



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO  
CENTRO DE TECNOLOGIA E CIÊNCIAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL



**Pedro Carlos da Lomba Nunes**

**Análise Paramétrica de Ligações com Placa de Extremidade em  
Estruturas de Aço Submetidas a Momento Fletor e Força Axial**

Rio de Janeiro  
2006

**Pedro Carlos da Lomba Nunes**

**Análise Paramétrica de Ligações com Placa de Extremidade em Estruturas de Aço Submetidas a Momento Fletor e Força Axial**

**Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.**

**Orientador: Prof. Luciano Rodrigues Ornelas de Lima  
Co-orientador: Prof. José Guilherme Santos da Silva**

**Rio de Janeiro  
2006**

CATALOGAÇÃO NA FONTE  
UERJ/REDE SIRIUS/NPROTEC

N972 Nunes, Pedro Carlos da Lomba.  
Análise paramétrica de ligações com placa de  
extremidade em estruturas de aço submetidas a momento  
fletor e força axial / Pedro Carlos da Lomba Nunes.  
– 2006.  
136 f. : il.

Orientador : Luciano Rodrigues Ornelas de Lima.  
Co-orientador: José Guilherme Santos da Silva.  
Dissertação (mestrado) – Universidade do Estado do  
Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia.

1. Estrutura metálica – Teses. 2. Aço – Estruturas –  
Teses. 3. Engenharia civil – Teses. I. Lima, Luciano  
Rodrigues Ornelas de. II. Silva, José Guilherme Santos da.  
III. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Faculdade de  
Engenharia. IV. Título.

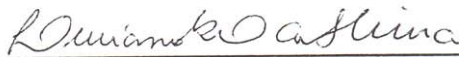
CDU 624.014

# Análise Paramétrica de Ligações com Placa de Extremidade em Estruturas de Aço Submetidas a Momento Fletor e Força Axial

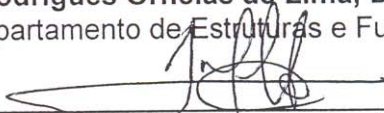
**Pedro Carlos da Lomba Nunes**

Dissertação apresentada ao PGECIV - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ, como parte requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Ênfase: Estruturas.

Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada



**Prof. Luciano Rodrigues Ornelas de Lima, DSc – Presidente**  
Departamento de Estruturas e Fundações – UERJ



**Prof. José Guilherme Santos da Silva, DSc**  
Departamento de Engenharia Mecânica – UERJ



**Prof. Raul Rosas e Silva, PhD**  
Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio



**Prof. Pedro C. G. da S. Vellasco, PhD**  
Departamento de Estruturas e Fundações – UERJ



**Prof. Sebastião A. L. de Andrade, PhD**  
Departamento de Estruturas e Fundações – UERJ

Universidade do Estado do Rio de Janeiro  
Abril de 2006.

A Deus, por ter iluminado meu caminho ao longo de todos estes anos, aos meus pais e ao meu irmão, pelo carinho e incentivo ao meu trabalho.

## **Agradecimentos**

Aos meus orientadores, Prof. Luciano Lima e Prof. José Guilherme Silva por toda a ajuda e amizade fortalecida durante a realização deste trabalho.

A minha família em especial para Adelina minha mãe que sempre valorizou os estudos e a educação, ao Vitor, meu pai, pois sempre me aturou, ao meu irmão João, que mesmo longe contribuiu com apoio moral, e aos amigos que de alguma forma me deram suporte e sustentação para que com todo esse trabalho pudesse chegar ao fim.

Aos funcionários da UERJ, destaque para a Márcia e o Rodolfo, que sempre dão o apoio necessário aos alunos do curso de mestrado.

A FAPERJ pelo apoio a pesquisa através da bolsa de estudo.

## Resumo

Nunes, Pedro Carlos da Lomba. **Análise Paramétrica de Ligações com Placa de Extremidade em Estruturas de Aço Submetidas a Momento Fletor e Força Axial**. Rio de Janeiro, 2006. 136p. (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

Usualmente, o projeto de pórticos em estruturas de aço assume que as ligações viga-coluna são rígidas ou flexíveis. As ligações rígidas, onde não ocorre nenhuma rotação entre os membros conectados, transferem não só momento fletor, mas também força cortante e força normal. Por outro lado, as ligações flexíveis são caracterizadas pela liberdade de rotação entre os membros conectados impedindo a transmissão de momento fletor. Sabe-se que a grande maioria das ligações não possuem este comportamento idealizado. Na realidade, a maioria das ligações transfere algum momento fletor com um nível de rotação associado. Estas ligações são denominadas semi-rígidas e seu dimensionamento deve ser executado de acordo com este comportamento estrutural. Contudo, algumas ligações viga-coluna estão sujeitas a uma combinação de momento fletor (M) e força axial (N). O nível de esforço normal pode ser significativo, principalmente em ligações de pórticos metálicos com vigas inclinadas, em pórticos não-contraventados ou em pórticos com pavimentos incompletos. As normas atuais de dimensionamento de ligações estruturais em aço não consideram a presença de esforço normal (tração e/ou compressão) nas ligações. Uma limitação empírica de 5% da resistência plástica da viga é a única condição imposta no Eurocode 3. O objetivo deste trabalho é realizar uma análise paramétrica de dois tipos de ligações aparafusadas para se avaliar a influência de combinações M/N no comportamento global destas ligações. Para se cumprir este objetivo, os resultados experimentais de quinze ensaios realizados por Lima [1] são comparados com os resultados obtidos através de um modelo analítico proposto por Cerfontaine [2], [3].

### Palavras-chave:

Ligações Viga-Coluna; Ligações Semi-Rígidas; Análise Experimental; Modelos Mecânicos; Método das Componentes; Normas Européias; Resistência à Flexão; Resistência a Esforço Axial.

## Abstract

Traditionally, the steel portal frame design assumes that beam-to-column joints are rigid or pinned. Rigid joints, where no relative rotations occur between the connected members, transfer not only substantial bending moments, but also shear and axial forces. On the other extreme, pinned joints, are characterised by almost free rotation movement between the connected elements that prevents the transmission of bending moments. Despite these facts, it is largely recognised that the great majority of joints does not exhibit such idealised behaviour. In fact, many joints transfer some bending moments with associated rotations. These joints are called semi-rigid, and their design should be performed according to their real structural behaviour. However, some steel beam-to-column joints are often subjected to a combination of bending ( $M$ ) and axial forces ( $N$ ). The level of axial forces in the joint may be significant, typical of pitched-roof portal frames, sway frames or frames with incomplete floors. Current standard for steel joints do not take into account the presence of axial forces (tension and/or compression) in the joints. A single empirical limitation of 5% of the beam's plastic axial capacity is the only enforced provision in Eurocode 3. The objective of the present work is to perform a parametrical analysis of two bolted joints types in order to evaluate the influence of  $M/N$  combinations in the joints global response. To fulfil this objective, the experimental results obtained by Lima [1] are compared to the analytical results using the Cerfontaine analytical model [2], [3].

### Key-words:

Beam-to-Column Joints; Semi-Rigid Joints; Experimental Analysis; Mechanical Models; Component Method; European Codes; Bending Resistance; Axial Force Resistance.



# Sumário

<b>1. Introdução .....</b>	<b>19</b>
1.1. Considerações Iniciais .....	19
1.2. Objetivos e Metodologia.....	23
1.3. Escopo.....	24
<b>2. Ligações Viga x Coluna .....</b>	<b>25</b>
2.1. Introdução.....	25
2.2. Descrição do Método das Componentes.....	28
2.2.1. Resistência à Flexão de uma Ligação .....	30
2.2.2. Rigidez Inicial Rotacional de uma Ligação .....	30
<b>3. Modelo Proposto por Cerfontaine [2],[3].....</b>	<b>33</b>
3.1. Generalidades.....	33
3.2. Caracterização do Diagrama de Interação.....	33
3.3. Comportamento Elástico da Ligação.....	40
3.4. Estado de Deslocamentos na Ruína Dúctil .....	45
3.5. Curvas de Comportamento da Ligação – $M \times \varphi$ e $N \times \Delta$ .....	46
3.6. Painel de Alma da Coluna Sujeito a Cisalhamento .....	48
3.6.1. Resistência do Painel de Alma da Coluna ao Cisalhamento.....	50
3.6.2. Comportamento Elástico do Painel de Alma da Coluna em Cisalhamento.....	51
3.7. Curvas da Ligação .....	52
<b>4. Aplicação do Modelo aos Ensaio Experimentais .....</b>	<b>55</b>
4.1. Ensaio Experimentais.....	55
4.2. Justificativa dos Ensaio Experimentais.....	55
4.3. Cálculo das Ligações.....	59
4.4. Ensaio Experimentais – Série FE .....	61
4.4.1. Comportamento da Alma da Coluna em Cisalhamento (1) Cerfontaine [3] .....	68

<b>4.5. Ensaaios Experimentais – Série EE .....</b>	<b>69</b>
4.5.2. Comportamento da Alma da Coluna em Cisalhamento (1) .....	76
<b>5. Análise Paramétrica .....</b>	<b>78</b>
<b>5.1. Introdução .....</b>	<b>78</b>
<b>5.2. Ligações com Placa de Extremidade Ajustada à Altura da Viga - Série FE.....</b>	<b>78</b>
5.2.1. Variação do Perfil da Viga.....	79
5.2.2. Variação do Perfil da Coluna .....	81
5.2.3. Variação da Espessura da Placa de Extremidade.....	83
5.2.4. Avaliação do Ponto de Deslocamento Nulo.....	85
<b>5.3. Ligações com Placa de Extremidade Estendida - Série EE.....</b>	<b>86</b>
5.3.5. Variação do Perfil da Viga.....	87
5.3.6. Variação do Perfil da Coluna .....	89
5.3.7. Variação da Espessura da Placa de Extremidade.....	91
5.3.8. Avaliação do Ponto de Deslocamento Nulo.....	92
<b>6. Considerações Finais.....</b>	<b>94</b>
<b>6.1. Introdução .....</b>	<b>94</b>
<b>6.2. Conclusões .....</b>	<b>95</b>
6.2.1. Curvas Momento Fletor <i>versus</i> Rotação.....	95
6.2.2. Análise Paramétrica .....	96
<b>6.3. Considerações Finais Sobre o Modelo Analítico Proposto por Cerfontaine [2], [3].....</b>	<b>97</b>
<b>6.4. Sugestões para Trabalhos Futuros.....</b>	<b>98</b>
<b>Anexo A - Dimensionamento da Ligação com Placa de Extremidade Estendida - Eurocode 3 [7].....</b>	<b>104</b>
<b>A.1. Informações Gerais .....</b>	<b>104</b>
Cálculo das Componentes .....	107
Alma da coluna ao corte.....	107
Alma da coluna à compressão .....	107
Mesa da coluna à flexão .....	107
Alma da coluna à tração.....	112
Placa de extremidade à flexão .....	112
Parafusos à tração .....	115
Mesa da viga à compressão .....	115
Alma da viga à tração.....	115

<b>Associação das componentes (molas) em série e em paralelo .....</b>	<b>116</b>
Resistência .....	116
Rigidez Inicial .....	117
<b>Curva Momento <i>Versus</i> Rotação .....</b>	<b>117</b>
<b>Anexo B - Exemplo do Modelo Proposto por Cerfontaine [2] .....</b>	<b>119</b>
<b>Propriedades Mecânicas e Geométricas da Ligação .....</b>	<b>119</b>
<b>Resistência Individual das Componentes .....</b>	<b>119</b>
Alma da coluna ao corte.....	119
Demais componentes.....	119
Cálculo de $F_i^{Rd+}$ e $F_i^{Rd-}$ .....	120
Obtenção do diagrama de interação.....	121
Determinação de um ponto específico do diagrama.....	123
Utilizando o ensaio EE2 com excentricidade conhecida ( $e = 915,33$ mm).....	124
Comportamento elástico da ligação .....	125
Cálculo da rigidez inicial para o ponto em estudo ( $e = 915,32$ mm).....	127
Cálculo dos esforços elásticos na ligação .....	128
Deslocamentos na ruína dúctil .....	129
Cálculo de $\varphi_i, k$ ( $\Delta_1 = \Delta_1^{Rd+}$ ) .....	130
Cálculo de $\Delta_{i,k}$ .....	130
Cálculo de $\Delta_i$ ( $\Delta_i = \Delta + h_i \cdot \varphi$ ) .....	130
Cálculo das variáveis adicionais para a obtenção das curvas $M \times \phi$ e $N \times \Delta$ .....	131
<b>Avaliação do painel de alma da coluna ao cisalhamento .....</b>	<b>132</b>
Resistência do Painel de Alma ao cisalhamento .....	132
Comportamento elástico do painel de alma .....	133
Curva do painel de alma ao corte .....	134
Curva final da ligação .....	135

## Lista de Figuras

Figura 1.1 – Ligação de um pórtico de galpões com vigas inclinadas Lima [1].....	20
Figura 1.2 – Pórtico de galpões com vigas inclinadas.....	21
Figura 1.3 – Pórticos de uma edificação simples com pavimentos incompletos.....	22
Figura 1.4 – Modelo estrutural idealizado para a viga vierendeel [13].....	23
Figura 2.1 – Caracterização de uma ligação viga-coluna [7,6].....	26
Figura 2.2 – Classificação das ligações de acordo com a rigidez inicial [7,6].....	27
Figura 2.3 – Componentes de uma ligação com placa de extremidade, [15].....	29
Figura 2.4 – Modelo mecânico - ligação com placa de extremidade estendida.....	30
Figura 2.5 – Procedimento para cálculo da rigidez rotacional.....	31
Figura 2.6 – Centro de compressão e braço de alavanca z.....	32
Figura 3.1 – Diagrama de interação - ligação com placa de extremidade estendida.....	34
Figura 3.2 – Interação entre três linhas de parafusos e definição de $F_j^{Rd}$ .....	35
Figura 3.3 - Caracterização da lei constitutiva de uma componente qualquer [3].....	41
Figura 3.4 – Considerações sobre efeitos de grupos entre linhas de parafusos.....	43
Figura 3.5 – Curvas de comportamento da ligação ( $M \times \phi$ e $N \times \Delta$ ).....	47
Figura 3.6 – Modelo mecânico proposto por Laurent [8].....	49
Figura 3.7 – Variação do esforço de cisalhamento no painel de alma da coluna.....	49
Figura 4.1 – Dimensões dos perfis laminados IPE240, HEB240 e HEB200.....	56
Figura 4.2 – Detalhe do parafuso M20 cl. 10.9 [1].....	56
Figura 4.3 – Detalhe das ligações utilizadas nos ensaios.....	57
Figura 4.4 – Pórtico de aplicação de carga [1].....	58
Figura 4.5 – Ciclos de carregamento utilizados nos ensaios [1].....	58
Figura 4.6 – Ligações com placa de extremidade (ambas as séries) [1].....	59
Figura 4.7 – Detalhe das ligações utilizadas dos ensaios da série FE [1].....	61
Figura 4.8 – Detalhe da identificação das linhas consideradas nos ensaios com placa de extremidade ajustada (série FE).....	62
Figura 4.9 – Diagrama de interação da ligação FE.....	63
Figura 4.10 – curva $M \times \phi$ - ensaio FE3.....	65
Figura 4.11 – curva $M \times \phi$ - ensaio FE4.....	65
Figura 4.12 – curva $M \times \phi$ - ensaio FE5.....	66
Figura 4.13 – curva $M \times \phi$ - ensaio FE6.....	66
Figura 4.14 – curva $M \times \phi$ - ensaio FE7.....	67
Figura 4.15 – curva $M \times \phi$ - ensaio FE8.....	68
Figura 4.16 – Curva $M \times \phi$ - ensaio FE9.....	68
Figura 4.17 – Curvas $M \times \varepsilon$ (roseta B – canal 8) [1].....	69
Figura 4.18 – Detalhe das ligações utilizadas nos ensaios da série EE [1].....	70

Figura 4.19 – Detalhe da identificação das linhas consideradas nos ensaios com placa de extremidade estendida (série EE).....	70
Figura 4.20 – Diagrama de interação da ligação EE. ....	72
Figura 4.21 – curva $M \times \phi$ - ensaio EE2.....	73
Figura 4.22 – curva $M \times \phi$ - ensaio EE3.....	73
Figura 4.23 – curva $M \times \phi$ - ensaio EE4.....	74
Figura 4.24 – curva $M \times \phi$ - ensaio EE5.....	75
Figura 4.25 – curva $M \times \phi$ - ensaio EE6.....	75
Figura 4.26 – Curva $M \times \phi$ - ensaio EE7.....	76
Figura 4.27 – Curvas $M \times \varepsilon$ (roseta B – canal 8) [1].....	76
Figura 5.1 – Detalhamento da ligação - série FE.....	79
Figura 5.2 – Diagrama de interação variando a altura das vigas.....	80
Figura 5.3 – Diagrama de interação variando o perfil das colunas.....	82
Figura 5.4 – Modos de ruptura de um “T-stub” aparafusado [1].....	83
Figura 5.5 – Diagrama de interação variando a espessura da placa de extremidade.....	84
Figura 5.6 – Tensões normais e cisalhantes na zona comprimida da alma da coluna [1].....	85
Figura 5.7 – Curva $h_0 \times$ excentricidade da ligação FE.....	86
Figura 5.8 – Detalhamento da ligação - série EE.....	87
Figura 5.9 – Diagrama de interação variando a altura das vigas.....	88
Figura 5.10 – Diagrama de interação variando o perfil das colunas.....	90
Figura 5.11 – Diagrama de interação variando a espessura da placa de extremidade.....	91
Figura 5.12 – Curva $h_0 \times$ excentricidade da ligação EE.....	93
Figura 6.3 – Diagrama de interação da ligação EE.....	98

## Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Coeficiente de modificação de rigidez $\eta$ [7,6] .....	26
Tabela 3.1 - Comportamento das componentes.....	41
Tabela 4.1 – Dimensionamento das componentes – Ensaios FE [1] .....	60
Tabela 4.2 – Dimensionamento das componentes – Ensaios EE [1].....	60
Tabela 4.3 – Tabela dos dados experimentais das propriedades mecânicas dos materiais [1] .....	61
Tabela 4.4 – Resistências das componentes da ligação FE (em kN) .....	62
Tabela 4.5 – Resistências das linhas da ligação FE (em kN).....	62
Tabela 4.6 – Valores das excentricidades experimentais das ligações FE [1].....	64
Tabela 4.7 – Resistências das componentes da ligação EE (em kN) .....	71
Tabela 4.8 – Resistências das linhas da ligação EE (em kN) .....	71
Tabela 4.9 – Valores das excentricidades experimentais das ligações EE.....	72
Tabela 5.1 – Características geométricas das ligações - série FE (em mm) .....	79
Tabela 5.2 – Resistências (em kN) individuais das componentes - série FE (variação da viga) .....	80
Tabela 5.3 – Resistências (em kN) individuais das componentes - série FE (variação da coluna) .....	82
Tabela 5.4 – Resistências individuais das componentes - série FE (variação da placa) .....	84
Tabela 5.5 – Características geométricas das ligações – série EE (em mm) .....	87
Tabela 5.6 – Resistências (em kN) individuais das componentes – série EE (variação da viga) .....	88
Tabela 5.7 – Resistências (em kN) individuais das componentes – série EE (variação da coluna) ....	90
Tabela 5.8 – Resistências (em kN) individuais das componentes – série EE (variação da placa) .....	92

## Lista de Símbolos

$A$	área bruta da seção transversal do perfil da coluna
$A_0$	área do parafuso
$A_{vc}$	área de corte da alma da coluna
$b_{eff,c,wc}$	largura efetiva da alma da coluna à compressão
$b_{eff,t,wb}$	largura efetiva da alma da coluna à tração
$b_{tf}$	largura da mesa da coluna
$B_{t,Rd}$	resistência de um parafuso à tração
$b,c$	característica do ponto
comp, trac	característica de um comportamento em compressão, em tração
$E$	módulo de elasticidade
$e$	excentricidade
$el$	característica do comportamento elástico
$f_{ub}$	tensão última do parafuso
$f_y$	tensão de escoamento do material
$f_{y,wc}$	tensão de escoamento da alma da coluna
$f_{y,fc}$	tensão de escoamento da mesa da coluna
$F_{T,1,Rd}$	resistência do t-stub à flexão – modo 1
$F_{T,2,Rd}$	resistência do t-stub à flexão – modo 2
$F_{T,3,Rd}$	resistência do t-stub à flexão – modo 3
$F_{i,Rd}$	resistência de cada linha de parafusos em tração
$F_{c,wc,Rd}$	resistência da alma da coluna à compressão
$F_{t,wc,Rd}$	resistência da alma da coluna à tração
$F_{c,fb,Rd}$	resistência da mesa da viga à compressão
$F_{t,wb,Rd}$	resistência da alma da viga à tração
$F_{t,Rd}$	resistência de um parafuso à tração
$g$	característica de um grupo
$h_i$	distância da linha de parafusos ao centro de compressão
$h_r$	distância entre a linha de parafusos $i$ ao centro de compressão
inf	característica da linha inferior comprimida
ini	característica do comportamento inicial ou elástica

$k_1$	coeficiente de rigidez da alma da coluna ao corte – componente 1
$k_2$	coeficiente de rigidez da alma da coluna à compressão – componente 2
$k_3$	coeficiente de rigidez da alma da coluna à tração – componente 3
$k_4$	coeficiente de rigidez da alma da coluna à flexão – componente 4
$k_5$	coeficiente de rigidez da placa de extremidade à flexão – componente 5
$k_7$	coeficiente de rigidez da mesa da viga à compressão – componente 7
$k_8$	coeficiente de rigidez da alma da viga à tração – componente 8
$k_{10}$	coeficiente de rigidez de um parafuso à tração
$k_{eq}$	rigidez equivalente das molas associadas em paralelo
$k_{eff,r}$	rigidez efetiva das molas associadas em série
$k_{i,r}$	valor de rigidez de cada uma das componentes
$k_{wc}$	fator de correção
$l_{eff,1}$	largura efetiva do t-stub – modo 1
$l_{eff,cp}$	formas circulares
$l_{eff,nc}$	formas não-circulares
$l_{eff,2}$	largura efetiva do t-stub – modo 2
$L_b$	espessura de material a ser apertada pelos parafusos
$M_{j,Rd}$	momento resistente
$M_{pl,1,Rd}$	momento resistente do t-stub à flexão – modo 1
$M_{pl,2,Rd}$	momento resistente do t-stub à flexão – modo 2
$M_{c,Rd}$	momento resistente da seção transversal
$N$	numero de linhas de parafusos
$n_b$	número de linhas de parafusos em tração
$n_c$	número de componentes ativas em cada linha de parafusos
$r$	raio de concordância
$R_d$	característica da resistência
$S_{j,ini}$	rigidez inicial rotacional
$S_d$	característica da solicitação
$S_p$	comprimento obtido pela dispersão à 45° através da placa de extremidade
$sup$	característica da linha superior comprimida
$t_{fc}$	espessura da mesa da coluna
$t_{fb}$	espessura da mesa da viga
$t_f$	espessura da mesa do t-stub



$t_p$	espessura da placa de extremidade
$t_w$	espessura da alma da viga
$t_{wc}$	espessura da alma da coluna
$V_{wp,Rd}$	resistência da alma da coluna ao corte
$W_{pl}$	módulo plástico da seção transversal
$Z_{eq}$	braço de alavanca
$\alpha$	ângulo de um ponto do diagrama de interação
$\alpha$	característica de uma componente
$\beta$	parâmetro de transformação
$\phi_{Cd}$	capacidade de rotação
$\gamma_{M0}$	coeficiente de resistência
$\gamma_{M1}$	coeficiente de resistência
$\gamma_{M2}$	coeficiente de resistência
$\lambda_1$	coeficiente
$\lambda_2$	coeficiente
$\bar{\lambda}_p$	esbeltez da placa de extremidade
$\eta$	coeficiente de modificação de rigidez
$\rho$	o fator de redução devido à flambagem da placa
$\sigma_{com,Ed}$	máxima tensão longitudinal de compressão
$\omega$	fator de redução

## **Lista de Abreviaturas**

PUC-Rio	Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
Eurocode	European Committee for Standardisation
ECCS	European Convention for Constructional Steelwork
DEC	Departamento de Engenharia Civil
FCTUC	Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

*“Eduque os meninos ... e não será preciso castigar os homens”.*

Pitágoras

# 1. Introdução

## 1.1. Considerações Iniciais

As ligações estruturais desempenham um papel fundamental no comportamento global das estruturas de aço. Baseando-se em uma tentativa de entender-se o comportamento real de uma ligação e sua influência na resistência global dos pórticos de edificações em aço, muitos trabalhos de pesquisa têm sido desenvolvidos. Com o entendimento do comportamento real das ligações, torna-se possível o desenvolvimento de novas recomendações de projeto para avaliarem-se as propriedades mecânicas das ligações e, conseqüentemente, os procedimentos de projeto de estruturas de edifícios que considerem esta hipótese [1-5].

A principal motivação destes trabalhos de pesquisa tem caráter científico, mas sempre buscando estruturas mais econômicas resultantes de um projeto mais coerente das ligações, bem como a melhoria dos processos de fabricação com respectiva redução dos custos de execução.

Atualmente, sabe-se que o comportamento real das ligações encontra-se entre duas situações extremas, ou seja, rígidas ou flexíveis.

O dimensionamento de pórticos utilizando-se o conceito de ligações rígidas faz com que o momento máximo positivo atuante nas vigas do pórtico seja maior do que o calculado. Esta diferença, que também gera um alívio de solicitação nas colunas, pode levar ao colapso da estrutura em casos extremos ou, pelo menos, ao desconhecimento da segurança envolvida no projeto destas peças. Isto ocorre porque o momento de engastamento perfeito existente na viga não é totalmente absorvido pela ligação.

Assim sendo, se o dimensionamento for executado utilizando os conceitos de ligações flexíveis, as colunas estarão, na realidade, sujeitas à flexo-compressão. Se por um lado, as vigas estão superdimensionadas, um colapso das colunas, ou melhor, vigas-colunas, poderá ocorrer, e mais uma vez, a segurança estrutural será desconhecida.

Algumas normas de projeto e dimensionamento de estruturas de aço atuais consideram que as ligações possuem um comportamento semi-rígido, como por exemplo, o Eurocode 3, parte 1.8 [6]. Esta norma, porém, somente considera ligações submetidas ao corte e/ou ao momento fletor. A primeira versão do Eurocode 3 [7] que passou a considerar o comportamento semi-rígido das ligações (Anexo J [7]) não considerava a presença de força axial (tração/compressão) nas ligações, impondo apenas uma limitação empírica de

10% da resistência plástica da viga como força axial máxima para a qual, os procedimentos disponíveis se mantêm aplicáveis. Vale ressaltar que não existe nenhum fundamento teórico para justificar este limite de 10%. Todavia, na última versão da norma [6], este limite foi reduzido para 5% em função dos diversos trabalhos publicados por diversos autores [1], [2], [3], [8], [9], [10], [11], [12].

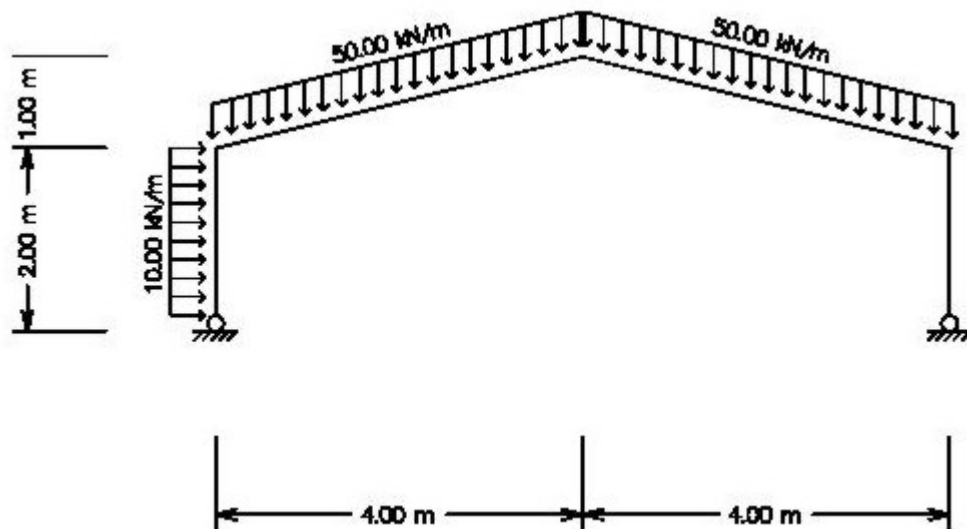
A presença de força axial pode reduzir significativamente a resistência à flexão de certas ligações em estruturas de aço e a sua não consideração pode conduzir a dimensionamentos com pouca confiabilidade.

Existem tipos de estruturas onde a presença de força axial deve ser levada em consideração. Por exemplo, em pórticos de estruturas submetidos a carregamentos horizontais (terremotos ou cargas de vento), especialmente em estruturas não-contraventadas. Um outro exemplo típico de estrutura onde a presença de força axial além de momento fletor afeta o comportamento global da estrutura diz respeito às ligações de pórticos de galpões com vigas inclinadas (Figura 1.1). Nestes pórticos, a inclinação das vigas gera esforços normais significantes nas ligações conforme pode ser observado na Figura 1.2. Nesta Figura, pode-se verificar uma combinação de M e N com valores significativos que devem ser considerados no dimensionamento das ligações.

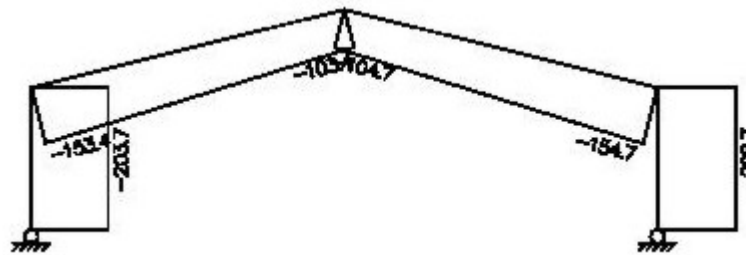


**Figura 1.1 – Ligação de um pórtico de galpões com vigas inclinadas Lima [1]**

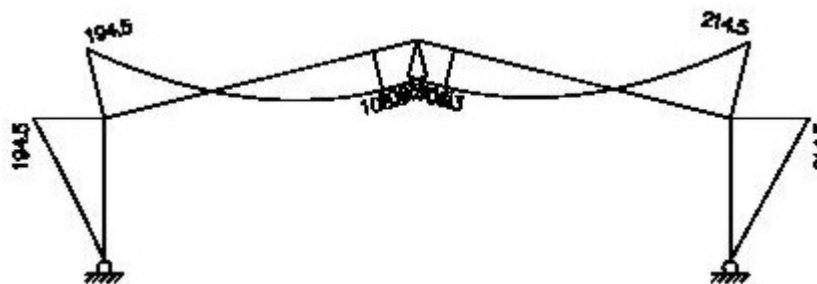
Combinações elevadas de momento fletor e esforço normal em ligações também podem ser observadas em estruturas constituídas por pórticos irregulares, submetidos à cargas gravitacionais ou horizontais, especialmente em pavimentos incompletos, Figura 1.3. Nesta Figura pode-se observar uma estrutura com pavimentos incompletos comparada com uma estrutura completa, com os respectivos carregamentos correntes de projeto de edificações, além dos diagramas de esforço normal (N) e de momento fletor (M). A combinação de M e N na ligação da barra AB com barra AC, por exemplo, deve ser considerada devido ao elevado valor de momento fletor atuante na barra AB, como mostra a Figura 1.3(c).



a) sistema estrutural



b) diagrama de esforço normal



c) diagramas de momento fletor

Figura 1.2 – Pórtico de galpões com vigas inclinadas

Um outro exemplo de uma estrutura onde a combinação de esforços de flexão e normal existe foi avaliada por Del Sávio *et al.*[13], correspondendo ao sistema vierendeel com ligações semi-rígidas conforme apresentado na Figura 1.4. Nestes pórticos, a princípio, as ligações semi-rígidas foram escolhidas porque conduzem a soluções mais econômicas.

Pode-se notar claramente neste trabalho, a vantagem do uso de ligações semi-rígidas frente todas as outras situações consideradas. Ao comparar a hipótese semi-rígida completa com a hipótese rígida, onde a condição semi-rígida apresentou praticamente os mesmos esforços que a rígida, verificou-se que foram atendidos os níveis de solicitações de projeto para a estrutura. Neste caso, a rigidez considerada para as ligações sofreu uma redução de 50%, ou seja, de  $1,0E+12\text{kN.m/rad}$  para  $6,0E+03\text{kN.m/rad}$ . Como consequência desta solução estrutural, obtém-se uma estrutura mais econômica, devido às ligações semi-rígidas serem mais baratas e a estrutura, em si, ser mais leve pois os esforços na mesma ficam melhor distribuídos.

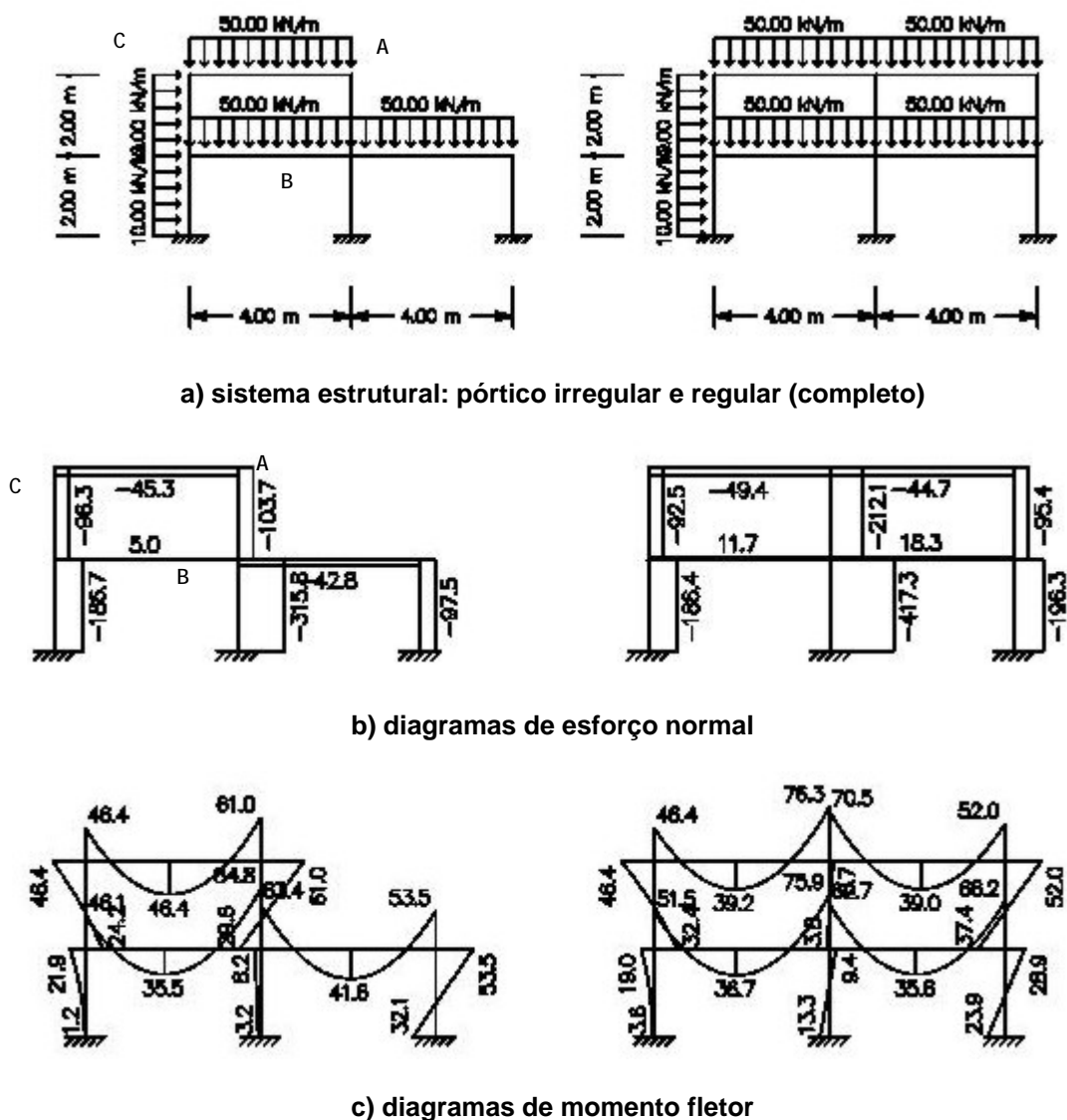
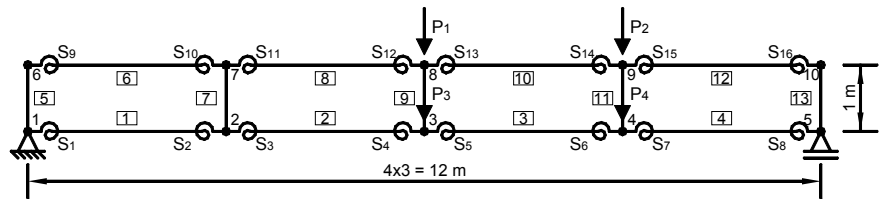
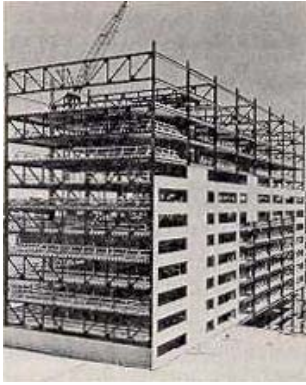


Figura 1.3 – Pórticos de uma edificação simples com pavimentos incompletos



**Figura 1.4 – Modelo estrutural idealizado para a viga vierendeel [13]**

Com o objetivo de investigar-se estas ligações viga-coluna, submetidas a momento fletor e força axial, alguns autores têm proposto modelos para o dimensionamento das mesmas. Todavia, as propostas iniciais não foram devidamente validadas ou calibradas com resultados experimentais. Dentre estes trabalhos, pode-se citar, Jaspart [14], Laurent [8], Cerfontaine [2], [3], e Silva & Coelho [9].

Wald [10,11] realizou alguns ensaios experimentais em laboratório para ligações viga-coluna com placa de extremidade estendida e ligações de emendas de vigas submetidas a momento fletor e esforço axial de compressão. Os resultados obtidos nestes ensaios estão sendo utilizados na calibração do modelo proposto pelo mesmo autor. No trabalho de Lima [1] foi realizada uma série de ensaios de ligações viga-coluna submetidas a momento fletor e força axial no Laboratório de Mecânica Estrutural do Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra, Portugal. Os resultados obtidos são utilizados neste trabalho para comparar e calibrar o modelo proposto por Cerfontaine [2], [3], modelo este que será utilizado para a análise paramétrica apresentada neste trabalho.

