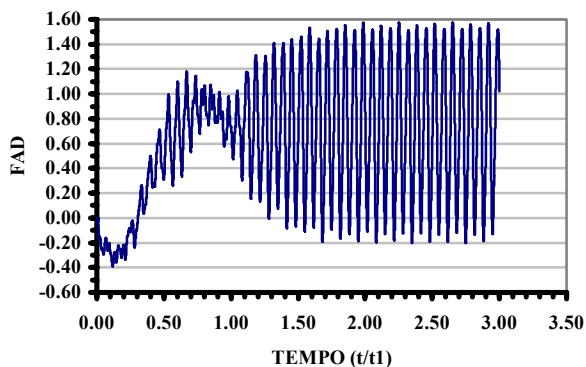
(a.3) Reações do apoio esquerdo



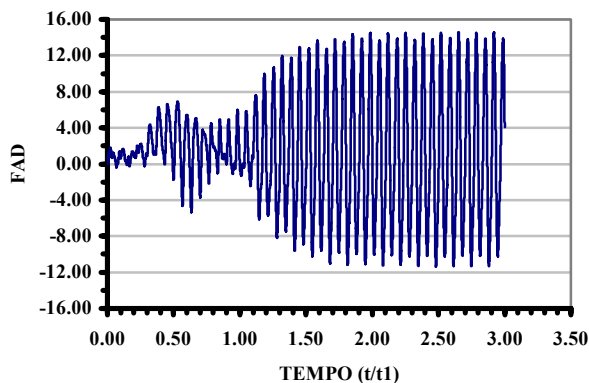
(b.3) Reações do apoio esquerdo

Figura 7.13 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito combinado da mobilidade com as irregularidades superficiais; modelo de veículo II; ponte biapoiada sem balanços; (a) pavimento excelente; (b) pavimento muito ruim

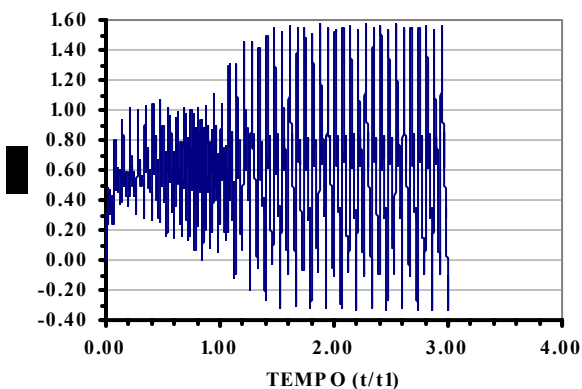
▪ **Ponte Biapoiada Com Balanços**



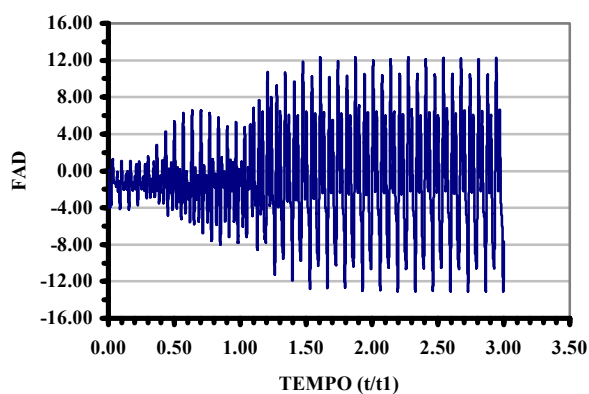
(a.1) Deslocamentos da extremidade do balanço esquerdo



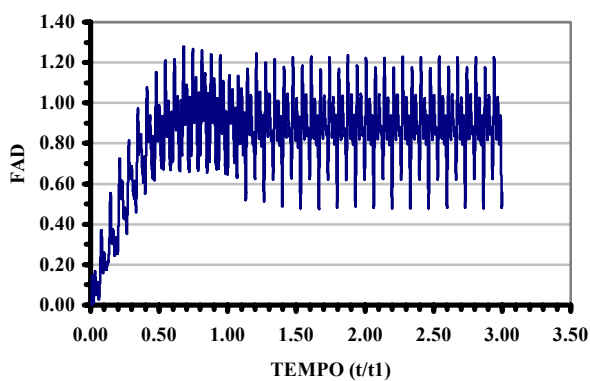
(b.1) Deslocamentos da extremidade do balanço esquerdo



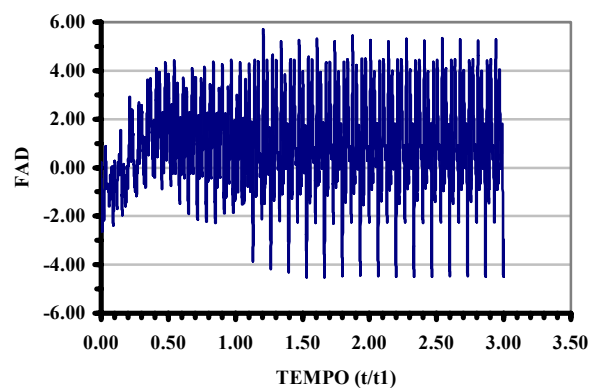
(a.2) Momentos fletores na seção do apoio esquerdo



(b.2) Momentos fletores na seção do apoio esquerdo



(a.3) Reações do apoio esquerdo

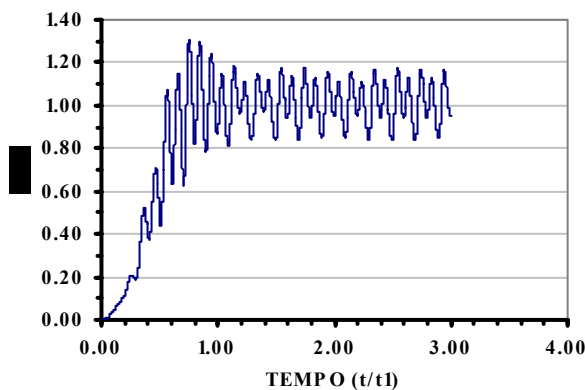


(b.3) Reações do apoio esquerdo

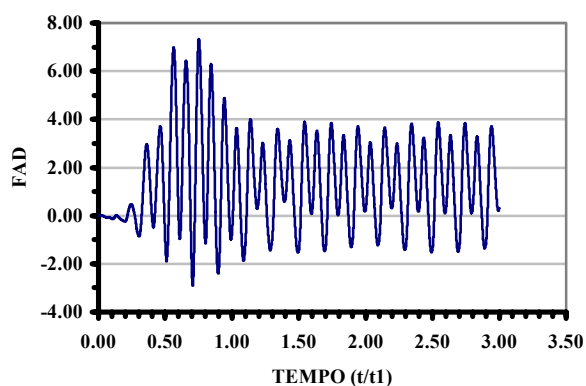
Figura 7.14 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito combinado da mobilidade com as irregularidades superficiais; modelo de veículo II; ponte biapoiada com balanços; (a) pavimento excelente; (b) pavimento muito ruim

7.4.1.2.4. Modelo de Veículo III

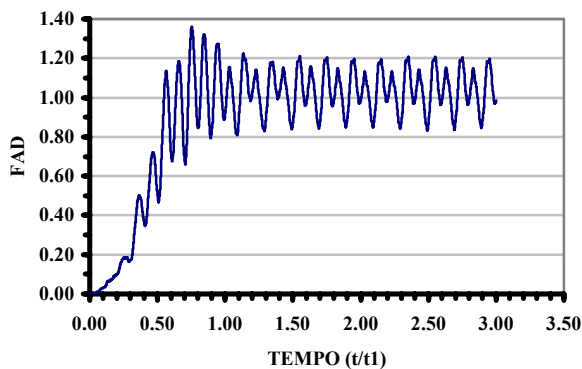
▪ Ponte Biapoiada sem Balanços



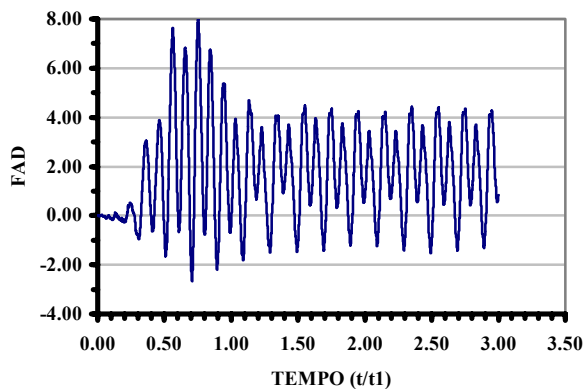
(a.1) Deslocamentos da seção central



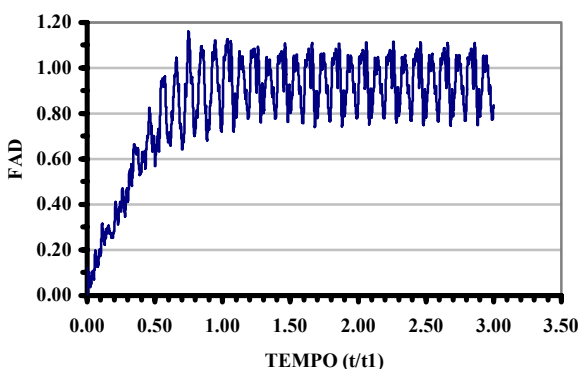
(b.1) Deslocamentos da seção central



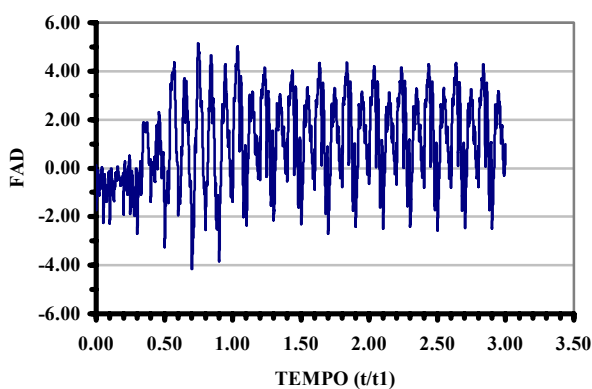
(a.2) Momentos fletores na seção central



(b.2) Momentos fletores na seção central



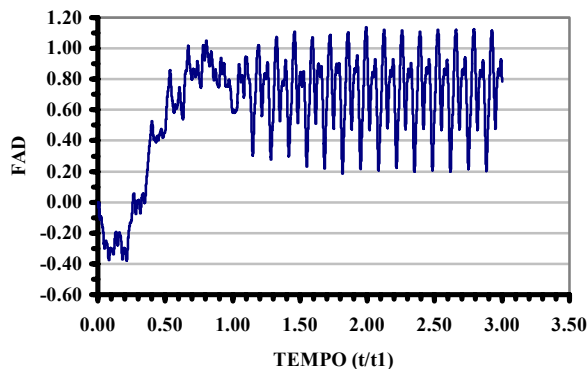
(a.3) Reações do apoio esquerdo



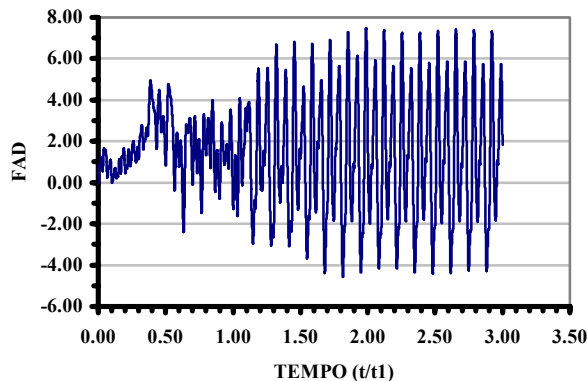
(b.3) Reações do apoio esquerdo

Figura 7.15 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito combinado da mobilidade com as irregularidades superficiais; modelo de veículo III; ponte biapoiada sem balanços; (a) pavimento excelente; (b) pavimento muito ruim

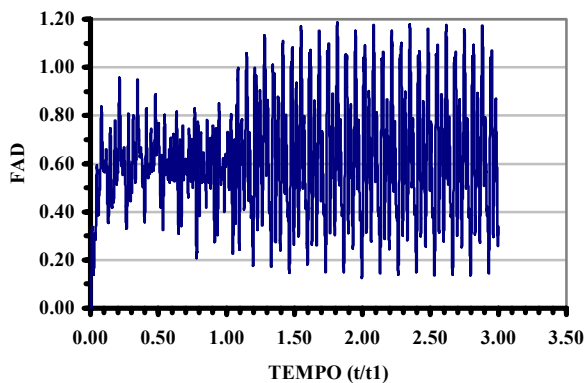
▪ **Ponte Biapoiada Com Balanços**



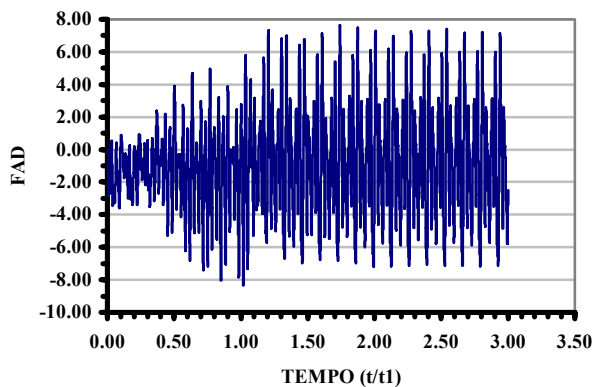
(a.1) Deslocamentos da extremidade do balanço esquerdo