## 1.2. Objetivos e Metodologia

O objetivo deste trabalho consiste em avaliar o comportamento estrutural de ligações viga-coluna com placa de extremidade, submetidas a momento fletor e força axial de tração ou compressão, através de uma análise paramétrica das ligações, utilizando para isso, o modelo proposto por Cerfontaine [2-3] baseado no Eurocode 3 [7-6] e os ensaios experimentais realizados por Lima [1].

A metodologia utilizada nesta avaliação consistiu da realização de vinte e oito análises, onde são variadas as características da ligação através da alteração das propriedades geométricas dos perfis da viga, da coluna e a espessura da placa de ligação. Destas análises, quatorze são de placa de extremidade ajustada à altura da viga e as demais para placa de extremidade estendida.



### 1.3. Escopo

O presente capítulo apresentou a motivação para o desenvolvimento deste trabalho, especificou os principais objetivos a serem alcançados além de mostrar uma pequena descrição do conteúdo de cada capítulo conforme pode ser observado a seguir.

No capítulo dois são apresentadas algumas considerações sobre ligações viga-coluna e uma descrição do método das componentes por se tratar do procedimento mais completo para o projeto de ligações semi-rígidas em estruturas em aço.

No capítulo três é descrito o modelo proposto por Cerfontaine [2], [3], que será utilizado como ferramenta de cálculo para a análise paramétrica aqui efetuada.

No capítulo quatro são apresentados os resultados obtidos para as ligações com placa de extremidade ajustada e estendida, respectivamente, onde se comparam os resultados experimentais obtidos por Lima [1] e os resultados analíticos do modelo de Cerfontaine [2], [3], através de curvas momento *versus* rotação ( $M \times \phi$ ), momento *versus* deformação ( $M \times \varepsilon$ ), momento *versus* tensão ( $M \times \sigma$ ) e momento *versus* deslocamento ( $M \times \Delta$ ) para as diversas componentes presentes na ligação em estudo.

O capítulo cinco consiste da apresentação e discussão dos resultados obtidos com a análise paramétrica das ligações com placa de extremidade submetidas a momento fletor e força axial, utilizando-se a mesma metodologia mencionada acima.

Finalmente no capítulo seis, são tecidas as considerações finais com as principais conclusões obtidas além de algumas propostas para trabalhos futuros.

## 2. Ligações Viga x Coluna

### 2.1. Introdução

As ligações estruturais em aço são comumente projetadas como rígidas ou flexíveis. Na primeira hipótese, considera-se a inexistência de rotação entre os membros conectados, ou seja, em qualquer ligação viga-coluna, a distribuição de momentos fletores se dá conforme a rigidez à flexão destes membros. De forma análoga, ao considerar que as ligações são flexíveis, admite-se que a rotação relativa na extremidade da viga é livre, isto é, o momento fletor na extremidade da viga é zero. Sabe-se que todas as ligações, apesar de serem classificadas como rígidas, permitem alguma deformação por flexão. Nas ligações tomadas como flexíveis, estas possuem um certo grau de restrição desta rotação [15].

As características de resistência destas ligações são representadas, pela curva momento *versus* rotação, sendo este um dos dados mais importantes para o projeto e análise de pórticos semi-rígidos. Todavia, nesta análise, é necessário que as ligações sejam modeladas com uma precisão adequada, sendo extremamente importante ter conhecimento do seu real comportamento.

A melhor forma de se obter o real comportamento das ligações é através de ensaios experimentais realizados em laboratório. Entretanto, a dificuldade de medição dos resultados experimentais e o seu custo elevado fazem com que esta não seja uma técnica muito utilizada na prática, limitando-se muitas vezes a investigação científica. No entanto, através destes ensaios, torna-se possível verificar e calibrar os diversos modelos existentes, e com isso, avaliar o comportamento da ligação a partir das suas propriedades mecânicas e geométricas.

Na análise estrutural, uma ligação pode ser representada por uma mola rotacional que faz a ligação entre as linhas médias dos membros que chegam em um nó da estrutura conforme é apresentado na Figura 2.1(a) e (b). O projeto de uma ligação deve definir três propriedades básicas:

- momento resistente,  $M_{j,Rd}$ ;
- rigidez inicial rotacional,  $S_{j,ini}$ ;
- capacidade de rotação,  $\phi_{Cd}$ .

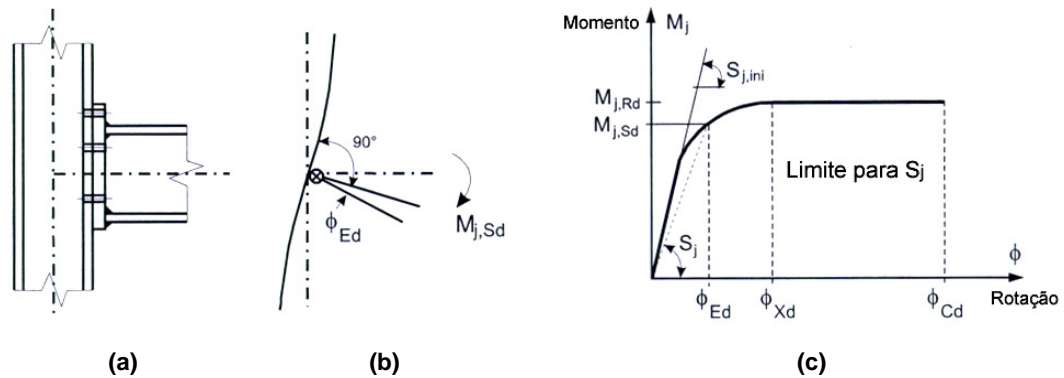


Figura 2.1 – Caracterização de uma ligação viga-coluna [7,6]

A curva momento *versus* rotação de uma ligação, usada na análise global de uma estrutura, pode ser simplificada adotando-se uma aproximação adequada, incluindo as aproximações lineares (por exemplo, bi-linear ou tri-linear), desde que esta esteja abaixo da curva real da ligação obtida experimentalmente. O nível de sofisticação na modelagem do comportamento das ligações viga-coluna depende do tipo de análise estrutural global a ser executada.

Entre os tipos de análise a serem realizados em uma estrutura, pode-se citar: análise global elástica, análise global elasto-plástica e análise global rígido-plástica. Para uma análise global elástica, deve-se classificar as ligações de acordo com sua rigidez inicial rotacional,  $S_{j,ini}$ . Nesta análise, a rigidez rotacional pode ser simplificada por  $S_{j,ini} / \eta$ , onde  $\eta$  pode ser obtido na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Coeficiente de modificação de rigidez  $\eta$  [7,6]

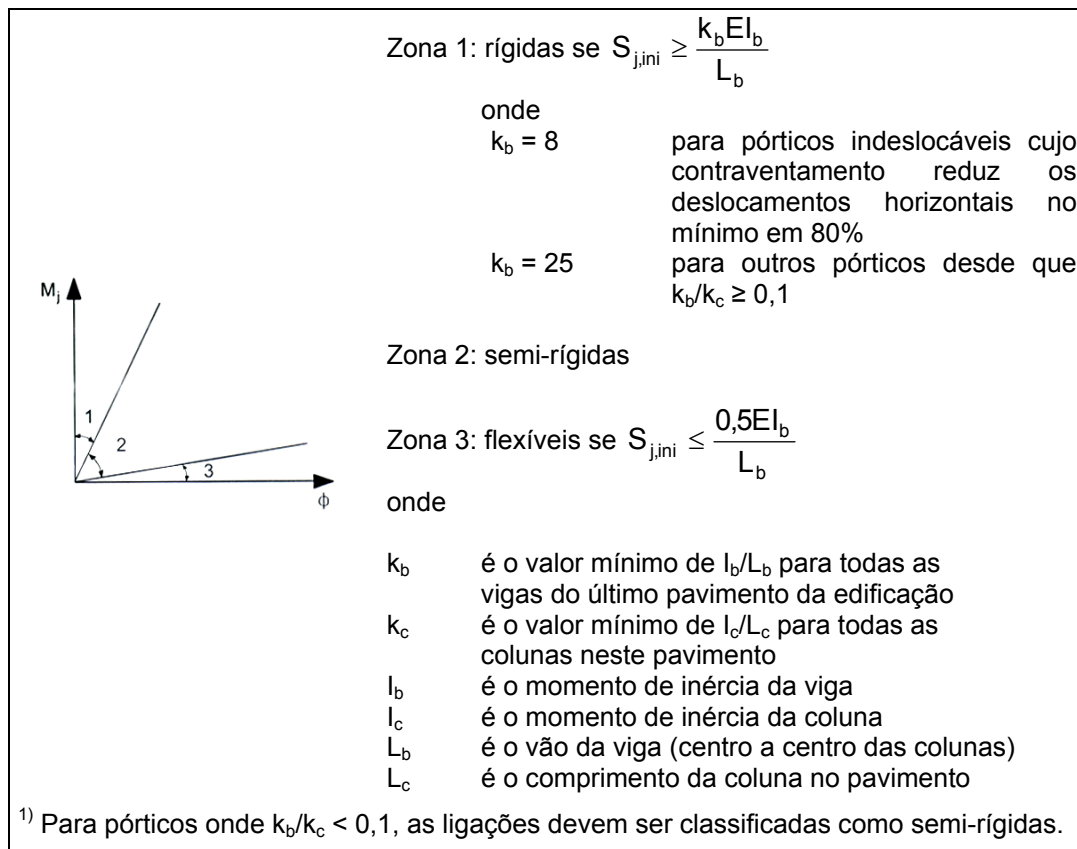
Tipo de ligação	Ligações Viga-Coluna	Outros tipos de ligações
Soldadas	2	3
Placa de Extremidade Aparafusada	2	3
Cantoneiras Aparafusadas	2	3,5
Placas de base	-	3

Sendo assim, para se classificar as ligações de acordo com a rigidez inicial das mesmas, devem ser observados os limites apresentados na Figura 2.2.

Para a análise elasto-plástica, deve-se classificar as ligações tanto pela rigidez rotacional quanto pela resistência ao momento fletor. Já para uma análise global rígido-plástica, as ligações devem ser classificadas de acordo com sua resistência ao momento fletor.

Os métodos para predição do comportamento de ligações viga-coluna podem ser divididos em cinco diferentes categorias: modelos empíricos, modelos analíticos, modelos

mecânicos, modelos de elementos finitos e ensaios experimentais. Entre os métodos citados acima, os modelos mecânicos são os mais utilizados atualmente.



**Figura 2.2 – Classificação das ligações de acordo com a rigidez inicial [7,6]**

A primeira diferença entre os modelos analíticos e mecânicos é que, nos modelos analíticos, as componentes da ligação são caracterizadas através de sua rigidez e resistência derivadas de conceitos básicos da análise estrutural elástica e estados limites, respectivamente. Por outro lado, os modelos mecânicos também utilizam valores de rigidez e resistência para a caracterização das ligações obtidas através de relações empíricas.

A segunda, e provavelmente, mais importante diferença é que, nos modelos analíticos, a atenção é focada na predição da rigidez e do momento resistente da ligação enquanto que nos modelos mecânicos, pretende-se obter também a curva momento *versus* rotação da ligação.

Os modelos mecânicos, geralmente conhecidos como modelos de molas, são baseados na simulação da ligação através da utilização de um conjunto de componentes rígidos e flexíveis. A não-linearidade destes elementos é obtida por meio de leis constitutivas inelásticas adotadas para cada um dos elementos de mola.

Os modelos mecânicos têm sido desenvolvidos nos últimos vinte anos por vários pesquisadores, tais como Wales e Rossow [16], Chmielowiec and Richard [17],

Tschemmerneegg e Humer [18,19], Silva e Coelho [20], Silva *et al.* [21] e finalmente, Jaspert [22], [23]. Estes modelos mecânicos são apropriados para se caracterizar a ligação desde que se tenha conhecimento das leis constitutivas de cada mola. Estas leis podem ser obtidas através de ensaios experimentais ou por meios analíticos.

O desenvolvimento de um modelo mecânico para uma ligação viga-coluna tem como primeiro passo a identificação das componentes presentes na mesma. Estas representam os possíveis modos de ruptura da ligação e as trajetórias de deformação existentes. A componente referente às soldas apresenta um modo de ruptura frágil, pois é muito limitada no que diz respeito às deformações. Por esta razão, apenas sua resistência deve ser verificada. A seguir, apresenta-se o Método das Componentes por se tratar do modelo mecânico mais completo e utilizado no dimensionamento de ligações estruturais em aço presente no Eurocode 3 [7-6].

## 2.2. Descrição do Método das Componentes

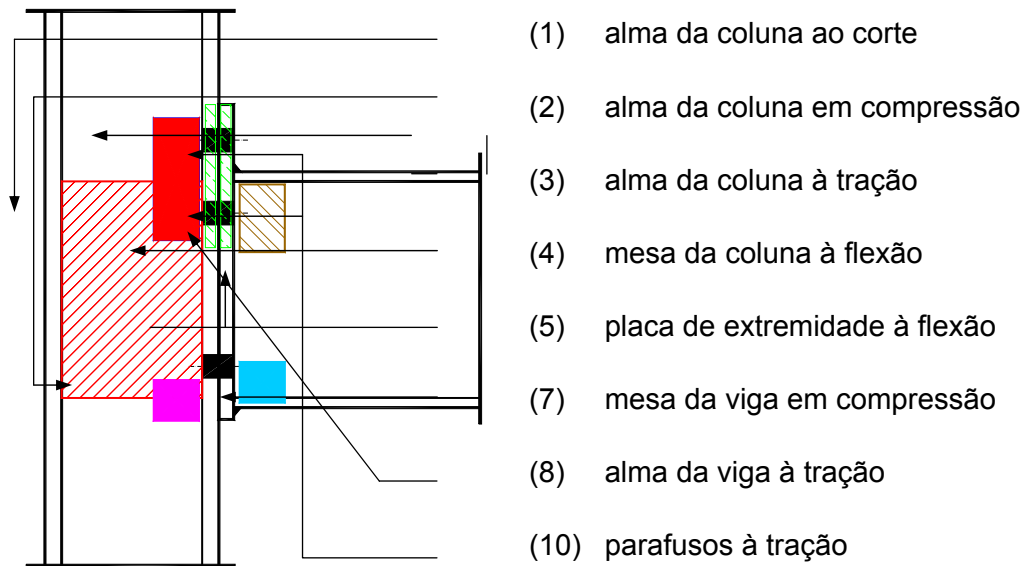
A obtenção da curva momento *versus* rotação de ligações viga-coluna de acordo com o Método das Componentes proposto pelo Eurocode 3 [7-6] requer a realização dos seguintes passos:

- associação das componentes em série e em paralelo para obtenção da curva momento *versus* rotação da ligação.
- obtenção das curvas força *versus* deslocamento de cada uma destas componentes;
- identificação das componentes ativas da ligação viga-coluna a ser analisada;

A caracterização do comportamento global de uma ligação feita por este método é suficientemente geral e permite que qualquer ligação viga-coluna seja decomposta em várias componentes. Podem-se adotar diferentes níveis de refinamento na análise do comportamento da curva força *versus* deslocamento de cada componente. Como exemplo, qualquer fenômeno significativo que influencie no comportamento da componente até a ruptura, tal como protensão dos parafusos, encruamento e efeitos de membrana, podem ser incluídos. Esta consideração leva a modelos sofisticados que podem ser usados para fins científicos ou para se obter curvas momento *versus* rotação não-lineares para serem utilizadas em métodos avançados da análise estrutural.

Neste trabalho, serão considerados dois tipos de ligações aparafusadas. O primeiro com placa de extremidade ajustada à altura da viga e o segundo com placa de extremidade estendida, isto é, caracterizada pela presença de pelo menos uma linha de parafusos fora da região compreendida entre as mesas da viga.

Na Figura 2.3 pode-se facilmente identificar quais são as componentes presentes numa ligação com placa de extremidade estendida diferenciadas por estarem na zona tracionada ou na zona comprimida. Estas componentes são descritas abaixo onde o número entre parêntesis corresponde a identificação da componente de acordo com a nomenclatura presente no Eurocode 3 [7-6].



**Figura 2.3 – Componentes de uma ligação com placa de extremidade, [15]**

A contribuição destas componentes tem que ser avaliada considerando-se o comportamento de cada linha de parafusos individualmente, ou seja, independente de outras linhas de parafusos, e também como parte de um grupo, isto é, considerando a possível interação com outras linhas de parafusos. Assim, algumas destas componentes são dependentes do número de linhas de parafusos na zona tracionada e da posição de cada linha de parafusos. Neste caso: mesa da coluna à flexão, placa de extremidade à flexão, parafusos à tração, alma da coluna à tração e mesa da viga à tração.

Com referência à ligação em estudo, o modelo mecânico adotado é apresentado na Figura 2.4 onde as componentes que influenciam tanto a resistência à flexão da ligação como também a rigidez à rotação, são representadas por meio de molas elasto-plásticas.

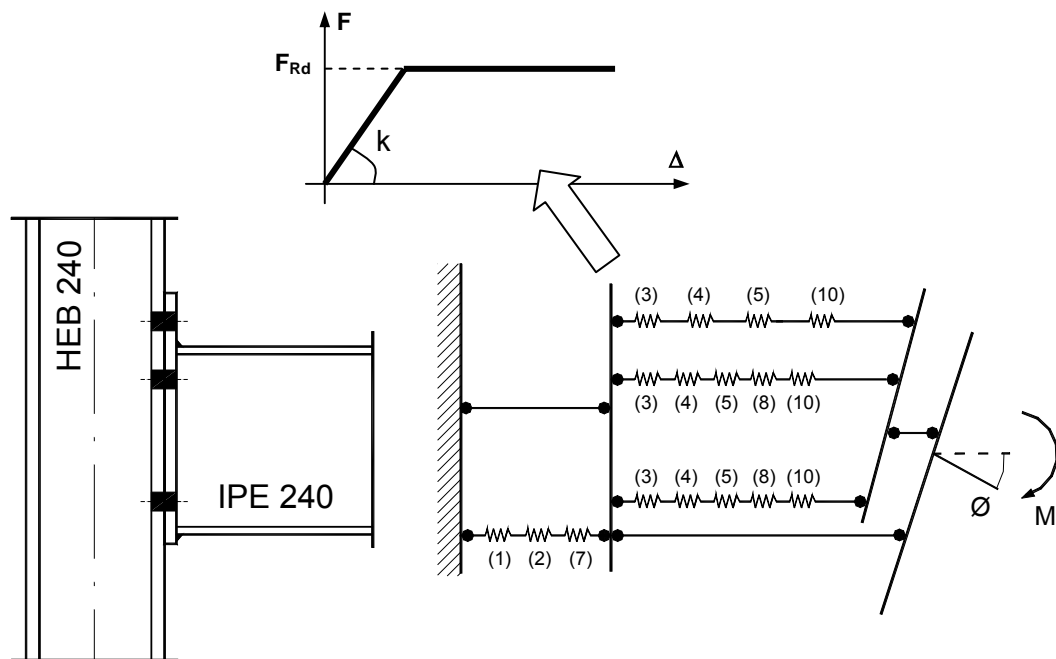


Figura 2.4 – Modelo mecânico - ligação com placa de extremidade estendida

### 2.2.1. Resistência à Flexão de uma Ligação

A resistência à flexão da ligação será dada pela eq. 2.1,

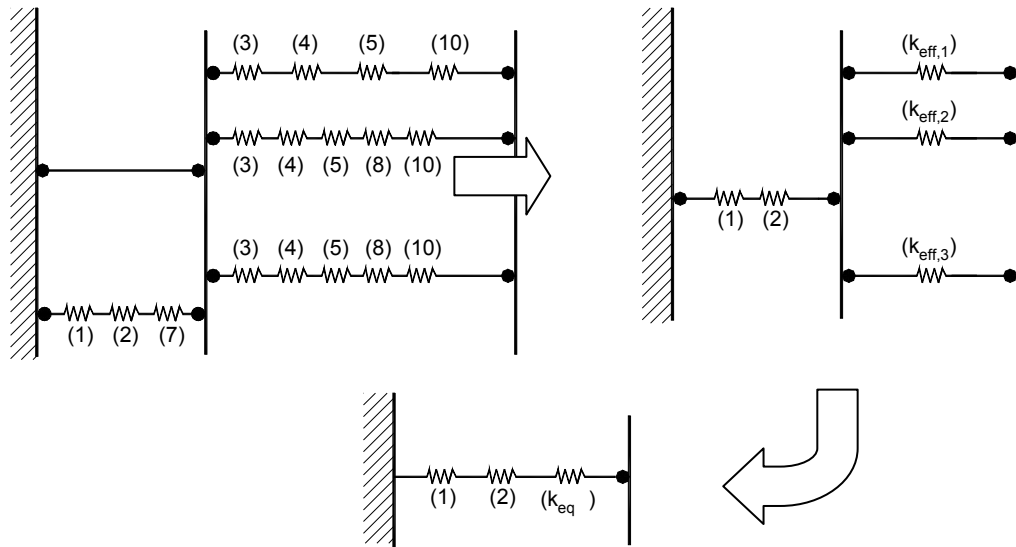
$$M_{j,Rd} = \sum_{i=1}^{n_b} h_i F_{i,Rd} \quad ( 2.1 )$$

onde  $F_{i,Rd}$  é a resistência de cada linha de parafusos em tração;  $n_b$  é o número de linhas de parafusos da zona tracionada e  $h_i$  é a distância da linha de parafusos ao centro de compressão adotado, ou seja, a linha média da mesa comprimida da viga.

No processo de cálculo da resistência de cada uma das linhas de parafusos em tração, a primeira linha a ser considerada deverá ser aquela que estiver mais distante do centro de compressão da ligação.

### 2.2.2. Rigidez Inicial Rotacional de uma Ligação

No cálculo da rigidez inicial rotacional da ligação, o processo de cálculo proposto pelo Eurocode 3 é representado na Figura 2.5 onde se observa que a resistência total da ligação é obtida combinando-se os valores de rigidez de cada uma das componentes, associadas em série e posteriormente, em paralelo.



**Figura 2.5 – Procedimento para cálculo da rigidez rotacional**

A rigidez da componente mesa da viga em compressão ( $k_7$ ) não é considerada no cálculo da rigidez inicial da ligação, pois tem seu valor adotado igual a infinito.

O primeiro passo consiste em calcular para cada linha de parafusos em tração, a rigidez efetiva das molas associadas em série,  $k_{\text{eff},r}$ , dada pela eq. 2.2,

$$k_{\text{eff},i} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_c} \frac{1}{k_{i,r}}} \quad ( 2.2 )$$

onde  $n_c$  é o número de componentes ativas em cada linha de parafusos e  $k_{i,r}$  é o valor de rigidez de cada uma das componentes da linha  $i$ .

Com isso, torna-se necessário calcular a rigidez equivalente total das várias linhas de parafusos em tração, associadas em paralelo, através da eq. 2.3,

$$k_{\text{eq}} = \frac{\sum_{i=1}^{n_b} k_{\text{eff},i} h_i}{z_{\text{eq}}} \quad ( 2.3 )$$

onde  $h_i$  é a distância entre a linha de parafusos  $i$  ao centro de compressão e  $z_{\text{eq}}$  é o braço de alavanca equivalente dado pela eq. 2.4.



$$z_{eq} = \frac{\sum_{i=1}^{n_b} k_{eff,i} h_i^2}{\sum_{i=1}^{n_b} k_{eff,i} h_i} \quad ( 2.4 )$$

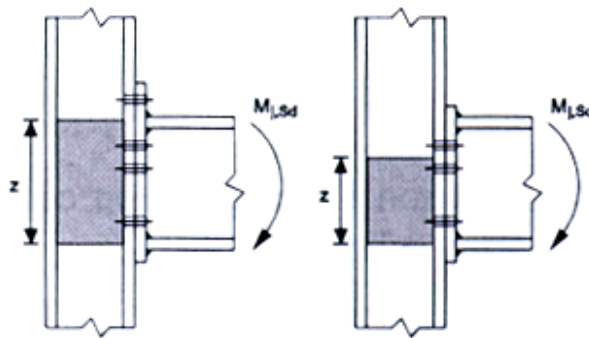
onde  $k_{eff,i}$  representa a rigidez efetiva de cada linha de parafusos.

Finalmente, a rigidez inicial rotacional  $S_{j,ini}$  será calculada pela eq. 2.5,

$$S_{j,ini} = \frac{E z^2}{\mu \left( \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_{eq}} \right)} \quad ( 2.5 )$$

onde  $E$  é o módulo de elasticidade do aço,  $k_1$  e  $k_2$  são os valores calculados para a rigidez das componentes 1 e 2, respectivamente,  $z$  é o braço de alavanca a ser considerado (ver Figura 2.6) e  $\mu$  é uma razão entre rijezas ( $S_{j,ini} / S_j$ ) obtido através da eq.2.6.

$$\begin{cases} \text{se } M_{j,Sd} \leq \frac{2}{3} M_{j,Rd} \rightarrow \mu = 1 \\ \text{se } \frac{2}{3} M_{j,Rd} < M_{j,Sd} \leq M_{j,Rd} \rightarrow \mu = \left( \frac{1,5 M_{j,Sd}}{M_{j,Rd}} \right)^{2,7} \end{cases} \quad ( 2.6 )$$



**Figura 2.6 – Centro de compressão e braço de alavanca  $z$**

Este capítulo apresentou uma breve descrição das ligações semi-rígidas e do método das componentes preconizado no Eurocode 3 [7] e [6] por tratar-se da única norma existente para caracterização do comportamento global destas ligações.

O capítulo seguinte aborda o modelo analítico proposto por Cerfontaine [2],[3] para consideração de ligações viga-coluna submetidas a momento fletor e força axial.

### **3. Modelo Proposto por Cerfontaine [2],[3]**

#### **3.1. Generalidades**

F. Cerfontaine [2],[3] desenvolveu um modelo analítico baseado no Método das Componentes onde isolou a componente do painel de alma da coluna submetido ao cisalhamento. Trata-se do único modelo existente até o presente momento que caracteriza o comportamento global das ligações submetidas a momento fletor e força axial. Todavia, como segue a metodologia apresentada no Eurocode 3, ainda necessita ser validado.

#### **3.2. Caracterização do Diagrama de Interação**

É proposto inicialmente, um diagrama de interação – momento fletor *versus* força axial – de uma ligação aparafusada. Este define uma curva dentro da qual deve estar o par momento fletor (M) – força axial (N) aplicado à ligação de forma que esta não atinja a ruína. Evidentemente que, se este par estiver fora da região delimitada por esta curva, a ligação não pode resistir aos esforços aplicados. Um exemplo do diagrama de interação para uma ligação aparafusada com placa de extremidade estendida com cinco linhas de parafusos é apresentado na Figura 3.1, onde o sentido indicado para o momento fletor é positivo e o da força axial, negativo, ou seja, quadrante II.

O modelo tem como característica que as linhas de parafusos só podem trabalhar em tração, ou seja, a resistência das mesmas deve ser sempre maior ou igual a zero. De forma análoga, o esforço nas linhas em compressão deve ser menor ou igual a zero. Qualquer ligação aparafusada pode ser definida analiticamente, o que resulta na curva de interação, sendo caracterizada por N linhas de parafusos e duas linhas em compressão (uma superior, na direção da mesa superior da viga e outra inferior) resultando em  $n = N + 2$  linhas no total para cada tipo de carregamento de flexão, positivo e negativo.

Este modelo assume que todas as linhas e, conseqüentemente, todas as componentes possuem ductilidade infinita. Como apenas o comportamento na ruína é colocado em evidência aqui e considerando-se a hipótese de comportamento dúctil, uma análise perfeitamente plástica da ligação, baseada na aplicação do teorema estático, Laurent [8], pode ser considerada, ou seja, deve-se encontrar uma distribuição de esforços internos que esteja em equilíbrio com os esforços externos, satisfazendo-se os critérios de ruína.

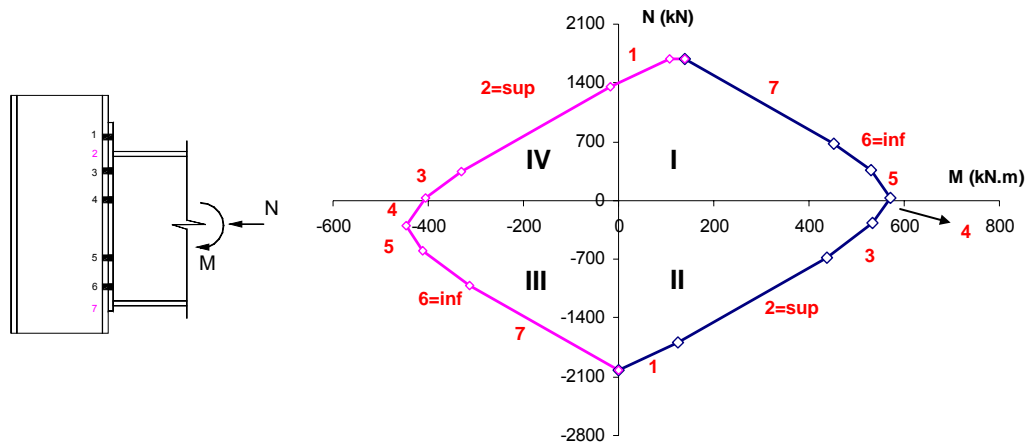


Figura 3.1 – Diagrama de interação - ligação com placa de extremidade estendida

A partir do teorema estático a determinação da resistência implica que a distribuição dos esforços encontrados na ruína satisfaça as equações de equilíbrio. Para uma ligação submetida a momento fletor  $M$  e esforço axial  $N$ , tem-se,

$$M = \sum_{i=1}^n h_i \cdot F_i \quad \text{e} \quad N = \sum_{i=1}^n F_i \quad (3.1)$$

onde  $F_i$  representa a resistência da linha  $i$  e  $h_i$  é o braço de alavanca desta linha. O ponto cujo braço de alavanca é nulo é o ponto onde se aplicam os esforços  $M$  e  $N$ , ou seja, na linha média da viga.

O momento fletor e a força axial são relacionados entre si através de uma excentricidade dada por:

$$e = \frac{M}{N} \quad (3.2)$$

Torna-se necessário estabelecer os critérios de resistência para as diferentes linhas de uma ligação, seguindo as recomendações propostas pelo Eurocode 3.

Conforme apresentado, para definir-se a rigidez de uma linha de parafusos é importante conhecer o coeficiente de rigidez e o limite elástico das diferentes componentes consideradas ao nível de cada linha. Por isso, uma linha será representada por uma série de molas que representam cada uma das componentes, sendo a resistência desta igual a resistência da componente mais fraca da linha. Vale ressaltar também que devem ser considerados os efeitos de grupo entre duas linhas de parafusos quaisquer  $[m,p]$  fornecendo um valor de resistência de grupo  $F_{mp}^{Rd}$ . Torna-se útil descrever os critérios de resistência que os esforços devem satisfazer, para todas as componentes:

$$\sum_{i=m}^p F_i \leq F_{mp}^{Rd\alpha} \quad m=1, \dots, p \quad \text{e} \quad p=m, m+1, \dots, n \quad (3.3)$$

onde  $F_{mp}^{Rd\alpha}$  é a resistência de grupo incluindo as linhas  $m$  a  $p$  para a componente  $\alpha$ . Para casos onde  $m$  é igual a  $p$ ,  $F_{mp}^{Rd\alpha}$  nada mais é do que a resistência individual da linha  $m$  para a componente  $\alpha$ .

Este critério pode ser escrito para cada uma das componentes  $\alpha$  e pode-se perceber então que, esta componente  $\alpha$ , para a qual  $F_{mp}^{Rd\alpha}$  é mínima é que vai definir a resistência de grupo  $[m,p]$ , sendo denominada  $F_{mp}^{Rd}$ . Esta situação é apresentada na Figura 3.2 para uma ligação com três linhas de parafusos numeradas de 1 a 3. Esta representação omite as linhas em compressão (superior e inferior), pois estas não interagem com as linhas em tração, não intervindo na definição dos grupos.

O gráfico apresentado pode representar a interação entre três linhas de parafusos quaisquer identificadas por  $r$ ,  $s$  e  $t$  para uma ligação com  $N$  linhas de parafusos. De fato, esta representação dos esforços nas três linhas é uma representação gráfica de um “hiperplano” particular definido pela eq. 3.4,

$$F_i = \alpha_i \quad \text{para} \quad \forall i \quad i \neq r, s, t \quad (3.4)$$

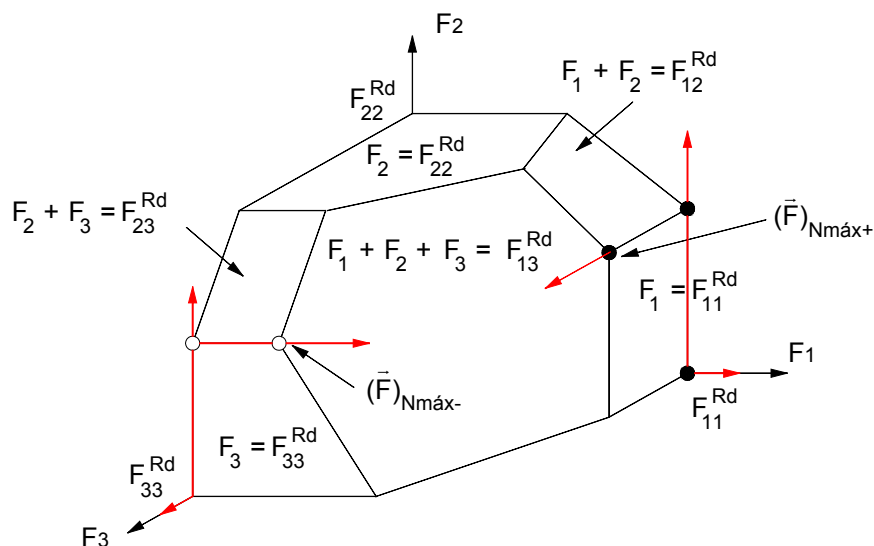


Figura 3.2 – Interação entre três linhas de parafusos e definição de  $F_j^{Rd}$

Partindo das equações de equilíbrio e dos critérios de ruína, aos quais as linhas consideradas devem satisfazer, a aplicação passo a passo do teorema estático Laurent [8] fornece o teorema apresentado a seguir:

*“O critério de interação entre o momento fletor (M) e o força axial (N) na ruína é descrito por um conjunto de 2 n segmentos de reta paralelos 2 a 2, cuja inclinação é sucessivamente o braço de alavanca (h<sub>k</sub>) das n linhas e, ao longo destes segmentos, a força (F<sub>k</sub>) varia entre 0 e a máxima resistência da linha, definindo-se assim, dois pontos do segmento.”*

As equações a seguir traduzem este critério:

$$M = h_k \cdot N + \sum_{i=1}^n (h_i - h_k) \cdot F_i^c \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (3.5)$$

Sendo

$$\begin{aligned} F_i^c &= \text{máx}( F_i^{\text{Rd}^+}, 0 ) & \text{se } i < k \\ F_i^c &= \text{mín}( F_i^{\text{Rd}^+}, 0 ) & \text{se } i > k \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} F_i^c &= \text{mín}( F_i^{\text{Rd}^-}, 0 ) & \text{se } i < k \\ F_i^c &= \text{máx}( F_i^{\text{Rd}^-}, 0 ) & \text{se } i > k \end{aligned} \quad (3.7)$$

Com

$$\begin{aligned} F_i^{\text{Rd}^+} &= \text{mín} \left( F_{mi}^{\text{Rd}} - \sum_{\substack{j=m \\ \neq \text{sup,inf}}}^{i=1} F_j^{\text{Rd}^+}, m = 1, \dots, i \right) & i < k \\ F_i^{\text{Rd}^-} &= \text{mín} \left( F_{im}^{\text{Rd}} - \sum_{\substack{j=i+1 \\ \neq \text{sup,inf}}}^m F_j^{\text{Rd}^-}, m = i, \dots, n \right) & i > k \end{aligned} \quad (3.8)$$

Percebe-se então que a resistência das linhas ( $F_i^{\text{Rd}^+}$  e  $F_i^{\text{Rd}^-}$ ) é definida diferentemente de acordo com  $i$  que pode ser inferior ( $F_i^{\text{Rd}^+}$ ) ou superior ( $F_i^{\text{Rd}^-}$ ) a  $k$ . Este procedimento é apresentado na Figura 3.2 onde os pontos pretos representam as etapas sucessivas para determinação de  $F_j^{\text{Rd}^+}$ , e os pontos brancos,  $F_j^{\text{Rd}^-}$ . Para melhor entendimento desta etapa da aplicação deste modelo aos ensaios experimentais utilizados neste trabalho, apresenta-se no Anexo B, um exemplo completo da caracterização de uma ligação viga-coluna com placa de extremidade estendida.

Através das considerações feitas até o presente momento, pode-se obter os pontos notáveis do diagrama de interação. O ponto correspondente ao esforço axial mínimo será dado por:

$$\begin{cases} M_{N_{\min}} = h_{\text{sup}} \cdot F_{\text{sup}}^{\text{Rd}} + h_{\text{inf}} \cdot F_{\text{inf}}^{\text{Rd}} \\ N_{\min} = F_{\text{sup}}^{\text{Rd}} + F_{\text{inf}}^{\text{Rd}} \end{cases} \quad (3.9)$$

onde  $h_{\text{sup}}$  e  $h_{\text{inf}}$  representam os braços de alavanca das mesas inferior e superior, respectivamente, medidas a partir da linha média da viga e  $F_{\text{sup}}^{\text{Rd}}$  e  $F_{\text{inf}}^{\text{Rd}}$  as resistências destas linhas do modelo mecânico.

A partir do ponto de esforço axial mínimo, a zona de momento positivo do diagrama de interação pode ser obtida. O momento máximo é então calculado, iniciando-se pela primeira linha através da eq. 3.5. A partir deste ponto, define-se sucessivamente, todos os segmentos que constituem o critério de ruína. Quando o esforço da linha  $k$  varia de seu valor mínimo (0 para as linhas de parafusos e a resistência das linhas comprimidas) até seu valor máximo, o momento varia de acordo com a equação a seguir:

$$M = M [ F_k = \min( 0, F_k^{\text{Rd}} ) ] + h_k \cdot [ F_k - \min( 0, F_k^{\text{Rd}} ) ] \quad (3.10)$$

onde  $h_k$  representa o braço de alavanca da linha  $k$ ,  $F_k$  é a resistência desta linha e  $M[F_k]$  é a resistência à flexão da linha anterior.

O momento cresce até o ponto em que o braço de alavanca do esforço indeterminado muda de sinal, ou seja, quando  $k = l$  tal que  $h_l > 0$  e  $h_{l+1} < 0$ . Quando  $k$  aumenta muito, o momento diminui e o esforço axial aumenta para atingir seu valor máximo:

$$N_{\text{máx}} = \sum_{i=1}^n F_i^{\text{C}} \quad (3.11)$$

$$M_{N_{\text{máx}}} = \sum_{i=1}^n h_i \cdot F_i^{\text{C}} \quad (3.12)$$

$$F_i^{\text{C}} = \max \left[ 0, \min \left( F_{mi}^{\text{Rd}} - \sum_{\substack{j=m \\ \neq \text{sup, inf}}}^{i-1} F_j^{\text{Rd}}, m = 1, 2, \dots, i \right) \right] \quad (3.13)$$

onde  $F_i^{\text{C}}$  representa a resistência da componente mobilizada.

Partindo-se do ponto do diagrama de interação caracterizado pelo esforço normal mínimo,  $n$  segmentos de reta de inclinação igual, sucessivamente, ao maior braço de alavanca ( $h_1$ ) até o menor ( $h_n$ ) completam esta parte do diagrama.

Novamente, partindo-se do ponto de esforço axial mínimo, calculam-se todos os esforços nas linhas, iniciando-se pela  $n^{\text{ésima}}$  linha de valor mínimo até a máxima  $F_k^c = \max(F_k^{Rd-}, 0)$ , obtendo-se a zona de momento mínimo bem como o momento mínimo quando, novamente, o braço de alavanca muda de sinal, ou seja,  $k = l$ . Quando  $k$  diminui muito, o momento aumenta e o esforço normal também aumenta até atingir seu valor máximo (ver Figura 3.1):

$$N_{\text{máx}} = \sum_{i=1}^n F_i^c \quad (3.14)$$

$$M_{N\text{máx}} = \sum_{i=1}^n h_i \cdot F_i^c \quad (3.15)$$

$$F_i^c = \max \left[ 0, \min \left( F_{im}^{Rd} - \sum_{\substack{j=i+1 \\ \neq \text{sup,inf}}}^m F_j^{Rd+}, m = i, i+1, \dots, n \right) \right] \quad (3.16)$$

Duas expressões caracterizam o esforço normal máximo. Sabe-se que este é único e que as equações não fornecem valores iguais: toda resistência de grupo  $[p, q]$  determinada na definição de  $F_i^{Rd-}$ , será igual a resistência obtida no momento em que se definiu  $F_i^{Rd+}$ , sendo dada pela soma dos esforços resistentes idênticos, que é um esforço normal máximo igual mas correspondente a uma distribuição de esforços diferentes e de momentos fletores diferentes também.

Esta situação aparece claramente na Figura 3.2 onde todos os pontos pertencentes à superfície denominada pela equação  $(F_1 + F_2 + F_3 = F_{13}^{Rd})$  correspondem a um esforço normal máximo, mas a momentos fletores diferentes e os pontos  $(\vec{F})_{N\text{máx}+}$  e  $(\vec{F})_{N\text{máx}-}$  correspondem a uma distribuição de esforços dada pelas equações 3.11 a 3.16.

No diagrama de interação, o eixo de momento corresponde a uma excentricidade nula e o eixo de esforço axial a uma excentricidade infinita (positiva ou negativa). Neste momento, é interessante definir a obtenção de um ponto qualquer neste diagrama de interação de maneira comum a todos os gráficos de interação, de forma que um mesmo valor de referência definido, possa ser comparado em diagramas de interação diferentes.

Todo ponto do diagrama de interação é caracterizado por seu ângulo (inclinação definida entre 0° e 360°) em relação ao eixo de esforço axial nulo, escolhido de forma que corresponda a uma excentricidade de referência  $e_u$ , um ângulo de 45°.

$$e_u = \frac{M_{\text{máx}}}{N_{\text{máx}}}, \alpha_{e_u} = 45^\circ \Rightarrow \alpha = \arctg\left(\frac{e_u}{e}\right) \quad (3.17)$$

Definido o ângulo  $\alpha$ , tem-se um ponto comum a qualquer diagrama de interação. Por exemplo, se a soma dos esforços  $F_i^{\text{Rd}+}$  das linhas com braço de alavanca positivo for próxima de  $F_{\text{inf}}^{\text{Rd}}$ , o momento máximo corresponderá a um esforço axial próximo de zero:

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq \text{sup}}}^I F_i^{\text{Rd}+} \approx F_{\text{inf}}^{\text{Rd}}, h_l > 0 \text{ e } h_{l+1} < 0 \Rightarrow N_{\text{máx}} \approx 0 \quad (3.18)$$

e então, o momento máximo corresponderá a um ângulo  $\alpha$  bastante pequeno, conforme pode ser verificado a seguir.

$$\begin{aligned} N_{M_{\text{máx}}} &= \pm 10\% \cdot N_{\text{máx}} \Rightarrow \\ e_{M_{\text{máx}}} &= \pm \frac{M_{\text{máx}}}{0,1N_{\text{máx}}} = \pm 10 e_u = \pm e_u = \pm \frac{e_u}{\text{tg}(\alpha_{M_{\text{máx}}})} \Rightarrow \\ \alpha_{M_{\text{máx}}} &= \pm 5,7^\circ \end{aligned} \quad (3.19)$$

Apesar da facilidade de se determinar o diagrama de interação, às vezes, deseja-se obter apenas um ponto deste diagrama correspondente a uma excentricidade qualquer. Para isso, basta saber os sinais do momento fletor e do esforço axial aplicados à ligação. Até porque, o conhecimento do diagrama de interação completo não fornece diretamente um ponto qualquer desejado, sendo necessário fazer uma interpolação para se conhecer o par  $(M_{\text{Rd}}, N_{\text{Rd}})$  procurado.

Partindo-se de um ponto conhecido  $(M_k, N_k)$  do diagrama correspondente a uma excentricidade  $e_k$  e a um esforço  $F_{k0}$  (diferente de  $F_k^c$ ) de uma linha indeterminada  $k$ , as excentricidades dos pontos adjacentes no diagrama podem facilmente fornecer uma função de variação  $\Delta F_k$  para as equações de equilíbrio. A variação de esforço necessário para obter uma excentricidade  $e$  a partir do ponto caracterizado pela excentricidade  $e_k$  é então obtida:

$$\begin{aligned} \Delta F_k &= -N_k \frac{e_k - e}{h_k - e} \\ |F_k| &= |F_{k0} + \Delta F_k| \in [0, F_k^{\text{Rd}}] \end{aligned} \quad (3.20)$$

A segunda linha da equação 3.20 mostra que o esforço numa linha  $k$  deve estar dentro de limites aceitáveis, ou seja, entre zero e sua própria resistência (positiva ou



negativa,  $F_k^{Rd+}$  ou  $F_k^{Rd-}$ ). Quando o ponto  $(M_k, N_k)$  caracteriza um ponto angular ou característico do diagrama de interação, a força pode variar em duas linhas e determinar uma excentricidade  $e$ , de acordo com a eq. 3.20, para cada uma dessas linhas.

Com o auxílio desta equação e dos sinais dos esforços conhecidos, pode-se obter a resistência correspondente a uma excentricidade qualquer sem precisar traçar o diagrama de interação completo. Portanto, através destas informações, o quadrante I do diagrama de interação no qual o ponto procurado se encontra é obtido:

- de maneira geral, para os quadrantes I e II, calculam-se os valores de  $F^{Rd+}$  e para os quadrantes III e IV, calculam-se  $F^{Rd-}$ ;
- então, os dois pontos notáveis do diagrama, próximos do quadrante são determinados, sendo, por exemplo para o quadrante I, os pontos correspondentes a  $M_{máx}$  e  $N_{máx}$  (ver Figura 3.1);
- os ângulos  $\alpha$  correspondentes a  $M_{máx}$ ,  $N_{máx}$  e ao ponto procurado são calculados;
- o ponto procurado é então localizado em relação aos dois pontos notáveis;
- o ponto procurado é determinado a partir do ponto notável mais próximo aplicando-se a eq. 3.20 uma ou mais vezes utilizando-se os  $k$  crescentes ou decrescentes segundo o ângulo  $\alpha$  que pode ser maior ou menor do que o ângulo correspondente ao ponto de partida.

### 3.3. Comportamento Elástico da Ligação

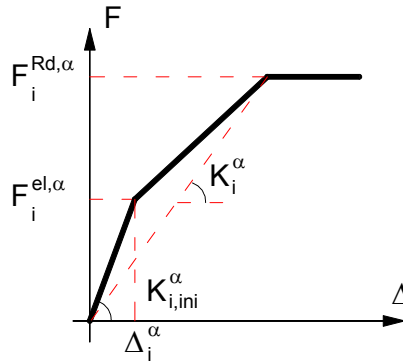
Este item apresenta a obtenção dos valores de rigidez inicial, deslocamentos iniciais, momento elástico da ligação e conseqüentemente rotação elástica. Primeiramente, essas propriedades são calculadas individualmente para cada componente e posteriormente para a ligação como um todo.

Conforme dito anteriormente, para o traçado do diagrama de interação, supõe-se que as componentes tenham bastante ductilidade. As informações sobre a resistência última das componentes são obtidas independentemente da combinação de momento fletor e esforço axial a que está submetida a ligação. Porém, não se conhece ainda, a rigidez inicial da ligação nem o comportamento elástico provocado por esta combinação de cargas.

Para obter-se estas características, é necessário conhecer o comportamento elástico de cada componente presente em cada linha a ser considerada. A caracterização do comportamento elástico de uma componente  $\alpha$  é obtido com as equações apresentadas a seguir, sendo apresentado na Figura 3.3.

$$F_i < F_i^{el\alpha} \rightarrow F_i = K_{i,ini}^\alpha \cdot \Delta_i^\alpha$$

$$F_i^{el\alpha} < F_i < F_i^{Rd\alpha} \rightarrow F_i = K_i^\alpha \cdot \Delta_i^\alpha = \left[ K_{i,ini}^\alpha \cdot \left( \frac{F_i^{el\alpha}}{F_i} \right)^{2,7} \right] \cdot \Delta_i^\alpha \quad (3.21)$$



**Figura 3.3 - Caracterização da lei constitutiva de uma componente qualquer [3]**

onde  $F_i^{el\alpha}$ ,  $K_{i,ini}^\alpha$  e  $\Delta_i^\alpha$  representam para a componente  $\alpha$  da linha  $i$ , seu limite elástico, sua rigidez inicial e seu deslocamento, respectivamente. A Tabela 3.1 apresenta o comportamento a ser considerado para as diversas componentes presentes em uma ligação aparafusada de acordo com Cerfontaine [2], [3].

**Tabela 3.1 - Comportamento das componentes**

Componente	Limite Elástico	Rigidez Inicial	Ductilidade
<b>1 (CWS)</b>	$2/3 F^{Rd}$	sim	sim
<b>2 (CWC)</b>	$2/3 F^{Rd}$	sim	sim
<b>3 (CWT)</b>	$2/3 F^{Rd}$	sim	sim
<b>4 (CFB)</b>	$2/3 F^{Rd}$ ou $F^{Rd}$	sim	sim / não
<b>5 (EPB)</b>	$2/3 F^{Rd}$ ou $F^{Rd}$	sim	sim / não
<b>7 (BFC)</b>	$F^{Rd}$	-	não
<b>8 (BWT)</b>	$F^{Rd}$	-	sim
<b>10 (BT)</b>	$2/3 F^{Rd}$ ou $F^{Rd}$	sim	não

A resistência das componentes mesa da coluna à flexão (4) e placa de extremidade à flexão (5) é caracterizada pelo comportamento de um T-Stub possuindo três modos de ruptura, ou seja, escoamento completo da mesa (modo 1), escoamento completo da mesa com ruptura dos parafusos (modo 2) e ruptura dos parafusos apenas (modo 3). Quando a resistência ocorre pelos modos 1 ou 2 e esta é superior a 95% da resistência da linha de parafusos em tração, as componentes não apresentam ductilidade, sendo o limite elástico

definido como 2/3 desta resistência. Quando a ruína ocorre pelo modo 3, ou seja, ruptura dos parafusos, o limite elástico é igual ao valor de resistência da componente sem ductilidade. Para os outros casos, as componentes apresentam ductilidade e um limite elástico igual a 2/3 da resistência da componente deve ser adotado. Entretanto, a resistência elástica da componente 10 é caracterizada neste modelo como sendo 2/3 da sua resistência última.

Conhecendo-se o comportamento das componentes presentes em uma linha, pode-se efetuar a associação destas em série conforme preconizado pelo Eurocode 3 [6]. Algumas equações adicionais são apresentadas a seguir.

$$K_{i,ini} = \frac{1}{\sum_{\alpha} \frac{1}{K_{i,ini}^{\alpha}}} \quad (3.22)$$

$$F_i^{el} = \text{mín}( F_i^{el\alpha} ) \quad (3.23)$$

$$\Delta_i^{el} = \frac{F_i^{el}}{K_{i,ini}} \quad (3.24)$$

$$F_{i,j}^{Rd} = \text{mín}( F_i^{Rd\alpha} ) \quad (3.25)$$

$$\Delta_i^{Rd} = \sum_{\alpha} \frac{F_{i,j}^{Rd}}{k_i^{\alpha}} = \sum_{\substack{\alpha \\ F_{i,j}^{Rd} > F_i^{el\alpha}}} \frac{F_{i,j}^{Rd}}{k_{i,ini}^{\alpha} \left( \frac{F_i^{el\alpha}}{1,5F_{i,j}^{Rd}} \right)^{\psi}} + \sum_{\substack{\alpha \\ F_{i,j}^{Rd} \leq F_i^{el\alpha}}} \frac{F_{i,j}^{Rd}}{k_{i,ini}^{\alpha}} \quad (3.26)$$

Uma vez aplicadas as equações anteriores, as equações para a linha i, podem ser escritas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} F_i \leq F_i^{el} &\rightarrow F_i = K_{i,ini} \cdot \Delta_i \\ F_i^{el} < F_i \leq F_i^{Rd} &\rightarrow F_i = K_i \cdot \Delta_i = K_{i,ini} \left( \frac{F_i^{el}}{F_i} \right)^{\theta_i} \Delta_i \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$\theta_i = \frac{\ln \left[ \frac{F_{i,j}^{Rd}}{K_{i,ini} \cdot \Delta_i^{Rd}} \right]}{\ln \left( \frac{F_i^{el}}{F_i^{Rd}} \right)} \quad (3.28)$$

A investigação de uma solução dúctil para o problema de resistência conduz à definição destas considerando-se os efeitos de grupo conforme apresentado nas equações 3.5 a 3.8. Todavia, estas equações de resistência são diferentes para as zonas de momento máximo e mínimo.

Na Figura 3.4 (a) apresentam-se as resistências para uma ligação com duas linhas de parafusos e na Figura 3.4 (b), uma curva de comportamento da primeira linha de parafusos quando os fenômenos de grupo são considerados. Quando a zona de momento máximo é definida, a influência dos grupos não afeta a lei de comportamento da primeira linha de parafusos, sendo  $F_{1,1}^{Rd+}$  igual a  $F_{1,1}^{Rd}$ . Por outro lado, na zona de momento mínimo,  $F_1^{Rd-}$  é igual a  $(F_{1,2}^{Rd+} - F_{2,2}^{Rd})$  e inferior a  $F_{1,1}^{Rd}$  fazendo com que a lei constitutiva desta linha transforme-se num patamar horizontal. E o deslocamento correspondente a esta resistência será igual a  $\Delta_1^{Rd-}$  definido pela eq. 3.26 onde  $F_1$  é igual a  $F_1^{Rd-}$ , sendo este, o caso mais geral.

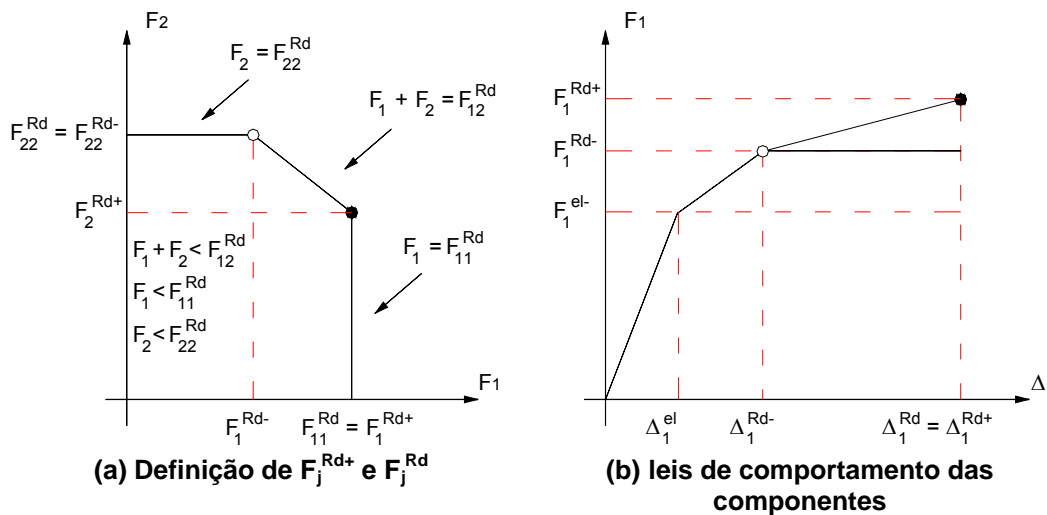


Figura 3.4 – Considerações sobre efeitos de grupos entre linhas de parafusos

Considerando-se a hipótese da seção indeformada da ligação, existe uma relação linear entre os deslocamentos da linha  $i$  e um deslocamento de referência  $\Delta$  a ser definido. Este será escolhido convencionalmente, como sendo o deslocamento correspondente ao braço de alavanca nulo ( $h_\Delta = 0$ ). O deslocamento da linha  $i$  ( $\Delta_i$ ) será dado em função da rotação ( $\varphi$ ) da seção da ligação de acordo com:

$$\Delta_i = \Delta + h_i \cdot \varphi \tag{ 3.29 }$$

O deslocamento ( $\Delta$ ) define de maneira unívoca o estado de deslocamentos da ligação, sendo interessante introduzir a noção de ponto de deslocamento nulo ( $\Delta_0$ ) e o braço de alavanca correspondente ( $h_0$ ). Conhecendo-se este ponto para um determinado estado de deslocamentos, as linhas que são modificadas e as que ainda não foram definidas, conclui-se que este ponto constitui uma mudança no sinal dos deslocamentos das linhas:

$$\begin{aligned}\Delta_0 = 0 &= \Delta + h_0 \cdot \varphi \Rightarrow h_0 = -\frac{\Delta}{\varphi} \\ \Delta_i &= (h_i - h_0) \cdot \varphi \quad \forall i\end{aligned}\tag{ 3.30 }$$

Para o cálculo da rigidez inicial utiliza-se:

- as equações que caracterizam a parte elástica do comportamento de cada linha, equações 3.27 e 3.28;
- a relação linear que descreve os deslocamentos de cada linha, eq. 3.29;
- as equações de equilíbrio dadas pela eq. 3.32 apresentadas no capítulo dois desta dissertação;
- a definição de excentricidade, eq. 3.33 e o ponto de deslocamento nulo, eq. 3.30 no domínio elástico,  $h_0^{el}$ .

Com isso, obtém-se duas equações diferentes, uma para caracterizar a rigidez axial normal  $K_N^{el}$  e a outra para a rigidez à flexão  $K_M^{el}$  da ligação:

$$K_N^{el} = \left( \frac{N}{\Delta} \right)^{el} = \frac{\sum K_{i,ini} (h_0^{el} - h_i)}{h_0^{el}} = \frac{\sum K_{i,ini} \cdot h_i (h_0^{el} - h_i)}{e \cdot h_0^{el}}\tag{ 3.31 }$$

$$K_M^{el} = \left( \frac{M}{\phi} \right)^{el} = \sum K_{i,ini} \cdot h_i (h_i - h_0^{el}) = e \cdot \sum K_{i,ini} \cdot (h_i - h_0^{el})\tag{ 3.32 }$$

A partir da última equação apresentada, pode-se obter a equação para a excentricidade em função de  $h_0^{el}$ .

$$e = \frac{\sum K_{i,ini} \cdot h_i (h_i - h_0^{el})}{\sum K_{i,ini} \cdot (h_i - h_0^{el})}\tag{ 3.33 }$$

$$h_0^{el} = \frac{\sum K_{i,ini} \cdot h_i (h_i - e)}{\sum K_{i,ini} \cdot (h_i - e)} \quad (3.34)$$

E ainda a relação entre os valores de rigidez  $K_N^{el}$  e  $K_M^{el}$  :

$$K_M^{el} = -e \cdot h_0^{el} \cdot K_N^{el} \quad (3.35)$$

Quando uma linha atinge seu limite elástico, a distribuição de esforços elásticos nesta corresponde a um esforço axial  $N^{el}$  e a um momento fletor  $M^{el}$  elásticos, bem como um deslocamento  $\Delta^{el}$  e uma rotação  $\varphi^{el}$ , também elásticos. Sendo assim, o momento elástico é definido pela eq. 3.36, o deslocamento pela eq. 3.37 e a rotação pela eq. 3.38, respectivamente.

$$M_{el} = K_M^{el} \cdot \min \left( \frac{F_j^{el}}{(h_j - h_0^{el}) \cdot K_{j,ini}} \right) \forall j, F_j \neq 0 \quad (3.36)$$

$$\Delta^{el} = \frac{N^{el}}{K_N^{el}} \quad (3.37)$$

$$\varphi^{el} = \frac{M^{el}}{K_M^{el}} = \frac{-\Delta^{el}}{h_0^{el}} \quad (3.38)$$

### 3.4. Estado de Deslocamentos na Ruína Dúctil

Três modos de ruína podem ocorrer em uma ligação, sendo o primeiro caracterizado por uma força excessiva de tração em uma das linhas de parafusos. Como segunda hipótese, uma força excessiva de compressão pode afetar as componentes comprimidas sem descarregar a força aplicada aos parafusos e finalmente, uma descarga nas linhas de parafusos depois de atingida a resistência da linha comprimida.

O estudo destes diferentes modos de ruína possibilita expressar o estado de deslocamentos da ligação na ruína de acordo com as equações apresentadas a seguir.

$$\text{zona +} \left\{ \begin{array}{l} \varphi^{\text{Rd}} = \varphi_{i,k} = \text{máx} \left( \frac{\Delta_i - \Delta_k}{h_i - h_k} \right) \\ i = 1, 2, \dots, k-1, \text{inf} \rightarrow \Delta_i = \Delta_i^{\text{Rd+}} \\ k+1 \rightarrow \Delta_i = 0 \end{array} \right. \quad (3.39)$$

$$\text{zona -} \left\{ \begin{array}{l} \varphi^{\text{Rd}} = \varphi_{i,k} = \text{mín} \left( \frac{\Delta_i - \Delta_k}{h_i - h_k} \right) \\ i = k+1, k+2, \dots, n, \text{sup} \rightarrow \Delta_i = \Delta_i^{\text{Rd-}} \\ k-1 \rightarrow \Delta_i = 0 \end{array} \right. \quad (3.40)$$

$$\Delta^{\text{Rd}} = \Delta_{i,k} = \Delta_k - h_k \cdot \varphi_{i,k} \quad (3.41)$$

onde  $\Delta_k$  é o deslocamento da linha  $k$  para uma força  $F_k$  que é determinada com o auxílio da eq. 3.27.

Como no estudo do comportamento elástico da ligação, é interessante obter-se a posição do ponto de deslocamento nulo na ruína dúctil:

$$h_0^{\text{Rd}} = -\frac{\Delta^{\text{Rd}}}{\varphi^{\text{Rd}}} \quad (3.42)$$

Da mesma forma, podem ser obtidas as rizezas secantes na ruína:

$$K_M^{\text{Rd}} = -\frac{M^{\text{Rd}}}{\varphi^{\text{Rd}}} \quad (3.43)$$

$$K_N^{\text{Rd}} = \frac{N^{\text{Rd}}}{\Delta^{\text{Rd}}} \quad (3.44)$$

### 3.5. Curvas de Comportamento da Ligação – $M \times \varphi$ e $N \times \Delta$

De acordo com o descrito nos parágrafos anteriores, pode-se determinar as propriedades estruturais que caracterizam as curvas  $M \times \varphi$  e  $N \times \Delta$  para qualquer ligação viga-coluna submetida a momento fletor e força axial, dentre outras. Estas curvas são

apresentadas na Figura 3.5. Todavia, mais alguns parâmetros devem ser obtidos para o traçado das mesmas e são apresentados a seguir.

$$\psi_M = \frac{\ln\left(\frac{M^{Rd}}{K_M^{el} \cdot \phi^{Rd}}\right)}{\ln\left(\frac{\lambda^{el}}{\lambda^{Rd}}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{K_M^{Rd}}{K_M^{el}}\right)}{\ln\left(\frac{\lambda^{el}}{\lambda^{Rd}}\right)} \quad (3.45)$$

$$\psi_N = \frac{\ln\left(\frac{N^{Rd}}{K_N^{el} \cdot \Delta^{Rd}}\right)}{\ln\left(\frac{\lambda^{el}}{\lambda^{Rd}}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{K_N^{Rd}}{K_N^{el}}\right)}{\ln\left(\frac{\lambda^{el}}{\lambda^{Rd}}\right)} \quad (3.46)$$

$$\frac{\lambda^{el}}{\lambda^{Rd}} = \frac{M^{el}}{M^{Rd}} = \frac{N^{el}}{N^{Rd}} \quad (3.47)$$

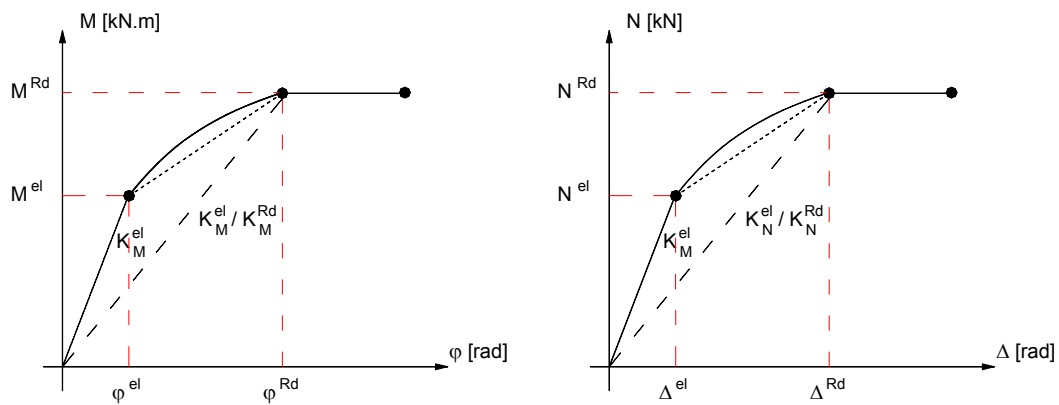


Figura 3.5 – Curvas de comportamento da ligação (M x  $\phi$  e N x  $\Delta$ )

A posição do ponto de deslocamento nulo ( $h_0$ ) não é obtida no domínio elástico mas sim, na ruína dúctil. Entretanto, a evolução de  $h_0$  pode ser descrita pelas equações abaixo:

$$h_0 = h_0^{el} \left( \frac{\lambda^{el}}{\lambda} \right)^{\psi_M - \psi_N} \quad (3.48)$$



$$\Psi_M - \Psi_N = \frac{\ln\left(\frac{h_0^{Rd}}{h_0^{el}}\right)}{\ln\left(\frac{\lambda^{el}}{\lambda^{Rd}}\right)} \quad ( 3.49 )$$

### 3.6. Painel de Alma da Coluna Sujeito a Cisalhamento

Até o presente momento, apenas as trajetórias de forças nas componentes que constituem a ligação foram consideradas. Entretanto, para ligações viga-coluna, o comportamento da alma da coluna submetida ao corte pode afetar diretamente o comportamento global destas ligações. Por este motivo, apresenta-se então, a caracterização isolada desta componente e sua influência no comportamento global das ligações viga-coluna.

Desta forma, algumas considerações importantes precisam ser citadas:

- em uma ligação, a divisão de esforços na coluna e na viga é simplificado; a alma transmite somente cisalhamento e os esforços de flexão e normais são concentrados na parte superior e inferior e não distribuídos transversalmente;
- estes esforços variam linearmente ao longo do painel de alma.

Ao se considerar então, o painel de alma da coluna sujeito a cisalhamento, tem-se por equilíbrio:

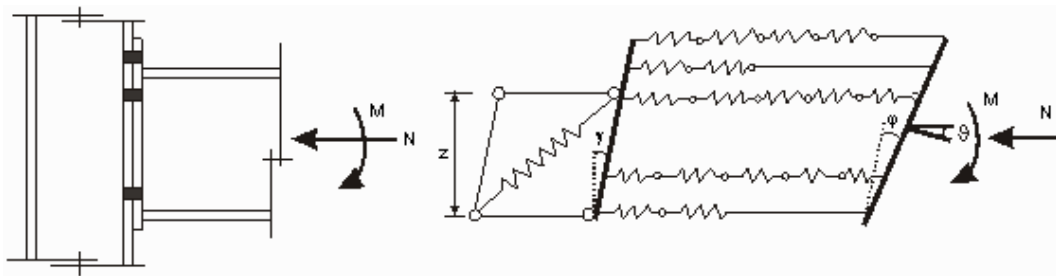
$$V = \frac{M_b + d \cdot N_b}{z} \quad ( 3.50 )$$

onde  $M_b$  e  $N_b$  representam o momento fletor e a força axial da viga ao nível do painel de alma da coluna,  $d$  é a distância entre os pontos onde estes esforços são definidos e o limite inferior do painel de alma e, finalmente  $z$  é o braço de alavanca destes esforços.

O limite inferior do painel de alma será o centro de compressão no caso de cisalhamento positivo ou o centro de tração no caso de cisalhamento negativo. Desde que a ligação esteja sujeita preferencialmente à flexão,  $z$  é a distância entre o centro de compressão e o centro de tração:

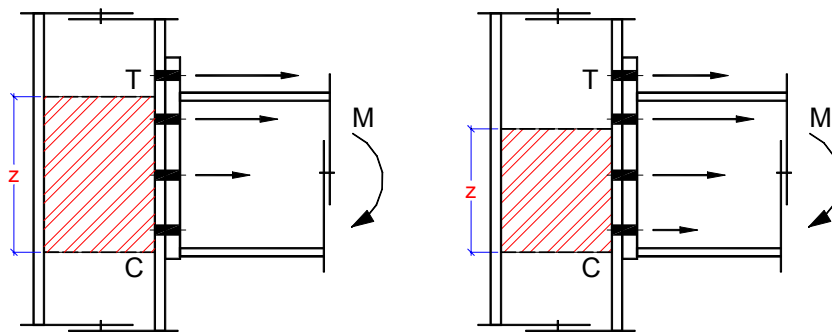
$$z = \left| h_{eq}^+ - h_{eq}^- \right| = \left| \frac{\sum_{i=1}^n h_i \cdot F_i}{\sum_{i=1}^n F_i} - \frac{\sum_{i=1}^n h_i \cdot F_i}{\sum_{i=1}^n F_i} \right| \quad (3.51)$$

A partir do modelo mecânico apresentado na Figura 3.6, nota-se que o cisalhamento do painel de alma da coluna é a resultante dos esforços de tração das linhas de parafusos no caso de cisalhamento positivo ou a força de compressão na linha superior para o caso de cisalhamento negativo.



**Figura 3.6 – Modelo mecânico proposto por Laurent [8]**

Vale ressaltar que, no cisalhamento, a posição do painel de alma em cisalhamento depende da distribuição dos esforços na ligação. Então, para a ligação viga-coluna apresentada na Figura 3.7(a), enquanto os esforços na ligação estão distribuídos de forma elástica a partir do banzo superior da viga, o braço de alavanca correspondente é igual a altura da viga subtraída da espessura da mesa da mesma. Quando as linhas de parafusos superiores encontram-se plastificadas, o braço de alavanca diminui. O aumento do cisalhamento na alma da coluna é maior do que o aumento dos esforços aplicados, Figura 3.7(b).



**Figura 3.7 – Variação do esforço de cisalhamento no painel de alma da coluna**

### 3.6.1. Resistência do Pannel de Alma da Coluna ao Cisalhamento

Utilizando-se a definição de excentricidade e a eq. 3.50, pode-se expressar o momento fletor e o esforço axial em função do cisalhamento atuante na ligação:

$$M = \frac{e}{e + z/2} \cdot z \cdot V \quad (3.52)$$

$$N = \frac{e}{e + z/2} \cdot z \cdot V \quad (3.53)$$

Pode parecer simples a obtenção do momento fletor  $M_y^{Rd}$  e do esforço axial  $N_y^{Rd}$ , para os quais, o pannel de alma atinge sua resistência  $V^{Rd}$  em substituição a  $V$  obtido através das equações anteriores. Entretanto, nestas equações, o braço de alavanca,  $z$  não é conhecido *a priori* quando o momento resistente é alcançado. O valor de  $z$  é definido pela distribuição dos esforços entre o fim do domínio elástico e o ponto onde a ligação atinge seu momento último. Para se obter  $z$ , evitando-se um estudo numérico da ligação, torna-se necessário adotar uma hipótese que considere a plastificação progressiva das linhas de parafusos. Sendo assim, tem-se,

$$z = \frac{M}{\left(\frac{M_\phi^{el}}{z^{el}}\right) \cdot \left(\frac{M_\phi^{el}}{M}\right)^{\psi_z}} \quad (3.54)$$

onde

$$\psi_z = \frac{\ln\left(\frac{M_\phi^{Rd} \cdot z^{el}}{M_\phi^{el} \cdot z^{Rd}}\right)}{\ln\left(\frac{M_\phi^{el}}{M_\phi^{Rd}}\right)} \quad (3.55)$$

onde  $z^{el}$  é o valor de  $z$  quando a ligação ainda está em regime elástico.

Com isso, pode-se obter uma expressão para o momento resistido pela alma da coluna ao cisalhamento:

$$\frac{e}{e+d} \cdot z^{el} \cdot V^{Rd} < M_{\phi}^{el} = \frac{2}{3} \cdot M_{\phi}^{Rd} \Rightarrow M_{\gamma}^{Rd} = \frac{e}{e + \frac{z^{el}}{2}} \cdot z^{el} \cdot V^{Rd} \quad (3.56)$$

$$\frac{e}{e+d} \cdot z^{el} \cdot V^{Rd} > M_{\phi}^{el} = \frac{2}{3} \cdot M_{\phi}^{Rd} \Rightarrow M_{\gamma}^{Rd} = \left( \frac{e}{e + \frac{z(M_{\gamma}^{Rd})}{2}} \cdot z^{el} \cdot V^{Rd} \cdot \frac{1}{M_{\phi}^{el}} \right)^{-1/\psi_z} \cdot M_{\phi}^{el} \quad (3.57)$$

onde  $M_{\phi}^{el}$  representa o momento elástico da ligação (definido anteriormente como  $M^{el}$ ) diferenciando-o do momento elástico resistido pelo painel de alma  $M_{\gamma}^{el}$  que será definido a seguir.

### 3.6.2. Comportamento Elástico do Painel de Alma da Coluna em Cisalhamento

Através da eq. 3.50 e da relação  $\tau = G \cdot \gamma$ , pode-se obter os valores de rigidez inicial da ligação referentes ao momento fletor e a força normal correspondentes ao cisalhamento do painel de alma da coluna:

$$K_{M_{\gamma}}^{el} = \left( \frac{M}{\gamma} \right)_{\gamma}^{el} = \frac{e \cdot z^{el} \cdot G \cdot A_w}{\left( e + \frac{z^{el}}{2} \right)} \quad (3.58)$$

$$K_{N_{\gamma}}^{el} = \left( \frac{N}{\Delta} \right)_{\gamma}^{el} = \frac{z^{el} \cdot G \cdot A_w}{\left( e + \frac{z^{el}}{2} \right) \cdot d} \quad (3.59)$$

onde  $A_w$  representa a área da coluna resistente ao cisalhamento.

A relação entre os valores de rigidez pode ser obtida pela equação a seguir.

$$K_{M_{\gamma}}^{el} = e \cdot d \cdot K_{N_{\gamma}}^{el} \quad (3.60)$$

O momento fletor ( $M_{\gamma}^{el}$ ) para o qual o painel de alma atinge seu limite elástico (adotado igual a 2/3 de sua resistência) dependerá do momento elástico da ligação ( $M_{\phi}^{el}$ ) e o braço de alavanca terá um valor diferente, de acordo com o domínio elástico da ligação utilizando-se as equações abaixo.

$$\text{Se } \frac{e}{e + \frac{z}{2}} \cdot z^{\text{el}} \cdot V^{\text{Rd}} < M_{\phi}^{\text{el}} = \frac{2}{3} M_{\phi}^{\text{Rd}} \Rightarrow M_{\gamma}^{\text{Rd}} = \frac{e}{e + \frac{z}{2}} \cdot z^{\text{el}} \cdot V^{\text{el}} \quad (3.61)$$

$$\text{Se } \frac{e}{e + \frac{z}{2}} \cdot z^{\text{el}} \cdot V^{\text{Rd}} > M_{\phi}^{\text{el}} = \frac{2}{3} M_{\phi}^{\text{Rd}} \Rightarrow M_{\gamma}^{\text{Rd}} = \left( \frac{e}{e + \frac{z(M_{\gamma}^{\text{Rd}})}{2}} \cdot z^{\text{el}} \cdot V^{\text{el}} \cdot \frac{1}{\frac{2}{3} M_{\phi}^{\text{Rd}}} \right)^{\frac{1}{\psi_z}} \cdot \frac{2}{3} M_{\phi}^{\text{Rd}} \quad (3.62)$$

Entretanto, algumas considerações sobre  $M_{\gamma}^{\text{el}}$  devem ser mencionadas. Este valor corresponde ao cisalhamento elástico do painel de alma e não necessariamente, ao fim do domínio linear deste painel. Considerando-se que a ligação, primeiro atinge seu limite elástico correspondente ao momento  $M_{\phi}^{\text{el}}$ , a definição do braço de alavanca é modificada e a rigidez inicial definida pela eq. 3.58 não é mais válida.