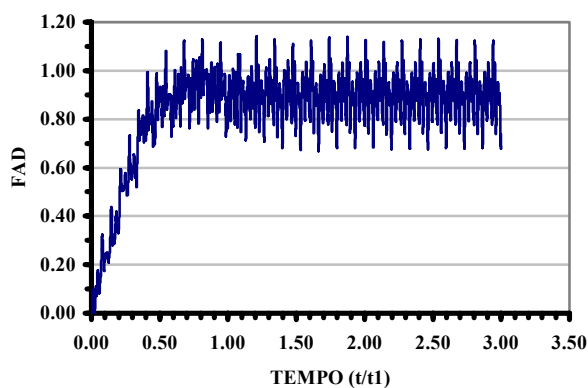
(b.1) Deslocamentos da extremidade do balanço esquerdo



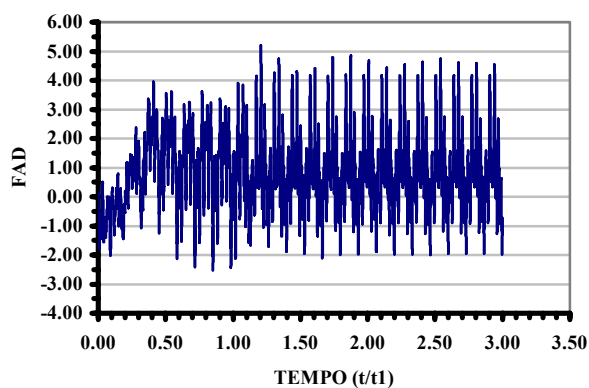
(a.2) Momentos fletores na seção do apoio esquerdo



(b.2) Momentos fletores na seção do apoio esquerdo



(a.3) Reações do apoio esquerdo



(b.3) Reações do apoio esquerdo

Figura 7.16 – Gráficos do comportamento geral ao longo do tempo: efeito combinado da mobilidade com as irregularidades superficiais; modelo de veículo III; ponte biapoiada com balanços; (a) pavimento excelente; (b) pavimento muito ruim

Analisando-se os gráficos das Figuras 7.1 a 7.16, nota-se, inicialmente, que as ampliações para as duas pontes em estudo, biapoiada com e sem balanços, devidas ao efeito da mobilidade dos veículos não são muito elevadas, sendo próximas da unidade. Contudo, essas ampliações crescem substancialmente, chegando mesmo a ultrapassar os efeitos devidos a presença estática dos veículos, quando se considera o efeito oriundo da interação dinâmica das viaturas do comboio com as irregularidades da pista, mesmo adotando-se um pavimento de qualidade excelente.

O quadro é bastante grave quando são observados os efeitos dinâmicos produzidos pelas irregularidades da pista, correspondentes a pavimentos de qualidade muito ruim, pois estes são extremamente severos, sendo bem superiores aos produzidos pela mobilidade dos veículos. Claramente, constata-se que as ações devidas às irregularidades da pista são muito mais relevantes do que as da mobilidade da carga.

De modo geral, verifica-se também que os valores máximos da resposta do sistema veículo-estrutura ocorrem na fase permanente, onde se observa a nítida predominância de uma frequência de carregamento com período de 0,27 s, correspondente ao tempo de travessia dos veículos do comboio, com velocidade constante, sobre quatro elementos finitos de viga, $T = l/v$, em que l é o espaçamento entre as viaturas, neste estudo feito igual a 6,0 m, e v a velocidade dos veículos, nesta análise adotada igual a 80 km/h.

Por fim, constata-se na fase transiente da maioria dos gráficos a sucessiva entrada na ponte dos veículos do comboio, pelas mudanças bruscas da curva nos instantes em que esses veículos encontram-se na posição correspondente à distância que os separa dos veículos anteriores. Assim sendo, as curvas representativas da resposta do sistema deslocam-se para a direita com ampliações bem mais elevadas, até que as pontes estejam completamente carregadas e os sistemas atinjam a fase permanente da resposta.

Para a reação de apoio, este comportamento é observado por um aumento desta grandeza correspondente à carga, peso do veículo, verificado pela descontinuidade da curva no gráfico da resposta.

7.4.2. Análise Estatística da Resposta Dinâmica do Sistema Veículo-Ponte

Nesta etapa do trabalho, realiza-se uma análise estatística dos resultados obtidos. As Tabelas 7.3 a 7.26, apresentadas a seguir, mostram os efeitos máximos médios para os modelos da ponte biapoiada sem balanços, Figura 4.7, e da ponte biapoiada com balanços, Figura 4.8, considerando-se somente a interação dos veículos com a superfície irregular do tabuleiro.

Essas tabelas apresentam os resultados da análise com base no fator de amplificação dinâmico médio, $[FAD]_{\text{médio}}$, obtido para 50 perfis de irregularidade distintos

[42], que representa a relação entre os efeitos dinâmicos máximos médios, μ_R , e os efeitos estáticos máximos; onde R é uma variável genérica da resposta do sistema. São apresentados ainda a média quadrática, $E[R^2]$, a variância, σ_R^2 , e o desvio padrão, $\sqrt{\sigma_R^2}$, todos associados à resposta do sistema.

7.4.2.1. Viga Biapoiada Sem Balanços

Tabela 7.3 – Deslocamentos máximos médios na seção central – efeito das irregularidades; velocidade = 80 km/h; qualidade do pavimento: excelente

Modelo de Veículo	$[FAD]_{\text{médio}}$ $\left(\frac{\mu_v}{V_{\text{est}}}\right)$	Média μ_v (cm)	Média Quadrática $E[V^2]$ (cm ²)	Variância σ_v^2 (cm ²)	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_v^2}$ (cm)	$\frac{\sqrt{\sigma_v^2}}{\mu_v}$
Tipo I (01 Massa)	0,36	0,24	0,067	0,00	0,00	0,00
Tipo I (02 Massas)	0,72	0,48	0,257	0,0234	0,153	0,32
Tipo II	0,62	0,41	0,196	0,0247	0,157	0,38
Tipo III	0,29	0,19	0,040	0,00	0,00	0,00

Tabela 7.4 – Momentos fletores máximos médios na seção central – efeito das irregularidades; velocidade = 80 km/h; qualidade do pavimento: excelente

Modelo de Veículo	$[FAD]_{\text{médio}}$ $\left(\frac{\mu_M}{V_{\text{est}}}\right)$	Média μ_M (kN m)	Média Quadrática $E[M^2]$ (kN ² m ²)	Variância σ_M^2 (kN ² m ²)	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_M^2}$ (kN m)	$\frac{\sqrt{\sigma_M^2}}{\mu_M}$
Tipo I (01 Massa)	0,38	$3,33 \times 10^3$	$1,23 \times 10^7$	$1,18 \times 10^6$	$1,09 \times 10^3$	0,33
Tipo I (02 Massas)	0,75	$6,58 \times 10^3$	$4,73 \times 10^7$	$3,88 \times 10^6$	$1,97 \times 10^3$	0,30
Tipo II	0,68	$5,74 \times 10^3$	$3,73 \times 10^7$	$4,23 \times 10^6$	$2,06 \times 10^3$	0,36
Tipo III	0,33	$2,82 \times 10^3$	$8,65 \times 10^7$	$5,49 \times 10^6$	$7,41 \times 10^3$	0,26

**Tabela 7.5 – Reações máximas médias do apoio esquerdo – efeito das irregularidades;
velocidade = 80 km/h; qualidade do pavimento: excelente**

Modelo de Veículo	$[FAD]_{\text{médio}}$ $\left(\frac{\mu_R}{V_{\text{est}}}\right)$	Média μ_R (kN)	Média Quadrática $E[R^2]$ (kN ²)	Variância σ_R^2 (kN ²)	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_R^2}$ (kN)	$\frac{\sqrt{\sigma_R^2}}{\mu_R}$
Tipo I (01 Massa)	0,32	4,32x10 ²	2,05x10 ⁵	1,57x10 ⁴	1,25x10 ²	0,29
Tipo I (02 Massas)	0,81	1,09x10 ³	1,26x10 ⁶	5,67x10 ⁴	2,38x10 ²	0,22
Tipo II	0,67	8,29x10 ²	7,38x10 ⁵	4,84x10 ⁴	2,20x10 ²	0,27
Tipo III	0,40	4,95x10 ²	2,63x10 ⁵	1,50x10 ⁴	1,23x10 ²	0,25

**Tabela 7.6 – Deslocamentos máximos médios na seção central – efeito das irregularidades;
velocidade = 140 km/h; qualidade do pavimento: excelente**

Modelo de Veículo	$[FAD]_{\text{médio}}$ $\left(\frac{\mu_v}{V_{\text{est}}}\right)$	Média μ_v (cm)	Média Quadrática $E[V^2]$ (cm ²)	Variância σ_v^2 (cm ²)	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_v^2}$ (cm)	$\frac{\sqrt{\sigma_v^2}}{\mu_v}$
Tipo I (01 Massa)	0,62	0,42	0,207	0,0325	0,180	0,43
Tipo I (02 Massas)	0,47	0,32	0,113	0,0124	0,1114	0,35
Tipo II	0,16	0,11	0,012	0,00	0,00	0,00
Tipo III	0,20	0,13	0,021	0,00	0,00	0,00

**Tabela 7.7 – Momentos fletores máximos médios na seção central – efeito das irregularidades;
velocidade = 140 km/h; qualidade do pavimento: excelente**

Modelo de Veículo	$[FAD]_{\text{médio}}$ $\left(\frac{\mu_M}{V_{\text{est}}}\right)$	Média μ_M (kN m)	Média Quadrática $E[M^2]$ (kN ² m ²)	Variância σ_M^2 (kN ² m ²)	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_M^2}$ (kN m)	$\frac{\sqrt{\sigma_M^2}}{\mu_M}$
Tipo I (01 Massa)	0,64	5,62x10 ³	3,68x10 ⁷	5,51x10 ⁶	2,35x10 ³	0,42
Tipo I (02 Massas)	0,50	4,39x10 ³	2,14x10 ⁷	1,95x10 ⁶	1,40x10 ³	0,32
Tipo II	0,22	1,86x10 ³	3,65x10 ⁷	2,83x10 ⁶	5,32x10 ²	0,29
Tipo III	0,25	2,14x10 ³	5,10x10 ⁷	4,84x10 ⁶	6,96x10 ²	0,33

**Tabela 7.8 – Reações máximas médias do apoio esquerdo – efeito das irregularidades;
velocidade = 140 km/h; qualidade do pavimento: excelente**

Modelo de Veículo	$[FAD]_{\text{médio}}$ $\left(\frac{\mu_R}{V_{\text{est}}}\right)$	Média μ_R (kN)	Média Quadrática $E[R^2]$ (kN ²)	Variância σ_R^2 (kN ²)	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_R^2}$ (kN)	$\frac{\sqrt{\sigma_R^2}}{\mu_R}$
Tipo I (01 Massa)	0,51	$6,89 \times 10^2$	$5,42 \times 10^5$	$6,12 \times 10^4$	$2,47 \times 10^2$	0,36
Tipo I (02 Massas)	0,69	$9,32 \times 10^2$	$9,28 \times 10^5$	$6,03 \times 10^4$	$2,46 \times 10^2$	0,26
Tipo II	0,39	$4,82 \times 10^2$	$2,52 \times 10^5$	$1,70 \times 10^4$	$1,30 \times 10^2$	0,27
Tipo III	0,41	$5,07 \times 10^2$	$2,77 \times 10^5$	$1,44 \times 10^4$	$1,20 \times 10^2$	0,24

**Tabela 7.9 – Deslocamentos máximos médios na seção central – efeito das irregularidades;
velocidade = 80 km/h; qualidade do pavimento: muito ruim**

Modelo de Veículo	$[FAD]_{\text{médio}}$ $\left(\frac{\mu_v}{V_{\text{est}}}\right)$	Média μ_v (cm)	Média Quadrática $E[V^2]$ (cm ²)	Variância σ_v^2 (cm ²)	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_v^2}$ (cm)	$\frac{\sqrt{\sigma_v^2}}{\mu_v}$
Tipo I (01 Massa)	5,81	3,91	17,190	1,8860	1,373	0,35
Tipo I (02 Massas)	11,49	7,73	65,790	5,9900	2,447	0,32
Tipo II	9,96	6,63	50,260	6,3340	2,517	0,38
Tipo III	4,64	3,10	10,260	0,6749	0,822	0,27

**Tabela 7.10 – Momentos fletores máximos médios na seção central – efeito das
irregularidades; velocidade = 80 km/h; qualidade do pavimento: muito ruim**

Modelo de Veículo	$[FAD]_{\text{médio}}$ $\left(\frac{\mu_M}{V_{\text{est}}}\right)$	Média μ_M (kN m)	Média Quadrática $E[M^2]$ (kN ² m ²)	Variância σ_M^2 (kN ² m ²)	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_M^2}$ (kN m)	$\frac{\sqrt{\sigma_M^2}}{\mu_M}$
Tipo I (01 Massa)	6,09	$5,34 \times 10^4$	$3,16 \times 10^9$	$3,02 \times 10^8$	$1,74 \times 10^4$	0,33
Tipo I (02 Massas)	12,01	$1,05 \times 10^5$	$1,21 \times 10^{10}$	$9,94 \times 10^8$	$3,15 \times 10^4$	0,30
Tipo II	10,91	$9,21 \times 10^4$	$9,56 \times 10^9$	$1,08 \times 10^9$	$3,29 \times 10^4$	0,36
Tipo III	5,32	$4,55 \times 10^4$	$2,21 \times 10^9$	$1,41 \times 10^8$	$1,19 \times 10^4$	0,26

**Tabela 7.11 – Reações máximas médias do apoio esquerdo – efeito das irregularidades;
velocidade = 80 km/h; qualidade do pavimento: muito ruim**