Além do deslocamento  $\gamma_{M_{\gamma}}^{\text{el}}$  correspondente a  $M_{\gamma}^{\text{el}}$ , torna-se necessário introduzir um novo deslocamento  $\gamma_{M_{\phi}}^{\text{el}}$  relacionado com  $M_{\phi}^{\text{el}}$  e que pode definir o fim do domínio de utilização da rigidez inicial. Então,

$$M_{\phi}^{\text{el}} < M_{\gamma}^{\text{el}} \Rightarrow \gamma_{M_{\phi}}^{\text{el}} = \frac{M_{\phi}^{\text{el}}}{K_{M_{\gamma}, z=z^{\text{el}}}^{\text{el}}} \quad (3.63)$$

$$K_{M_{\gamma}, z=z_{\gamma}}^{\text{el}} = \frac{M_{\gamma}^{\text{el}}}{\gamma^{\text{el}}} \quad (3.64)$$

$$K_{N_{\gamma}, z=z_{\gamma}}^{\text{el}} = \frac{N_{\gamma}^{\text{el}}}{d \cdot \gamma^{\text{el}}} = \frac{K_{M_{\gamma}, z=z_{\gamma}}^{\text{el}}}{e \cdot d} \quad (3.65)$$

### 3.7. Curvas da Ligação

Dispondo-se de todos os elementos descritos anteriormente, ao longo deste capítulo, torna-se possível a obtenção das curvas  $M \times \gamma$  e  $N \times \Delta_{\gamma}$  do painel de alma da coluna sujeito ao cisalhamento. Porém, deve-se definir o parâmetro  $\psi$ :

$$\psi_{M_\gamma} = \frac{\ln\left(\frac{M_\gamma^{Rd} \cdot \gamma^{el}}{M_\lambda^{el} \cdot \gamma^{Rd}}\right)}{\ln\left(\frac{M_\gamma^{el}}{M_\gamma^{Rd}}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{N_\gamma^{Rd} \cdot \Delta_\gamma^{el}}{N_\lambda^{el} \cdot \Delta_\gamma^{Rd}}\right)}{\ln\left(\frac{N_\gamma^{el}}{N_\gamma^{Rd}}\right)} = \psi_{N_\gamma} \quad (3.66)$$

E ainda, as relações entre a curva  $M \times \gamma$  e  $N \times \Delta_\gamma$  podem ser obtidas:

$$M = e \cdot N \quad (3.67)$$

$$\gamma = \frac{\Delta_\gamma}{d} \quad (3.68)$$

$$K_{M_\gamma} = -e \cdot d \cdot K_{N_\gamma} \quad (3.69)$$

$$\psi_{M_\gamma} = \psi_{N_\gamma} \quad (3.70)$$

Após obterem-se estas curvas do painel de alma, pode-se, finalmente, traçar a curva global de toda a ligação através da adição das coordenadas ou pela definição das características globais para a parte não-linear (a segunda parte da curva não é igual) objetivando obter o mesmo tipo de formulação proposto no Eurocode 3 [6]. O primeiro método consiste da separação dos dois elementos da ligação enquanto que o segundo faz uma previsão do comportamento global da ligação. Sendo assim, as características globais da ligação são dadas por:

$$K_{M_\phi}^{el} = \frac{1}{\frac{1}{K_M^{el}} + \frac{1}{K_{M_\gamma}^{el}}} \quad (3.71)$$

$$M_\phi^{el} = \text{mínimo}(M_\phi^{el}; M_\gamma^{el}) \quad (3.72)$$

$$\phi^{el} = \frac{M_\phi^{el}}{K_{M_\phi}^{el}} \quad (3.73)$$

$$M_\phi^{Rd} = \text{mínimo}(M_\phi^{Rd}; M_\gamma^{Rd}) \quad (3.74)$$

$$\phi^{Rd} = \phi_{M_\phi}^{Rd} + \gamma_{M_\phi}^{Rd} = \quad (3.75)$$

$$\psi_{M_\phi} = \frac{\ln\left(\frac{M_\phi^{Rd} \cdot \phi^{el}}{M_\phi^{el} \cdot \phi^{Rd}}\right)}{\ln\left(\frac{M_\phi^{el}}{M_\phi^{Rd}}\right)} \quad ( 3.76 )$$

Este capítulo apresentou o modelo proposto por Cerfontaine [3] para caracterização de ligações viga-coluna submetidas a momento fletor e força axial. Este modelo será utilizado no capítulo seguinte para comparação com resultados experimentais obtidos por Lima [1].

## 4. Aplicação do Modelo aos Ensaios Experimentais

### 4.1. Ensaios Experimentais

Conforme citado anteriormente, a melhor forma de se obter o comportamento real das ligações estruturais em aço é através de ensaios experimentais realizados em laboratório. Com estes ensaios, torna-se possível calibrar os diversos modelos existentes para determinação do momento resistente, da rigidez inicial e da capacidade de rotação, a partir das propriedades mecânicas e geométricas destas ligações.

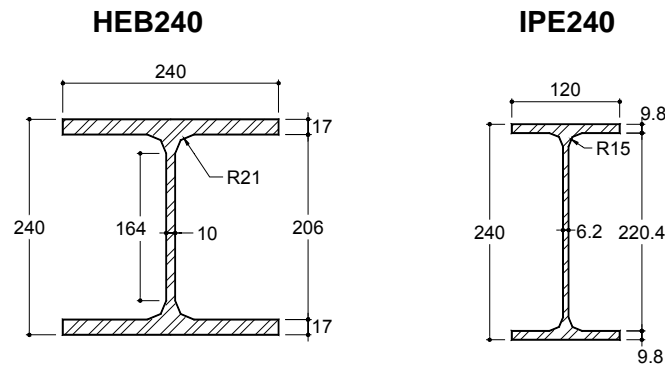
Lima [1] escolheu dois tipos de ligações viga-coluna para serem estudadas: o primeiro com placa de extremidade ajustada à altura da viga e o segundo, com placa de extremidade estendida, ou seja, com pelo menos uma linha de parafusos fora da região compreendida pelas mesas da viga. Três tipos de carregamentos foram utilizados: inicialmente, foi realizado um ensaio somente com aplicação de momento fletor; depois foram feitos ensaios com aplicação de momento fletor e força axial de compressão e finalmente, ensaios com momento fletor e força axial de tração.

### 4.2. Justificativa dos Ensaios Experimentais

No seu trabalho, Lima [1] determinou que a viga adotada deveria ser tal que a sua resistência plástica não fosse muito grande tendo em vista que a força axial aplicada era um percentual deste valor e limitada pela capacidade dos equipamentos existentes no laboratório onde foram realizados os ensaios, algo que representasse uma força axial aplicada na ligação de aproximadamente 300kN. Por outro lado, esta viga deveria ter altura suficiente para vencer um vão coerente com os utilizados em edifícios de aço, da ordem de 6,0m [24]. Após alguns estudos preliminares, adotou-se um perfil do tipo **IPE240** para as vigas, fabricado a partir de um aço S275, ou seja, com tensão nominal de escoamento igual a 275MPa e tensão nominal de ruptura igual a 430MPa.

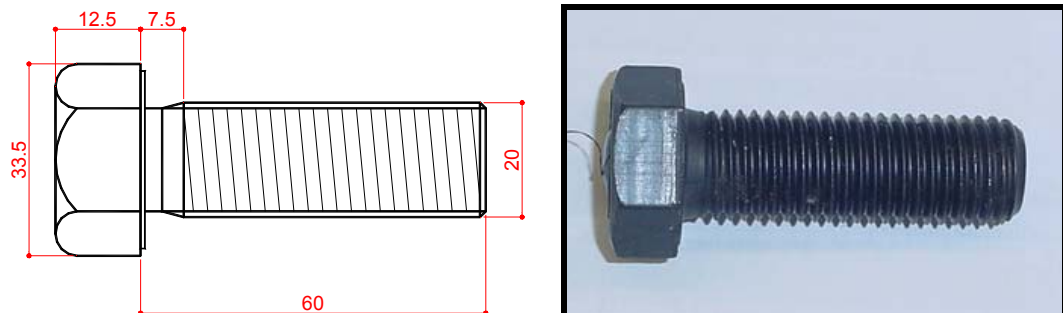
Para a coluna, era necessário escolher-se um perfil que tivesse suficiente resistência ao momento fletor provocado pela força axial imposta. Uma outra condicionante era que as componentes referentes a coluna, não atingissem o escoamento antes das demais. Considerando-se estas informações, após algumas análises iniciais, adotou-se um perfil do tipo **HEB240** para a coluna, fabricado a partir do mesmo aço da viga. Ambos os perfis são laminados e detalhados na Figura 4.1 onde se apresenta também, um perfil do tipo **HEB200** utilizado para travamento da sapata de reação.





**Figura 4.1 – Dimensões dos perfis laminados IPE240, HEB240 e HEB200**

Lima [1] adotou no seu trabalho, uma placa de extremidade com espessura de 15mm produzida com o mesmo tipo de aço da viga e da coluna. A ligação da viga com a placa de extremidade foi efetuada com solda de filete com espessura de 8mm. Os parafusos eram do tipo M20 ( $d = 19,05\text{mm}$ ), cl. 10.9 ( $f_u = 1000\text{MPa}$ ) com rosca completa cujas dimensões nominais são apresentadas na Figura 4.2.



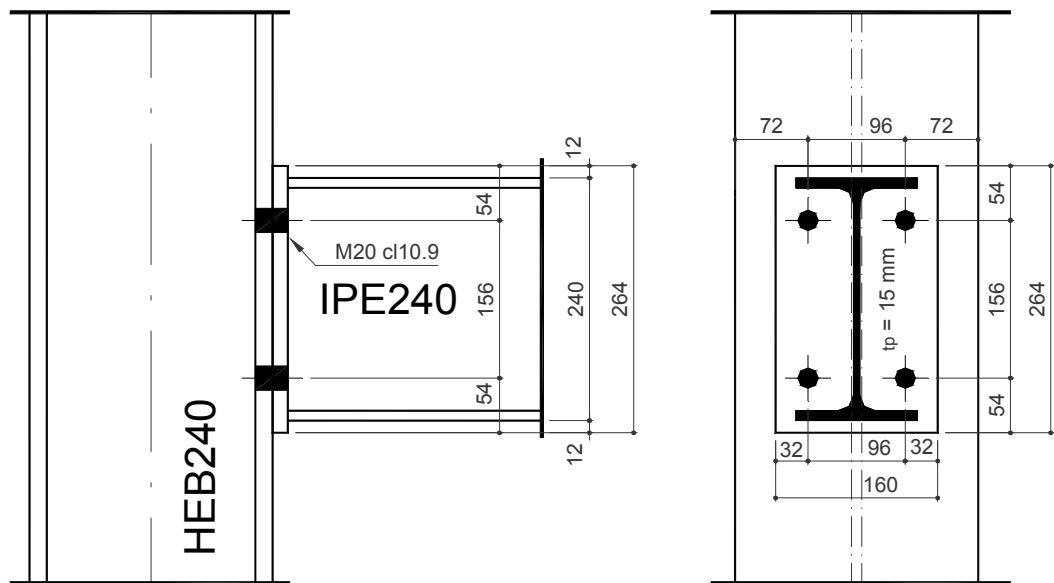
**Figura 4.2 – Detalhe do parafuso M20 cl. 10.9 [1]**

Na Figura 4.3(a) apresenta-se a ligação adotada na primeira série de ensaios, denominados FE (“*flush endplate*”). Já na Figura 4.3(b), pode-se observar a ligação com placa de extremidade estendida utilizada na segunda série de ensaios, denominados EE (“*extended endplate*”).

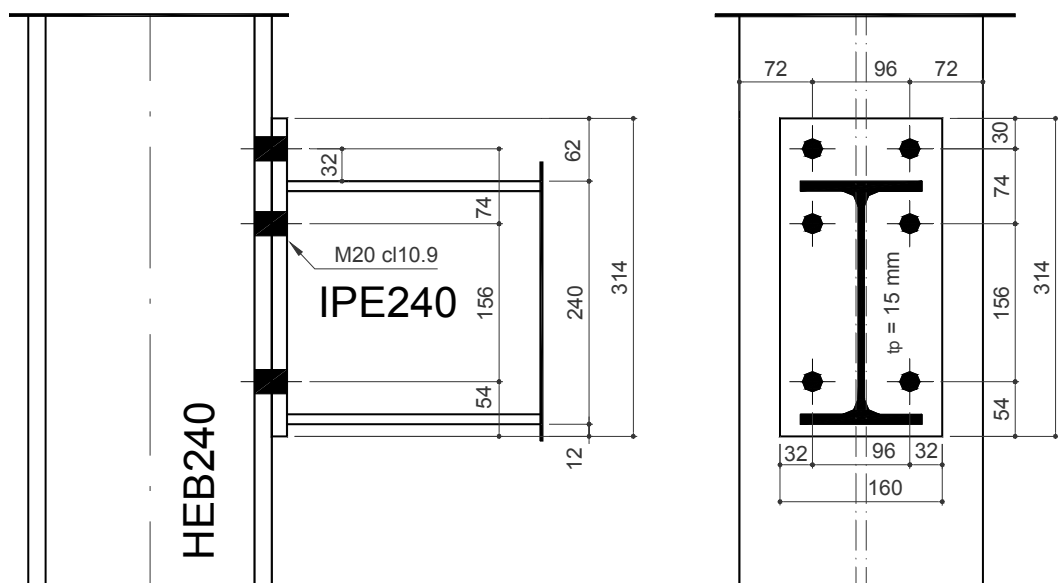
Os ensaios realizados por Lima [1] no Laboratório de Mecânica Estrutural da Universidade de Coimbra tentaram reproduzir ligações reais. A coluna foi considerada bi-rotulada e a viga em balanço.

Para realização dos ensaios experimentais, utilizou-se um pórtico de aplicação de carga cujas colunas as colunas eram constituídas por perfis HEB300, mesmo perfil utilizado na viga do pórtico composta por dois perfis. Utilizou-se um perfil HEB500 como viga de suporte do atuador hidráulico ligada à parede de reação através de uma ligação com placa

de extremidade estendida com 30cm de espessura e oito barras rosqueadas, tipo DYWIDAG.



(a) ligação com placa de extremidade ajustada (série FE) [1]



(b) ligação com placa de extremidade estendida (série EE) [1]

**Figura 4.3 – Detalhe das ligações utilizadas nos ensaios**

Para a aplicação do momento fletor, utilizou-se um atuador hidráulico DARTEC com capacidade de 600kN e curso de 100mm.

Para os ensaios da primeira série, ligações com placa de extremidade ajustada, foram efetuadas duas descargas: a primeira para uma carga de 25kN e, a segunda, para uma rotação de 15mrad conforme apresentado na Figura 4.5.

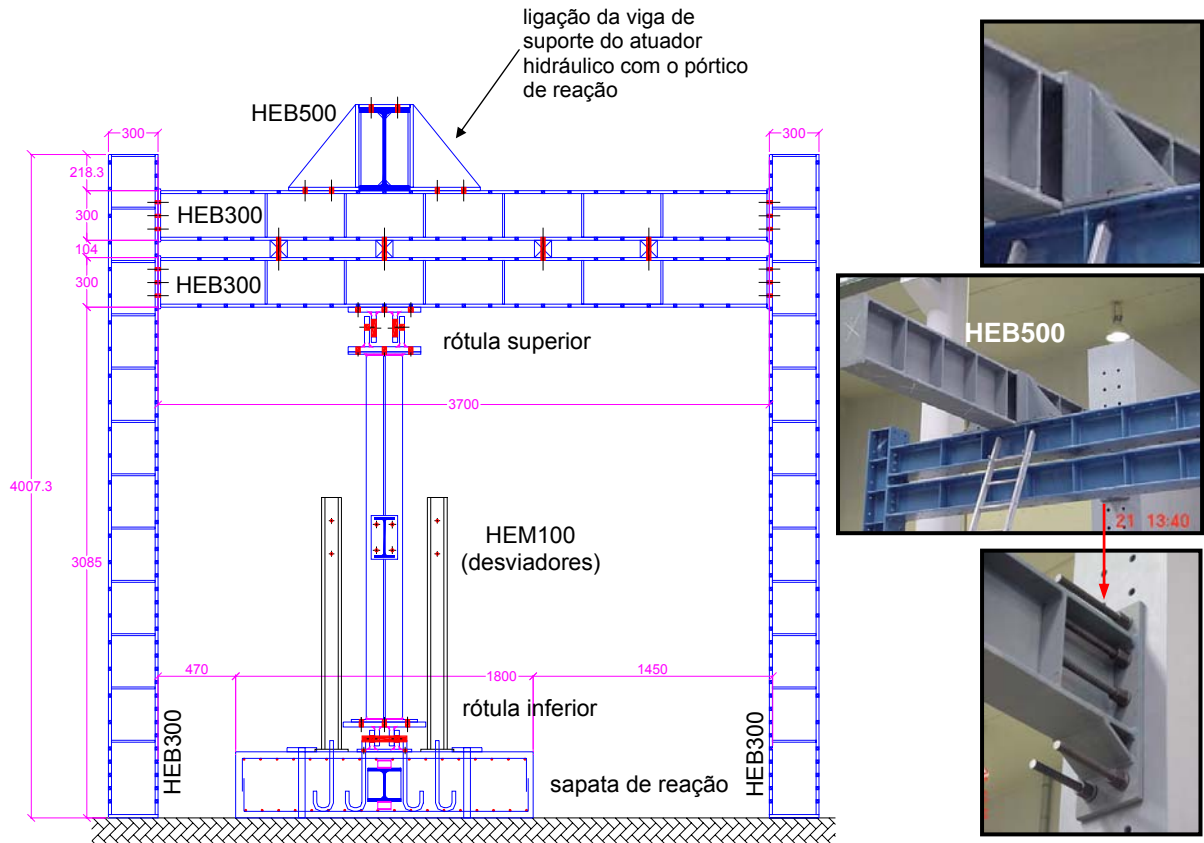


Figura 4.4 – Pórtico de aplicação de carga [1]

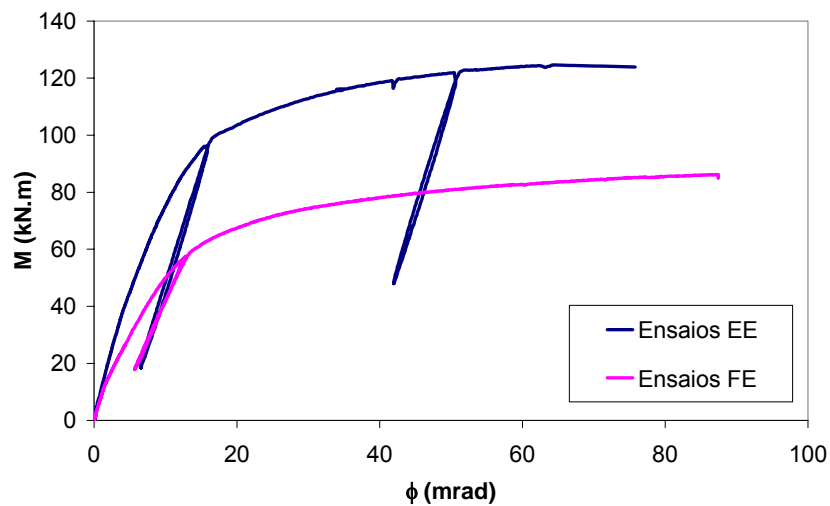
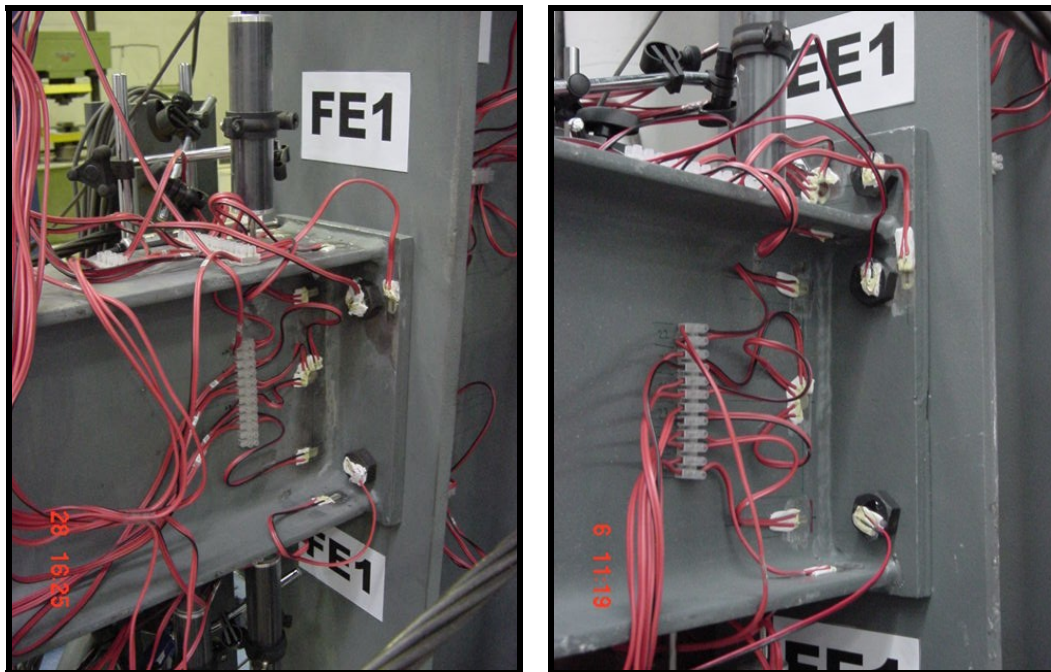


Figura 4.5 – Ciclos de carregamento utilizados nos ensaios [1]

Lima [1] na primeira parte do ensaio, utilizou o controle de força, passando a controle de deslocamentos na parte subsequente do mesmo. Nos ensaios da segunda série,

ligações com placa de extremidade estendida, também se efetuaram duas descargas: a primeira para uma carga de 100kN e, a segunda, para uma rotação de 50mrad.



(a) placa de extremidade ajustada

(b) placa de extremidade estendida

Figura 4.6 – Ligações com placa de extremidade (ambas as séries) [1]

### 4.3. Cálculo das Ligações

Lima [1] realizou um dimensionamento prévio das ligações submetidas apenas a momento fletor, segundo as recomendações de projeto do Eurocode 3 [6], [7], utilizando-se valores nominais para as propriedades mecânicas e geométricas das ligações e utilizando-se coeficientes de resistência iguais a 1,0. Neste dimensionamento, preliminar, para ambas as ligações, verificou-se que a componente mais fraca da zona tracionada é a placa de extremidade à flexão (5) e na zona comprimida, a mesa da viga em compressão (7), conforme apresentado na Tabela 4.1 e Tabela 4.2, respectivamente. O Anexo A desta dissertação apresenta o dimensionamento detalhado da ligação com placa de extremidade estendida utilizando-se os valores reais para os aços usados na fabricação dos perfis, tendo em vista que os resultados obtidos são utilizados no modelo analítico apresentado em um item posterior deste capítulo.

Tabela 4.1 – Dimensionamento das componentes – Ensaios FE [1]

	Componente	$F_{Rd}$ (kN)	k / E (mm)
componentes na região em compressão	(1) alma da coluna ao corte	475,0	7,52
	(2) alma da coluna à compressão	506,3	10,13
	<b>(7) mesa da viga à compressão</b>	<b>438,4</b>	$\infty$
linha 1 (h = 193,1 mm)	(1) alma da coluna ao corte	475,0	7,52
	(2) alma da coluna à compressão	506,3	10,13
	(7) mesa da viga à compressão	438,4	$\infty$
	(3) alma da coluna à tração	394,2	7,03
	(4) mesa da coluna à flexão	375,5	38,22
	<b>(5) placa de extremidade à flexão</b>	<b>305,7</b>	<b>13,35</b>
	(8) alma da viga à tração	365,5	$\infty$
	(10) parafusos à tração	441,0	7,76
linha 2 (h = 37,1 mm)	(1) alma da coluna ao corte	169,2	7,52
	(2) alma da coluna à compressão	200,5	10,13
	<b>(7) mesa da viga à compressão</b>	<b>132,7</b>	$\infty$
	(3) alma da coluna à tração	310,8	7,03
	(4) mesa da coluna à flexão	375,5	38,22
	(5) placa de extremidade à flexão	293,3	13,35
	(8) alma da viga à tração	365,5	$\infty$
	(10) parafusos à tração	441,0	7,76
$M_{j,Rd} = 305,7 \times 0,193 + 132,7 \times 0,037 = 63,96 \text{ kN.m}$ $S_{j,ini} = 11772,2 \text{ kN.m/rad}$ e $S_{j,ini}/\eta = 5886,1 \text{ kN.m/rad}$			

Tabela 4.2 – Dimensionamento das componentes – Ensaios EE [1]

	Componente	$F_{Rd}$ (kN)	k / E (mm)
componentes na região em compressão	(1) alma da coluna ao corte	475,0	5,68
	(2) alma da coluna à compressão	506,3	10,13
	<b>(7) mesa da viga à compressão</b>	<b>438,4</b>	$\infty$
linha 1 (h = 267,1 mm)	(1) alma da coluna ao corte	475,0	5,68
	(2) alma da coluna à compressão	506,3	10,13
	(7) mesa da viga à compressão	438,4	$\infty$
	(3) alma da coluna à tração	394,2	5,74
	(4) mesa da coluna à flexão	375,5	31,21
	<b>(5) placa de extremidade à flexão</b>	<b>215,7</b>	<b>18,99</b>
	(10) parafusos à tração	441,0	7,76
linha 2 (h = 193,1 mm)	(1) alma da coluna ao corte	259,3	5,68
	(2) alma da coluna à compressão	290,6	10,13
	<b>(7) mesa da viga à compressão</b>	<b>222,7</b>	$\infty$
	(3) alma da coluna à tração	327,8	4,91
	(4) mesa da coluna à flexão	375,5	26,70
	(5) placa de extremidade à flexão	305,7	13,35
	(8) alma da viga à tração	365,5	$\infty$
(10) parafusos à tração	441,0	7,76	
linha 3 (h = 37,1 mm)	(1) alma da coluna ao corte		5,68
	(2) alma da coluna à compressão		10,13
	(7) mesa da viga à compressão		$\infty$
	(3) alma da coluna à tração		7,03
	(4) mesa da coluna à flexão		38,22
	(5) placa de extremidade à flexão		11,42
	(8) alma da viga à tração		$\infty$
(10) parafusos à tração		7,76	
$M_{j,Rd} = 215,7 \times 0,267 + 222,7 \times 0,193 = 100,6 \text{ kN.m}$ $S_{j,ini} = 22740,4 \text{ kN.m/rad}$ e $S_{j,ini}/\eta = 11370,2 \text{ kN.m/rad}$			

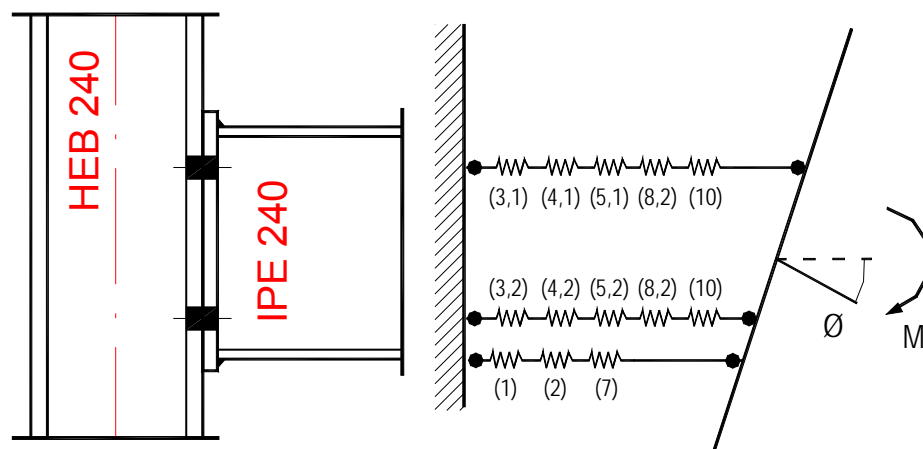
#### 4.4. Ensaios Experimentais – Série FE

Conforme citado anteriormente, a aplicação do modelo analítico apresentado no capítulo anterior exige que as ligações sejam dimensionadas inicialmente pelo Método das Componentes preconizado pelo Eurocode 3 [6], [7].

Para realização desta tarefa, foram utilizadas duas planilhas (uma para cada tipo de ligação) onde o valor de cada componente foi calculado usando-se as propriedades mecânicas dos materiais que são apresentadas na Tabela 4.3. Este dimensionamento preliminar utilizou o modelo mecânico apresentado na Figura 4.7 e resultou nos valores apresentados na Tabela 4.4. Após a identificação da componente mais fraca de cada linha considerada no modelo, obtém-se a resistência final de cada uma dessas linhas (ver Tabela 4.5).

**Tabela 4.3 – Tabela dos dados experimentais das propriedades mecânicas dos materiais [1]**

Corpo de Prova	$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	E (MPa)
nominal	275	430	210000
Alma da Viga	363,43	454,25	203714
Mesa da Viga	340,14	448,24	215222
Alma da Coluna	372,02	477,30	206936
Mesa da Coluna	342,95	448,79	220792
Placa de Extremidade	369,44	503,45	200248
PARAFUSOS – M20			
nominal	900	1000	210000
MÉDIA	939,67	1018,67	-



**Figura 4.7 – Detalhe das ligações utilizadas dos ensaios da série FE [1]**

Tabela 4.4 – Resistências das componentes da ligação FE (em kN)

	1,1	2,2	3,3	4,4	2,3
(8) BWT		483	483		904
(5) EPB		339	339		*662
(4) CFB		408	408		784
(3) CWT		533	533		834
(7) BFC	542			542	
(2) CWC	691			691	
(10) BT		441	441		

Tabela 4.5 – Resistências das linhas da ligação FE (em kN)

i	$h_i$ (mm)	$F_{(i,i)}^{Rd}$	$F_{(i-1,i)}^{Rd}$
1	115,100	542	
2	78,000	339	
3	-78,000	339	784
4	-115,100	542	

Desta forma, pode-se iniciar com a aplicação do modelo analítico proposto por Cerfontaine [3] onde a identificação das linhas utilizadas no modelo mecânico com os respectivos braços de alavanca podem ser observados na Figura 4.8.

Esta ligação tem como característica, duas linhas de parafusos e duas linhas em compressão (uma superior, na direção da mesa superior da viga e outra inferior) resultando em quatro linhas no total. As linhas de parafusos só podem trabalhar em tração, ou seja, a resistência das mesmas deve ser sempre maior ou igual a zero. De forma análoga, o esforço nas linhas em compressão deve ser menor ou igual a zero.

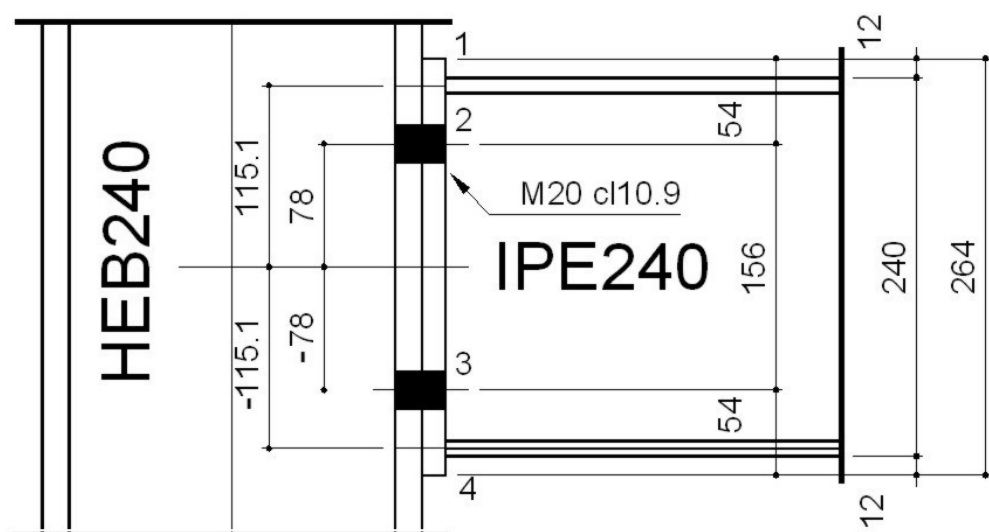


Figura 4.8 – Detalhe da identificação das linhas consideradas nos ensaios com placa de extremidade ajustada (série FE)

A primeira etapa consiste na obtenção do diagrama de interação momento fletor *versus* esforço normal para a ligação com placa de extremidade ajustada à altura da viga. Este diagrama é apresentado na Figura 4.9. Maiores detalhes sobre a utilização completa das equações propostas no modelo apresentado no capítulo anterior são fornecidos no Anexo B deste trabalho, que apresenta o dimensionamento completo de uma ligação viga-coluna com placa de extremidade estendida.

Conforme as considerações feitas por Cerfontaine [3], a resistência da componente placa de extremidade à flexão (5) do grupo entre linhas dois e três (2,3) não foi considerada. Isto deve-se ao fato de que o mecanismo de grupo entre linhas de parafusos, adjacentes a linha média da viga, não se comportar da mesma forma que o preconizado no Eurocode 3 [6], [7].

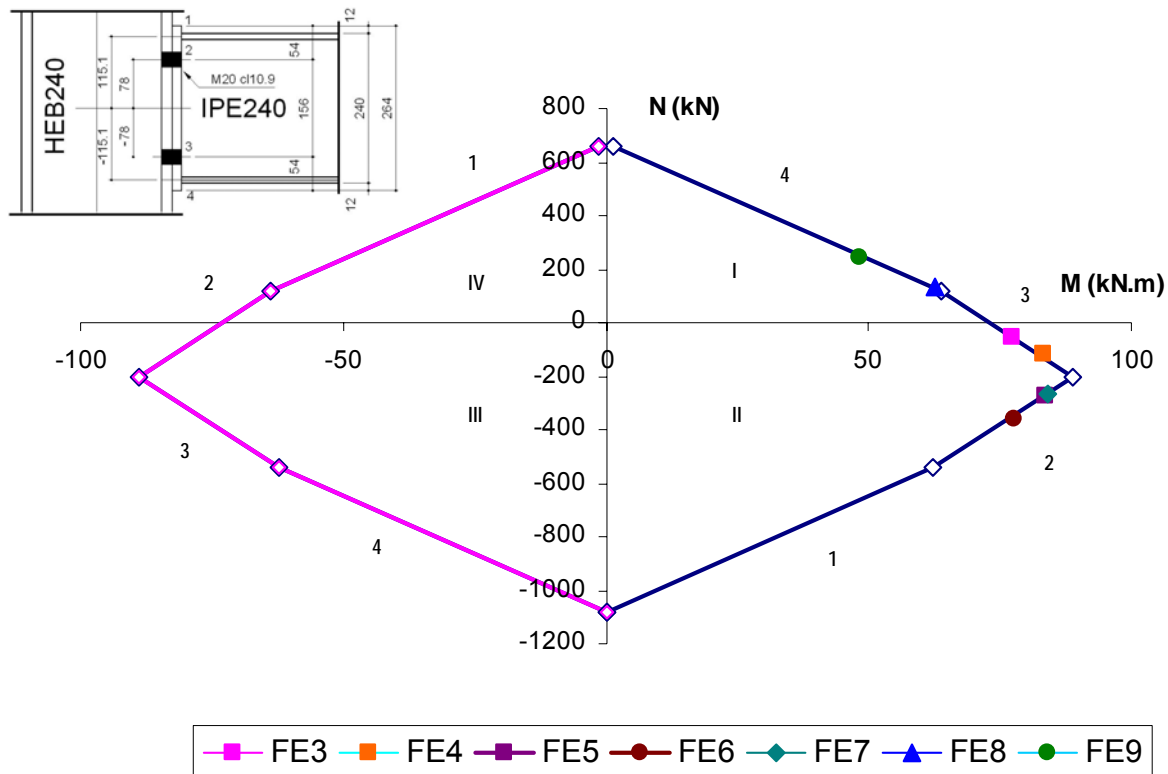


Figura 4.9 – Diagrama de interação da ligação FE

Através da observação deste diagrama de interação, verifica-se que a simetria do mesmo corrobora com a expectativa inicial tendo em vista a simetria da ligação. O primeiro ponto do diagrama caracterizado pelo esforço normal máximo negativo  $N_{\min}^+$  e respectivo  $M_{N+\min.}$ , ou seja, o ponto (0;-1084) representa a ruptura da mesa da viga devido à aplicação de uma força axial de compressão. Este valor representa a soma das resistências das linhas em compressão (1 e 4), respectivamente, apresentadas na Tabela 4.5.



A partir do segundo ponto do diagrama, no sentido anti-horário, início do segmento dois, a resistência da linha dois do modelo mecânico (Figura 4.8) passa a controlar o dimensionamento. O mesmo procedimento acontece sucessivamente até o ponto ( $N_4^+; M_4^+$ ) caracterizando o fim do diagrama para valores de momento fletor positivo correspondendo aos quadrantes I e II (ver convenção de sinais apresentada na Figura 3.1).

De forma análoga, os valores para os quadrantes III e IV do diagrama são obtidos a partir da resistência à força axial da ligação na direção horária, fornecendo, nesta ordem, os segmentos de reta quatro a um, respectivamente.

A partir deste diagrama, torna-se necessário identificar o ponto de interseção entre a reta que caracteriza a excentricidade do ensaio e o trecho correspondente no diagrama de interação, apresentado na Figura 4.9.

Cada ponto apresentado na Figura 4.9 representa o ponto de interseção da reta que caracteriza a excentricidade do ensaio com o diagrama de interação. Essa análise é necessária para identificar em que quadrante e reta do diagrama, esse ponto está situado, pois dependendo do sinal do momento fletor e esforço axial, a excentricidade será positiva ou negativa como se pode observar na Tabela 4.6. É importante ressaltar que para os ensaios FE3 ao FE7, a inclinação da reta que representa a excentricidade dos ensaios é medida no sentido anti-horário, representando um ângulo positivo conforme pode ser observado na Figura 4.9 e na equação que é utilizada para o cálculo de  $\alpha$  (ver eq. 3.9).

**Tabela 4.6 – Valores das excentricidades experimentais das ligações FE [1]**

	FE3	FE4	FE5	FE6	FE7	FE8	FE9
M (kN.m)	77,2	74,7	80,5	72,3	80,7	61,7	51,3
N (kN)	-52,7	-105,2	-265	-345	-257	128	250
e (mm)	-1464,89	-710,07	-303,77	-209,56	-314,00	482,03	205,20

Depois de identificado o ponto correspondente a excentricidade desejada, pode-se prosseguir com a aplicação das equações 3.10 em diante, apresentadas no capítulo anterior de forma a obter a curva momento fletor *versus* rotação para todos os ensaios da série FE. Isto implica no cálculo de deslocamentos e rotações elásticas, coeficientes de rigidez elásticos e na ruína, posição do ponto da ligação com deslocamento nulo ( $h_0^{el}$ ) e finalmente, valores de momento fletor e correspondentes rotações finais da ligação.