Modelo de Veículo	$[FAD]_{\text{médio}}$ $\left(\frac{\mu_R}{V_{\text{est}}}\right)$	Média μ_R (kN)	Média Quadrática $E[R^2]$ (kN ²)	Variância σ_R^2 (kN ²)	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_R^2}$ (kN)	$\frac{\sqrt{\sigma_R^2}}{\mu_R}$
Tipo I (01 Massa)	5,16	6,97x10 ³	5,25x10 ⁷	4,01x10 ⁶	2,00x10 ³	0,29
Tipo I (02 Massas)	13,02	1,76x10 ⁴	3,23x10 ⁸	1,45x10 ⁷	3,81x10 ³	0,22
Tipo II	10,74	1,33x10 ⁴	1,89x10 ⁸	1,24x10 ⁷	3,52x10 ³	0,26
Tipo III	6,44	7,97x10 ³	6,72x10 ⁷	3,84x10 ⁶	1,96x10 ³	0,25

**Tabela 7.12 – Deslocamentos máximos médios na seção central – efeito das irregularidades;
velocidade = 140 km/h; qualidade do pavimento: muito ruim**

Modelo de Veículo	$[FAD]_{\text{médio}}$ $\left(\frac{\mu_v}{V_{\text{est}}}\right)$	Média μ_v (cm)	Média Quadrática $E[V^2]$ (cm ²)	Variância σ_v^2 (cm ²)	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_v^2}$ (cm)	$\frac{\sqrt{\sigma_v^2}}{\mu_v}$
Tipo I (01 Massa)	9,92	6,68	52,930	8,3210	2,885	0,43
Tipo I (02 Massas)	7,55	5,09	29,040	3,1770	1,782	0,35
Tipo II	2,56	1,70	3,135	0,2406	0,491	0,29
Tipo III	3,23	2,15	5,249	0,6107	0,782	0,36

**Tabela 7.13 – Momentos fletores máximos médios na seção central – efeito das
irregularidades; velocidade = 140 km/h; qualidade do pavimento: muito ruim**

Modelo de Veículo	$[FAD]_{\text{médio}}$ $\left(\frac{\mu_M}{V_{\text{est}}}\right)$	Média μ_M (kN m)	Média Quadrática $E[M^2]$ (kN ² m ²)	Variância σ_M^2 (kN ² m ²)	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_M^2}$ (kN m)	$\frac{\sqrt{\sigma_M^2}}{\mu_M}$
Tipo I (01 Massa)	10,20	8,95x10 ⁴	9,42x10 ⁹	1,41x10 ⁹	3,76x10 ⁴	0,42
Tipo I (02 Massas)	8,05	7,06x10 ⁴	5,49x10 ⁹	4,98x10 ⁸	2,23x10 ⁴	0,32
Tipo II	3,48	2,94x10 ⁴	9,35x10 ⁸	7,24x10 ⁷	8,51x10 ³	0,29
Tipo III	4,02	3,44x10 ⁴	1,30x10 ⁹	1,24x10 ⁸	1,11x10 ⁴	0,32

Tabela 7.14 – Reações máximas médias do apoio esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 140 km/h; qualidade do pavimento: muito ruim

Modelo de Veículo	$[FAD]_{\text{médio}}$ $\left(\frac{\mu_R}{V_{\text{est}}}\right)$	Média μ_R (kN)	Média Quadrática $E[R^2]$ (kN ²)	Variância σ_R^2 (kN ²)	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_R^2}$ (kN)	$\frac{\sqrt{\sigma_R^2}}{\mu_R}$
Tipo I (01 Massa)	8,22	$1,11 \times 10^4$	$1,39 \times 10^8$	$1,57 \times 10^7$	$3,96 \times 10^3$	0,36
Tipo I (02 Massas)	11,04	$1,49 \times 10^4$	$2,38 \times 10^8$	$1,54 \times 10^7$	$3,93 \times 10^3$	0,26
Tipo II	6,27	$7,76 \times 10^3$	$6,45 \times 10^7$	$4,35 \times 10^6$	$2,09 \times 10^3$	0,27
Tipo III	6,62	$8,19 \times 10^3$	$7,08 \times 10^7$	$3,69 \times 10^6$	$1,92 \times 10^3$	0,23

7.4.2.2. Viga Biapoiada Com Balanços

Tabela 7.15 – Deslocamentos máximos médios na extremidade do balanço esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 80 km/h; qualidade do pavimento: excelente

Modelo de Veículo	$[FAD]_{\text{médio}}$ $\left(\frac{\mu_v}{V_{\text{est}}}\right)$	Média μ_v (cm)	Média Quadrática $E[V^2]$ (cm ²)	Variância σ_v^2 (cm ²)	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_v^2}$ (cm)	$\frac{\sqrt{\sigma_v^2}}{\mu_v}$
Tipo I (01 Massa)	0,44	0,21	0,052	0,00	0,00	0,00
Tipo I (02 Massas)	1,32	0,64	0,446	0,0367	0,1916	0,30
Tipo II	1,16	0,50	0,279	0,0247	0,157	0,31
Tipo III	0,66	0,29	0,090	0,00	0,00	0,00

Tabela 7.16 – Momentos fletores máximos médios na seção sobre o apoio esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 80 km/h; qualidade do pavimento: excelente

Modelo de Veículo	$[FAD]_{\text{médio}}$ $\left(\frac{\mu_M}{V_{\text{est}}}\right)$	Média μ_M (kN m)	Média Quadrática $E[M^2]$ (kN ² m ²)	Variância σ_M^2 (kN ² m ²)	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_M^2}$ (kN m)	$\frac{\sqrt{\sigma_M^2}}{\mu_M}$
Tipo I (01 Massa)	0,60	$2,43 \times 10^3$	$7,11 \times 10^6$	$1,14 \times 10^6$	$1,07 \times 10^3$	0,44
Tipo I (02 Massas)	1,39	$5,63 \times 10^3$	$3,44 \times 10^7$	$2,58 \times 10^6$	$1,61 \times 10^3$	0,29
Tipo II	1,39	$4,22 \times 10^3$	$1,90 \times 10^7$	$1,28 \times 10^6$	$1,13 \times 10^3$	0,27
Tipo III	1,11	$3,24 \times 10^3$	$1,13 \times 10^7$	$8,03 \times 10^5$	$8,99 \times 10^2$	0,28

Tabela 7.17 – Reações máximas médias do apoio esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 80 km/h; qualidade do pavimento: excelente

Modelo de Veículo	$[FAD]_{\text{médio}}$ $\left(\frac{\mu_R}{V_{\text{est}}}\right)$	Média μ_R (kN)	Média Quadrática $E[R^2]$ (kN ²)	Variância σ_R^2 (kN ²)	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_R^2}$ (kN)	$\frac{\sqrt{\sigma_R^2}}{\mu_R}$
Tipo I (01 Massa)	0,33	$6,76 \times 10^2$	$5,36 \times 10^5$	$7,48 \times 10^4$	$2,73 \times 10^2$	0,40
Tipo I (02 Massas)	0,71	$1,45 \times 10^3$	$2,29 \times 10^6$	$1,56 \times 10^5$	$3,95 \times 10^2$	0,27
Tipo II	0,54	$1,03 \times 10^3$	$1,12 \times 10^6$	$8,91 \times 10^4$	$2,99 \times 10^2$	0,29
Tipo III	0,46	$8,67 \times 10^2$	$8,30 \times 10^5$	$6,90 \times 10^4$	$2,63 \times 10^2$	0,30

Tabela 7.18 – Deslocamentos máximos médios na extremidade do balanço esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 140 km/h; qualidade do pavimento: excelente

Modelo de Veículo	$[FAD]_{\text{médio}}$ $\left(\frac{\mu_v}{V_{\text{est}}}\right)$	Média μ_v (cm)	Média Quadrática $E[V^2]$ (cm ²)	Variância σ_v^2 (cm ²)	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_v^2}$ (cm)	$\frac{\sqrt{\sigma_v^2}}{\mu_v}$
Tipo I (01 Massa)	0,81	0,40	0,188	0,0312	0,177	0,44
Tipo I (02 Massas)	1,05	0,51	0,285	0,0222	0,149	0,29
Tipo II	0,50	0,22	0,051	0,00	0,00	0,00
Tipo III	0,54	0,24	0,060	0,00	0,00	0,00

Tabela 7.19 – Momentos fletores máximos médios na seção sobre o apoio esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 140 km/h; qualidade do pavimento: excelente

Modelo de Veículo	$[FAD]_{\text{médio}}$ $\left(\frac{\mu_M}{V_{\text{est}}}\right)$	Média μ_M (kN m)	Média Quadrática $E[M^2]$ (kN ² m ²)	Variância σ_M^2 (kN ² m ²)	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_M^2}$ (kN m)	$\frac{\sqrt{\sigma_M^2}}{\mu_M}$
Tipo I (01 Massa)	0,53	$2,15 \times 10^3$	$5,04 \times 10^6$	$4,27 \times 10^5$	$6,53 \times 10^2$	0,30
Tipo I (02 Massas)	1,19	$4,82 \times 10^3$	$2,46 \times 10^7$	$1,42 \times 10^6$	$1,19 \times 10^3$	0,25
Tipo II	1,15	$3,49 \times 10^3$	$1,35 \times 10^7$	$1,37 \times 10^6$	$1,17 \times 10^3$	0,34
Tipo III	1,07	$3,11 \times 10^3$	$1,06 \times 10^7$	$8,94 \times 10^5$	$9,46 \times 10^2$	0,30

Tabela 7.20 – Reações máximas médias do apoio esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 140 km/h; qualidade do pavimento: excelente

Modelo de Veículo	$[FAD]_{\text{médio}}$ $\left(\frac{\mu_R}{V_{\text{est}}}\right)$	Média μ_R (kN)	Média Quadrática $E[R^2]$ (kN ²)	Variância σ_R^2 (kN ²)	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_R^2}$ (kN)	$\frac{\sqrt{\sigma_R^2}}{\mu_R}$
Tipo I (01 Massa)	0,29	$5,94 \times 10^2$	$3,79 \times 10^5$	$1,90 \times 10^4$	$1,38 \times 10^2$	0,23
Tipo I (02 Massas)	0,64	$1,31 \times 10^3$	$1,76 \times 10^6$	$6,66 \times 10^4$	$2,58 \times 10^2$	0,20
Tipo II	0,51	$9,70 \times 10^2$	$1,02 \times 10^6$	$8,85 \times 10^4$	$2,98 \times 10^2$	0,31
Tipo III	0,46	$8,67 \times 10^2$	$7,95 \times 10^5$	$5,66 \times 10^4$	$2,38 \times 10^2$	0,27

Tabela 7.21 – Deslocamentos máximos médios na extremidade do balanço esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 80 km/h; qualidade do pavimento: muito ruim

Modelo de Veículo	$[FAD]_{\text{médio}}$ $\left(\frac{\mu_v}{V_{\text{est}}}\right)$	Média μ_v (cm)	Média Quadrática $E[V^2]$ (cm ²)	Variância σ_v^2 (cm ²)	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_v^2}$ (cm)	$\frac{\sqrt{\sigma_v^2}}{\mu_v}$
Tipo I (01 Massa)	7,04	3,42	13,240	1,5170	1,232	0,36
Tipo I (02 Massas)	21,04	10,24	114,200	9,3950	3,065	0,30
Tipo II	18,56	8,07	71,490	6,3270	2,515	0,31
Tipo III	10,62	4,66	22,950	1,2500	1,118	0,24

Tabela 7.22 – Momentos fletores máximos médios na seção sobre o apoio esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 80 km/h; qualidade do pavimento: muito ruim

Modelo de Veículo	$[FAD]_{\text{médio}}$ $\left(\frac{\mu_M}{V_{\text{est}}}\right)$	Média μ_M (kN m)	Média Quadrática $E[M^2]$ (kN ² m ²)	Variância σ_M^2 (kN ² m ²)	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_M^2}$ (kN m)	$\frac{\sqrt{\sigma_M^2}}{\mu_M}$
Tipo I (01 Massa)	9,65	$3,91 \times 10^4$	$1,82 \times 10^9$	$2,93 \times 10^8$	$1,71 \times 10^4$	0,44
Tipo I (02 Massas)	22,31	$9,03 \times 10^4$	$8,82 \times 10^9$	$6,59 \times 10^8$	$2,57 \times 10^4$	0,28
Tipo II	22,16	$6,73 \times 10^4$	$4,85 \times 10^9$	$3,27 \times 10^8$	$1,81 \times 10^4$	0,27
Tipo III	17,78	$5,18 \times 10^4$	$2,89 \times 10^9$	$2,06 \times 10^8$	$1,43 \times 10^4$	0,28

Tabela 7.23 – Reações máximas médias do apoio esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 80 km/h; qualidade do pavimento: muito ruim

Modelo de Veículo	$[FAD]_{\text{médio}}$ $\left(\frac{\mu_R}{V_{\text{est}}}\right)$	Média μ_R (kN)	Média Quadrática $E[R^2]$ (kN ²)	Variância σ_R^2 (kN ²)	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_R^2}$ (kN)	$\frac{\sqrt{\sigma_R^2}}{\mu_R}$
Tipo I (01 Massa)	5,31	1,09x10 ⁴	1,37x10 ⁸	1,91x10 ⁷	4,38x10 ³	0,40
Tipo I (02 Massas)	11,41	2,34x10 ⁴	5,85x10 ⁸	3,99x10 ⁷	6,31x10 ³	0,27
Tipo II	8,56	1,63x10 ⁴	2,88x10 ⁸	2,28x10 ⁷	4,78x10 ³	0,29
Tipo III	7,41	1,40x10 ⁴	2,13x10 ⁸	1,77x10 ⁷	4,20x10 ³	0,30

Tabela 7.24 – Deslocamentos máximos médios na extremidade do balanço esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 140 km/h; qualidade do pavimento: muito ruim

Modelo de Veículo	$[FAD]_{\text{médio}}$ $\left(\frac{\mu_v}{V_{\text{est}}}\right)$	Média μ_v (cm)	Média Quadrática $E[V^2]$ (cm ²)	Variância σ_v^2 (cm ²)	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_v^2}$ (cm)	$\frac{\sqrt{\sigma_v^2}}{\mu_v}$
Tipo I (01 Massa)	13,02	6,33	48,110	7,9910	2,827	0,45
Tipo I (02 Massas)	16,87	8,21	73,020	5,6810	2,384	0,29
Tipo II	7,99	3,47	13,040	0,9829	0,991	0,29
Tipo III	8,62	3,78	15,450	1,1560	1,075	0,28

Tabela 7.25 – Momentos fletores máximos médios na seção sobre o apoio esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 140 km/h; qualidade do pavimento: muito ruim

Modelo de Veículo	$[FAD]_{\text{médio}}$ $\left(\frac{\mu_M}{V_{\text{est}}}\right)$	Média μ_M (kN m)	Média Quadrática $E[M^2]$ (kN ² m ²)	Variância σ_M^2 (kN ² m ²)	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_M^2}$ (kN m)	$\frac{\sqrt{\sigma_M^2}}{\mu_M}$
Tipo I (01 Massa)	8,49	3,44x10 ⁴	1,29x10 ⁹	1,09x10 ⁸	1,05x10 ⁴	0,30
Tipo I (02 Massas)	19,03	7,70x10 ⁴	6,30x10 ⁹	3,65x10 ⁸	1,91x10 ⁴	0,25
Tipo II	18,39	5,58x10 ⁴	3,47x10 ⁹	3,51x10 ⁸	1,87x10 ⁴	0,34
Tipo III	17,08	4,98x10 ⁴	2,71x10 ⁹	2,29x10 ⁸	1,51x10 ⁴	0,30

Tabela 7.26 – Reações máximas médias do apoio esquerdo – efeito das irregularidades; velocidade = 140 km/h; qualidade do pavimento: muito ruim

Modelo de Veículo	$[FAD]_{\text{médio}}$ $\left(\frac{\mu_R}{V_{\text{est}}} \right)$	Média μ_R (kN)	Média Quadrática $E[R^2]$ (kN ²)	Variância σ_R^2 (kN ²)	Desvio Padrão $\sqrt{\sigma_R^2}$ (kN)	$\frac{\sqrt{\sigma_R^2}}{\mu_R}$
Tipo I (01 Massa)	4,69	$9,60 \times 10^3$	$9,70 \times 10^7$	$4,87 \times 10^6$	$2,21 \times 10^3$	0,23
Tipo I (02 Massas)	10,17	$2,08 \times 10^4$	$4,51 \times 10^8$	$1,71 \times 10^7$	$4,13 \times 10^3$	0,20
Tipo II	8,12	$1,54 \times 10^4$	$2,61 \times 10^8$	$2,27 \times 10^7$	$4,76 \times 10^3$	0,31
Tipo III	7,29	$1,37 \times 10^4$	$2,03 \times 10^8$	$1,45 \times 10^7$	$3,81 \times 10^3$	0,28

Dentro do objetivo desta análise, focalizam-se, agora, os valores do fator de amplificação dinâmico médio, $[FAD]_{\text{médio}}$, que representa a relação entre os efeitos dinâmicos máximos médios e os efeitos estáticos máximos, Tabelas 7.3 a 7.26.

Verifica-se, novamente, que as ações dinâmicas provenientes das irregularidades superficiais com qualidade da pista excelente, Tabelas 7.3 a 7.8 e Tabelas 7.15 a 7.20, representam parcela considerável na resposta do sistema veículo-ponte, chegando mesmo a ultrapassar as produzidas pelas ações estáticas devidas ao peso das viaturas. O problema cresce significativamente de importância no caso de irregularidades superficiais com qualidade da pista muito ruim, Tabelas 7.9 a 7.14 e Tabelas 7.21 a 7.26.

Percebe-se também que a relação entre os valores médios dos efeitos máximos da resposta do sistema veículo-ponte correspondentes ao efeito dinâmico proveniente das irregularidades da pista de qualidade muito ruim e qualidade excelente tendem a 16, como mostram as Tabelas 7.3 a 7.14 e Tabelas 7.15 a 7.26. Já para os valores médios quadráticos desses efeitos, a relação tende a 256. Isto se deve ao fato do coeficiente representativo da qualidade do pavimento, $\Phi(\omega_0)$, Tabela 3.1, é igual a 256 cm³ para pistas muito ruins e 1 cm³ para pistas de qualidade excelente. Assim sendo, pode-se proceder a análise considerando-se um valor unitário para $\Phi(\omega_0)$ e depois aplicar um fator multiplicativo de acordo com a qualidade do pavimento utilizado.

7.4.3. Espectros – Efeito da Frequência de Carregamento

Em decorrência das elevadas amplificações produzidas pela interação dos veículos com as irregularidades do pavimento e sua associação com a frequência da excitação, realiza-se um estudo para determinar as velocidades críticas de travessia dos diversos tipos

de veículos. Para isto, varia-se a freqüência de carregamento, sendo esta função da velocidade das viaturas e do espaçamento entre as mesmas.

Desta forma, são elaborados espectros de resposta com base nos valores dos fatores de amplificação dinâmicos médios, $[FAD]_{\text{médio}}$, e do parâmetro de freqüência, β , definido pela relação $\frac{v}{(l \cdot f_{01})}$, na qual v representa a velocidade dos veículos do comboio, l denota o espaçamento entre os carros e f_{01} é a freqüência da excitação que pode ser associada aos veículos e/ou ao tabuleiro, dependendo da faixa de freqüência e do caso em estudo.

O fator de amplificação dinâmico médio, $[FAD]_{\text{médio}}$, é obtido pela relação entre o efeito dinâmico máximo médio, μ , para 50 perfis de irregularidade distintos [42], e o correspondente efeito estático máximo. Esta grandeza exprime uma quantidade que pode bem representar as diversas variações e singularidades do problema em estudo, pois existe uma afinidade destacada entre a definição do $[FAD]_{\text{médio}}$ e a metodologia utilizada na prática de projeto para o cálculo de diversas grandezas determinantes. Desta forma, o $[FAD]_{\text{médio}}$ pode ser utilizado para uma crítica às prescrições na NBR 7187/03 [30].

Convém chamar a atenção do leitor para o fato de que os espectros de resposta apresentados fornecem uma visão geral acerca da interação dinâmica existente entre os comboios dos diversos tipos de veículos e o tabuleiro das obras de arte. Assim, são gerados os espectros para as pontes biapoiadas com e sem balanços, com vão de 30,0 m, definidas em 4.3.1 e 4.3.2. O espaçamento entre os veículos é constante, sendo igual a 6,0 m.; e a qualidade do pavimento adotada é a excelente, conforme definido em 4.4. Vale ressaltar que estes espectros são elaborados considerando-se somente o efeito da interação dos veículos com as irregularidades superficiais, não se levando em conta seu peso.

A coordenada central do modelo biapoiado sem balanços representa o foco central da análise quantitativa e qualitativa dos fatores de amplificação dinâmicos. No que tange a ponte biapoiada com balanços, à extremidade do balanço esquerdo e à seção sobre o apoio esquerdo são as seções onde esses fatores de amplificação são obtidos. Com relação às reações de apoio, os espectros indicam, em ambos os sistemas estruturais, as respostas dinâmicas calculadas apenas nos apoios esquerdos das estruturas.

Ressalta-se que todos os resultados obtidos nestas análises estão normalizados pelos correspondentes valores estáticos máximos, sendo denominados de fatores de amplificação dinâmicos médios $[FAD]_{\text{médio}}$, conforme já definido.

7.4.3.1. Viga Biapoiada Sem Balanços

A seguir, são apresentados, nas Figuras 7.17 a 7.28, os espectros de resposta obtidos para o tabuleiro biapoiado sem balanços quando submetido ao tráfego de veículos.

O intervalo de velocidades considerado nesta análise varia de 20 km/h a 200 km/h. Velocidades superiores a estas não são consideradas por serem muito superiores àquelas observadas usualmente na realidade prática de projeto.

Vale ressaltar que os espectros são elaborados considerando-se apenas os efeitos da interação dos veículos com a irregularidade do pavimento, sendo esta de qualidade excelente.

Inicialmente, são analisados os espectros de resposta correspondentes aos veículos com apenas um eixo, com uma ou duas massas, Figuras 7.17 a 7.22.

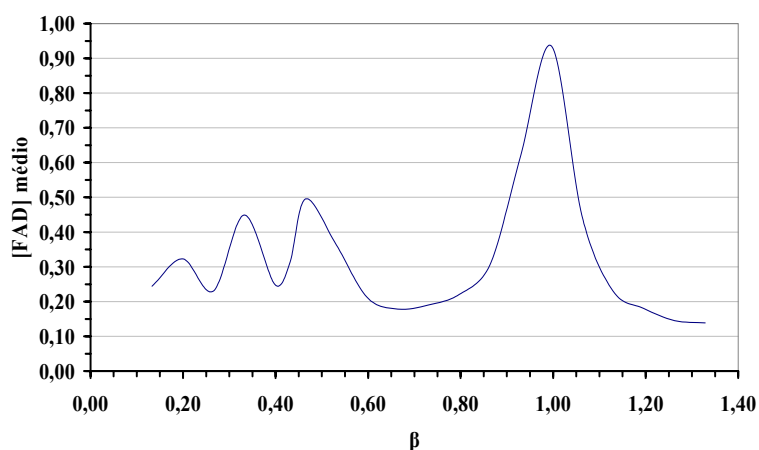


Figura 7.17 – Espectro de resposta: deslocamento; seção central da viga biapoiada sem balanços; modelo de veículo I com uma massa

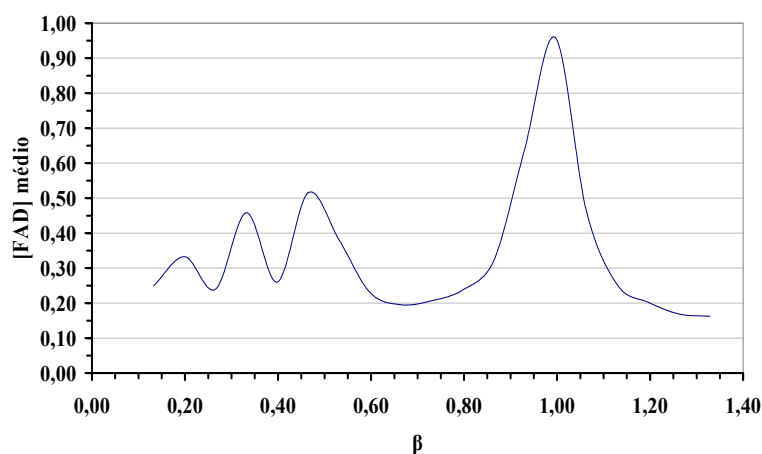


Figura 7.18 – Espectro de resposta: momento fletor; seção central da viga biapoiada sem balanços; modelo de veículo I com uma massa

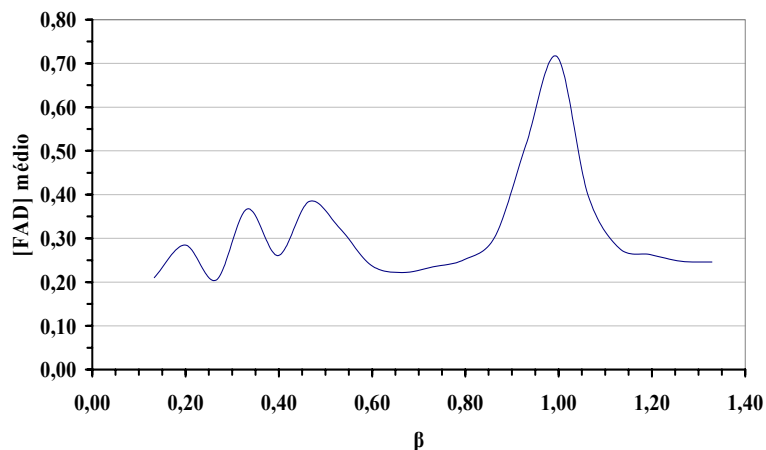


Figura 7.19 – Espectro de resposta: reação de apoio; apoio esquerdo da viga biapoiada sem balanços; modelo de veículo I com uma massa

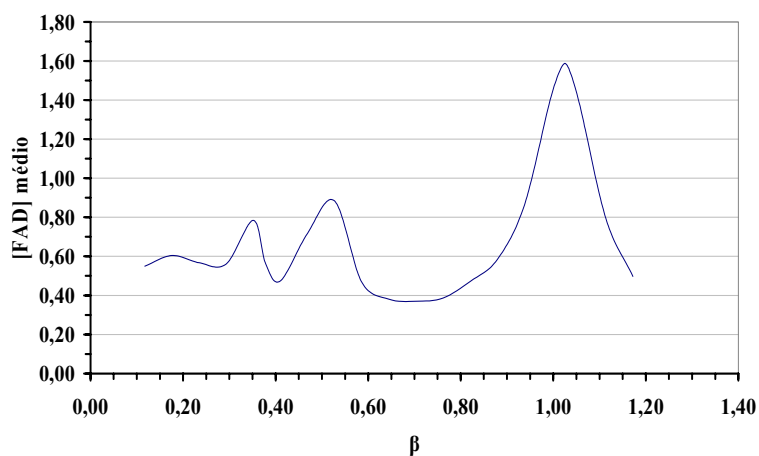


Figura 7.20 – Espectro de resposta: deslocamento; seção central da viga biapoiada sem balanços; modelo de veículo I com duas massas