Neste momento, obtém-se as curvas momento *versus* rotação sem o isolamento da componente alma da coluna ao corte (1). Entretanto, conforme comentado no capítulo três, para ligações viga-coluna em estruturas de aço, esta componente pode controlar o dimensionamento, sendo necessário então, considerá-la. Após a realização desta etapa, obtém-se a curva representada por triângulos nas figuras de cada ensaio. Ressalta-se mais

uma vez que esta componente não foi considerada na primeira parte da análise conforme pode ser observado na Tabela 4.4.

As Figuras 4.10 até a 4.16 apresentam uma comparação entre os resultados obtidos via modelo analítico proposto Cerfontaine [3], e os experimentais no que tange aos sete casos em estudo.

Nos ensaios FE3 e FE4 (Figura 4.10 a Figura 4.14), onde o momento fletor é considerado negativo e a força axial negativa, tem-se a primeira curva, em azul, obtida através do modelo analítico, bem próxima da experimental. Com a consideração da parcela da alma observa-se uma aproximação melhor da curva do modelo com as curvas no ensaio FE3.

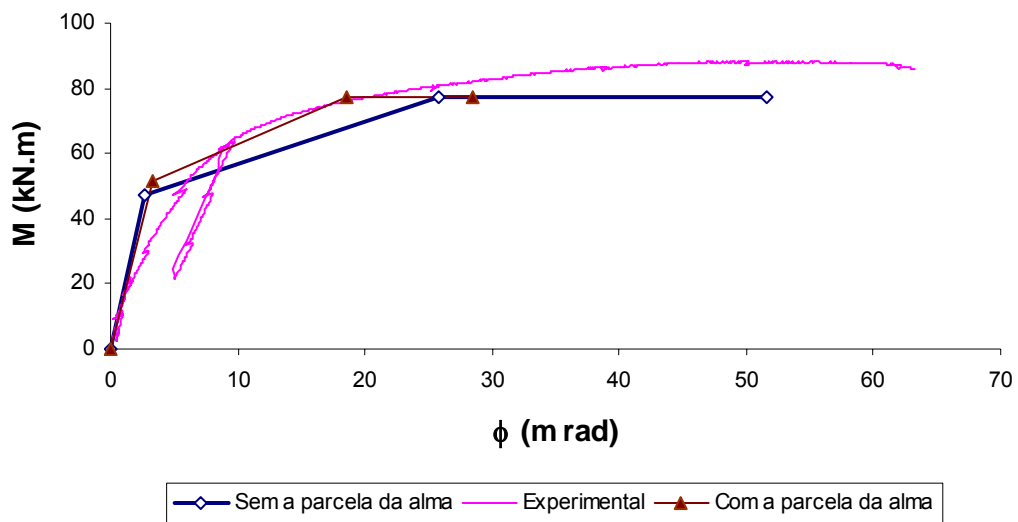


Figura 4.10 – curva M x  $\phi$  - ensaio FE3

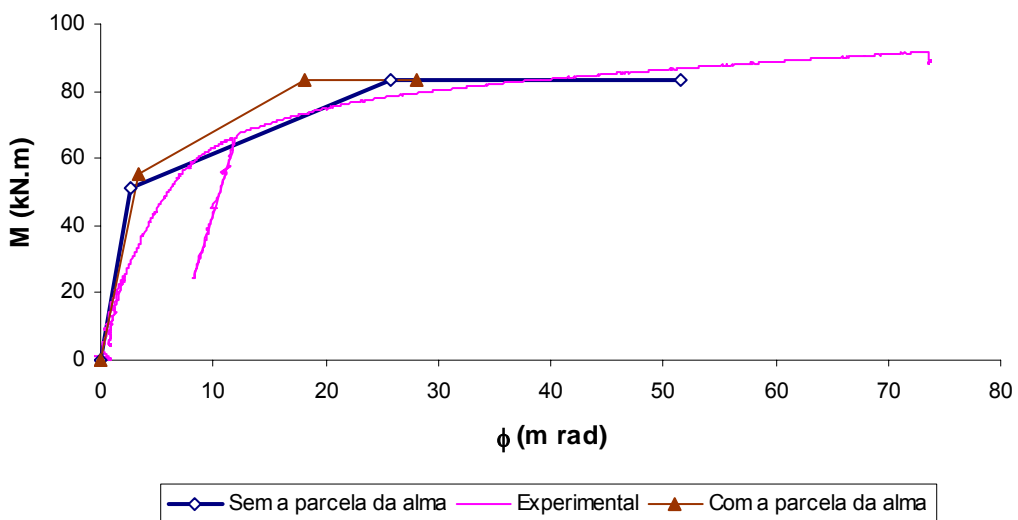


Figura 4.11 – curva M x  $\phi$  - ensaio FE4

Para o ensaio FE4, a curva experimental encontra-se abaixo da obtida analiticamente, gerando um limite superior para o problema estudado, fornecendo assim, valores contra a segurança.

Nos ensaios com aplicação de força normal de compressão mais elevada (FE5 a FE7), o modelo analítico fornece uma curva momento *versus* rotação superior, caracterizando um dimensionamento contra a segurança.

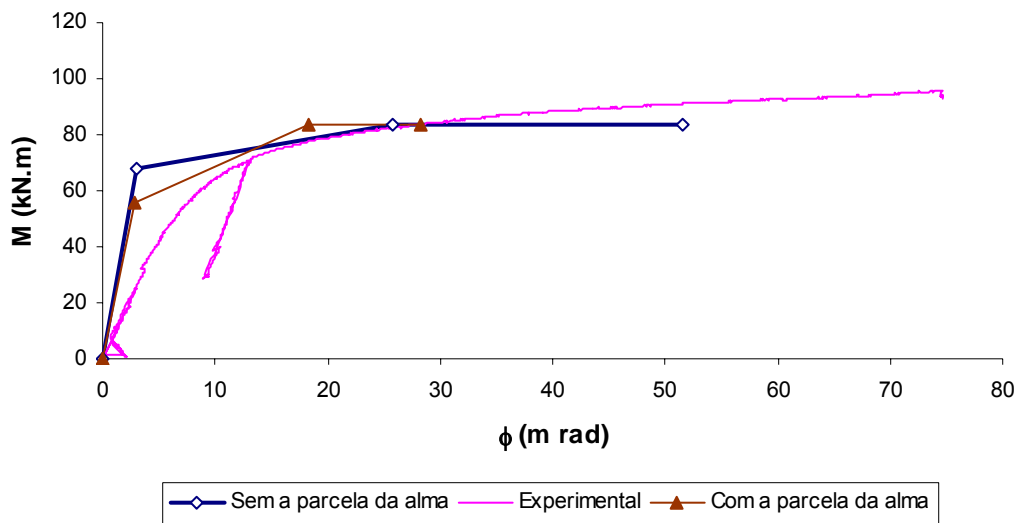


Figura 4.12 – curva M x  $\phi$  - ensaio FE5

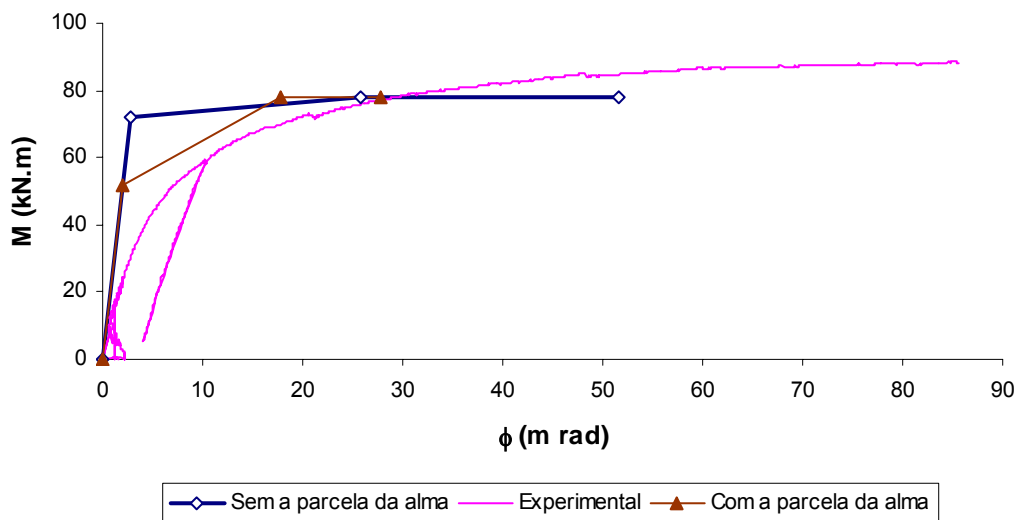
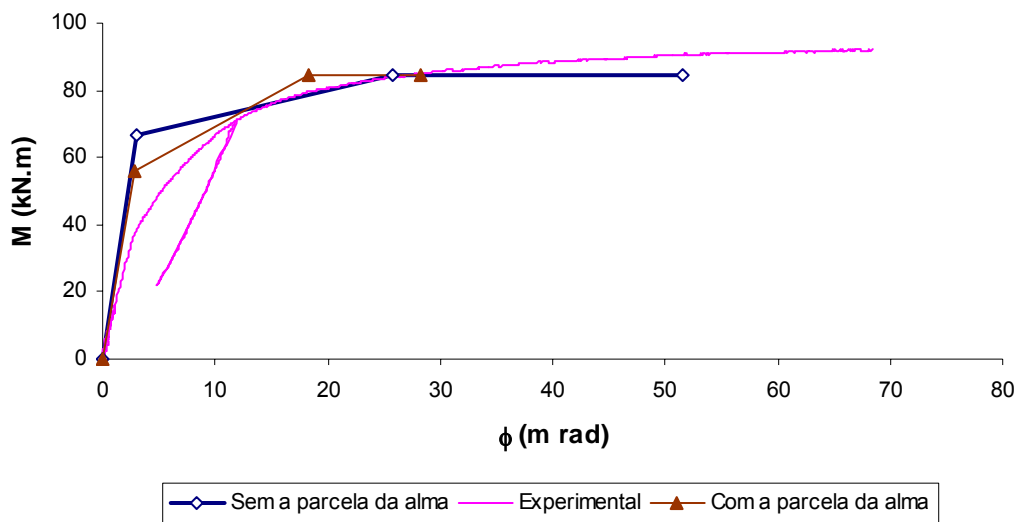


Figura 4.13 – curva M x  $\phi$  - ensaio FE6

Observa-se que os valores de rotação das duas curvas do modelo analítico (com e sem a parcela da alma) são próximos. Também, neste caso, o valor do momento máximo obtido sem considerar a parcela da alma é igual ao obtido levando-se em conta a mesma. Isto ocorre porque o momento último da ligação será caracterizado pela ruptura global da ligação, independente da seqüência de escoamento das componentes.

A curva com a parcela da alma aproximando-se da curva obtida nos ensaios, apresenta assim, o comportamento global final da ligação. Essa curva serve, analiticamente, para definir o momento máximo que a ligação pode suportar, para um certo nível de rotação.



**Figura 4.14 – curva M x  $\phi$  - ensaio FE7**

No caso dos ensaios FE8 e FE9 onde o momento fletor é positivo e a força axial é positiva, observa-se que as curvas obtidas através do modelo analítico estão próximas das curvas dos ensaios experimentais.

Estas diferenças encontradas evidenciam a necessidade de se propor melhorias para o modelo analítico principalmente no que tange à aplicação de força axial na ligação que provoca tração na mesma.

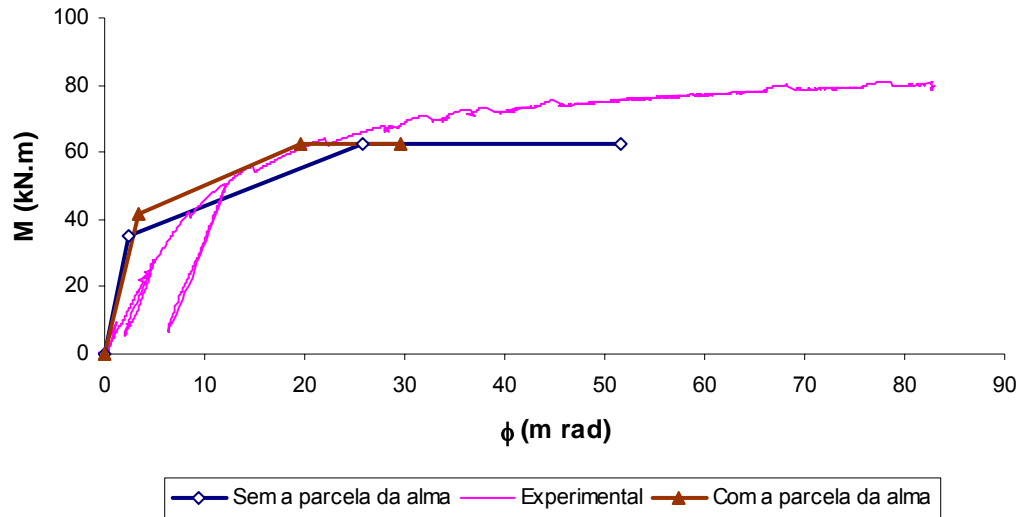


Figura 4.15 – curva  $M \times \phi$  - ensaio FE8

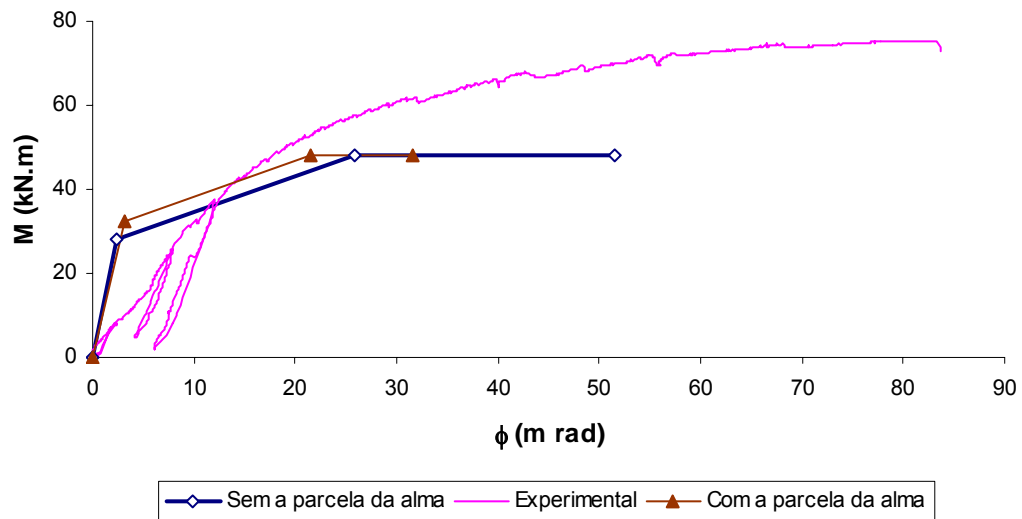


Figura 4.16 – Curva  $M \times \phi$  - ensaio FE9

O modelo analítico considerado, ao utilizar a força axial no sentido inverso, ou seja, com valores positivos, gera uma curva limite acima dos ensaios fornecendo valores contra a segurança, havendo a necessidade de estudo específico para esse caso. No que tange a melhoria do modelo para esta situação.

#### 4.4.1. Comportamento da Alma da Coluna em Cisalhamento (1) Cerfontaine [3]

Conforme observado nas curvas momento *versus* rotação dos diversos ensaios da serie FE, apenas nos dois últimos verificou-se que a consideração da componente alma da

coluna ao corte não afetou a rigidez do segundo trecho da curva bi-linear. Este fato está em consonância com os resultados experimentais tendo em vista que nestes ensaios (FE8 e FE9), esta componente não atingiu o escoamento, não sendo então, necessária a sua consideração na curva final da ligação (ver Figura 4.17).

#### 4.5. Ensaio Experimentais – Série EE

Todas as considerações iniciais apresentadas para as ligações da série FE no item anterior desta dissertação são validas para os ensaios da série EE.

O modelo mecânico utilizado para o cálculo desta ligação, de acordo com as recomendações do Eurocode 3 é apresentado na Figura 4.18 ressaltando-se que as propriedades mecânicas dos materiais são as mesmas que as apresentadas na Tabela 4.3.

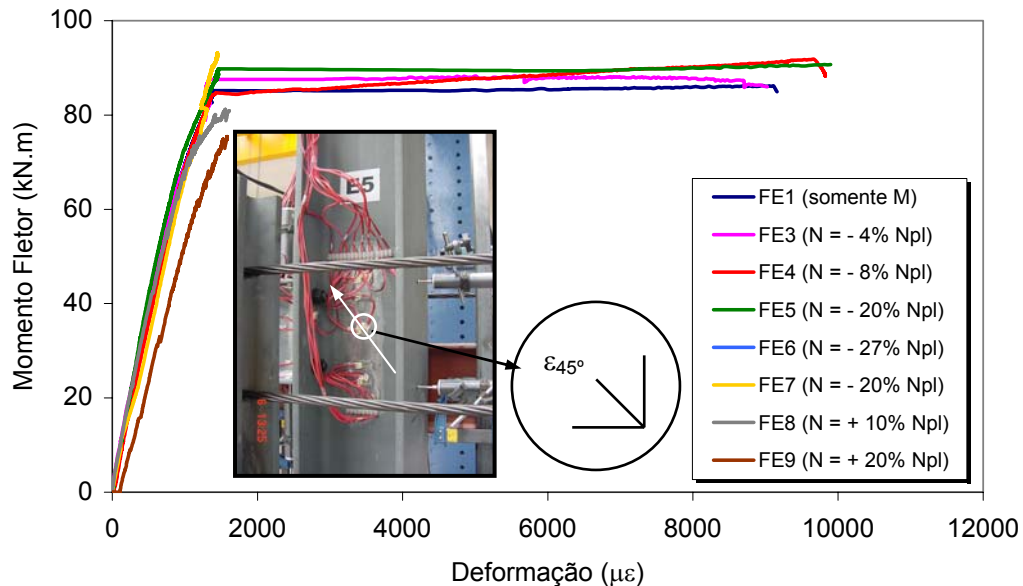


Figura 4.17 – Curvas  $M \times \varepsilon$  (roseta B – canal 8) [1]

O detalhamento da ligação com placa de extremidade estendida com a identificação das linhas utilizadas no modelo analítico com respectivos braços de alavanca é apresentado na Figura 4.19.

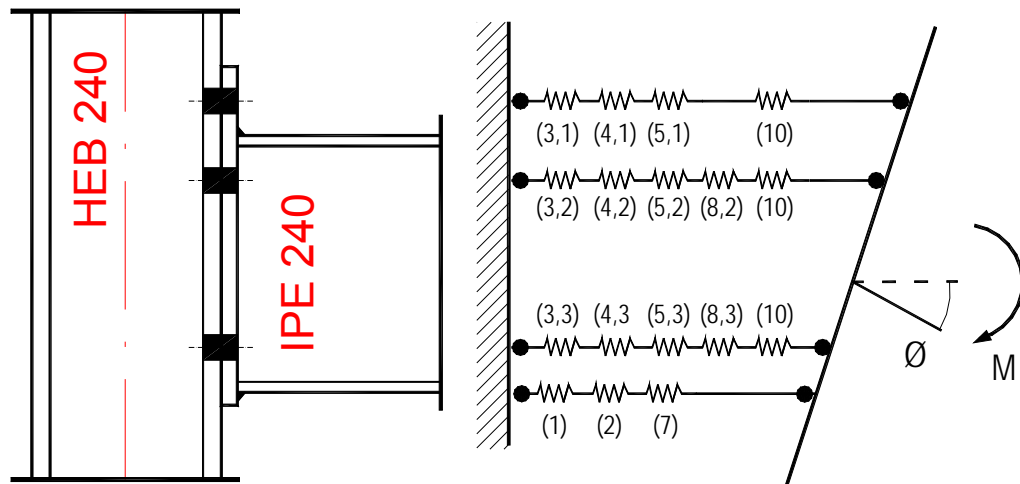


Figura 4.18 – Detalhe das ligações utilizadas nos ensaios da série EE [1]

Após o dimensionamento preliminar, apresentado no Anexo A desta dissertação, obtém-se os valores de resistência das componentes consideradas individualmente ou em grupo, Tabela 4.7.

Observando-se esta tabela, pode-se identificar a componente mais fraca em cada linha de parafusos conforme apresentado na Tabela 4.8.

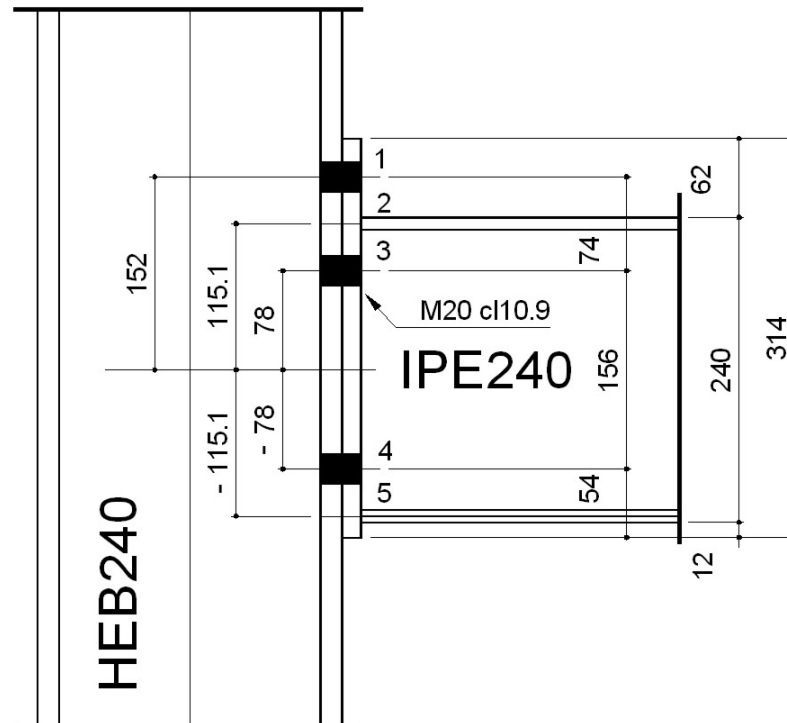


Figura 4.19 – Detalhe da identificação das linhas consideradas nos ensaios com placa de extremidade estendida (série EE)

Tabela 4.7 – Resistências das componentes da ligação EE (em kN)

	1,1	2,2	3,3	4,4	5,5	3,4	1,3	1,4
(8) BWT			493	493		765		
(5) EPB	290		341	341		341		
(4) CFB	408		408	408		784	714	749
(3) CWT	533		533	533		834	735	
(7) BFC		542			542			
(2) CWC		680			680			
(10) BT	441		441	441				

Tabela 4.8 – Resistências das linhas da ligação EE (em kN)

i	$h_i$ (mm)	$F_{(i,i)}^{Rd}$	$F_{(i-1,i)}^{Rd}$	$F_{(i-2,i)}^{Rd}$	$F_{(i-3,i)}^{Rd}$
1	170,000	290			
2	115,100	542			
3	70,000	341		714	
4	-70,000	341	765		749
5	-115,100	542			

Conforme as considerações feitas por Cerfontaine [3], a resistência da componente placa de extremidade à flexão (5) do grupo entre linhas três e quatro (3,4) não foi considerada por se tratar de grupo entre linhas de parafusos adjacentes a linha média da viga.

Com os resultados obtidos até o presente momento, torna-se possível traçar a curva de interação momento fletor *versus* esforço normal apresentada na Figura 4.20, considerando-se os braços de alavanca originais obtidos nos ensaios experimentais.

Observando-se este diagrama de interação verifica-se que a simetria existente na série FE não ocorre porque dependendo do sentido do momento fletor aplicado, o número de linhas de parafusos em tração será modificado.

A obtenção deste diagrama inicia-se no ponto (0;-1084kN) representado respectivamente pelo esforço normal mínimo positivo ( $N_{min}^+$ ) e pelo momento fletor associado. Este valor  $N_{min}^+$  corresponde a duas vezes a resistência mais fraca da linha em compressão, nomeadamente, mesa da viga em compressão (7). O segmento de reta n.º 1 é obtido através do ponto caracterizado pela influência da linha 1 do modelo mecânico, ou seja, a linha de parafusos externa. Fazendo-se a consideração sucessiva das resistências das linhas seqüenciais ao modelo mecânico, obtêm-se os demais pontos do diagrama até o término do segmento cinco. Para a outra metade do diagrama, deve-se começar pela linha inferior do modelo caracterizando um momento fletor aplicado que traciona a mesa inferior da viga.

A partir deste diagrama de interação, torna-se necessário identificar o ponto de interseção entre a reta que caracteriza a excentricidade do ensaio e o trecho correspondente no diagrama, apresentado na Figura 4.20.



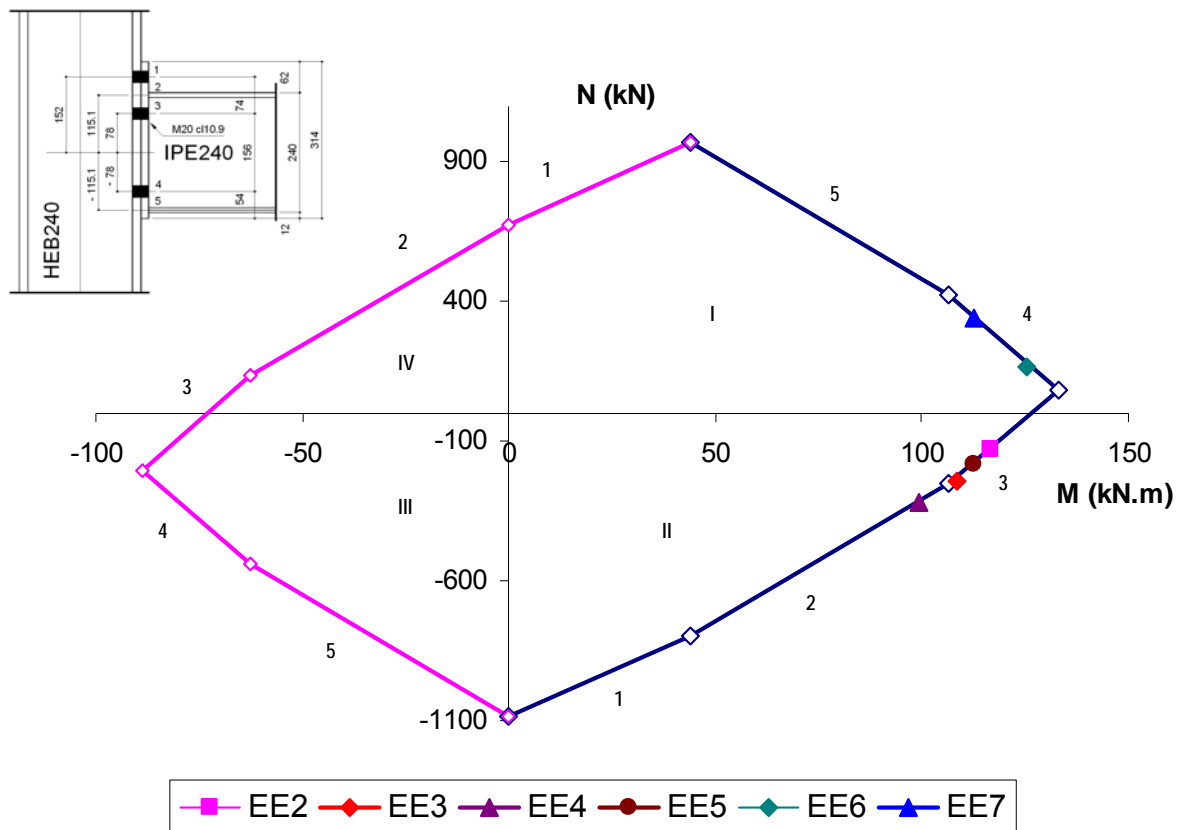


Figura 4.20 – Diagrama de interação da ligação EE.

Cada ponto apresentado na Figura 4.20 representa o ponto de interseção da reta que caracteriza a excentricidade do ensaio com o diagrama de interação. Os diversos valores de excentricidade obtidos através dos resultados experimentais são apresentados na Tabela 4.9. Vale ressaltar mais uma vez que valores negativos de N representam esforço normal que traciona a ligação.

Tabela 4.9 – Valores das excentricidades experimentais das ligações EE

	EE2	EE3	EE4	EE5	EE6	EE7
M (kN.m)	125,4	113,2	111,9	118,1	97,1	86,1
N (kN)	-137	-260	-363	-195,4	130,6	257,1
e (mm)	-915,328	-435,384	-308,264	-604,401	743,492	334,889

Da Figura 4.21 até a Figura 4.26 são apresentadas as comparações entre os resultados obtidos via modelo analítico proposto Cerfontaine [3], e os experimentais no que tange aos sete casos em estudo.

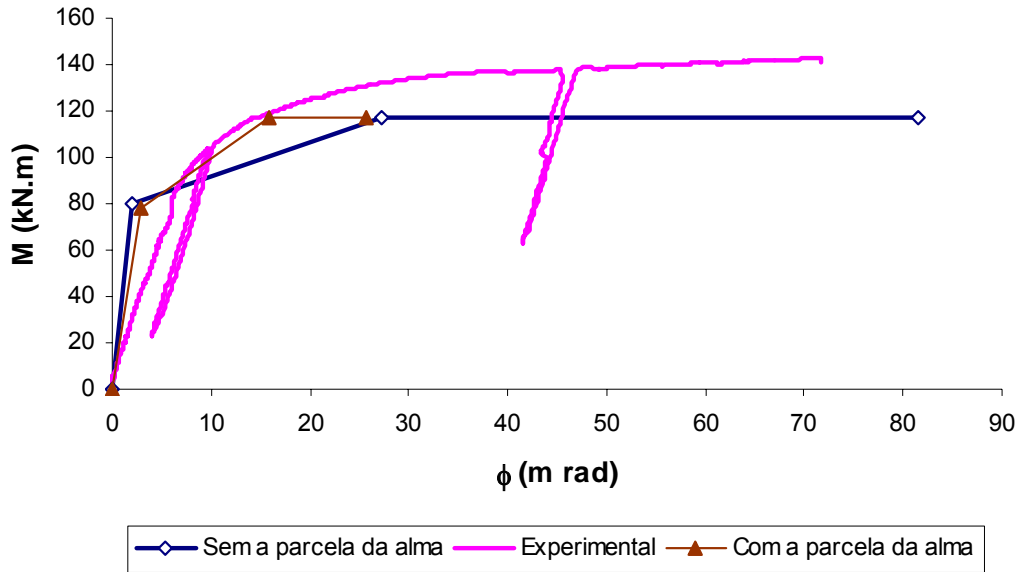


Figura 4.21 – curva  $M \times \phi$  - ensaio EE2

Nos ensaios EE2 a EE5, onde o momento fletor é positivo e a força axial é negativa, tem-se a primeira curva, em azul, obtida através do modelo analítico, onde não é considerada a parcela da alma. Com o acréscimo da parcela da alma observa-se uma melhor aproximação da curva do modelo com as curvas dos ensaios.

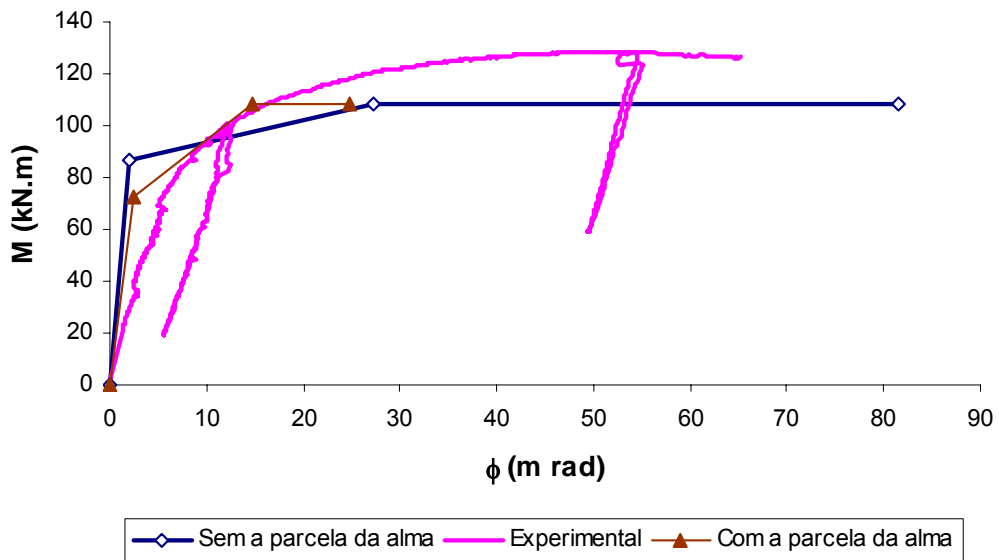
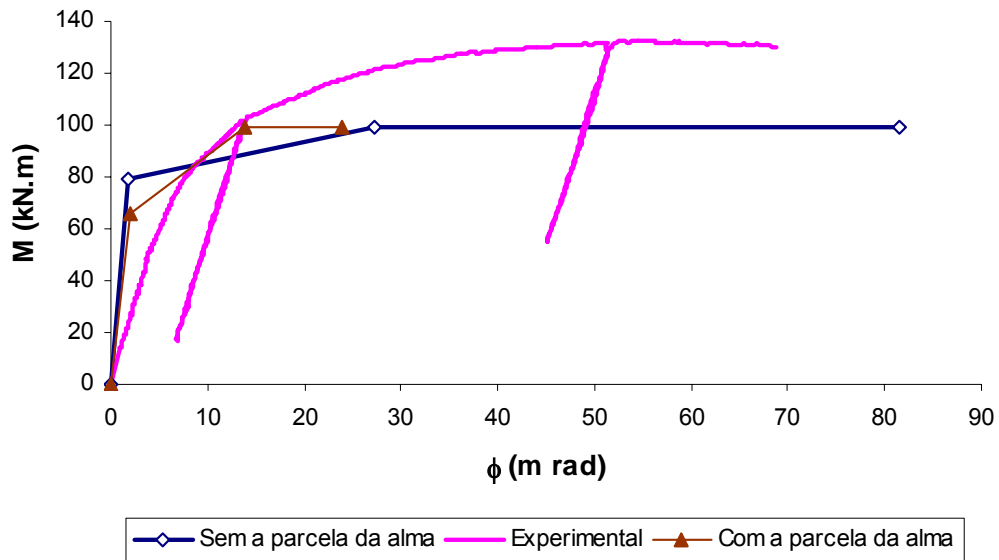


Figura 4.22 – curva  $M \times \phi$  - ensaio EE3

Os valores comparados demonstram que a ligação dos ensaios apresenta um desempenho superior ao obtido através do modelo analítico, gerando-se assim, um limite inferior para o problema estudado fornecendo valores a favor da segurança.



**Figura 4.23 – curva M x  $\phi$  - ensaio EE4**

Diferentemente dos ensaios da série FE, nos ensaios de ligações com placa de extremidade estendida, a consideração da parcela da alma influencia bastante o comportamento global da ligação, principalmente na resistência última à flexão da mesma. Isto ocorre porque esta componente é diretamente afetada pela variação da força normal aplicada à ligação tendo em vista que o braço de alavanca  $z$  considerado no dimensionamento é modificado (ver Figura 2.6).

Nos casos dos ensaios EE6 e FE7 onde o momento fletor e a força axial são positivos, observa-se que as curvas obtidas no modelo analítico fornecem valores de rigidez superiores aos obtidos experimentalmente. Entretanto, para valores de resistência à flexão, o modelo forneceu valores aceitáveis.

Comparando-se os diagramas de interação de ambas as séries, verifica-se que os resultados obtidos para a série FE são mais consistentes porque quando a força axial traciona a ligação, espera-se uma menor resistência à flexão.

Este fato corrobora para um dimensionamento mais econômico para o caso das ligações da série FE.

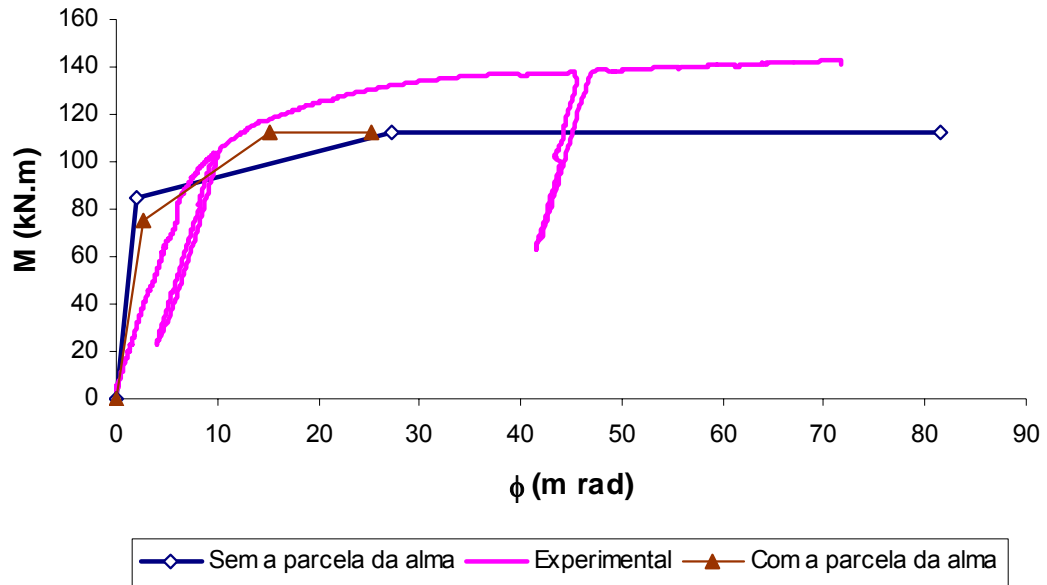


Figura 4.24 – curva M x  $\phi$  - ensaio EE5

Quando se considera no modelo analítico, a força axial no sentido inverso, ou seja, com valores positivos, tem-se uma curva acima da experimental no que diz respeito à rigidez inicial das ligações, fornecendo valores contra a segurança, havendo a necessidade de estudo específico para esse caso.