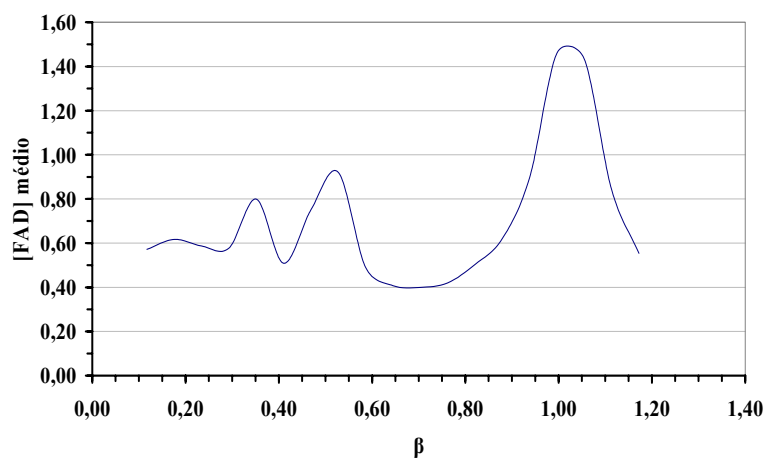


Figura 7.21 – Espectro de resposta: momento fletor; seção central da viga biapoiada sem balanços; modelo de veículo I com duas massas

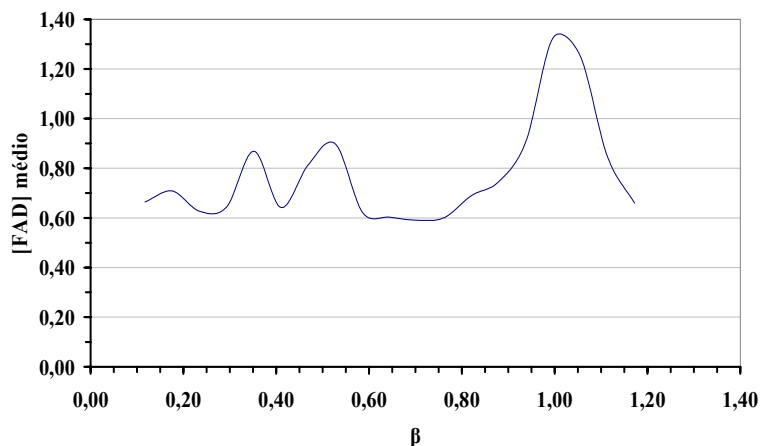


Figura 7.22 – Espectro de resposta: reação de apoio; apoio esquerdo da viga biapoiada sem balanços; modelo de veículo I com duas massas

Analisando-se os espectros de resposta, observa-se que os mesmos apresentam trechos distintos, cada um encerrando uma região com efeitos acentuados correspondendo a valores do parâmetro de frequência indicativo de igualdade entre frequências da excitação e do sistema veículo-ponte. Desta forma, é interessante fazer uma análise mais minuciosa sobre estes espectros. Com este objetivo, pode-se dividi-los em dois segmentos distintos, a saber:

- Segmento do 1º Pico:

A frequência de carregamento, decorrente de uma sucessão de cargas, igualmente espaçadas e se deslocando sobre o tabuleiro com a mesma velocidade, aproxima-se da frequência da massa suspensa dos veículos.

- Segmento do 2º Pico:

Para velocidades mais elevadas, constata-se, também, a existência de um segundo pico que surge quando a frequência de carregamento aproxima-se da frequência fundamental das obras de arte analisadas.

Foi observado também que existem outros picos de menor influência na resposta do sistema veículo-ponte, se comparados aos picos dos dois trechos descritos anteriormente. Tal fato é explicado, em regiões de velocidades mais elevadas, pela coincidência entre frequências múltiplas das frequências dos veículos e de frequências correspondentes a modos mais elevados das pontes rodoviárias.

Destaca-se que, de modo geral, para os veículos com apenas um eixo, a transferência de energia do sistema se dá com mais intensidade no trecho correspondente ao 2º pico dos gráficos, Figuras 7.17 a 7.22, correspondente a ressonância entre a frequência de carregamento do comboio e a frequência fundamental da ponte. O referido trecho é preponderante com relação aos demais trechos dos espectros de deslocamentos e esforços.

Ressalta-se que as ampliações máximas, provenientes do trecho do 2º pico dos espectros para a ponte em estudo, devidas exclusivamente ao efeito das irregularidades da pista com pavimentos de qualidade excelente, correspondem em torno de 70% a 90% dos efeitos máximos produzidos pela presença estática dos veículos, no que tange ao modelo de veículo com um eixo e uma massa. Já para o caso correspondente ao modelo de veículo com um eixo e duas massas, os efeitos são muito mais severos, em consonância com o trabalho de SILVA [42], chegando mesmo a ultrapassar com boa margem os efeitos estáticos provenientes das viaturas do comboio.

Convém chamar a atenção do leitor, novamente, para o fato de que as ações dinâmicas provenientes das irregularidades superficiais representam parcela considerável na resposta do sistema veículo-ponte.

De modo geral, as ampliações máximas (trecho do 2º pico dos gráficos, Figuras 7.17 a 7.22) no sistema estrutural analisado ocorrem quando a velocidade dos veículos do comboio é da ordem de 160 km/h a 170 km/h, em ambos os casos. Assim sendo, a partir da definição do parâmetro de frequência, β , expresso pela relação $\frac{v}{(l \cdot f_{01})}$, podem-se obter facilmente as velocidades de travessia críticas para qualquer sistema estrutural. Para tanto, é necessário que se atribua o valor unitário para β e com base na frequência fundamental da obra de arte, f_{01} , e do espaçamento entre estes, l , conhecidos a priori, pode-se obter a velocidade crítica, v_c , associada aos efeitos máximos da resposta provenientes exclusivamente das irregularidades da pista.

Finalmente, ao observar-se a magnitude dos efeitos produzidos exclusivamente pelas irregularidades da pista, mostrados nas Figuras 7.17 a 7.22, sob a forma de espectros de resposta, pode-se concluir que o quadro apresentado é, então, muito sério; os efeitos dinâmicos provenientes das irregularidades do pavimento provocam, nos tabuleiros rodoviários, ações bastante amplificadas com relação àquelas consideradas correntemente em projeto. Vale citar que no Brasil, por deficiência de conservação das rodovias, as irregularidades existem em profusão.

A seguir, são apresentados e analisados, nas Figuras 7.23 a 7.28, os espectros de resposta obtidos para o tabuleiro biapoiado sem balanços quando submetido ao tráfego de comboios de veículos com dois e três eixos.

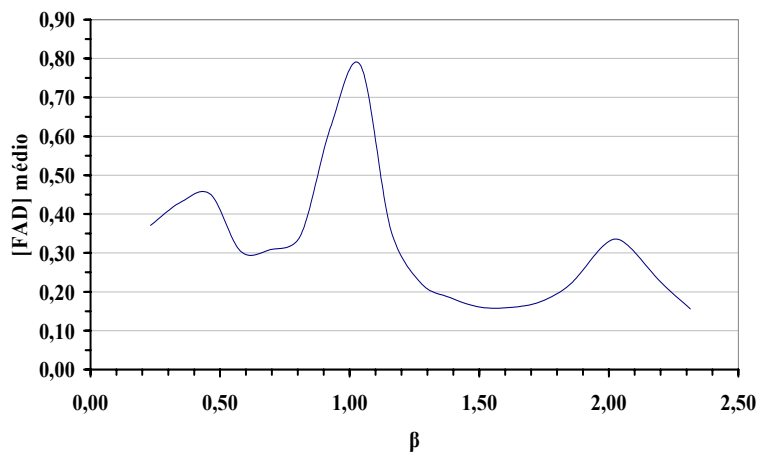


Figura 7.23 – Espectro de resposta: deslocamento; seção central da viga biapoiada sem balanços; modelo de veículo II

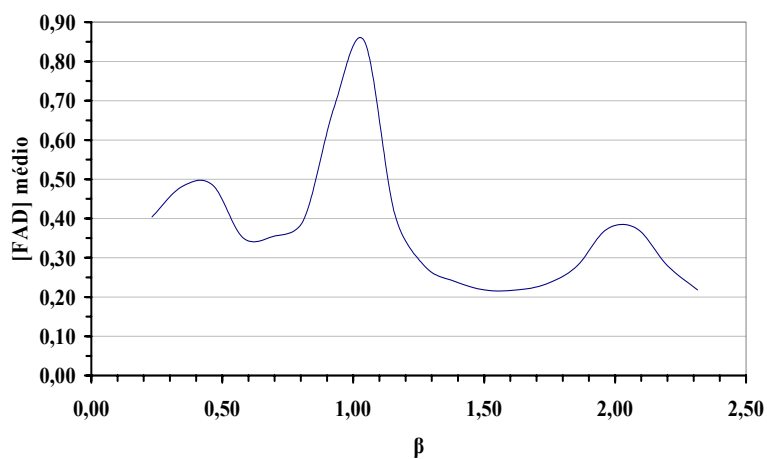


Figura 7.24 – Espectro de resposta: momentos fletores; seção central da viga biapoiada sem balanços; modelo de veículo II

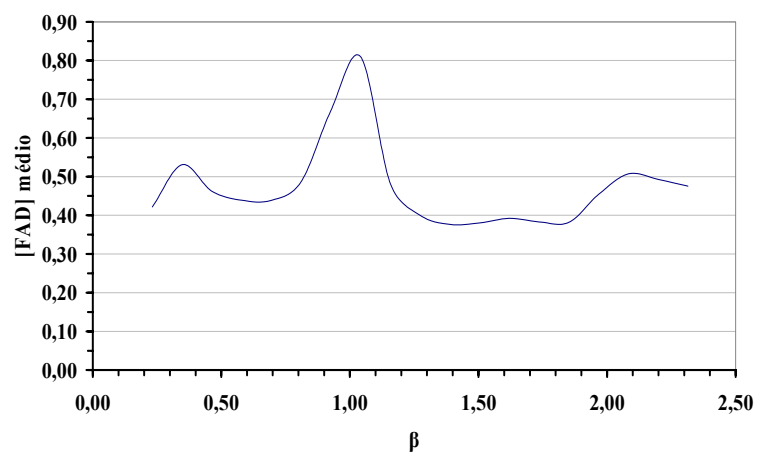


Figura 7.25 – Espectro de resposta: reações de apoio; apoio esquerdo da viga biapoiada sem balanços; modelo de veículo II

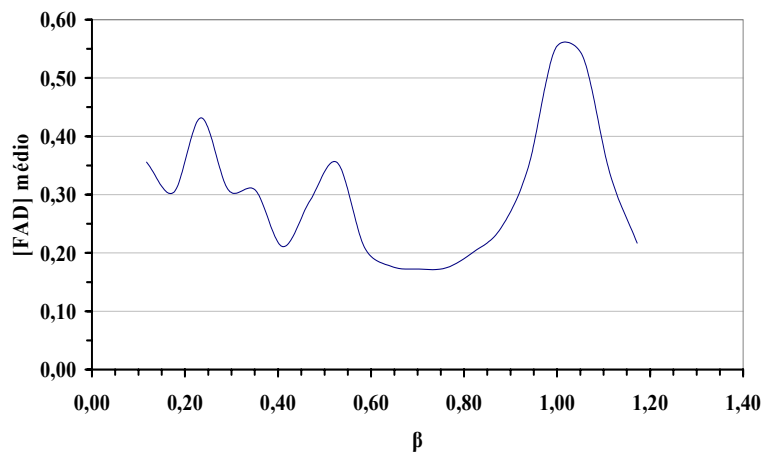


Figura 7.26 – Espectro de resposta: deslocamento; seção central da viga biapoiada sem balanços; modelo de veículo III

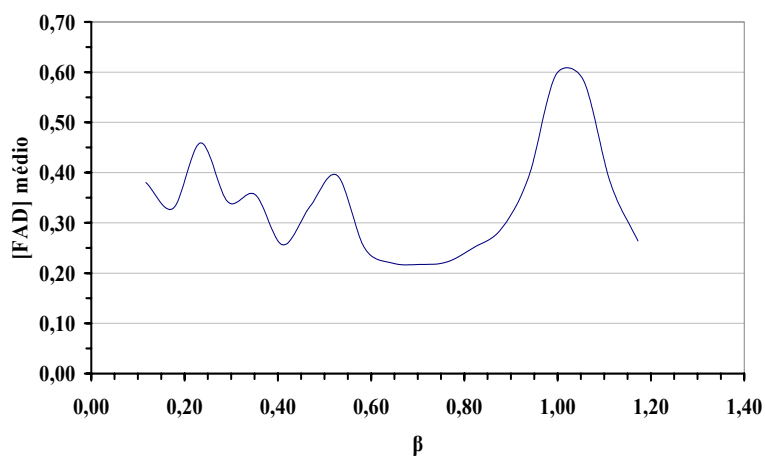


Figura 7.27 – Espectro de resposta: momento fletor; seção central da viga biapoiada sem balanços; modelo de veículo III

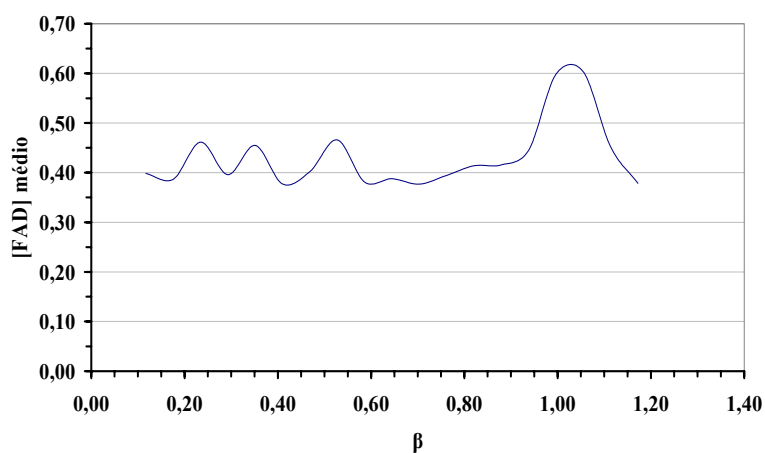


Figura 7.28 – Espectro de resposta: reação de apoio; apoio esquerdo da viga biapoiada sem balanços; modelo de veículo III

Observando-se as Figuras 7.23 a 7.28, observa-se que esses gráficos, da mesma forma como no caso anterior, Figuras 7.17 a 7.22, apresentam-se com regiões contendo efeitos dinâmicos bastante acentuados. Como explicado anteriormente, tal fato corresponde a valores do parâmetro de frequência indicativo de igualdade entre frequências da excitação e do sistema veículo-ponte. Desta forma, é interessante proceder-se, novamente, a uma análise mais criteriosa sobre estes espectros. Com este objetivo, pode-se dividi-los em segmentos distintos, a saber:

- Trechos do 1º Pico e do 2º Pico:

Neste caso, a frequência de carregamento, decorrente de uma sucessão de eixos, igualmente espaçados e deslocando-se sobre o tabuleiro com velocidade constante, aproxima-se das frequências correspondentes aos graus de liberdade translacional e rotacional associados à massa suspensa dos veículos, como mostrado nas Figuras 7.23 a 7.28. Esta situação ocorre, principalmente, para os veículos com três eixos, Figuras 7.26 a 7.28.

- Trecho do 3º Pico:

Para velocidades mais elevadas, verifica-se, ainda, como já explicado anteriormente, a existência de um terceiro pico que surge quando a frequência de carregamento aproxima-se da frequência fundamental das obras de arte em estudo, tanto no caso dos veículos com dois eixos quanto na situação correspondente aos veículos com três eixos, conforme ilustrado nas Figuras 7.23 a 7.28.

O quadro, neste caso, é bastante similar à situação anterior (veículos com um eixo), onde verifica-se, novamente, que existem outros picos de menor influência na resposta do sistema veículo-ponte. Conforme já dito, tal fato é explicado, em regiões de velocidades mais elevadas, pela coincidência entre frequências múltiplas das frequências dos veículos e de frequências correspondentes a modos mais elevados das pontes rodoviárias, respectivamente.

Ressalta-se que para os veículos com dois eixos, a transferência de energia do sistema se dá com mais intensidade no trecho correspondente ao 1º pico dos gráficos, Figuras 7.23 a 7.25, correspondente à ressonância entre a frequência de carregamento do comboio e da massa suspensa dos carros. O referido trecho é preponderante com relação aos demais trechos dos espectros de deslocamentos e esforços. Todavia, o mesmo não acontece para os veículos com três eixos, já que neste caso a transferência de energia do

sistema se dá com mais intensidade no trecho correspondente ao pico dos gráficos associado à ressonância entre a frequência de excitação do comboio e a frequência fundamental da obra de arte, Figuras 7.26 a 7.28.

Destaca-se que os fatores de amplificação dinâmicos máximos (deslocamentos e esforços), para a obra de arte analisada, provenientes exclusivamente das irregularidades da pista de tabuleiros com pavimentos de qualidade excelente, correspondem em torno de 80% dos efeitos máximos produzidos pela presença estática dos veículos, no que tange ao modelo de veículo com dois eixos e três massas. Na outra situação, associada ao modelo de veículo com três eixos e quatro massas, esses efeitos são da ordem de 60% dos efeitos estáticos máximos provenientes dos veículos do comboio.

Novamente, percebe-se que as ações dinâmicas provenientes das irregularidades superficiais, mesmo aquelas de qualidade excelente, representam parcela significativa na resposta do sistema veículo-ponte.

Para o modelo de veículo com dois eixos, as amplificações máximas no sistema estrutural em estudo ocorrem quando a velocidade das viaturas do comboio é da ordem de 80 km/h. Para o modelo de veículo de com três eixos, a velocidade associada ao fator de amplificação máximo é da ordem de 150 km/h.

Novamente, observando-se a magnitude dos efeitos produzidos exclusivamente pelas irregularidades da pista, mostrados nas Figuras 7.23 a 7.28, é reforçada a conclusão de que os efeitos dinâmicos provenientes das irregularidades do pavimento provocam deslocamentos e esforços bastante amplificados nos tabuleiros das pontes rodoviárias em relação àqueles considerados usualmente em projeto.

7.4.3.2. Viga Biapoiada Com Balanços

Nas Figuras 7.29 a 7.40, apresentam-se os espectros de resposta obtidos para o tabuleiro biapoiado com balanços quando submetido à passagem de um comboio de veículos. Nesta etapa, também consideram-se os quatro modelos de viatura definidos no Capítulo 2, sendo o espaçamento entre estes igual a 6,0 m.

O intervalo de velocidades considerado varia de 20 km/h a 200 km/h, como considerado para o modelo de viga biapoiada sem balanços. Estes espectros, novamente, são elaborados considerando-se apenas os efeitos da interação dos veículos com a irregularidade do pavimento, sendo esta de qualidade excelente.

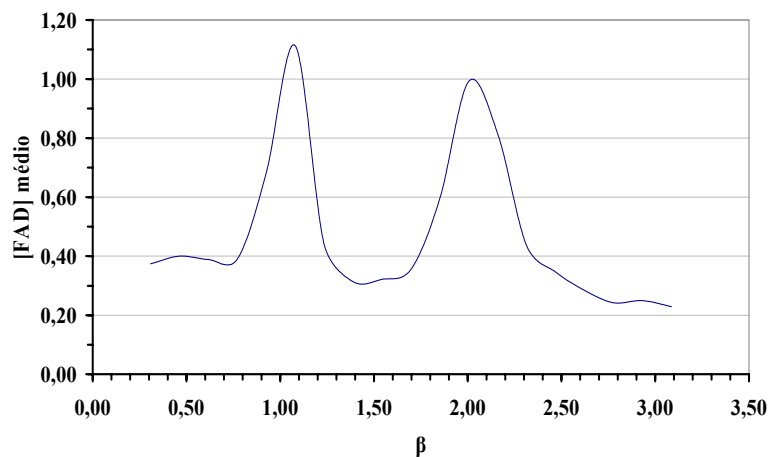


Figura 7.29 – Espectro de resposta: deslocamento; extremidade do balanço esquerdo da viga biapoiada com balanços; modelo de veículo I com uma massa

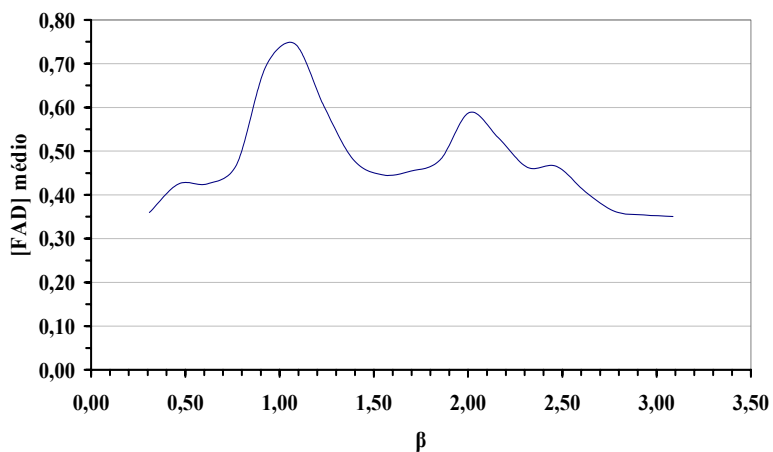


Figura 7.30 – Espectro de resposta: momento fletor; seção sobre o apoio esquerdo da viga biapoiada com balanços; modelo de veículo I com uma massa

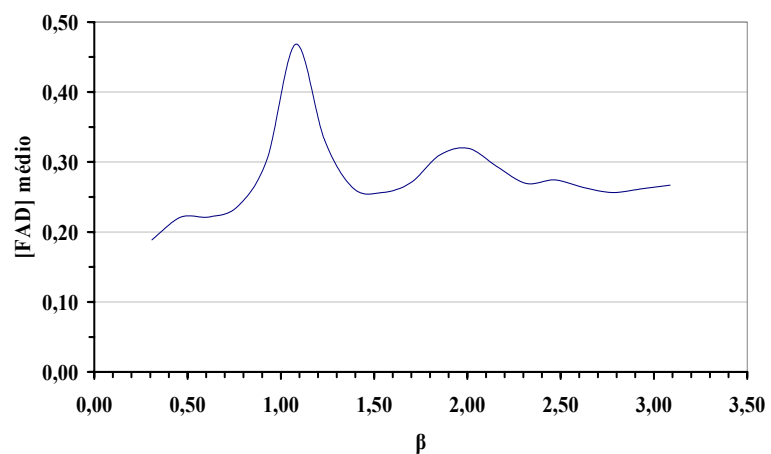


Figura 7.31 – Espectro de resposta: reação de apoio; apoio esquerdo da viga biapoiada com balanços; modelo de veículo I com uma massa

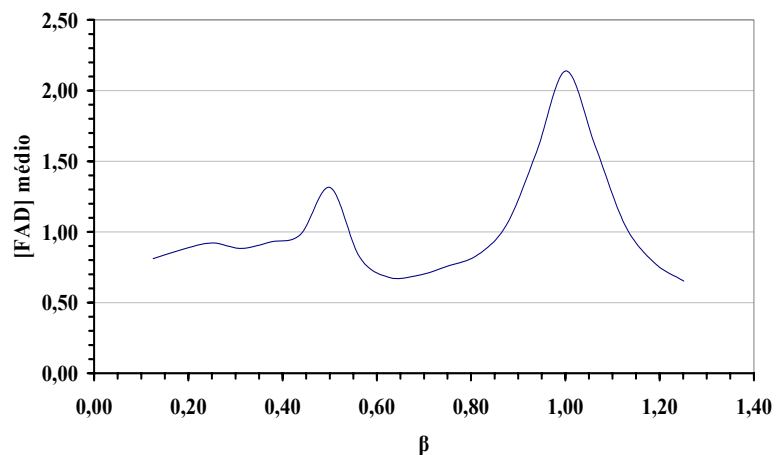


Figura 7.32 – Espectro de resposta: deslocamento; extremidade do balanço esquerdo da viga biapoçada com balanços; modelo de veículo I com duas massas

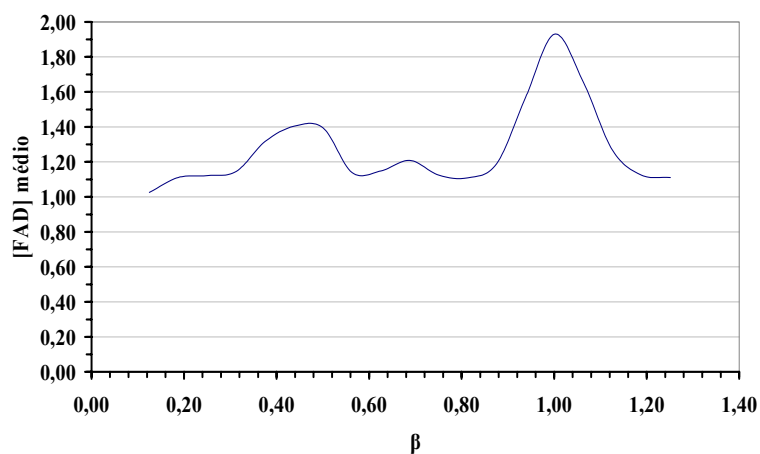


Figura 7.33 – Espectro de resposta: momento fletor; seção sobre o apoio esquerdo da viga biapoçada com balanços; modelo de veículo I com duas massas

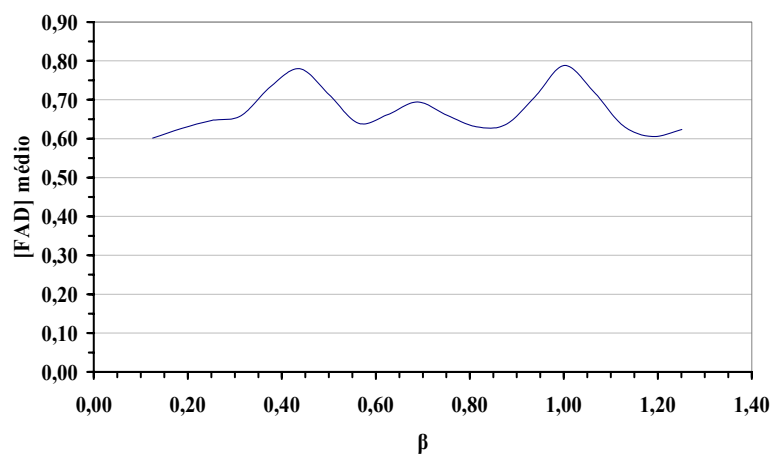


Figura 7.34 – Espectro de resposta: reação de apoio; apoio esquerdo da viga biapoçada com balanços; modelo de veículo I com duas massas

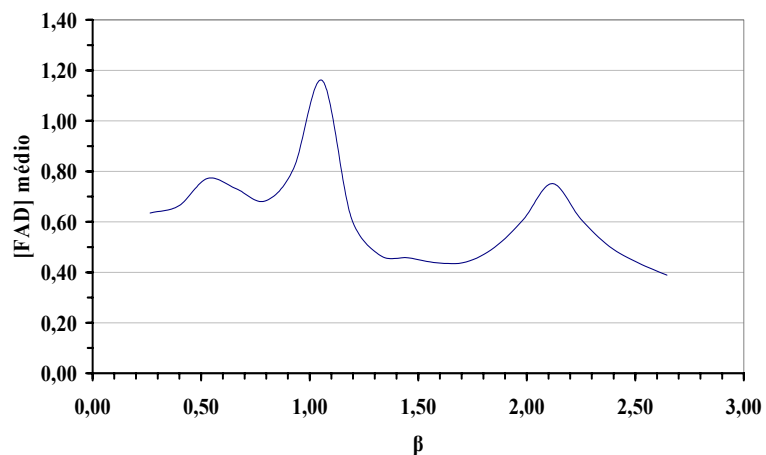


Figura 7.35 – Espectro de resposta: deslocamento; extremidade do balanço esquerdo da viga biapoiada com balanços; modelo de veículo II