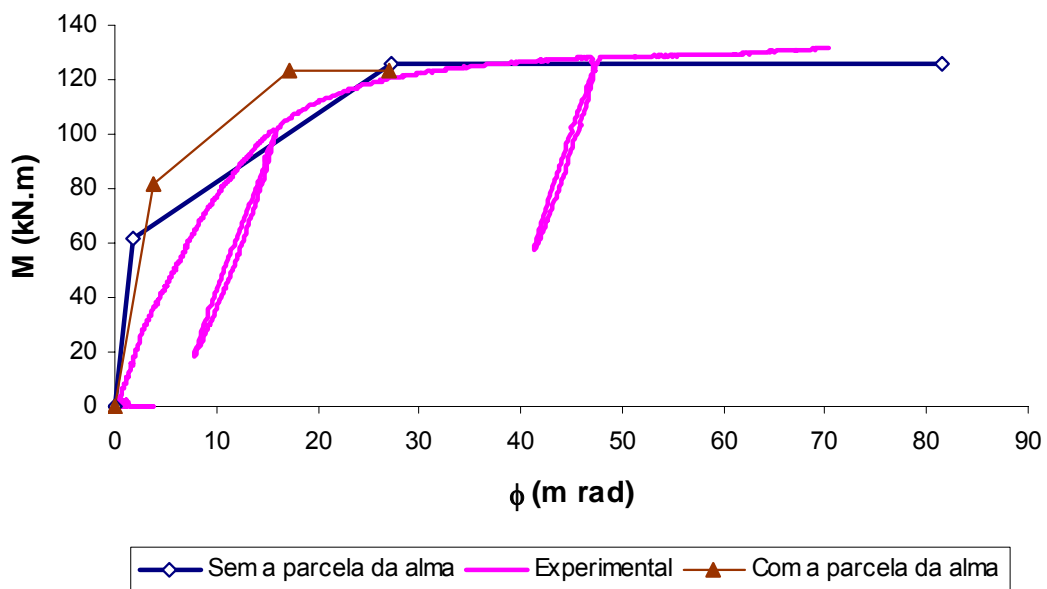


Figura 4.25 – curva M x  $\phi$  - ensaio EE6

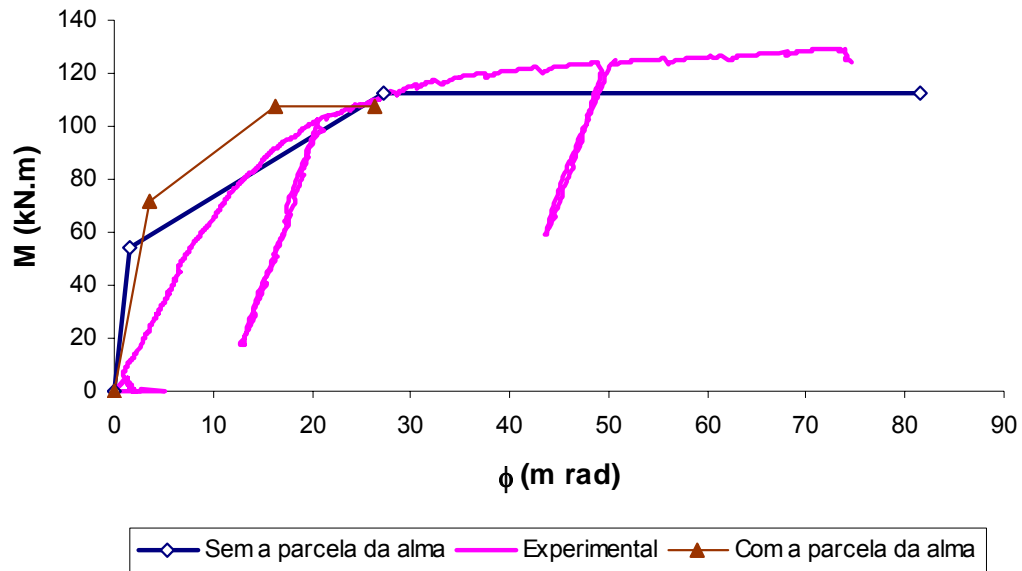


Figura 4.26 – Curva  $M \times \phi$  - ensaio EE7

#### 4.5.2. Comportamento da Alma da Coluna em Cisalhamento (1)

Conforme comentado anteriormente e constatado por Lima [1] nos seus ensaios, como se trata de uma ligação de um nó externo de uma estrutura, grandes deformações são esperadas para a componente alma da coluna em cisalhamento (1). Observando-se a Figura 4.21, esta componente atingiu o escoamento em todos os ensaios. Estas curvas foram obtidas através da roseta colocada no centro do painel de alma da coluna onde utilizou-se o canal a  $45^\circ$  [27]. Vale ressaltar que os canais 7 e 9 correspondem às leituras a  $0^\circ$  e  $90^\circ$ , respectivamente.

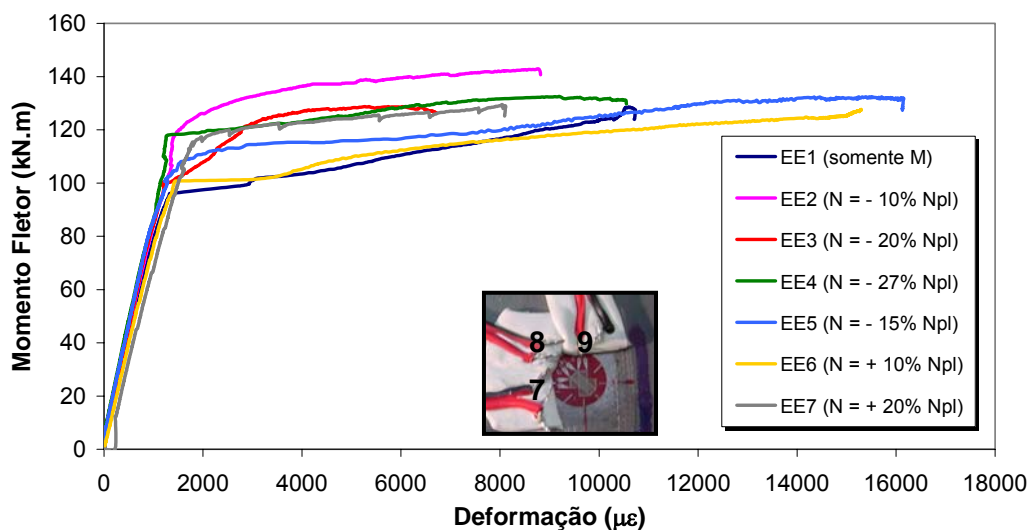


Figura 4.27 – Curvas  $M \times \epsilon$  (roseta B – canal 8) [1]

Para o ensaio EE1, onde foi aplicado apenas momento fletor, o escoamento verificou-se para um momento fletor aplicado igual 98kN.m, sendo o nível mais baixo onde esta componente atingiu o escoamento. Todavia, o nível mais alto foi verificado no ensaio EE2 aos 134kN.m de momento fletor aplicado, justamente o que teve maior resistência à flexão. Isto ocorreu porque, o esforço axial aplicado neste ensaio alivia as componentes da zona tracionada sem afetar muito as componentes da zona comprimida fazendo com que o binário das forças provocadas pelo momento fletor ficasse maior do que nos demais ensaios, provocando uma maior solicitação desta componente.

Este capítulo apresentou a aplicação do modelo analítico proposto por Cerfontaine [3] aos ensaios realizados por Lima [1]. O capítulo seguinte apresenta a análise paramétrica desenvolvida nesta dissertação.

## 5. Análise Paramétrica

### 5.1. Introdução

Neste capítulo apresenta-se a análise paramétrica desenvolvida neste trabalho para ligações com placa de extremidade ajustada – série FE e ligações com placa de extremidade estendida – série EE submetidas a momento fletor e força axial (tração/compressão). Para isto, utilizou-se o modelo analítico proposto por Cerfontaine [2],[3]. Apresentam-se as variações relevantes no comportamento global da ligação observada através dos respectivos diagramas de interação. Conforme citado anteriormente, estes diagramas definem as curvas dentro da qual devem estar o par momento fletor (M) – força axial (N) aplicado à ligação de forma que esta não atinja a ruína. Obviamente que, se este par estiver fora da região delimitada por esta curva, a ligação não pode resistir aos esforços aplicados. As ligações foram dimensionadas utilizando-se o Método das Componentes descrito no capítulo dois.

Na análise paramétrica aqui apresentada, foram consideradas as seguintes combinações:

- a) Variação da altura da viga mantendo-se a mesma coluna (HEB240) e espessura da placa de extremidade;
- b) Variação do perfil da coluna mantendo-se a viga (IPE240) e espessura da placa de extremidade;
- c) Variação da espessura da placa de extremidade mantendo-se a viga (IPE240), a coluna (HEB240) e as dimensões da placa de extremidade;
- d) Avaliação do ponto de deslocamento nulo da ligação para diversos valores de excentricidade M/N.

### 5.2. Ligações com Placa de Extremidade Ajustada à Altura da Viga - Série FE

As características geométricas das ligações da série FE são apresentadas na Figura 5.1. Na Tabela 5.1 são apresentadas as dimensões e espaçamentos adotados em cada grupo de ligações utilizadas na análise paramétrica. No que tange às propriedades mecânicas dos materiais, para os perfis e placa de extremidade, utilizou-se um aço S275 com tensão de escoamento de 275MPa e tensão de ruptura de 430MPa e para os parafusos foram considerados M20, classe 10.9.

Os valores apresentados para a ligação com a viga constituída por um perfil IPE240 (primeira linha da Tabela 5.1) são utilizados na parametrização das colunas e da espessura da placa de extremidade.

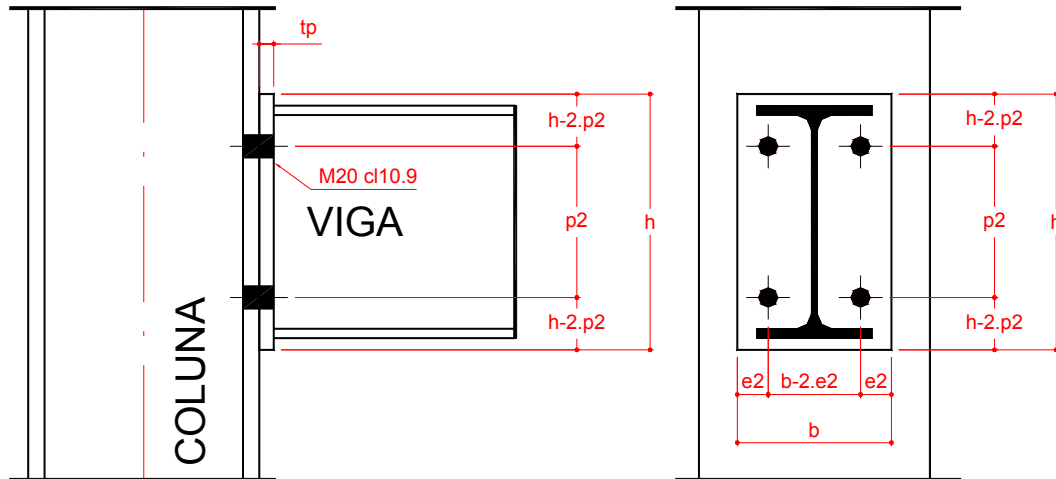


Figura 5.1 – Detalhamento da ligação - série FE

Tabela 5.1 – Características geométricas das ligações - série FE (em mm)

	$h_{\text{viga}}$	$h_{\text{placa}}$	$b$	$p_2$	$e_2$
<b>IPE 240</b>	240	264	160	144	32
<b>IPE 300</b>	300	324	190	204	47
<b>IPE 400</b>	400	424	220	304	62
<b>IPE 500</b>	500	524	240	404	72
<b>IPE 600</b>	600	624	260	504	82

### 5.2.1. Variação do Perfil da Viga

A primeira análise paramétrica a ser apresentada diz respeito à influência da variação da altura da viga (IPE) no diagrama de interação  $M \times N$ . Conforme citado anteriormente, as propriedades geométricas foram apresentadas na Tabela 5.1. O respectivo diagrama de interação é apresentado na Figura 5.2. Observando-se este diagrama, fica claro que a variação da altura da viga gera curvas distintas e muito bem definidas. A análise deste diagrama será efetuada em função da variação da resistência individual de cada componente cujos valores foram obtidos através do Método das Componentes descrito no capítulo dois. Maiores detalhes sobre a sua utilização podem ser encontrados no Anexo A desta dissertação.



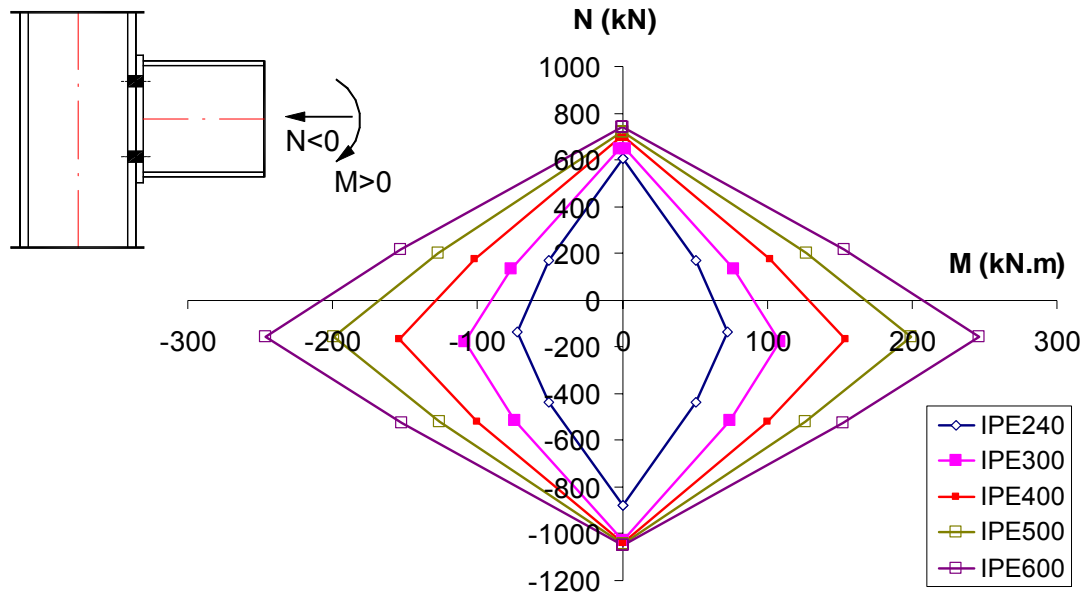


Figura 5.2 – Diagrama de interação variando a altura das vigas

Na Tabela 5.2 são apresentados os valores de resistência das componentes para cada ligação utilizada nesta parametrização. Com a variação das características das vigas, verifica-se que as resistências da componente alma da coluna à tração (3,1 e 3,2) e alma da coluna ao corte (1), não sofrem alterações. Isto ocorre porque estas componentes não são afetadas pela variação de geometria da viga. Vale lembrar que a componente (1) não interfere no diagrama de interação pois seu comportamento somente é considerado na obtenção da curva momento *versus* rotação de um ponto particular do diagrama de interação como comentado no capítulo anterior.

Entretanto, seus valores foram apresentados neste item de forma a exemplificar a variação de todas as componentes envolvidas na ligação da série FE. Já para a componente mesa da coluna à flexão (4,1 e 4,2), os valores somente se tornam constantes a partir da viga IPE300 porque a partir deste perfil, a largura efetiva desta componente passa a ser controlada pela largura da mesa da coluna que não foi alterada neste item da análise.

Tabela 5.2 – Resistências (em kN) individuais das componentes - série FE (variação da viga)

Viga	Tração								Compressão		
	3,1	4,1	5,1	8,1	3,2	4,2	5,2	8,2	1	2	7
IPE240	394,20	375,48	303,43	356,86	394,20	375,48	303,43	356,86	474,98	514,11	438,42
IPE300		376,31	335,05	434,27		376,31	335,05	434,27		515,23	596,96
IPE400			352,59	514,88			352,59	514,88		518,67	929,95
IPE500			362,14	596,57			362,14	596,57		521,70	1246,59
IPE600			370,31	683,18			370,31	683,18		525,28	1662,31

Observando-se novamente o diagrama de interação (Figura 5.2), verifica-se que o ponto correspondente ao esforço normal máximo positivo (0;-876,85kN), para o primeiro caso da análise, não sofre grandes alterações a partir da viga IPE300, mesmo quando se utiliza um perfil IPE600. De fato, verificando-se os valores das componentes da região em compressão desta ligação, ou seja, componentes (1), (2) e (7), a partir do segundo caso, quem passa a controlar o dimensionamento é a componente (2), ou seja, alma da coluna em compressão. Isto mostra que a resistência da ligação ao esforço normal estará limitada por esta componente, mesmo com vigas cuja resistência a este esforço seja maior conforme observação da coluna referente à componente (7), ou seja, mesa da viga em compressão.

Outras componentes tiveram variação de resistência, como por exemplo, a placa de extremidade à flexão (5,1 e 5,2) e a alma da viga à tração (8,1 e 8,2), mas nada que alterasse significativamente o diagrama de interação.

Já o aumento de resistência à flexão da ligação ocorre proporcionalmente ao aumento da seção da viga tendo em vista que o braço de alavanca das forças atuantes nas linhas de parafusos à tração também aumenta. Vale ressaltar mais uma vez, a simetria do diagrama de interação.

A componente alma da viga à tração (8,1 e 8,2), tem a sua resistência determinada com base nas considerações da componente alma da coluna à tração (8). Esta leva em consideração a zona tracionada do painel de alma da coluna onde a força devido à mesa tracionada da viga é aplicada. Apesar desta componente sofrer um aumento significativo de resistência com o aumento da seção da viga, não há influência no diagrama de interação tendo em vista que outras componentes controlam o dimensionamento na região em tração da ligação.

### **5.2.2. Variação do Perfil da Coluna**

A Figura 5.3 apresenta o gráfico de interação resultante da variação das características das colunas e a Tabela 5.3, as resistências individuais das componentes para cada uma das colunas utilizadas.

O ponto inicial do diagrama corresponde à resistência da viga ao esforço normal máximo, ou seja, duas vezes a resistência da componente mais fraca da região em compressão da ligação. Observando-se a Tabela 5.3, nota-se que para o primeiro caso (HEB200), a componente que controla o dimensionamento desta região da ligação é a alma da coluna em compressão (2). Logo, este ponto do diagrama será dado pelo par ordenado (0;-802,30kN). A partir do segundo caso avaliado (HEB240), a componente mesa da viga à compressão (7) passa a controlar o dimensionamento da região em compressão da ligação

e por isso, a partir deste perfil de coluna, todos os pontos do diagrama de interação para  $N_{máx}^+$  convergem para o mesmo valor, ou seja, 876,84kN (2 x 438,42kN).

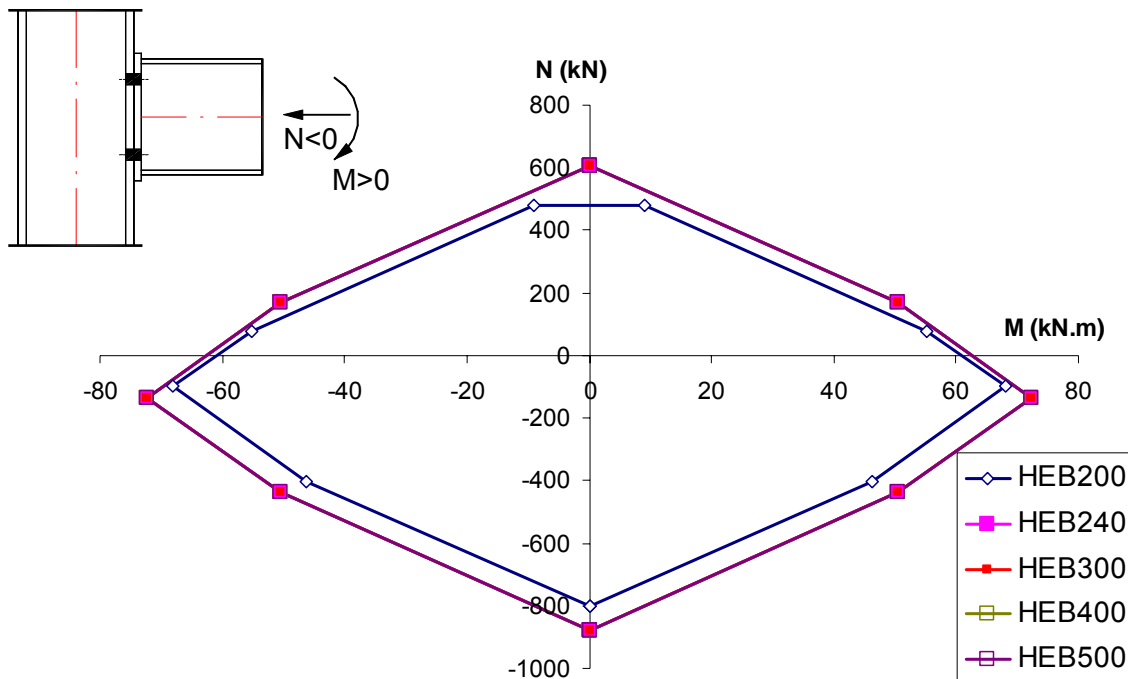


Figura 5.3 – Diagrama de interação variando o perfil das colunas

Tabela 5.3 – Resistências (em kN) individuais das componentes - série FE (variação da coluna)

Coluna	Tração								Compressão		
	3,1	4,1	5,1	8,1	3,2	4,2	5,2	8,2	1	2	7
HEB200	359,33	322,82	303,43	356,86	359,33	322,82	303,43	356,86	355,09	401,65	438,42
HEB240	394,2	375,48			394,2	375,48			474,98	514,11	
HEB300	375,19	441,00			375,19	441,00			675,6	673,75	
HEB400	1125,97				1125,97				1003,12	921,86	
HEB500	1614,34				1614,34				1288,62	1024,21	

As componentes (5) e (8), nomeadamente, placa de extremidade à flexão e alma da viga à tração da região da ligação submetida à tração, não sofrem alteração tendo em vista a manutenção do perfil da viga e a espessura da placa de extremidade. E como a componente que controla o dimensionamento desta região da ligação é a placa de extremidade à flexão (5), tem-se, a partir da coluna HEB240, todos os trechos iniciais do diagrama de interação coincidentes.

Observando-se a coluna referente à resistência da componente mesa da coluna à flexão (4), verifica-se que a partir do perfil de coluna HEB300, sua resistência passa a ser constante com valor igual a 441,0kN. Isto ocorre porque esta componente é caracterizada através do comportamento de um “T-Stub” aparafusado possuindo três modos de ruptura [7-

6] No caso de perfis cujas mesas têm espessura reduzida, ocorre o escoamento completo da mesa sem que ocorra a ruptura dos parafusos (modo 1). Assim, o mecanismo de colapso é caracterizado pela formação de quatro rótulas plásticas, duas localizadas no eixo dos parafusos devido ao momento fletor provocado pelas forças de alavanca e as outras duas, localizadas no início do raio de concordância do perfil, na ligação entre a alma e a mesa do “T-stub”. Para mesas um pouco mais espessas, o colapso ocorre através do escoamento completo da mesa com ruptura dos parafusos (modo 2).

Finalmente, para mesas com espessuras elevadas, o colapso é caracterizado pela ruptura dos parafusos sem plastificação da mesa (modo 3). Estes modos de ruína podem ser observados na Figura 5.4. Desta forma, o aumento da espessura da mesa da coluna pode aumentar a resistência desta componente, até o limite em que a ruptura pelo modo 3 começa a ocorrer. A partir deste ponto, a substituição do perfil da coluna não influencia mais na resistência da componente.

Relativamente à componente alma da viga à tração (3), como era de se esperar, aumenta proporcionalmente com o aumento da seção do perfil utilizado. Todavia, como esta componente não controla o dimensionamento da região em tração da ligação, não interfere na forma do diagrama de interação.

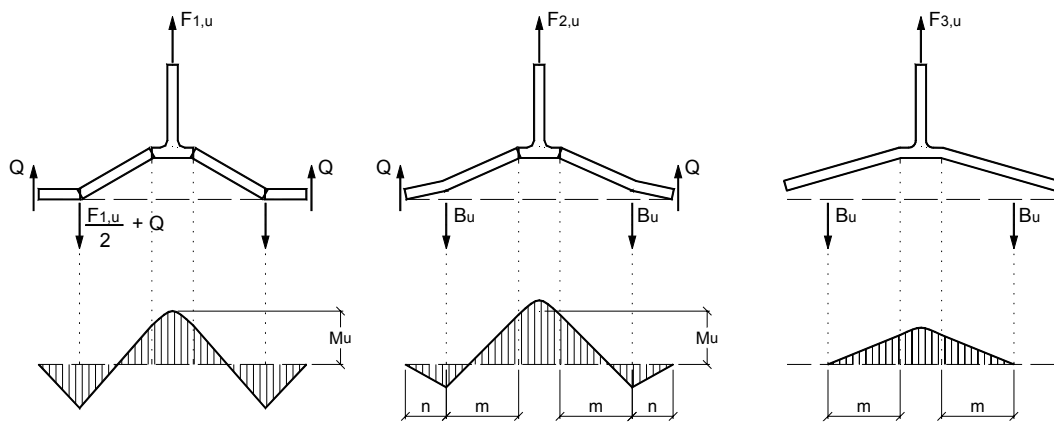


Figura 5.4 – Modos de ruptura de um “T-stub” aparafusado [1]

### 5.2.3. Variação da Espessura da Placa de Extremidade

A análise paramétrica da variável espessura da placa de extremidade compreendeu a utilização de espessuras de 10 a 25 mm. O diagrama de interação para esta análise é apresentado na Figura 5.5 e os valores de resistência individual das componentes, na Tabela 5.4.

Observando-se esta Tabela, verifica-se que somente as componentes placa de extremidade à flexão (5) e alma da coluna à compressão (2) têm seus valores de resistência

alterados. Este fato se justifica porque, como comentado anteriormente, a componente placa de extremidade à flexão é caracterizada segundo a formação de mecanismos baseados no comportamento de um “T-Stub” aparafusado, possuindo assim, três modos de ruína. Até o caso com espessura de placa igual a 20mm, o aumento da espessura representa um aumento de resistência. Entretanto, ao adotar-se uma espessura de 25mm, o modo 3 passa a controlar o colapso desta componente e a resistência desta componente passa a ser a resistência dos parafusos à tração.

Como esta componente controla o dimensionamento da região em tração da ligação, verifica-se no diagrama de interação, que a partir do ponto final do segundo trecho do diagrama, começam a existir diferenças proporcionais a resistência da placa de extremidade submetida à flexão da primeira linha de parafusos (5,1).

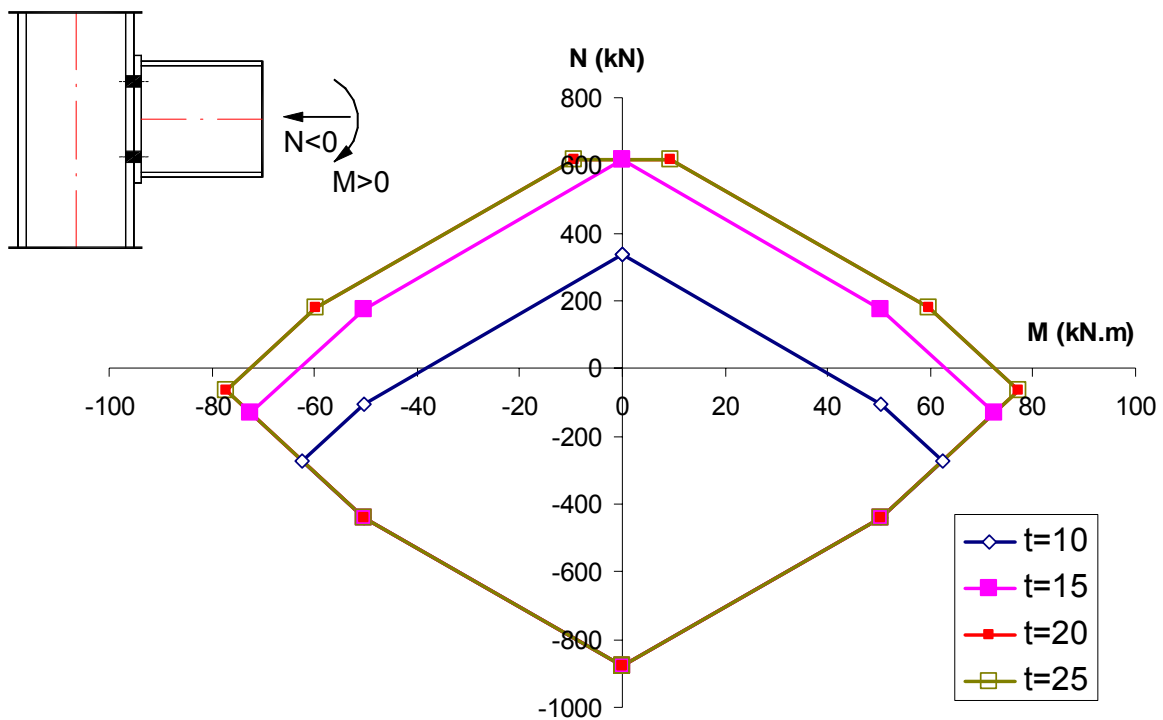


Figura 5.5 – Diagrama de interação variando a espessura da placa de extremidade

Tabela 5.4 – Resistências individuais das componentes - série FE (variação da placa)

t <sub>p</sub> (mm)	Tração							Compressão			
	3,1	4,1	5,1	8,1	3,2	4,2	5,2	8,2	1	2	7
10	394,2	375,48	160,56	356,86	394,2	375,48	160,56	356,86	474,98	505,17	438,42
15			303,43				303,43			514,11	
20			377,66				377,66			522,74	
25			441				441			531,07	

As variações da componente mesa da coluna em compressão (2) justificam-se porque a alma da coluna está sujeita a forças concentradas transmitidas pela mesa inferior da viga, no caso de aplicação de momento que provoca tração na região superior da ligação, cujo cálculo da largura efetiva leva em consideração o ângulo de espraio desta força transmitida. Conforme pode ser observado na Figura 5.6, quanto maior for a espessura da placa de extremidade, maior será a largura efetiva da alma da coluna submetida à compressão.

Todavia, conforme comentado em casos anteriores, esta diferença não provoca mudanças no diagrama de interação porque a região em compressão da ligação é controlada pela componente mesa da viga em compressão (7). A força atuante na alma da coluna produz tensões normais horizontais que interagem com as tensões cisalhantes na zona do painel da alma e com as tensões normais verticais devido à carga axial e ao momento fletor atuantes na extremidade da coluna.

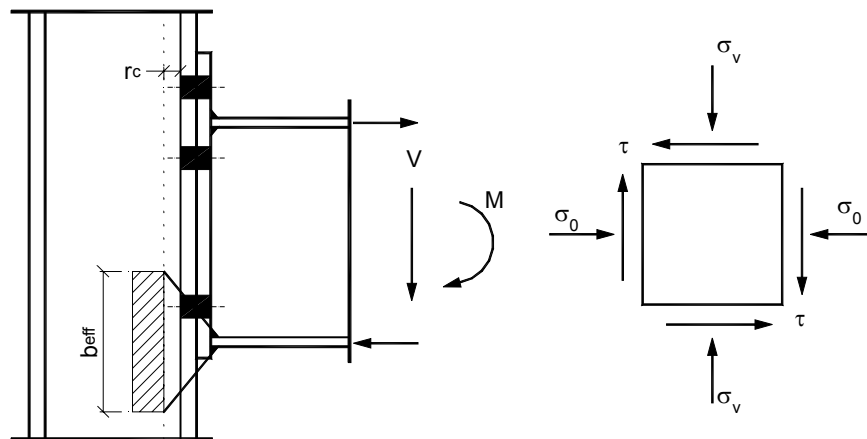
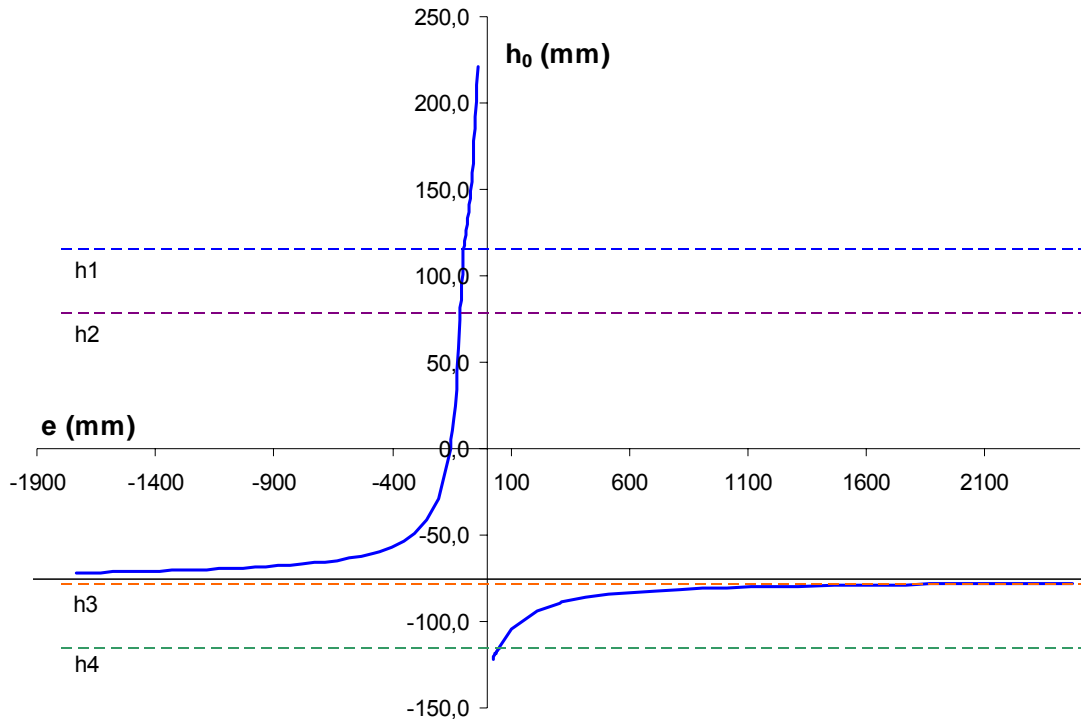


Figura 5.6 – Tensões normais e cisalhantes na zona comprimida da alma da coluna [1]

#### 5.2.4. Avaliação do Ponto de Deslocamento Nulo

Após diversas observações acerca do diagrama de interação para os casos das ligações da série FE, torna-se interessante considerar também, a avaliação do ponto de deslocamento nulo na ligação em função dos diversos valores de excentricidades  $M/N$ . Desta forma, apresenta-se na Figura 5.7, a curva  $e$  e  $x_{h_0}$ . Esta curva é obtida através da eq. 3.33 apresentada no capítulo três desta dissertação.



**Figura 5.7 – Curva  $h_0$  x excentricidade da ligação FE**

Conforme observado na curva da Figura 5.7, existe uma assíntota horizontal situada próxima da linha três do modelo mecânico ( $h \approx -75$ mm). Para valores de esforço normal que representem compressão na ligação e momento fletor que gere tração na mesa superior da viga, ou seja, valores de excentricidade ( $e$ ) positivos, os pontos de deslocamento nulo encontram-se sempre abaixo da assíntota horizontal. E de forma análoga, estarão acima quando a excentricidade for negativa, ou seja, quando o esforço normal na ligação e o momento fletor apresentarem sinais diferentes.

### 5.3. Ligações com Placa de Extremidade Estendida - Série EE

As características geométricas das ligações da série EE são apresentadas na Figura 5.8. Na Tabela 5.5 são apresentadas as dimensões e espaçamentos adotados em cada grupo de ligações utilizadas na análise paramétrica. No que tange às propriedades mecânicas dos materiais, foram utilizadas as mesmas características da série FE.

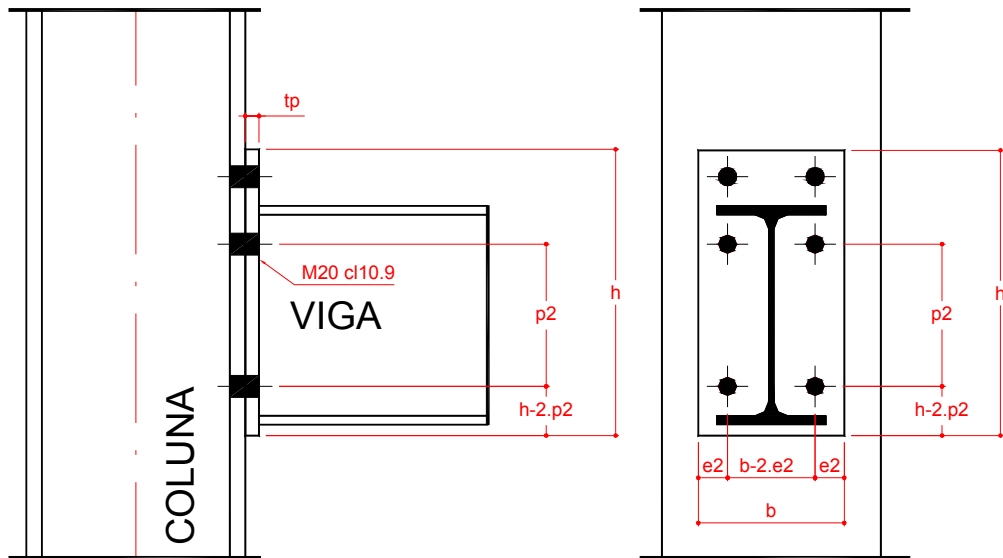


Figura 5.8 – Detalhamento da ligação - série EE

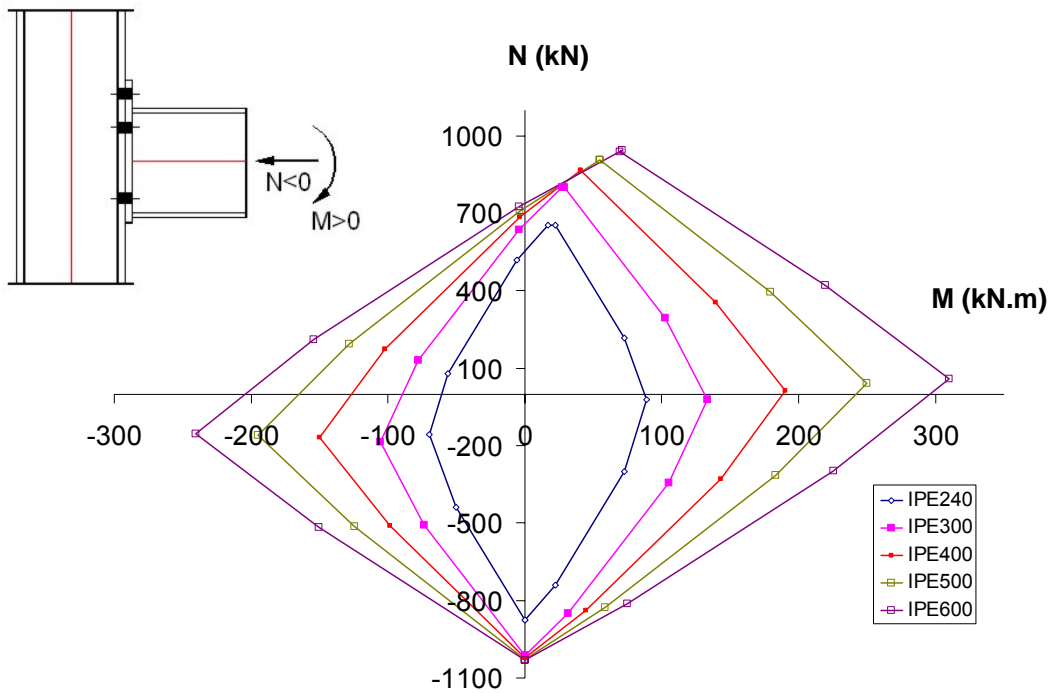
Tabela 5.5 – Características geométricas das ligações – série EE (em mm)

	$h_{\text{viga}}$	$h_{\text{placa}}$	$b$	$p_2$	$e_2$
IPE 240	240	340	150	127	27
IPE 300	300	400	180	187	42
IPE 400	400	500	200	287	52
IPE 500	500	600	220	387	62
IPE 600	600	700	240	487	72

### 5.3.5. Variação do Perfil da Viga

A primeira análise paramétrica a ser apresentada diz respeito à influência da variação da altura da viga (IPE) no diagrama de interação  $M \times N$ . Conforme citado anteriormente, as propriedades geométricas foram apresentadas na Tabela 5.5. Sendo que no caso do IPE240, o valor da largura da placa de extremidade ( $b$ ) adotado foi igual a 150mm ao invés de 140mm devido à limitação de espaçamento furo/borda da placa. O respectivo diagrama de interação é apresentado na Figura 5.9, onde a assimetria do diagrama se justifica pela geometria da ligação. Observando-se este diagrama, verifica-se que a variação da altura da viga gera curvas distintas e muito bem definidas. A análise deste diagrama será efetuada em função da variação da resistência individual de cada componente cujos valores foram obtidos através do Método das Componentes descrito no capítulo dois.