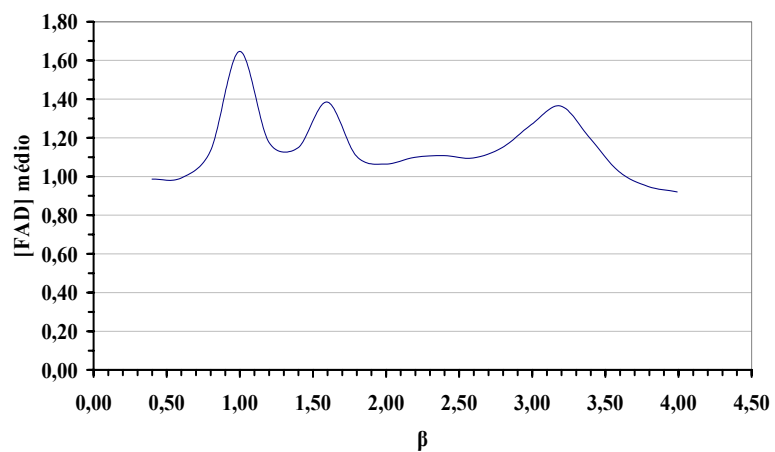


Figura 7.36 – Espectro de resposta: momento fletor; seção sobre o apoio esquerdo da viga biapoiada com balanços; modelo de veículo II

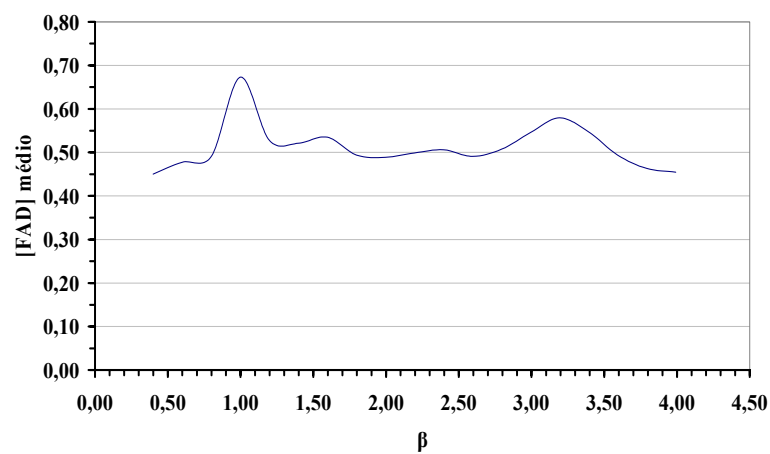


Figura 7.37 – Espectro de resposta: reação de apoio; apoio esquerdo da viga biapoiada com balanços; modelo de veículo II

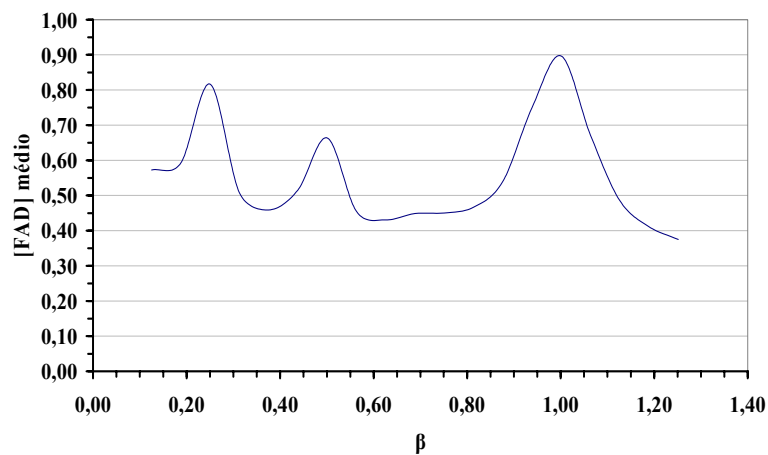


Figura 7.38 – Espectro de resposta: deslocamento; extremidade do balanço esquerdo da viga biapoiada com balanços; modelo de veículo III

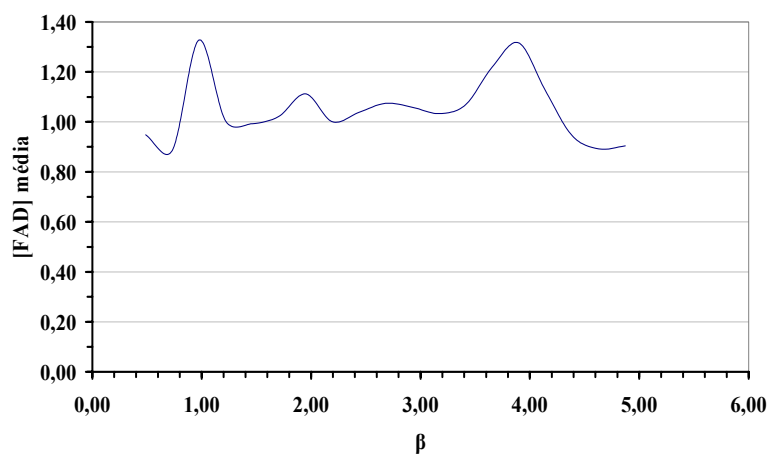


Figura 7.39 – Espectro de resposta: momento fletor; seção sobre o apoio esquerdo da viga biapoiada com balanços; modelo de veículo III

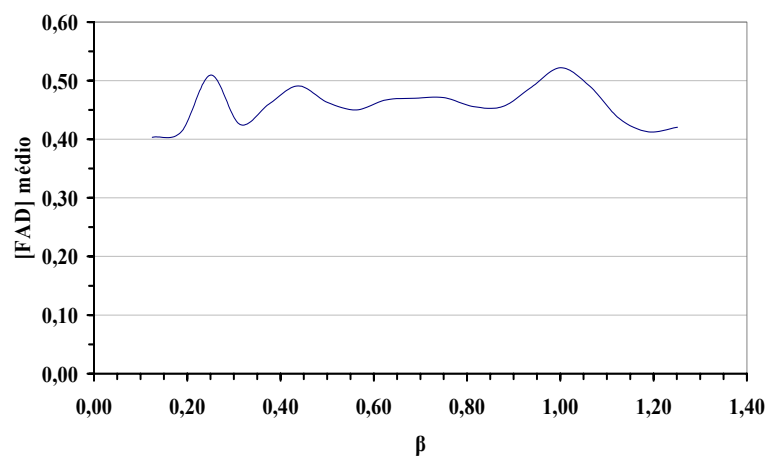


Figura 7.40 – Espectro de resposta: reação de apoio; apoio esquerdo da viga biapoiada com balanços; modelo de veículo III

Observando-se os resultados, deslocamentos e esforços, apresentados nas Figuras 7.29 a 7.40, no que tange aos aspectos qualitativos dos espectros de resposta, pode-se concluir que o quadro é rigorosamente o mesmo encontrado quando da análise da obra de arte biapoiada sem balanço. Assim sendo, procede-se a análise dos gráficos apenas no tocante aos aspectos quantitativos da resposta do sistema veículo-ponte, de forma a não repetir, demasiadamente, conclusões absolutamente similares.

Para o modelo de veículo I com uma massa, as amplificações máximas no sistema em análise, viga biapoiada com balanços, ocorrem quando a velocidade dos carros é da ordem de 70 km/h. Com relação ao modelo com um eixo e duas massas, esta velocidade modifica-se para um valor em torno de 160 km/h.

O quadro repete-se com referência aos veículos com mais de um eixo. No caso dos carros com dois eixos e três massas, os efeitos dinâmicos máximos sobre o sistema estrutural ocorrem quando a velocidade das viaturas do comboio é da ordem de 70 km/h. Para o modelo de veículo de com três eixos e quatro massas, a velocidade associada ao fator de amplificação máximo é da ordem de 160 km/h.

Observando-se os valores das grandezas na resposta do sistema veículo-ponte (deslocamentos e esforços) correspondentes, principalmente, às seções do balanço, observa-se que os fatores de amplificação dinâmicos, provenientes exclusivamente das irregularidades da pista, superam os efeitos máximos produzidos pela presença estática dos veículos. Como exemplo, pode-se citar o $[FAD]_{\text{médio}} = 2,0$ para os deslocamentos verticais no extremo do balanço, associados ao modelo de veículo com um eixo e duas massas, Figura 7.32.

Tal situação ocorre em grande parte dos casos estudados referentes aos balanços, no que tange aos modelos de veículos desenvolvidos nesta dissertação, Figuras 7.29 a 7.40. Este fato possui similaridade com referência à ponte anterior, viga biapoiada sem balanços, e indica que as seções dos balanços devem merecer atenção especial por parte dos projetistas desse tipo de estrutura.

Mais uma vez, observa-se, sem sombra de dúvidas, que as ações dinâmicas oriundas da interação existente entre as viaturas e o perfil irregular, mesmo aqueles de qualidade excelente, representam efeitos muito severos, principalmente para as seções dos balanços, das obras de arte rodoviárias.

7.4.4. Avaliação Qualitativa e Quantitativa dos Modelos de Veículos Propostos

Um dos objetivos desta dissertação de mestrado é o de propor e analisar a adequação de diversos tipos de modelos de veículos na análise dinâmica de pontes rodoviárias. Assim sendo, após a análise extensa acerca do comportamento geral do

sistema veículo-ponte e, bem como, dos fatores de amplificação máximos médios, pode-se concluir, no que tange a modelagem dos veículos, que as viaturas com apenas um eixo e uma ou duas massas devem ser consideradas com muito cuidado, no que diz respeito à avaliação dos fatores de amplificação dinâmicos, pois estes modelos de veículos, como era de se esperar, magnificam a resposta dinâmica das obras de arte de forma exagerada, até pela própria natureza desse tipo de modelo, bastante simplificado.

Por outro lado, pode-se observar pelos resultados obtidos ao longo desta dissertação que os veículos com dois e três eixos, representativos das viaturas existentes na norma brasileira de pontes [53], induzem a fatores de amplificação dinâmicos, deslocamentos e esforços, mais suaves, especialmente o veículo com três eixos, diferentemente dos veículos com apenas um eixo, principalmente, no caso do modelo com um eixo e duas massas.

8. Considerações Finais

8.1. Introdução

Inúmeras conclusões encontram-se distribuídas ao longo dos capítulos anteriores. Neste capítulo, resumem-se apenas as observações mais importantes e as sugestões relativas ao tema desenvolvido, de modo a permitir a implementação de trabalhos futuros.

8.2. Conclusões

Convém chamar a atenção do leitor para o fato de que todos os modelos ensaiados são associados a vigas isostáticas de concreto armado, com e sem balanços, em seção caixão, submetidas à passagem de diversos comboios infinitos de veículos sobre a superfície irregular do tabuleiro. No que tange a questão qualitativa dos resultados, tais observações podem ser estendidas a outras combinações de dimensões. Quanto aos aspectos quantitativos, é possível uma extensão desde que acompanhada por criteriosa avaliação. Desta forma, tem-se que:

1. O modelo matemático adotado traduz de forma adequada o comportamento de pontes rodoviárias, submetidas ao tráfego de veículos sobre a superfície irregular do tabuleiro;
2. Os quatro modelos de veículos propostos representam a resposta dinâmica do sistema veículo-estrutura de maneira adequada;
3. A metodologia de análise desenvolvida para o cálculo da resposta do sistema veículo-ponte segundo análise no domínio do tempo com base em modelo estatístico apresenta-se coerente, no que tange a aspectos qualitativos e quantitativos da resposta, o que assegura confiabilidade aos resultados, conclusões e recomendações obtidos neste estudo;
4. Os fatores de amplificação dinâmicos máximos médios relativos a deslocamentos e esforços, devidos ao efeito da mobilidade da carga (somente efeito do peso das viaturas) não são muito elevados, sendo próximas da unidade. Porém, claramente constata-se que as ações provenientes das irregularidades da pista são substancialmente mais severas que as da mobilidade da carga, chegando mesmo a ultrapassar com boa margem as produzidas pela presença estática dos veículos;

5. Sem sombra de dúvida, as ações mais severas transmitidas aos tabuleiros das pontes são ocasionadas pela ocorrência de irregularidades superficiais correspondendo, em situações extremas, relacionadas a pavimentos de qualidade inferior, a mais de quinze vezes os valores admitidos em projeto;
6. Deve-se ressaltar, no tocante a modelagem dos veículos, que as viaturas com apenas um eixo e uma ou duas massas devem ser consideradas com muita cautela no que diz respeito à avaliação dos fatores de amplificação dinâmicos, pois estes modelos, como era de se esperar, amplificam a resposta dinâmica das obras de arte de forma exagerada, até pela própria natureza desse tipo de modelo, bastante simplificado;
7. Os veículos com dois eixos e três massas e três eixos e quatro massas, representativos das viaturas existentes na norma brasileira de pontes [53], geram sobre as obras de arte de concreto armado fatores de amplificação dinâmicos, correspondentes a deslocamentos e esforços, mais suaves, especialmente o veículo com três eixos. Tal fato não ocorre quando trata-se dos veículos com apenas um eixo, principalmente, no caso do modelo com um eixo e duas massas;
8. Com base no exposto anteriormente, propor recomendações de projeto para atender as solicitações dinâmicas oriundas do efeito das irregularidades superficiais seria totalmente anti-econômico e fora de propósito. Deste modo, esta dissertação permite recomendar, como solução absolutamente inadiável para o problema, a realização de uma conservação permanente, preventiva e, ainda, corretiva, assegurando superfícies de rolamento das obras de arte livres de "buracos", "lombadas" e "costelas".