**Figura 5.9 – Diagrama de interação variando a altura das vigas**

Na Tabela 5.6 são apresentados os valores de resistência das componentes para cada ligação utilizada nesta parametrização. Conforme verificado também na série FE, no que tange a variação das características das vigas, nota-se que as resistências da componente alma da coluna à tração (3,1, 3,3 e 3,4) e alma da coluna ao corte (1), não sofrem alteração. Isto ocorre porque estas componentes não são afetadas pela variação de geometria da viga.

Vale lembrar novamente que a componente (1) não interfere no diagrama de interação, pois seu comportamento somente é considerado na obtenção da curva momento *versus* rotação de um ponto particular do diagrama de interação como comentado no capítulo anterior. Entretanto, seus valores foram apresentados neste item de forma a exemplificar a variação de todas as componentes envolvidas na ligação da série EE.

**Tabela 5.6 – Resistências (em kN) individuais das componentes – série EE (variação da viga)**

Viga	Tração											Compressão						
	3,1	4,1	5,1	3,3	4,3	5,3	8,3	3,4	4,4	5,4	8,4	1	2	7				
IPE240	394,2	369,3	136,7	394,2	369,3	297	317,2	394,2	369,3	297	317,2	475	506,3	438,4				
IPE300		376,3	182,3		376,3	342,4	514,9		376,3	342,4	514,9		507,4	597				
IPE400			182			376,3	342			515	376,3		342	515	511	929,9		
IPE500			200,5				376,3			353,9			596,6	376,3	353,9	596,6	514,1	1247
IPE600			218,7							362,9			640,6		376,3	362,9	640,6	515,6

Já para a componente mesa da coluna à flexão (4,1, 4,2 e 4,3), os valores somente se tornam constantes a partir da viga IPE300 porque a partir deste perfil, a largura efetiva

desta componente passa a ser controlada pela largura da mesa da coluna que não foi alterada neste item da análise.

Observando-se, novamente, o diagrama de interação, verifica-se que o ponto correspondente ao esforço normal máximo positivo (0;-876,85kN), para o primeiro caso da análise, não sofre grandes alterações a partir da viga IPE300 (0;-1014,8kN), mesmo quando se utiliza um perfil IPE600. De fato, verificando-se os valores das componentes da região em compressão desta ligação, ou seja, componentes (1), (2) e (7), a partir do segundo caso, quem passa a controlar o dimensionamento é a componente (2), ou seja, alma da coluna em compressão (2). Isto mostra que a resistência da ligação ao esforço normal estará limitada por esta componente, mesmo com vigas cuja resistência a este esforço seja maior conforme observação da coluna referente à componente mesa da viga em compressão (7).

Outras componentes tiveram variação de resistência, como por exemplo, a placa de extremidade à flexão (5,1, 5,3 e 5,4) e a alma da viga à tração (8,3 e 8,4), mas nada que alterasse significativamente o diagrama de interação.

Já o aumento de resistência à flexão da ligação ocorre proporcionalmente ao aumento da seção da viga tendo em vista que o braço de alavanca das forças atuantes nas linhas de parafusos à tração também aumenta.

A componente alma da viga à tração (8,3 e 8,4), tem a sua resistência determinada com base nas considerações da componente alma da coluna à tração (3). Esta leva em consideração a zona tracionada do painel de alma da coluna onde a força devido à mesa tracionada da viga é aplicada. Apesar desta componente sofrer um aumento significativo de resistência com o aumento da seção da viga, não há influência no diagrama de interação tendo em vista que outras componentes controlam o dimensionamento na região em tração da ligação.

### **5.3.6. Variação do Perfil da Coluna**

A Figura 5.10 apresenta o gráfico de interação resultante da variação das características das colunas e a Tabela 5.7, as resistências individuais das componentes para cada uma das colunas utilizadas.

Da mesma forma como verificado na análise paramétrica da série FE, o ponto inicial do diagrama corresponde à resistência da viga ao esforço normal máximo. Observando-se a Tabela 5.7, nota-se que para o primeiro caso (HEB200), a componente que controla o dimensionamento da região em compressão da ligação é a alma da coluna em compressão (2) já que a componente alma da coluna ao corte (1) não é levada em consideração na obtenção do diagrama de interação. Logo, este ponto do diagrama será dado pelo par ordenado (0;-790,4kN). A partir do segundo caso avaliado (HEB240), a componente mesa

da viga à compressão (7) passa a controlar o dimensionamento da região em compressão da ligação e por isso, a partir deste perfil de coluna, todos os pontos do diagrama de interação para  $N_{\text{máx}}^+$  convergem para o mesmo valor, ou seja, 876,84kN ( $2 \times 438,42\text{kN}$ ).

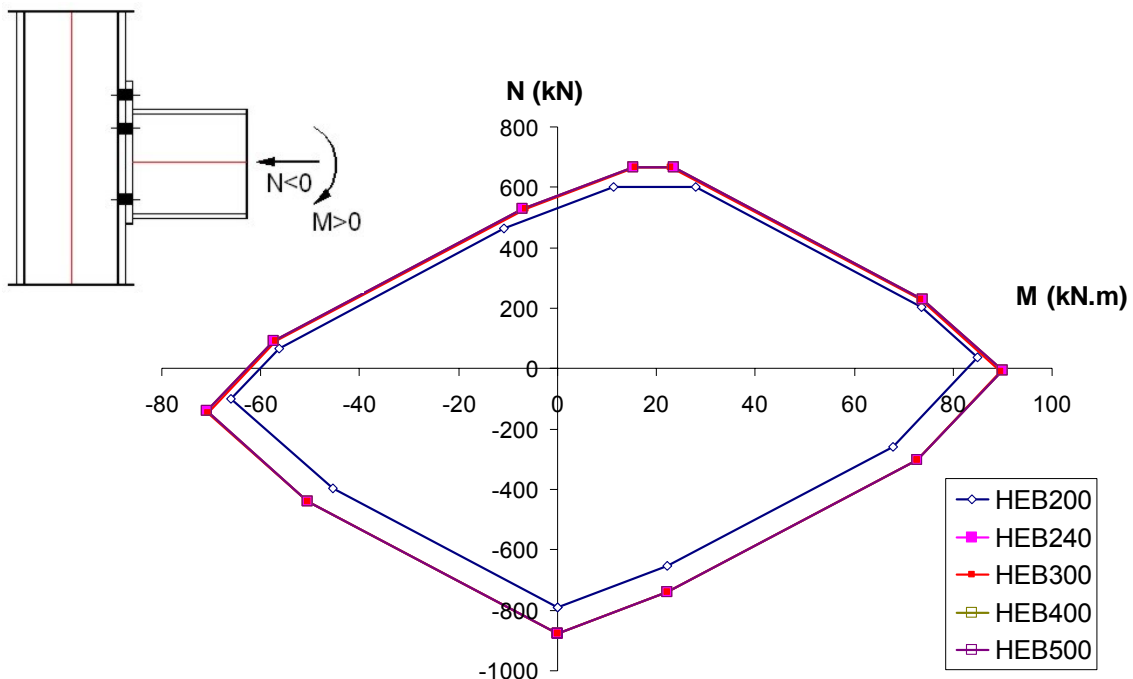


Figura 5.10 – Diagrama de interação variando o perfil das colunas

Tabela 5.7 – Resistências (em kN) individuais das componentes – série EE (variação da coluna)

Coluna	Tração										Compressão			
	3,1	4,1	5,1	3,3	4,3	5,3	8,3	3,4	4,4	5,4	8,4	1	2	7
HEB200	317,8	340,7	136,7	317,8	340,7	297	332,9	317,8	340,7	297	332,9	355,1	395,2	438,4
HEB240	333,2	395,8		333,2	395,8			333,2	395,8			475	506,3	
HEB300	292,1	441		292,1	441			292,1	441			676,6	676,3	
HEB400	1104			1104				1104				1003	935,7	
HEB500	1598			1598				1598				1289	1107	

As componentes placa de extremidade à flexão (5) e alma da viga à tração (8) da região da ligação submetida à tração, não sofrem alteração tendo em vista a manutenção do perfil da viga e a espessura da placa de extremidade. Como a componente que controla o dimensionamento desta região da ligação é a placa de extremidade à flexão (5), tem-se, a partir da coluna HEB240, todos os trechos iniciais do diagrama de interação coincidentes.

Observando-se a coluna referente à resistência da componente mesa da coluna à flexão (4), verifica-se que a partir do perfil de coluna HEB300, sua resistência passa a ser constante com valor igual a 441,0kN [7-6]. Isto ocorre porque esta componente é caracterizada através do comportamento de um “T-Stub” aparafusado conforme comentado na análise paramétrica da série FE. Desta forma, o aumento da espessura da mesa da

coluna pode aumentar a resistência desta componente, até o limite em que a ruptura pelo modo 3 começa a ocorrer. A partir deste ponto, a substituição do perfil da coluna não influencia mais na resistência da componente.

Relativamente à componente alma da viga à tração (3), como era de se esperar, aumenta proporcionalmente com o aumento da seção do perfil utilizado. Todavia, como esta componente não controla o dimensionamento da região em tração da ligação, não interfere na forma do diagrama de interação.

### 5.3.7. Variação da Espessura da Placa de Extremidade

A análise paramétrica da variável espessura da placa de extremidade compreendeu a utilização de espessuras de 10 a 25 mm. O diagrama de interação para esta análise é apresentado na Figura 5.11 e os valores de resistência individual das componentes, na Tabela 5.8.

Observando-se esta Tabela, verifica-se que somente as componentes placa de extremidade à flexão (5) e alma da coluna à compressão (2) têm seus valores de resistência alterados. Este fato se justifica porque, como comentado anteriormente, a componente placa de extremidade à flexão é caracterizada segundo a formação de mecanismos baseados no comportamento de um “T-Stub” aparafusado, possuindo assim, três modos de ruína. Até o caso com espessura de placa igual a 20mm, o aumento da espessura representa um aumento de resistência.

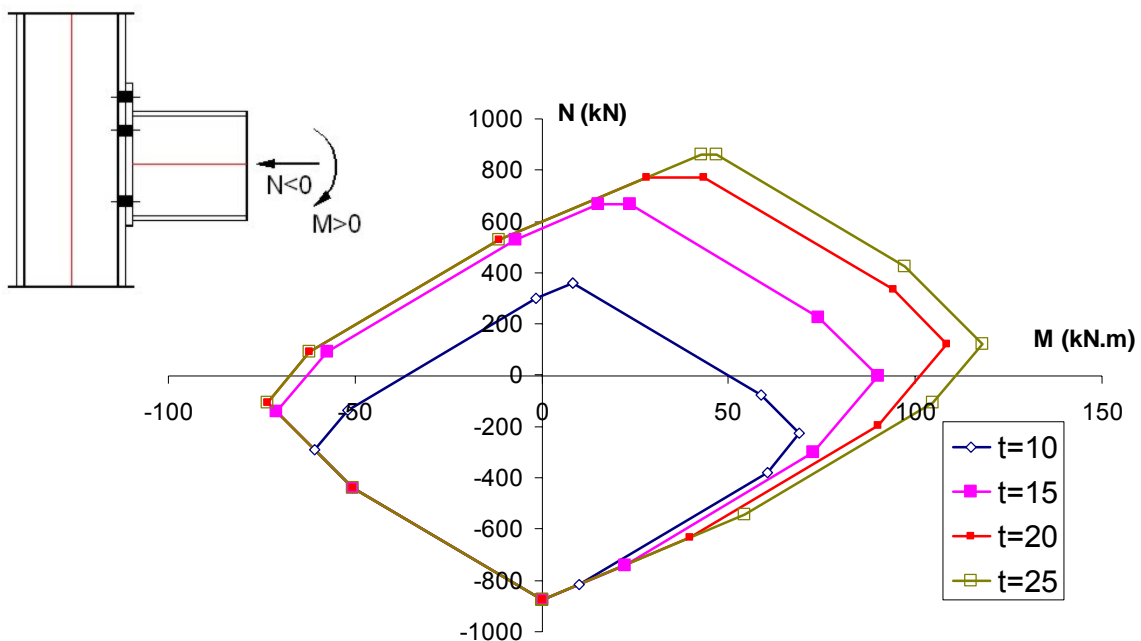


Figura 5.11 – Diagrama de interação variando a espessura da placa de extremidade

**Tabela 5.8 – Resistências (em kN) individuais das componentes – série EE (variação da placa)**

t <sub>p</sub> (mm)	Tração										Compressão			
	3,1	4,1	5,1	3,3	4,3	5,3	8,3	3,4	4,4	5,4	8,4	1	2	7
10	333,2	395,8	60,8	333,2	395,8	149,8	333,2	333,2	395,8	149,8	332,9	475	505,2	438,4
15			136,7			297				297				
20			243			366,3				366,3				
25			333			441				441				

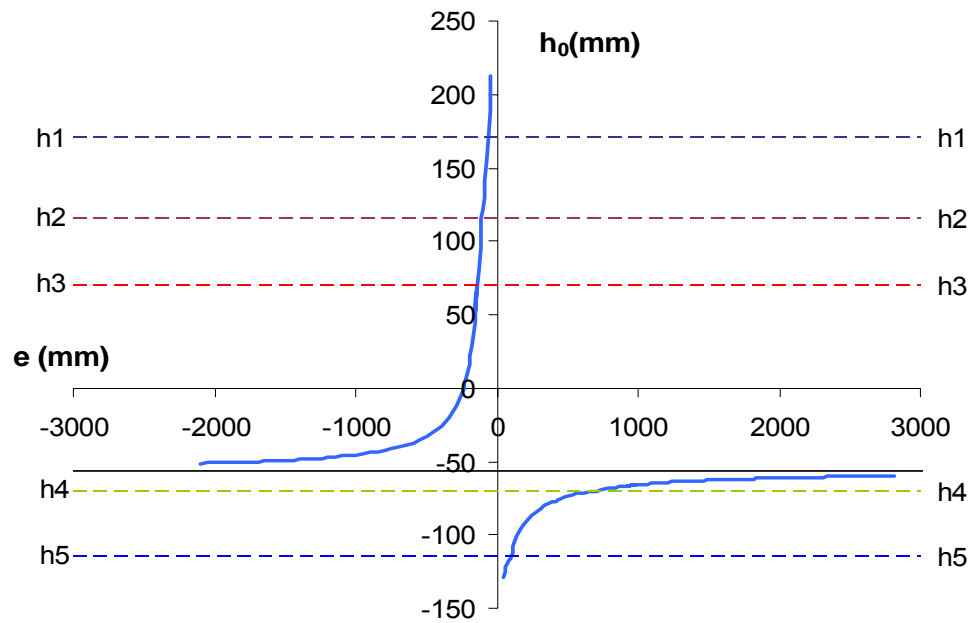
Entretanto, ao se adotar uma espessura de 25mm, o modo 3 passa a controlar o colapso desta componente e a resistência desta componente passa a ser a resistência dos parafusos à tração. E como esta componente controla o dimensionamento da região em tração da ligação, verifica-se no diagrama de interação, que a partir do ponto final do segundo trecho do diagrama, começam a existir diferenças proporcionais a resistência da placa de extremidade submetida à flexão da primeira linha de parafusos (5,1).

As variações da componente mesa da coluna em compressão (2) justificam-se porque a alma da coluna está sujeita à forças concentradas transmitidas pela mesa inferior da viga, no caso de aplicação de momento fletor que provoca tração na região superior da ligação, cujo cálculo da largura efetiva leva em consideração o ângulo de espraçamento desta força transmitida. Desta forma, quanto maior for a espessura da placa de extremidade, maior será a largura efetiva da alma da coluna submetida à compressão. Todavia, conforme comentado em casos anteriores, esta diferença não provoca mudanças no diagrama de interação porque a região em compressão da ligação é controlada pela componente mesa da viga em compressão (7).

### 5.3.8. Avaliação do Ponto de Deslocamento Nulo

Conforme apresentado na análise paramétrica da série FE, torna-se interessante avaliar também, as modificações no que tange ao ponto de deslocamento nulo na ligação em função dos diversos valores de excentricidades M/N. Desta forma, apresenta-se na Figura 5.12, a curva e x h<sub>0</sub>.

Conforme observado nesta curva, existe uma assíntota horizontal situada próxima da linha quatro do modelo mecânico (h ≈ -60mm).. Para valores de esforço normal que representem compressão na ligação e momento fletor que gere tração na mesa superior da viga, ou seja, valores de excentricidade (e) positivos, os pontos de deslocamento nulo encontram-se sempre abaixo da assíntota horizontal. E de forma análoga, estarão acima quando a excentricidade for negativa, ou seja, quando o esforço normal na ligação e o momento fletor tiverem sinais diferentes.



**Figura 5.12 –Curva  $h_0$  x excentricidade da ligação EE**

Este capítulo apresentou a análise paramétrica de ligações viga-coluna com placa de extremidade submetidas a momento fletor e força axial para dois tipos de ligações distintos: séries FE e EE. O capítulo seguinte apresenta as principais conclusões obtidas durante o desenvolvimento desta dissertação bem como algumas propostas para trabalhos futuros.

## 6. Considerações Finais

### 6.1. Introdução

O emprego de ligações semi-rígidas no projeto de estruturas de aço tem sido de grande valia no que diz respeito a obras civis, pois possibilitam uma redução significativa nos custos de fabricação e montagem.

Diversos trabalhos têm sido desenvolvidos nesta área de pesquisa. Muitos ensaios em laboratório foram realizados e possibilitaram a calibração dos modelos existentes na tentativa de se avaliar o real comportamento destas ligações.

A presente dissertação baseou-se no Método das Componentes preconizado pelo Eurocode 3 [6], [7] – Norma Européia para Projeto de Estruturas de Aço – por se tratar, no momento, da única norma que considera o comportamento semi-rígido das ligações em estruturas de aço. Além disso, foi utilizado um modelo analítico proposto por Cerfontaine [2], [3] que considera a presença de momento fletor e esforço normal na ligação para caracterização do comportamento global destas ligações. Os resultados obtidos através deste modelo foram comparados com os obtidos experimentalmente por Lima [1].

Sendo assim, foram escolhidos dois tipos de ligações viga-coluna com placa de extremidade submetidas a momento fletor e força axial. A primeira série considerou ligações com placa de extremidade ajustada à altura da viga (FE) e a segunda, com placa de extremidade estendida (EE). Estes dois tipos de ligações foram utilizados por Lima [1] em seus ensaios em laboratório. Desta forma, o desenvolvimento desta dissertação compreendeu a realização das etapas descritas nos parágrafos seguintes.

Primeiramente, a metodologia de dimensionamento de ligações semi-rígidas proposta pelo Eurocode 3 [6-7] foi estudada onde as ligações são avaliadas através de modelos mecânicos. Estes modelos mecânicos, geralmente conhecidos como modelos de molas, são baseados na simulação da ligação através da utilização de um conjunto de componentes rígidos e flexíveis. O comportamento não-linear de cada uma destas componentes é obtido por meio de leis constitutivas inelásticas adotadas para os referidos elementos de mola.

Assim sendo, os resultados daí obtidos foram utilizados na aplicação do modelo proposto por Cerfontaine [2-3] através de planilhas de cálculo que geraram os diagramas de interação  $M \times N$  e as curvas  $M \times \phi$ . Na seqüência, estas curvas foram comparadas com os resultados experimentais obtidos nos ensaios realizados por Lima [1].

A comparação efetuada entre os resultados experimentais [1] e os analíticos [2], [3] proporcionou a identificação de algumas falhas no modelo analítico utilizado para o caso onde o esforço normal e o momento fletor atuantes na ligação, têm sinais diferentes, evidenciando assim, a necessidade de se realizar modificações no referido modelo. Estas diferenças foram maiores para o caso das ligações com placa de extremidade ajustada à altura das vigas – série FE.

Em seguida, definiu-se as características geométricas das duas séries de ligações a serem utilizadas na análise paramétrica apresentada no capítulo cinco. As mesmas planilhas de cálculo citadas anteriormente foram utilizadas para gerar os diagramas de interação  $M \times N$  para os diversos casos.

## **6.2. Conclusões**

### **6.2.1. Curvas Momento Fletor *versus* Rotação**

A análise das curvas momento fletor *versus* rotação obtida no capítulo quatro, com base na aplicação do modelo analítico no que diz respeito aos ensaios experimentais, permitiu algumas conclusões importantes conforme descrito a seguir. Primeiramente, consideram-se as ligações da série FE.

Nos ensaios FE3 e FE4 (Figura 4.10 e Figura 4.11), onde o momento fletor é positivo e a força axial é considerada negativa, ou seja, esforço normal de compressão e momento fletor que provoca tração na mesa superior da viga, a comparação das curvas demonstrou que a ligação apresenta um desempenho superior ao obtido analiticamente, gerando um limite inferior para o problema estudado quando não foi considerada a parcela da alma da coluna ao corte. Todavia, ao considerar esta parcela, o resultado analítico para o ensaio FE4 representou um dimensionamento contra a segurança. O mesmo ocorreu para os ensaios onde a força axial aplicada representou um esforço normal na ligação superior a 20% da resistência plástica da viga (FE5 a FE7).

A consideração do comportamento da componente alma da coluna ao corte (1) mostrou-se importante na caracterização do comportamento global das ligações tendo em vista que a curva obtida analiticamente aproximou-se melhor da curva experimental.

Para os ensaios FE8 e FE9 onde o momento fletor e a força axial são positivos, observou-se que as curvas obtidas através do modelo analítico estavam próximas das curvas dos ensaios experimentais no que tange a resistência à flexão das ligações. Algumas diferenças foram encontradas nos valores de rigidez inicial das ligações.



Para as ligações da série EE, as principais conclusões são citadas a seguir. Nos ensaios EE2 a EE5, onde o momento fletor é considerado positivo e a força axial negativa, ou seja, esforço normal de compressão na ligação e momento fletor que provoca tração na mesa superior da viga, observou-se uma melhor aproximação da curva do modelo com as curvas dos ensaios, principalmente com a consideração da componente alma da coluna ao corte (1). Conforme verificado anteriormente, os valores obtidos demonstraram que a ligação dos ensaios experimentais apresenta um desempenho superior ao previsto pelo modelo analítico, gerando-se assim, um limite inferior para o problema estudado, fornecendo valores a favor da segurança.

Contrariamente ao verificado nas ligações da série FE, nos ensaios EE6 e FE7 onde o momento fletor e a força axial são positivos, verificou-se que as curvas obtidas com o modelo analítico fornecem valores de resistência à flexão inferiores aos obtidos experimentalmente.

### **6.2.2. Análise Paramétrica**

A aplicação do modelo analítico proposto por Cerfontaine [2], [3] na análise paramétrica permitiu avaliar como as modificações de geometria das ligações interferem no comportamento global destas, através da observação dos diversos diagramas de interação obtidos.

Nesta análise, para ambos os tipos de ligações, foram variados os perfis utilizados para as vigas, para as colunas e a espessura da placa de extremidade. Em ambas as ligações, leia-se séries FE e EE, os resultados obtidos foram semelhantes. Desta forma, apresentam-se as principais conclusões obtidas na análise paramétrica.

A variação da altura dos perfis utilizados para as vigas não interferiu nos valores de resistência das componentes alma da coluna à tração (3) e alma da coluna ao corte (1). Esta variação das características dos perfis das vigas, não provocou grandes modificações no ponto inferior do diagrama de interação, mesmo quando se utilizou um perfil IPE600. Isto ocorreu tendo em vista que a componente em compressão que controlou o dimensionamento desta ligação foi a alma da coluna em compressão (2) conforme verificado na Tabela 5.2.

O aumento de resistência à flexão das ligações ocorreu proporcionalmente ao aumento da seção do perfil da viga tendo em vista que o braço de alavanca das forças atuantes nas linhas de parafusos à tração também aumentou.

A variação do perfil utilizado nas colunas das ligações permitiu constatar que para o primeiro caso (HEB200), a componente que controlou o dimensionamento desta região da

ligações foi a alma da coluna em compressão (2). A partir do segundo caso avaliado (HEB240), a componente mesa da viga à compressão (7) passou a controlar o dimensionamento da região em compressão das ligações e por isso, a partir deste perfil de coluna, todos os pontos inferiores do diagrama de interação convergiram para o mesmo valor.

As componentes (5) e (8), nomeadamente, placa de extremidade à flexão e alma da viga à tração da região da ligação submetida à tração, não sofreram alteração tendo em vista a manutenção do perfil da viga e a espessura da placa de extremidade.

A resistência da componente alma da viga à tração (3), como era de se esperar, aumentou proporcionalmente com a seção do perfil utilizado. Todavia, como esta componente não controlava o dimensionamento da região em tração das ligações, não interferiu na forma do diagrama de interação.

Com a variação da espessura da placa de extremidade tornou-se possível observar que somente as componentes placa de extremidade à flexão (5) e alma da coluna à compressão (2) tiveram seus valores de resistência alterados. Para o caso onde a espessura foi de 20mm, o aumento da espessura representou um aumento de resistência. Entretanto, quando se adotou uma espessura de 25mm, o modo 3 passou a controlar o colapso desta componente e a resistência da mesma passou a ser a resistência dos parafusos à tração. E como esta componente controlava o dimensionamento da região em tração das ligações, verificou-se no diagrama de interação, que a partir do ponto final do segundo trecho do diagrama, começaram a existir diferenças proporcionais a resistência da placa de extremidade submetida à flexão da primeira linha de parafusos.

Foram observadas variações da componente mesa da coluna em compressão (2) devido ao espraçamento da força de compressão proveniente da mesa inferior da viga. Entretanto, esta diferença não provoca mudanças no diagrama de interação, pois a região em compressão das ligações é controlada pela componente mesa da viga em compressão (7).

### **6.3. Considerações Finais Sobre o Modelo Analítico Proposto por Cerfontaine [2], [3]**

Para as ligações com placa de extremidade ajustada à altura das vigas, os resultados obtidos analiticamente foram satisfatórios para valores de esforço normal de compressão na ligação.

No que tange as diferenças encontradas para os ensaios FE8 e FE9, estas podem estar relacionadas com a seqüência de carregamento efetuada nos ensaios experimentais (primeiro força axial e depois momento fletor) ou mesmo com a consideração da resistência

plástica da viga nas linhas 1 e 4 do modelo mecânico utilizado na formulação proposta por Cerfontaine [2],[3] (Figura 6.1).

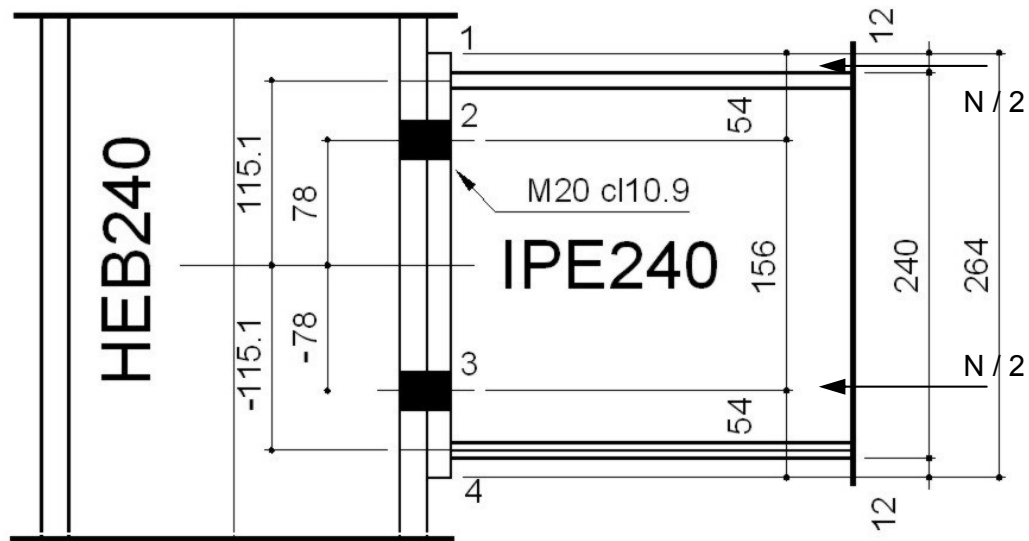


Figura 6.1 – Diagrama de interação da ligação EE

Para as ligações com placa de extremidade estendida, as curvas obtidas através do modelo analítico mostraram-se coerentes e as diferenças encontradas dizem respeito, principalmente, às variações de rigidez inicial para os ensaios EE6 e EE7, ou seja, ensaios com esforço normal de tração nas ligações.

#### 6.4. Sugestões para Trabalhos Futuros

Uma melhor avaliação da formulação utilizada no modelo proposto por Cerfontaine [2],[3] faz-se necessária, principalmente no que diz respeito à aplicação de força axial que provoca tração na ligação.

Ao longo do desenvolvimento desta dissertação foi constatado que uma das principais dificuldades encontradas na análise paramétrica foi, evidentemente, a complexidade e bem como, a grande quantidade de variáveis a serem devidamente incorporadas ao estudo e, em seguida, analisadas. Torna-se viável realizar uma análise paramétrica onde são variadas as características geométricas em simultâneo tais como: coluna e viga, viga e espessura da placa de extremidade, coluna e espessura da placa de extremidade ou até mesmo os três de uma só vez.

Além disso, sugere-se a realização de uma análise através do Método dos Elementos Finitos que, depois de devidamente calibrada com os resultados experimentais, permita a aplicação do modelo analítico para outras combinações de excentricidades (M/N)

não consideradas experimentalmente por Lima [1]. Isto possibilitará uma melhor avaliação do modelo analítico utilizado neste trabalho.

## Referências Bibliográficas

- 1 LIMA, L. R. O. **Comportamento de Ligações com Placa de Extremidade em Estruturas de Aço Submetidas a Momento Fletor e Força Axial**. 2003. 269f. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2003.
- 2 CERFONTAINE, F. **Etude analytique de l'interaction entre moment de flexion et effort normal dans les assemblages boulonnés**. Construction Métallique, n° 4, p. 1-25. 2001.
- 3 CERFONTAINE, F. **Etude de l'interaction entre moment de flexion et effort normal dans les assemblages boulonnés**. 2003 Doctor en Sciences appliquées – Université de Liège, Faculté des Sciences Appliquées, 2003.
- 4 LIMA, L. R. O. **Avaliação de Ligações Viga-Coluna em Estruturas de Aço Submetidas a Flexão no Eixo de Menor Inércia**. 1999. 189f. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio, Rio de Janeiro, 1999.
- 5 NEVES, L. F. C. **Nós Semi-rígidos em Estruturas Metálicas; Avaliação da Rigidez em Configurações de Eixo Fraco**, 1996. 231 f. Tese de Mestrado - Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, Portugal, 1996.
- 6 EUROCODE 3, **prEN 1993-1-8, Design of steel structures – Part 1.8: Design of joints (“stage 49 draft”)**, 2003.
- 7 EUROCODE 3, **ENV - 1993-1-1:1992/A2, Annex J, Design of Steel Structures – Joints in Building Frames**. CEN, European Committee for Standardisation, Document CEN/TC 250/SC 3, Brussels, 1998.
- 8 LAURENT, F. **Influence de L'effort Normal sur le Calcul des Assemblages Semi-Rígides**. 1994. 114 f. CUST – Mémoire presente en vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur, Université Blaise Pascal – Clermont - Ferrand, Liege, Belgique, 1994.

- 9 SILVA, L. S. and COELHO, A.G. **A analytical evaluation of the response of steel joints under bending and axial force**: Computers & Structures, vol. 79, p. 873-881. 2001.
- 10 WALD F., ŠVARC M. **Experiments with end plate joints subject to moment and normal force**: Contributions to Experimental Investigation of Engineering Materials and Structures, CTU Reports No: 2-3, Prague, p. 1-13. 2001.
- 11 SOKOL Z., WALD F., DELABRE V., MUZEAU J. P., SVARC M. **Design of end plate joints subject to moment and normal force**: 3<sup>rd</sup> European Conference on Steel Structures, EUROSTEEL 2002, Coimbra, Portugal. Proceedings of the Third European Conference on Steel Structures – EUROSTEEL 2002. António Lamas and Luís Simões da Silva Editors, p. 1219-1228. 2002.
- 12 WALD F. **Databank of M-N test Praha 2000**. 2000. Disponível em: <http://www.fsv.cvut.cz/%7Ewald/COST-Praha-C12/INDEX.HTM> (acesso em: 25 jun. 2001).
- 13 DEL SÁVIO, A. A., MARTHA, L. F., ANDRADE, S. A. L., VELLASCO, P. C. G. S. and LIMA, L. R. O. **Modelagem do comportamento de vigas tipo vierendeel com ligações semi-rígidas**. XXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering – CILAMCE 2005, Espirito Santo, Brasil, 2005.p 1-10 2005
- 14 JASPART, J. P. **Etude de la Semi-rigidité des Noeuds Poutre-colonne et Son Influence Sur la Résistance et la Stabilité des Structures en Acier**. 412 f. Thèse de Doctorat, Université de Liège, Belgique, 1991.
- 15 FAELLA, C., PILUSO, V. and RIZZANO, G. **Structural steel semi-rigid connections: theory, design and software**. 1<sup>st</sup>. CRC Press LLC, 2000. 328p.
- 16 WALES, M. W. and ROSSOW, E. C. **Coupled Moment-Axial Force Behaviour in Bolted Joints**: Journal of Structural Engineering, ASCE, vol. 129, p. 1250-1266. 1983.
- 17 CHMIELOWIEC, M. and RICHARD, R. M. **Moment Rotation Curves for Partially Restrained Steel Connections**: Report to AISC, University of Arizona, 127. 1987.

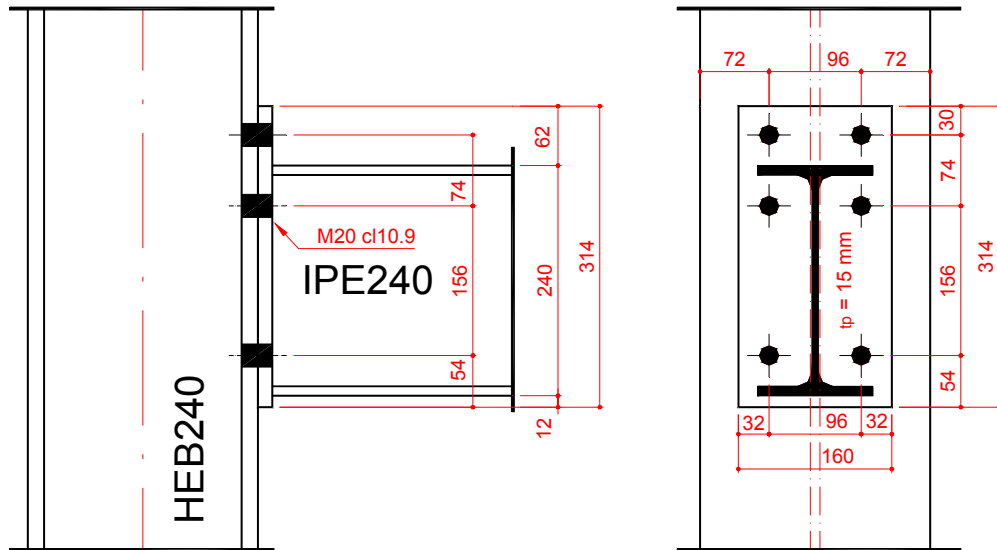
- 18 TSCHEMMERNEGG, F. and HUMER, C. **A Non-Linear Joint in Steel Frames.** Connections in Steel Structures: Behaviour, Strength and Design, ed. R. Bjorhovde et al., Elsevier Applied Science, London, p. 158-165. 1987.
- 19 TSCHEMMERNEGG, F. and HUMER, C. **A Non-Linear Joint Model for the Design of Structural Steel Frames.** Costruzioni Metalliche, n° 1. 1988.
- 20 SILVA, L.S., COELHO, A.G. and NETO, E. L. **Equivalent Post-Buckling Models for the Flexural Behaviour of Steel Connections.** Computers & Structures, vol. 77, p. 615-624. 2000.
- 21 SILVA, L. S., Lima, L. R. O. de, Vellasco, P. C. G. da S. and Andrade, S. A. L. de. **Experimental and Numerical Assessment of Beam-to-Column Joints Under Bending and Axial Force.** The First International Conference on Steel & Composite Structures, 1<sup>st</sup> ICSCS 2001, Pusan, Coréia. Proceedings of The First International Conference on Steel & Composite Structures. Pusan: Korea Advanced Institute of Science & Technology, 2001, v1, p.715-722.
- 22 JASPART, J. P., **Recent Advances in the Field of Steel Joints Column Bases and Further Configurations for Beam-to-Column Joints and Beam Splices**, 1997. 353 f. Chercheur qualifié du F.N.R.S., Université de Liège, Belgique, 1997.
- 23 JASPART, J. P. **General Report: Session on Connections.** Journal of Constructional Steel Research, v. 55, p. 69-89. 2000.
- 24 SIMÕES, R. D. **Comportamento de Ligações Mistas Viga-Pilar Sob Acções Estáticas e Cíclicas**, 2000. 256f. Tese de Doutorado - Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, Portugal, 2000.
- 25 CRUZ, P. J. S., SILVA, L. A. P. S. da S., RODRIGUES, D. S. and SIMÕES, R. A. D. **Database for the Semi-Rigid Behaviour of Beam-to-Column Connections in seismic regions.** Journal of Constructional Steel Research, v. 46 (120), p. 1-3. 1998.