8.3. Sugestões para Trabalhos Futuros

Para continuidade deste trabalho de pesquisa são observadas as seguintes sugestões:

1. Estudar os valores dos fatores de amplificação dinâmicos da resposta do sistema veículo-ponte, deslocamentos e esforços, para viaturas mais leves ($P = 120 \text{ kN}$), de acordo com a norma brasileira de pontes [53];
2. Estudar uma variação dos coeficientes de rigidez e amortecimento dos diversos tipos de veículo propostos nesta dissertação;
3. Analisar os efeitos da variação do vão dos modelos isostáticos e, bem como, proceder ao estudo da resposta dinâmica das obras de arte hiperestáticas;
4. Estudar outras obras de arte rodoviárias além da viga reta, como pontes estaiadas, suspensas e em arco;

5. Implementar modelos tridimensionais para os veículos e, bem como, para as obras de arte, de forma a considerar o problema da interação dinâmica veículo-estrutura, de maneira ainda mais realista;
6. Estudar variações em torno da função da densidade espectral do pavimento, obtida experimentalmente;
7. Verificar as formulações apresentadas com estudo experimental de campo e de laboratório;
8. Divulgar os resultados e conclusões do estudo feito para sensibilizar os órgãos e entidades vinculadas aos sistemas viários nacionais.

Referências Bibliográficas

- 1 WILLIS, R. **Appendix to the Report of the Commissioners Appointed to Inquire into the Application of Iron to Railway Structures.** 1849. Stationary Office, London, 1849.
- 2 STOKES, G. **Discussion of a Differential Equation Relating to the Breaking of Railway Bridges.** 1849. Trans. Cambridge Philosophic Soc., Vol. 8, 1849.
- 3 KRILOV, A. N. **Über Die Erzwungenen Schwingungen Von Gleichförmigen Elastischen Stäben.** 1905. Mathematische Annalen, Vol. 61, 1905.
- 4 TIMOSHENKO, S. **Vibration Problems in Engineering.** 1964. 3rd Edition, D. Van Nostrand, 1964.
- 5 INGLIS, C. E. **A Mathematical Treatise on Vibrations in Railway Bridges.** 1934. Cambridge Univ. Press, London, 1934.
- 6 HILLERBORG, A. **Dynamics Influences of Smoothly Running Loads on Simply Supported Girders.** 1951. Inst. Struc. Engr. Bridge Building, Royal Inst. Tech. Stockholm, 1951.
- 7 AYRE, R. S., FORD, G. and JACOBSEN, L. S. **Transverse Vibration of a Two Span Beam under Action of a Moving Constant Force.** 1950. Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME, Vol. 17, pp.1-12, 1950.
- 8 LOONEY, C. T. **Impact on Railway Bridges.** 1944. Univ. of Illinois Bulletin, Series nº 352, 1944.
- 9 EDGERTON, R. C. and BEECROFT, G. W. **Dynamic Studies of Two Continuous Plate Girder Bridges.** 1955. Hwy. Res. Bd. Bull., nº 124, Washington D.C., pp.33-46, 1955.

- 10 SCHEFFEY, C. F. **Dynamic Load Analysis and Design of Highway Bridges**. 1955. Hwy. Res. Bd. Bull., n° 124, Washington D.C., pp.16-32, 1955.
- 11 TUNG, T. P., GOODMAN, L. E., CHEN, T. Y. and NEWMARK, N. M. **Highway Bridge Impact Problems**. 1956. Hwy. Res. Bd. Bull, n° 124, 1956.
- 12 BIGGS, J. M., SUER, H. S. and LOUW, J. M. **Vibration of Simple-Span Highway Bridges**. 1959. Trans. ASCE, Vol. 124, p.291, 1959
- 13 BIGGS, J. M. **Introduction to Structural Dynamics**. 1964. McGraw Hill, 1964.
- 14 WEN, R. K. **Dynamic Response of Beams Traversed by Two-Axle Loads**. 1960. ASCE, J. Mech. Div., Vol. 86. 1960.
- 15 HUANG, T. and VELETOS, A. S. **Analysis of Dynamic Response of Highway Bridges**. 1970. ASCE, J. Mech. Div., Vol. 96, 1970.
- 16 STANISIC, M. M. and HARDIN, J. C. **On the Response of Beams to an Arbitrary Number of Concentrated Moving Masses**. 1969. J. Franklin Inst., Vol. 287, pp.115-123, 1969.
- 17 YOSHIDA, D. M. and WEAVER, W. **Finite Element Analysis of Beams and Plates with Moving Loads**. 1971. Pub. Intl. Assoc. Bridge Struc. Engr., Vol. 31, p.179, 1971.
- 18 DAYLEY, G., CAYWOOD, W. C. and O'CONNOR, J. S. **A General Purpose Computer Program for the Dynamic Simulation of Vehicle-Guideway Interactions**. 1973. AIAA J., Vol. 11, p.278, 1973.
- 19 SMITH, J. W. **Finite Strip Analysis of the Dynamic Response of Beam and Slab Highway Bridges**. 1973. Intl. J. Earthquake Engr. Struc. Dyn., Vol. 1, pp.357-370, 1973.
- 20 TING, E. C., GENIN, J. and GINSBERG, J. H. **A General Algorithm for the Moving Mass Problem**. 1974. J. Sound Vib., Vol. 33, p.49, 1974.

- 21 TRAIL-NASH, W. R. and GUPTA, R. K. **Bridge Dynamic Loading due to Road Surface Irregularities and Breaking of Vehicle**. 1980. Intl. J. Earthquake Engr. Struc. Dyn., Vol. 8, pp.83-96, 1980.
- 22 WU, J. S., LEE, M. L. and LAI, T. S. **The Dynamic Analysis of a Flat Plate under a Moving Load by the Finite Element Method**. 1987. Intl. J. Num. Meth. Engr., Vol. 24, pp.743-762, 1987.
- 23 CARNEIRO, R. J. F. M. **Análise de Pontes Rodoviárias sob a Ação de Cargas Móveis**. 1986. PUC-Rio - Tese de Mestrado, RJ, 1986.
- 24 INBANATHAN, B. M. J. and WIELAND, M. **Bridge Vibrations due to Vehicle Moving over Rough Surface**. 1987. ASCE, J. Struc. Engr., Vol. 113, nº 9, pp.1994-2009, 1987.
- 25 RAMALHO, F. N. M. **Pontes Rodoviárias Submetidas a Situações Especiais de Carregamento Dinâmico**. 1988. PUC-Rio - Tese de Mestrado, RJ, 1988.
- 26 SEDLACEK, G. and DROSNER, St. **Dynamik bei Brücken**. 1990. Institut für Stahlbau, RWTH Aachen, Mies van der Rohe Str. 1, 5100, Aachen, U. Braunschweig, U. Hannover. 1990.
- 27 BRAUN, H. **Untersuchungen Von Fahrbahnunebenheiten und Anwendungen der Ergebnisse**. 1969. Von der Fakultät für Maschinenbau und Elektrotechnik der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, Dissertation, 1969.
- 28 BRAUN, H. **Untersuchungen über Fahrbahnunebenheiten**. 1966. Deutsche Kraftfahrtforschung und Strassenverkehrstechnik. 1966.
- 29 FERREIRA, K. I. I. **Avaliação do Critério para Cálculo dos Efeitos das Cargas Móveis em Pontes Rodoviárias**. 1991. PUC-Rio - Tese de Mestrado, RJ, 1991.
- 30 ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, ABNT. **Projeto e Execução de Pontes de Concreto Armado e Protendido - NBR 7187**. 2003.

- 31 WANG, T. L. and HUANG, D. **Cable-Stayed Bridge Vibrations due to Road Surface Roughness**. 1992. ASCE, J. Struc. Engr., Vol. 118, n° 5, pp.1354-1374, 1992.
- 32 WANG, T. L., HUANG, D. and SHAHAWY, M. **Dynamic Response of Multigirder Bridges**. 1992. ASCE, J. Struc. Engr., Vol. 118, pp.2222-2238, 1992.
- 33 WANG, T. L., HAUNG, D. and SHAHAWY, M. **Impact Analysis of Continuous Multigirder Bridges due to Moving Vehicles**. 1992. ASCE, J. Struc. Engr., Vol. 118, n° 12, pp.3427-3443, 1992.
- 34 WANG, T. L., HUANG, D. and SHAHAWY, M. **Impact Studies of Multigirder Concrete Bridges**. 1993. ASCE, J. Struc. Engr., Vol. 119, n° 8, pp.2387-2402, 1993.
- 35 WANG, T. L., HUANG, D. and SHAHAWY, M. **Dynamic Behavior of Slant-Legged Rigid Frame Highway Bridge**. 1994. ASCE, J. Struc. Engr., Vol. 120, n° 3, pp.885-902, 1994.
- 36 CHOMPOOMING, K. and YENER, M. **The Influence of Roadway Surface Irregularities and Vehicle Deceleration on Bridge Dynamics Using the Method of Lines**, 1995. J. of Sound and Vibration, 183 (4). 567-589, 1995.
- 37 NOWAK, A. S. **Load Model for Bridge Design Code**. 1994. Can. J. Civ. ng., Vol. 21, pp. 36-49, 1994.
- 38 CHANG, D. and LEE, H. **Impact Factors for Simple-Span Highway Girder Bridges**. 1994. ASCE, J. Struc. Engr., Vol.120, n°3, pp.704-715, 1994.
- 39 ZIBDEH, H. S. and RACKWITZ, R. **Moving Loads on Beams with General Boundary Conditions**. 1996. J. of Sound and Vibration, 195 (1), 85-102, 1996.
- 40 ZIBDEH, H. S. and RACKWITZ, R. **Moving Loads on Beams with General Boundary Conditions**. 1996. J. of Sound and Vibration, 195 (1), 85-102, 1996.

- 41 HENCHI, K., FAFARD, M., DHATT, G. and TALBOT, M. **Dynamic Behaviour of Multi-Span Beams Under Moving Loads**. 1997. J. of Sound and Vibration, 199(1), 33-50, 1997.
- 42 SILVA, J. G. S. **Análise Dinâmica Não-Determinística de Tabuleiros de Pontes Rodoviárias com Irregularidades Superficiais**. 1996. PUC-Rio - Tese de Doutorado, RJ, 1996.
- 43 SILVA, J. G. S. **Comportamento dinâmico de pontes rodoviárias à travessia de veículos sobre a superfície irregular do pavimento**. 2002. Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño em Ingeniería, Vol.18, nº4, pp. 521-540, Espanha, 2002.
- 44 ZHANG, Q. L., VROUWENVELDER, A. and WANDNIER, J. **Dynamic Amplification Factors and EUDL of Bridges under random traffic flows**. 2001. Engineering Structures, Vol.23, pp. 663–672, 2001.
- 45 SAVIN, E. **Dynamic Amplification factor and response spectrum for the evaluation of vibrations of beams under successive moving loads**. 2001. Journal of Sound and Vibration 248(2), 267-288, 2001.
- 46 GRECO, A. and SANTINI, A. **Dynamic response o a flexural non-classically damped continuous beam under moving loadings**. 2002. Computers and Structures, Vol. 80, pp.1945 –1953, 2002.
- 47 LIU, C., HUANG, D. and WANG, T. **Analytical dynamic impact study based on correlated road roughness**. 2002. Computers and Structures, 80, 1639-1650, 2002.
- 48 AASHTO. **Standard specifications for highway bridges**. 1996. 16th ed. Washington, DC: American Association of State Highway and Transportation Officials; 1996.
- 49 AASHTO. **LRFD bridge design specifications-customary US units**. 1998. second ed. Washington, DC: American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO); 1998.

- 50 NASSIF, H. H. and LIU, M. **Analytical modeling of bridge-road-vehicle dynamic interaction system**. 2003. Journal of Vibration and Control, 10: 215-241, 2004.
- 51 LAW, S. S. and ZHU, X. Q. **Dynamic behavior of damaged concrete bridge structures under moving vehicular loads**. 2004. Artigo em impressão, 2004.
- 52 LAW, S. S. and ZHU, X. Q. **Bridge dynamic responses due to road surface roughness and braking of vehicle**. 2004. Artigo em impressão. 2004.
- 53 Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT. **Carga Móvel em Ponte Rodoviária e Passarela de Pedestre – NBR 7188**. Abril, 1984.
- 54 MOLA, S. **Fundamentals of Vehicle Dynamics**. 1969. Product Engineering Department, General Motors Institute, 1969.
- 55 HARRIS, C. M. and CREDE, C. E. **Shock and Vibration Handbook**. 1961. Vol. 1, 2 e 3, McGraw Hill, 1961
- 56 HEHL, M. E. **Linguagem de Programação Estruturada - FORTRAN 77**. 1986. McGraw Hill, 1986.
- 57 GERE, J. M. and WEAVER, W. **Análise de Estruturas Reticuladas**. 1981. Guanabara Dois, 1981.
- 58 IMSL LYBRARY. **Reference Manual**. 1979. Vol. 1, Chapters A to E, 1979.
- 59 NEWMARK, N. M. **A Method of Computation for Structural Dynamics**. 1959. ASCE, J. Mech. Div., Vol. 85, 1959.
- 60 PRESS, W. H., TEUKOLSKY, S. A., FLANNERY, B. P. and VETERLING, W. T. **Numerical Recipes - The Art of Scientific Computing**. 1986. Cambridge University Press, 1986.

- 61 MARTHA, L. F. **F-TOOL - Programa Gráfico-Interativo para Ensino de Comportamento de Estruturas**. 2002. PUC-Rio, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, versão 2.11, 2002.
- 62 WARBURTON, G. B. **The dynamical behaviour of structures**. 1976. 2nd. ed. Pergamon Press Ltd, Oxford, 1976.