- 26 CHAN, S. L. and CHUI, P. P. T. **Non-Linear Static and Cyclic Analysis of Steel Frames with Semi-Rigid Connections**. 1<sup>st</sup> ed. Oxford, United Kingdom: Elsevier Science Ltd, 2000. 336p.
- 27 GIONCU *et al.* **Prediction of Available Ductility by Means of Local Plastic Mechanism Method: Ductrot Computer Program**. Moment Resistant Connections of Steel Frames in Seismic Areas – Design and Reliability. Edited by F. M. Mazzolani – E & FN Spon, Taylor e Francis Group. 2000.



# Anexo A - Dimensionamento da Ligação com Placa de Extremidade Estendida - Eurocode 3 [7]

## A.1. Informações Gerais



### Viga: IPE 240

Altura (hb).....:	240,00 mm
Largura (bfb).....:	120,00 mm
Espessura da mesa (tfb).....:	9,80 mm
Espessura da alma (twb).....:	6,20 mm
Raio de curvatura (rb).....:	15,00 mm
Inércia (Ib).....:	3890,00 cm <sup>4</sup>
Área (Ab).....:	39,10 cm <sup>2</sup>
(Wpl).....:	367,00 cm <sup>3</sup>
Comprimento da viga ligada ao pilar (Lb).....:	6000,00 mm
Inclinação da viga.....:	0 °

### Pilar: HE 240 B

Altura (hc).....:	240 mm
Largura (bfc).....:	240 mm
Espessura da mesa (tfc).....:	17 mm
Espessura da alma (twc).....:	10 mm
Raio de curvatura (rc).....:	21 mm
Inércia (Ic).....:	11260 cm <sup>4</sup>
Área (Ac).....:	106 cm <sup>2</sup>

**Placa de extremidade:**

	(mm)
Largura da placa.....:	160,00
Altura da placa.....:	316,00
Espessura da placa.....:	15,00
Distância vertical entre a mesa da viga e a extremidade da placa de extremidade...:	64,00
Distância vertical entre a 1ª linha de parafusos e a extremidade da placa de extremidade.....:	32,00
Distância vertical entre linhas de parafusos 1 e 2.....:	74,00
Distância vertical entre linhas de parafusos 2 e 3.....:	156,00
Distância horizontal entre parafusos.....:	96,00
Distância horizontal entre parafusos e a extremidade da placa de extremidade...:	32,00
Distância vertical entre banço inferior da viga e a extremidade da placa.....:	12,00

**Parafusos:**

Diâmetro do parafuso.....:	20.00 mm
Área do parafuso ( $A_s = 0,8 * A_b$ ).....:	245.00 mm <sup>2</sup>
Diâmetro da arruela do parafuso.....:	35.03 mm
Diâmetro da porca.....:	20.00 mm
Diâmetro dos furos.....:	22.00 mm
Espessura da cabeça do parafuso.....:	13.00 mm
Espessura da porca.....:	16.00 mm
Espessura total de anilhas por parafusos..:	4.00 mm
Comprimento do parafuso.....:	50.50 mm

**Soldas:**

Espessura da solda da mesa da viga (af)...:	8.00 mm
Espessura da solda da alma da viga (aw)...:	8.00 mm

**Coefficientes de Segurança:**

Gama $M_0$ . (resistência da seção classe 1, 2 ou 3)..:	1.00
Gama $M_1$ . (resistência do membro a flambagem.....):	1.00
Gama $M_b$ . (resistência de ligações aparafusadas....):	1.00
Gama $M_w$ . (resistência de ligações soldadas.....):	1.00

**Propriedades Mecânicas dos Materiais:**

	<b>Tensão de Escoamento</b>	<b>Tensão de Ruptura</b>
	N/mm <sup>2</sup> ou MPa	N/mm <sup>2</sup> ou MPa
Alma da viga....:	363,40	454,30
Mesa da Viga....:	340,10	448,20
Alma da Coluna..:	372,00	477,30
Mesa do Coluna..:	342,90	448,80
Placa de Extremidade...:	369,44	503,45
Parafusos à tração.....:	900,00	1000,00
Solda.....:		576,00
Módulo de elasticidade.:	210000,00	N/mm <sup>2</sup> ou MPa

## Cálculo das Componentes

### Alma da coluna ao corte

Área de corte do pilar  
 $A_{vc} = A_c - 2 \cdot b_c \cdot t_{fc} + (t_{wc} + 2 \cdot r_c) \cdot t_{fc}$ :  $A_{vc} = 3324 \text{ mm}^2$   
 Coeficiente Beta:  $BETA = 1.00$   
 Resistência plástica do painel de alma do pilar ( $0,90 \cdot f_{ywc} \cdot A_{vc} / (\text{raiz}(3) \cdot \text{Gama } M_0)$ ):  $V_{wpRd} = 642,52 \text{ kN}$   
 Resistência ( $V_{wpRd} / BETA$ ):  $F_{wpRd} = 642,52 \text{ kN}$   
 Coeficiente de Rigidez  
 $z = \text{distância entre o centro de tração e a linha média da mesa da viga em compressão}$   $z = 230,10 \text{ mm}$   
 $k_1 = (0,38 \cdot A_{vc}) / (BETA \cdot z)$ :  $k_1 = 5,49 \text{ mm}$

### Alma da coluna à compressão

Largura efetiva  
 $b_{eff,c,wc} = t_{fb} + 2 \cdot \text{raiz}(2) \cdot a_p + 5(t_{fc} + s) + sp$ :  $b_{eff} = 237.43 \text{ mm}$   
 $t_{fb} = 9.80 \text{ mm}$   
 $a_p = 8.00 \text{ mm}$   $b_{eff1} = 252.43 \text{ mm}$   
 $t_{fc} = 17.00 \text{ mm}$   $b_{eff2} = 237.43 \text{ mm}$   
 $s = r_c = 21.00 \text{ mm}$   
 $sp = 21.21 \text{ mm}$   
 Esbeltez da placa de extremidade  
 $\lambda_p = 0,932 \cdot (\text{RAIZ}((b_{eff} \cdot d_{wc} \cdot f_{ywc}) / (E \cdot t_{wc}^2)))$ :  $\lambda_p = 0.77$   
 $d_{wc} = h_c - 2(t_{fc} + r_c) = 164.00 \text{ mm}$   
 $f_{ywc} = 275.00 \text{ N/mm}^2 \text{ ou MPa}$   
 $E = 210000.00 \text{ N/mm}^2 \text{ ou MPa}$   
 $t_{wc} = 10.00 \text{ mm}$   
 Coeficiente de redução para flambagem da placa:  $\rho = 0.96$   
 se  $\lambda_p \leq 0,673$ .....:  $\rho = 1,0$   
 se  $\lambda_p > 0,673$ .....:  $\rho = (\lambda_p - 0,22) / \lambda_p^2$   
 Coeficiente de interação de esforços:  $\omega = \omega_1 = 0.78$   
 $\omega_1 = 1 / (\text{RAIZ}(1 + 1,3 \cdot (b_{eff} \cdot t_{wc} / A_{vc})^2))$   
 Resistência  $F_{cwcRd} = 680.13 \text{ kN}$   
 $F_{cwcRd} = (\omega \cdot b_{eff} \cdot t_{wc} \cdot f_{ywc}) / \text{Gama } M_0 \leq (\omega \cdot \rho \cdot b_{eff} \cdot t_{wc} \cdot f_{ywc}) / \text{Gama } M_1$   
 Coeficiente de Rigidez (J.4.2)(2)  
 $d_{wc} = \text{altura da coluna sem as mesas}$ :  $d_{wc} = 164.00 \text{ mm}$   
 $k_2 = (0,7 \cdot b_{eff} \cdot t_{wc}) / (d_{wc})$ :  $k_2 = 10.13 \text{ mm}$

### Mesa da coluna à flexão

$e = \text{distância horizontal entre o parafuso e a borda da coluna}$  = 72.00 mm  
 $e_{min} = \text{distância horizontal entre o parafuso e a borda da placa}$  = 32.00 mm  
 $m = \text{distância entre o parafuso e o início do raio de}$  26.20 mm

curvatura =		
$n = \min( e_{\min} ; 1,25m ) =$		32.00 mm
$e_w = d_w / 4 =$		8.76 mm
$p =$		74.00 mm

### Comprimento efetivo do T-stub equivalente

#### Parafusos tomados individualmente

Formas circulares:		
$2 \pi m :$	$l_{eff,1}$	164,62 mm
	=	
Formas não-circulares:		
$4 m + 1,25 e :$	$l_{eff,2}$	194,80 mm
	=	

#### Primeira linha de parafusos

Formas circulares:		
	$l_{effcp}$	mm
	=	164,62
Formas não-circulares:		
	$l_{effnc}$	mm
	=	194,80
	l	164,62 mm
	=	

#### Segunda linha de parafusos

Formas circulares:		
	$l_{effcp}$	mm
	=	164,62
Formas não-circulares:		
	$l_{effnc}$	mm
	=	194,80
	l	164,62 mm
	=	

#### Terceira linha de parafusos

Formas circulares:		
	$l_{effcp}$	mm
	=	164,62
Formas não-circulares:		
	$l_{effnc}$	mm
	=	194,80
	l	164,62 mm
	=	

#### Parafusos tomados como grupo

Grupo entre as linhas de parafusos números 1 e 2:

Formas circulares:		
$\pi m + p :$	l	= 156,31 mm
		312,62 mm
Formas não-circulares:		
$2m + 0,625e + 0,5p :$	l	= 134,40
		268,80 mm
		268,80 mm

Grupo entre as linhas de parafusos números 1 e 3:

Formas circulares:

$$P_i m + p: \quad 1 \quad = \quad 197,31 \text{ mm} \\ 394,62 \text{ mm}$$

Formas não-circulares:

$$2m + 0,625e + 0,5p: \quad 1 \quad = \quad 154,90 \text{ mm} \\ 309,80 \text{ mm}$$

$$309,80 \text{ mm}$$

Grupo entre as linhas de parafusos números 2 e 3:

Formas circulares:

$$P_i m + p: \quad 1 \quad = \quad 238,31 \text{ mm} \\ 476,62 \text{ mm}$$

Formas não-circulares:

$$2m + 0,625e + 0,5p: \quad 1 \quad = \quad 175,40 \text{ mm} \\ 350,80 \text{ mm}$$

$$350,80 \text{ mm}$$

## Resistência

$$\text{Resistência de dimensionamento de 1:} \quad B_t R_d = \quad 220.50 \text{ kN} \\ B_t R_d = (0,9 * f_{ub} * A_s) / \text{Gama } M_b$$

## Parafusos tomados individualmente

### a) Linha de parafusos número 1

Modo de ruptura no T-stub equivalente

Resistência plástica de dimensionamento do T-stub

Para escoamento completo da mesa

$$M_{pl1Rd} = 0,25 \Sigma l_{eff,1} t f^2 f_y / \text{Gama} \quad M_{pl1Rd} = 4078.37 \text{ N.m}$$

$M_0$ :

Para ruptura dos paraf. C/ escoamento da mesa

$$M_{pl2Rd} = 0,25 \Sigma l_{eff,2} t f^2 f_y / \text{Gama} \quad M_{pl2Rd} = 4826.08 \text{ N.m}$$

$M_0$ :

Modo 1 (escoamento completo da mesa):

$$F_{1Rd} = 622.65 \text{ kN}$$

$$F_{1Rd} = 4 * M_{pl1Rd} / m$$

Modo 2 (ruptura dos paraf. c/ esc. da mesa):

$$F_{2Rd} = 408.32 \text{ kN}$$

$$F_{2Rd} = (2M_{pl2Rd} + n \Sigma B_t R_d) / (m + n)$$

Modo 3 (ruptura dos parafusos):

$$F_{3Rd} = 441.00 \text{ kN}$$

$$F_{3Rd} = \Sigma B_t R_d$$

Resistência:

$$F_{tRd(1)} = 408.32 \text{ kN}$$

### b) Linha de parafusos número 2

Modo de ruptura no T-stub equivalente

Resistência plástica de dimensionamento do T-stub

Para escoamento completo da mesa

$$M_{pl1Rd} = 0,25 \Sigma leff,1 t f^2 f_y / \text{Gama} \quad M_{pl1Rd} = 4078.37 \text{ N.m}$$

$M_0$ :

Para ruptura dos paraf. C/ escoamento da mesa

$$M_{pl2Rd} = 0,25 \Sigma leff,2 t f^2 f_y / \text{Gama} \quad M_{pl2Rd} = 4826.08 \text{ N.m}$$

$M_0$ :

Modo 1 (escoamento completo da mesa):  $F_{1Rd} = 622.65 \text{ kN}$

$$F_{1Rd} = 4 * M_{pl1Rd} / m$$

Modo 2 (ruptura dos paraf. c/ esc. da mesa):  $F_{2Rd} = 408.32 \text{ kN}$

$$F_{2Rd} = (2M_{pl2Rd} + n \Sigma B t R_d) / (m + n)$$

Modo 3 (ruptura dos parafusos):  $F_{3Rd} = 441.00 \text{ kN}$

$$F_{3Rd} = \Sigma B t R_d$$

Resistência:  $F_{tRd(2)} = 408.32 \text{ kN}$

### Parafusos tomados como grupo

#### a) Grupo entre linhas de parafusos 1 e 2

Modo de ruptura no T-stub equivalente

Resistência plástica de dimensionamento do T-stub

Para escoamento completo da mesa

$$M_{pl1Rd} = 0,25 \Sigma leff,1 t f^2 f_y / \text{Gama} \quad M_{pl1Rd} = 6659,39 \text{ N.m}$$

$M_0$ :

Para ruptura dos paraf. C/ escoamento da mesa

$$M_{pl2Rd} = 0,25 \Sigma leff,2 t f^2 f_y / \text{Gama} \quad M_{pl2Rd} = 6659,39 \text{ N.m}$$

$M_0$ :

Modo 1 (escoamento completo da mesa):  $F_{1Rd} = 1016,70 \text{ kN}$

$$F_{1Rd} = 4 * M_{pl1Rd} / m$$

Modo 2 (ruptura dos paraf. c/ esc. da mesa):  $F_{2Rd} = 713,79 \text{ kN}$

$$F_{2Rd} = (2M_{pl2Rd} + n \Sigma B t R_d) / (m + n)$$

Modo 3 (ruptura dos parafusos):  $F_{3Rd} = 882,00 \text{ kN}$

$$F_{3Rd} = \Sigma B t R_d$$

Resistência:  $F_{tRd(1,2)} = 713,79 \text{ kN}$

#### b) Grupo entre linhas de parafusos 1 e 3

Modo de ruptura no T-stub equivalente

Resistência plástica de dimensionamento do T-stub

Para escoamento completo da mesa

$$M_{pl1Rd} = 0,25 \Sigma leff,1 t f^2 f_y / \text{Gama} \quad M_{pl1Rd} = 7675,15 \text{ N.m}$$

$M_0$ :

Para ruptura dos paraf. C/ escoamento da mesa

$$M_{pl2Rd} = 0,25 \Sigma leff,2 t f^2 f_y / \text{Gama} \quad M_{pl2Rd} = 7675,15 \text{ N.m}$$

$M_0$ :

Modo 1 (escoamento completo da mesa):  $F_{1Rd} = 1171,78 \text{ kN}$

Modo 2 (ruptura dos paraf. c/ esc. da mesa):  $F_{2Rd} = 748,70 \text{ kN}$

mesa):

$$F2Rd = (2M_{pl2Rd} + n\Sigma B_{tRd}) / (m + n)$$

Modo 3 (ruptura dos parafusos):  $F3Rd = 882,00 \text{ kN}$

Resistência:  $F_{tRd}(1,3) = 748,70 \text{ kN}$

### c) Grupo entre linhas de parafusos 2 e 3

Modo de ruptura no T-stub equivalente

Resistência plástica de dimensionamento do T-stub

Para escoamento completo da mesa

$$M_{pl1Rd} = 0,25 \Sigma leff,1 t f^2 f_y / \text{Gama} \quad M_{pl1Rd} = 8690,90 \text{ N.m}$$

$M_0$ :

Para ruptura dos paraf. C/ escoamento da mesa

$$M_{pl2Rd} = 0,25 \Sigma leff,2 t f^2 f_y / \text{Gama} \quad M_{pl2Rd} = 8690,90 \text{ N.m}$$

$M_0$ :

Modo 1 (escoamento completo da mesa):  $F1Rd = 1326,86 \text{ kN}$

Modo 2 (ruptura dos paraf. c/ esc. da mesa):  $F2Rd = 783,60 \text{ kN}$

$$F2Rd = (2M_{pl2Rd} + n\Sigma B_{tRd}) / (m + n)$$

Modo 3 (ruptura dos parafusos):  $F3Rd = 882,00 \text{ kN}$

Resistência:  $F_{tRd}(2,3) = 783,60 \text{ kN}$

### Linhas de parafusos tomadas individualmente ou como parte de um grupo

Linha de parafusos número 1 ("End bolt row"):  $leff = 134.40 \text{ mm}$

$$(1) \quad 2P_i m = 164.62 \text{ mm}$$

$$4 m + 1,25 e = 194.80 \text{ mm}$$

$$(1 - 2) \quad P_i * m + p = 156.31 \text{ mm c/} \quad 74.00 \text{ mm}$$

$$p =$$

$$2m + 0,625e + 0,5p = 134.40 \text{ mm}$$

$$(1 - 3) \quad P_i * m + p = 197.31 \text{ mm c/} \quad 115.00 \text{ mm}$$

$$p =$$

$$2m + 0,625e + 0,5p = 154.90 \text{ mm}$$

Linha de parafusos número 2 ("Inner bolt row"):  $leff = 115.00 \text{ mm}$

$$(2) \quad 2P_i m = 164.62 \text{ mm}$$

$$4 m + 1,25 e = 194.80 \text{ mm}$$

$$(2-3-1) \quad 2 p = 230.00 \text{ mm c/} \quad 115.00 \text{ mm}$$

$$p =$$

$$p = 115.00$$

Linha de parafusos número 3 ("End bolt row"):  $leff = 164.62 \text{ mm}$

$$2P_i m = 164.62 \text{ mm}$$

$$4 m + 1,25 e = 194.80 \text{ mm}$$

( $leff$  é o menor comprimento efetivo para parafusos tomados individualmente ou em grupo)

### a) Coeficiente de Rigidez



Linha de parafusos número 1:  $k_4(1) = 33.04 \text{ mm}$   
 Linha de parafusos número 2:  $k_4(2) = 28.27 \text{ mm}$   
 Linha de parafusos número 3:  $k_4(3) = 40.47 \text{ mm}$   
 $(k_4 = 0,85 \cdot b_{eff} \cdot t_{fc}^3 / m^3)$

## Alma da coluna à tração

### Resistência

Linha de parafusos número 1:  
 Coeficiente de interação de esforço (Tabela J.5):  $\omega_1 = 0.87$   
 $\omega_1 = 1 / (\text{RAIZ}(1 + 1,3 \cdot (b_{eff} \cdot t_{wc} / A_{vc})^2))$   
 Resistência:  $F_{t,wc,Rd} = 533.24 \text{ kN}$   
 $F_{t,wc,Rd} = (w \cdot b_{eff,t,wc} \cdot t_{wc} \cdot f_{y,wc}) / \text{Gama } M_0$

Linha de parafusos número 2:  
 Coeficiente de interação de esforço (Tabela J.5):  $\omega_1 = 0.87$   
 $\omega_1 = 1 / (\text{RAIZ}(1 + 1,3 \cdot (b_{eff} \cdot t_{wc} / A_{vc})^2))$   
 Resistência:  $F_{t,wc,Rd} = 533.24 \text{ kN}$

Grupo entre linhas de parafusos números 1 e 2:  
 Coeficiente de interação de esforço:  $\omega_1 = 0.74$   
 $\omega_1 = 1 / (\text{RAIZ}(1 + 1,3 \cdot (b_{eff} \cdot t_{wc} / A_{vc})^2))$   
 Resistência:  $F_{t,wc,Rd} = 833.65 \text{ kN}$

### Rigidez

Linha de parafusos número 1:  $k_3(1) = 5.74 \text{ mm}$   
 $(k_3 = 0,7 \cdot b_{eff,t,wc} \cdot t_{wc} / d_{wc})$   
 Linha de parafusos número 2:  $k_3(2) = 4.91 \text{ mm}$   
 Linha de parafusos número 3:  $k_3(3) = 7.03 \text{ mm}$

## Placa de extremidade à flexão

### Parâmetros Geométricos

$e$  = distância horizontal entre o parafuso e a borda da placa  
 $e = 32.00 \text{ mm}$   
 $m$  = distância entre o parafuso e o início do raio de curvatura  
 $m = 35.85 \text{ mm}$   
 $ex$  = distância vertical entre o parafuso e a extremidade da placa  
 $ex = 32.00 \text{ mm}$   
 $mx$  = distância vertical entre o parafuso e a mesa da viga  
 $mx = 22.95 \text{ mm}$   
 $w$  = distância horizontal entre parafusos  
 $w = 96.00 \text{ mm}$   
 Linha de parafusos 2 (abaixo da mesa sup. da viga)  
 $m_1 = 35.85 \text{ mm}$   
 $m_2 = 23.15 \text{ mm}$

Determinação do coeficiente alpha

$\lambda_1 = m_1 / (m_1 + e) \quad \lambda_1 = 0.53 \quad \alpha = 6.10 \text{ (ÁBACO)}$

$$\lambda_2 = m_2 / (m_2 + e) \quad \lambda_2 = 0.34$$

Linha de parafusos 3 (acima da mesa inf. da viga).....:

$$m_1 = 35.85 \text{ mm}$$

$$m_2 = 23.15 \text{ mm}$$

Determinação do coeficiente alpha

$$\lambda_1 = 0.53 \quad \alpha = 6.10 \quad (\text{ÁBACO})$$

$$\lambda_2 = 0.42$$

### Comprimento efetivo do T-stub equivalente (Tabela J.8)

#### Parafusos tomados individualmente

Linha de parafusos número 1 (influência do banzo superior da viga):

Formas circulares:

$$2 \text{ Pi } m_x: \quad \text{leff} = 144.19 \text{ mm}$$

$$\text{Pi } m_x + w: \quad \text{leff} = 168.10 \text{ mm}$$

$$\text{Pi } m_x + 2e: \quad \text{leff} = 136.10 \text{ mm}$$

Formas não-circulares:

$$4 m_x + 1,25 e_x: \quad \text{leff} = 131.80 \text{ mm}$$

$$e + 2 m_x + 0,625 e_x: \quad \text{leff} = 97.90 \text{ mm}$$

$$0,5 b_p: \quad \text{leff} = 80.00 \text{ mm}$$

$$0,5 w + 2 m_x + 0,625 e_x: \quad \text{leff} = 113.90 \text{ mm}$$

Comprimento efetivo

$$\text{Formas circulares:} \quad \text{leff} = 136.10 \text{ mm}$$

$$\text{Formas não-circulares:} \quad \text{leff} = 80.00 \text{ mm}$$

Linha de parafusos número 2 (influência do banzo superior da viga):

Formas circulares:

$$2 \text{ Pi } m_1: \quad \text{leff} = 225.25 \text{ mm}$$

Formas não-circulares:

$$\text{Alpha } m_1: \quad \text{leff} = 218.50 \text{ mm}$$

Linha de parafusos número 3 (influência do banzo inferior da viga):

Formas circulares:

$$2 \text{ Pi } m_1: \quad \text{leff} = 225.25 \text{ mm}$$

Formas não-circulares:

$$\text{Alpha } m_1: \quad \text{leff} = 218.50 \text{ mm}$$

#### Parafusos tomados em grupo

Grupo entre linhas n.º 2 e 3

$$\text{Formas Circulares (mm):} \quad 537.25 (\text{Pi } m + p) * 2$$

$$\text{Outras formas (mm):} \quad 339.40$$

### Resistência

#### Parafusos tomados individualmente

##### a) Linha de parafusos número 1

Modo de ruptura no T-stub equivalente (J.3.2.1)

Resistência plástica de dimensionamento do T-stub (J.7)

Para escoamento completo da mesa

$$M_{pl1Rd} = 0,25 \Sigma leff,1 t f^2 f_y / \text{Gama } M_0: \quad M_{pl1Rd} = 1662,48 \text{ N.m}$$

Para ruptura dos paraf. C/ escoamento da mesa

$$M_{pl2Rd} = 0,25 \Sigma leff,2 t f^2 f_y / \text{Gama } M_0: \quad M_{pl2Rd} = 1662,48 \text{ N.m}$$

Modo 1 (escoamento completo da mesa):  $F_{1Rd} = 289,77 \text{ kN}$

$$F_{1Rd} = 4 * M_{pl1Rd} / m_x$$

Modo 2 (ruptura dos paraf. c/ esc. da mesa):  $F_{2Rd} = 317,33 \text{ kN}$

$$F_{2Rd} = (2M_{pl2Rd} + n \Sigma B_{tRd}) / (m + n)$$

Modo 3 (ruptura dos parafusos):  $F_{3Rd} = 441,00 \text{ kN}$

$$F_{3Rd} = \Sigma B_{tRd}$$

Resistência:  $F_{tepRd(1)} = 289,77 \text{ kN}$

## b) Linha de parafusos número 2

Modo de ruptura no T-stub equivalente

Resistência plástica de dimensionamento do T-stub

Para escoamento completo da mesa

$$M_{pl1Rd} = 0,25 \Sigma leff,1 t f^2 f_y / \text{Gama } M_0: \quad M_{pl1Rd} = 4540,69 \text{ N.m}$$

Para ruptura dos paraf. C/ escoamento da mesa

$$M_{pl2Rd} = 0,25 \Sigma leff,2 t f^2 f_y / \text{Gama } M_0: \quad M_{pl2Rd} = 4540,69 \text{ N.m}$$

Modo 1 (escoamento completo da mesa):  $F_{1Rd} = 506,65 \text{ kN}$

$$F_{1Rd} = 4 * M_{pl1Rd} / m$$

Modo 2 (ruptura dos paraf. c/ esc. da mesa):  $F_{2Rd} = 341,84 \text{ kN}$

$$F_{2Rd} = (2M_{pl2Rd} + n \Sigma B_{tRd}) / (m)$$

Modo 3 (ruptura dos parafusos):  $F_{3Rd} = 441,00 \text{ kN}$

$$F_{3Rd} = \Sigma B_{tRd}$$

Resistência:  $F_{tepRd(2)} = 341,84 \text{ kN}$

Modo de ruptura no T-stub equivalente

Resistência plástica de dimensionamento do T-stub

Para escoamento completo da mesa

$$M_{pl1Rd} = 0,25 \Sigma leff,1 t f^2 f_y / \text{Gama } M_0: \quad M_{pl1Rd} = 7052,99 \text{ N.m}$$

Para ruptura dos paraf. C/ escoamento da mesa

$$M_{pl2Rd} = 0,25 \Sigma leff,2 t f^2 f_y / \text{Gama } M_0: \quad M_{pl2Rd} = 7052,99 \text{ N.m}$$

Modo 1 (escoamento completo da mesa):  $F_{1Rd} = 786,97 \text{ kN}$

$$F_{1Rd} = 4 * M_{pl1Rd} / m$$

Modo 2 (ruptura dos paraf. c/ esc. da mesa):  $F_{2Rd} = 415,89 \text{ kN}$

$$F_{2Rd} = (2M_{pl2Rd} + n \Sigma B_{tRd}) / (m)$$

Modo 3 (ruptura dos parafusos):  $F_{3Rd} = 441,00 \text{ kN}$

$$F_{3Rd} = \Sigma B_{tRd}$$

Resistência:  $F_{tepRd(2)} = 339,17 \text{ kN}$

## Rigidez

### a) Comprimento efetivo do T-stub equivalente

#### Linhas de parafusos tomadas individualmente ou como parte de um grupo

Linha de parafusos número 1 ("End bolt row"):

$$l_{eff} = 80.00 \text{ mm}$$

Linha de parafusos número 2:

$$l_{eff} = 156.00 \text{ mm}$$

$$(2) \quad 2P_i m = 225.25 \text{ mm}$$

$$\alpha m = 218.50 \text{ mm}$$

$$(2-3) \quad 2(P_i m + p) + 2p = 849.25 \text{ mm} \quad c/p = 156.00 \text{ mm}$$

$$p + \alpha m = 374.50$$

Linha de parafusos número 3

$$l_{eff} = 183.40 \text{ mm}$$

("End bolt row"):

$$2P_i m = 225.25 \text{ mm}$$

$$4 m + 1,25 e = 183.40 \text{ mm}$$

( $l_{eff}$  é o menor comprimento efetivo para parafusos tomados individualmente ou em grupo)

### a) Coeficiente de Rigidez

$$\text{Linha de parafusos número 1:} \quad k_5(1) = 20.11 \text{ mm}$$

$$\text{Linha de parafusos número 2:} \quad k_5(2) = 10.29 \text{ mm}$$

$$\text{Linha de parafusos número 3:} \quad k_5(3) = 12.09 \text{ mm}$$

$$(k_5 = 0,85 \cdot l_{eff} \cdot t_p^3 / m^3)$$

## Parafusos à tração

$$\text{Comprimento do parafuso:} \quad L_b = 50.50 \text{ mm}$$

$$\text{Resistência.:} \quad B_t R_d = 220.50 \text{ kN}$$

$$\text{Coeficiente de rigidez:} \quad k_{10} = 7.76 \text{ mm}$$

$$(k_{10} = 1,6 \cdot A_s / L_b)$$

## Mesa da viga à compressão

$$\text{Resist. à flexão da seção transv. da viga:} \quad M_{cRd} = 124.82 \text{ kN.m}$$

$$(M_{cRd} = W_{pl} \cdot f_y / \gamma_{M_0})$$

$$\text{Resistência:} \quad F_{cfbRd} = 542.21 \text{ kN}$$

$$F_{cfbRd} = M_{cRd} / (h - t_{fb})$$

## Alma da viga à tração

Largura efetiva igual a da placa de extremidade

Linha de parafusos n.º 2	
$F_{twbRd(i)} = b_{eff} \cdot t_{wb} \cdot t_{wb} \cdot f_{ywb} / \text{Gama } M_0 =$	492.30 kN
Linha de parafusos n.º 2-3	764.69 kN

## Associação das componentes (molas) em série e em paralelo

### Resistência

#### Linha de parafusos número 1

Alma da coluna ao corte (1):	642,5 kN
Alma da coluna à compressão (2):	680,1 kN
Mesa da coluna à flexão (4):	408,3 kN
Tração da alma da coluna (3):	533,2 kN
Flexão da placa de extremidade (5):	289,8 kN
Parafusos à tração (10):	441,0 kN
Mesa da viga à compressão (7):	542,2 kN
	$F_{rd(1)}:$ 289.8 kN

#### Linha de parafusos número 2

##### a) parafusos tomados individualmente

Alma da coluna ao corte (1):	352,7 kN
Alma da coluna à compressão (2):	390,4 kN
Mesa da coluna à flexão (4):	408,3 kN
Tração da alma da coluna (3):	533,2 kN
Flexão da placa de extremidade (5):	341,8 kN
Parafusos à tração (10):	441,0 kN
Mesa da viga à compressão (7):	252,4 kN
Alma da viga à tração (8):	492,3 kN

##### b) parafusos tomados como grupo

Mesa da coluna à flexão (1,3):	713.8 kN
Tração da alma da coluna (1,3):	735.1 kN
	$F_{rd(2)}:$ 252.4 kN

### Sumário

$F_{rd(1)}:$	289.8 kN
$F_{rd(2)}:$	252.4 kN

Frd(3): 0.00 kN

Braço de alavanca 1 - z1: 267.10 mm

Braço de alavanca 2 - z2: 193.10 mm

Braço de alavanca 3 - z3: 37.10 mm

Resistência à flexão: MRd = 126.14 kN.m

(MRd = Frd(1)\*z1+Frd(2)\*z2)

Resistência à flexão elástica: Me = 84.10 kN.m

(Me = (2/3)\*MRd)

## Rigidez Inicial

### Determinação do coeficiente de rigidez equivalente

40.89

Alma do pilar ao corte.....(k1): 5.68 mm

Alma do pilar à compressão.....(k2): 10.13 mm

Alma do pilar à tração.....(k3,1): 5.74 mm

(k3,2): 4.91 mm

(k3,3): 7.03 mm

Banzo do pilar em flexão.....(k4,1): 33.04 mm

(k4,2): 28.27 mm

(k4,3): 40.47 mm

Placa de extremidade à flexão...(k5,1): 20.11 mm

(k5,2): 10.29 mm

(k5,3): 12.09 mm

Parafusos à tração.....(k10): 7.76 mm

Rigidez efetiva - linha de parafusos 1: 2.61 mm

Rigidez efetiva - linha de parafusos 2: 2.15 mm

Rigidez efetiva - linha de parafusos 3: 2.64 mm

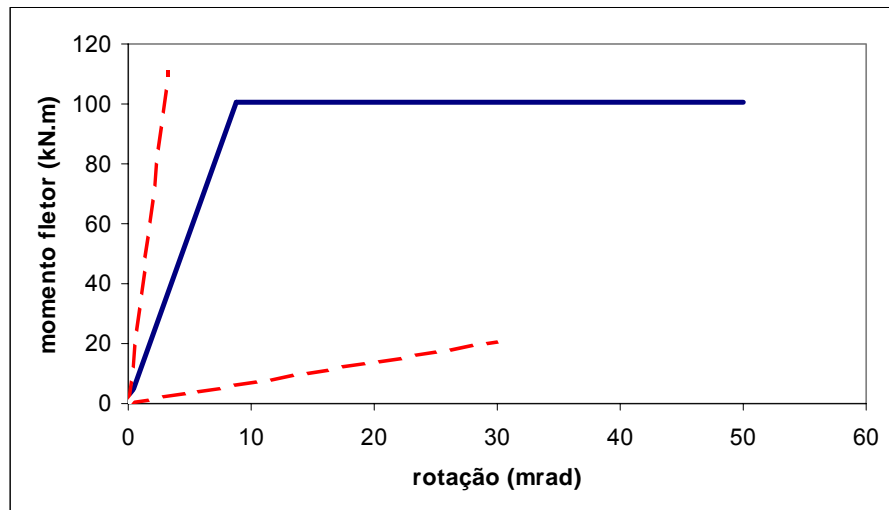
zeqq.....: 223.09 mm

keq (duas linhas em tração).....: 5.42 mm

Sj,ini.....: 22739.4 kN.m/rad

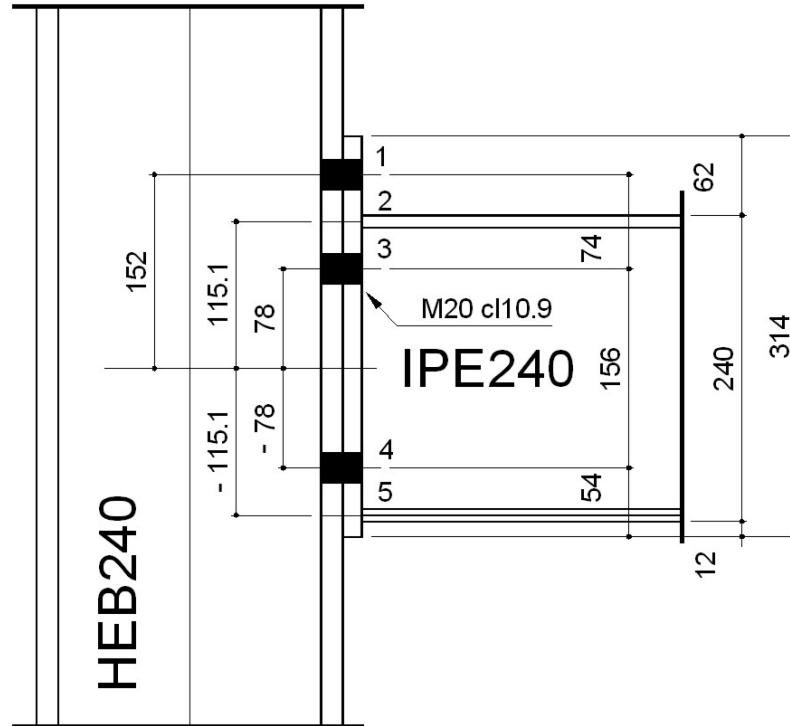
11369.7 kN.m/rad

## Curva Momento Versus Rotação



## Anexo B - Exemplo do Modelo Proposto por Cerfontaine [2]

### Propriedades Mecânicas e Geométricas da Ligação



- Módulo de Elasticidade  $\rightarrow E = 200000 \text{ MPa}$
- Módulo de Cisalhamento  $\rightarrow G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 80770 \text{ MPa}$
- Coeficiente de Poisson  $\rightarrow \nu = 0.30$
- $n = 3$  (linhas de parafusos) + 2 (linhas em compressão) = 5

### Resistência Individual das Componentes

#### Alma da coluna ao corte

- $V_{wp,Rd} = 642,52 \text{ kN}$
- $A_v = 3324 \text{ mm}^2$
- $K_{v-\gamma} = 268477 \text{ kN/rad}$
- $\gamma^{el} = 0,00160 \text{ rad}$
- $\gamma^{Rd} = 4,5 \cdot \gamma^{el} = 0,00718 \text{ rad}$

#### Demais componentes



	<b>1,1</b>	<b>2,2</b>	<b>3,3</b>	<b>4,4</b>	<b>5,5</b>	<b>1,3</b>	<b>1,4</b>	<b>3,4</b>
<b>BWT</b>			493	493				765
<b>EPB</b>	290		341	341				341
<b>CFB</b>	408		408	408		714	749	784
<b>CWT</b>	533		533	533		735		834
<b>BFC</b>		542			542			
<b>CWC</b>		680			680			
<b>BT</b>	441		441	441				

i	h <sub>i</sub> (mm)	F <sub>(i,i)</sub> <sup>Rd</sup>	F <sub>(i-1,i)</sub> <sup>Rd</sup>	F <sub>(i-2,i)</sub> <sup>Rd</sup>	F <sub>(i-3,i)</sub> <sup>Rd</sup>
<b>1</b>	152,000	290			
<b>2 = sup</b>	115,100	542			
<b>3</b>	78,000	341		714	
<b>4</b>	-78,000	341	765		749
<b>5 = inf</b>	-115,100	542			

### Cálculo de F<sub>i</sub><sup>Rd+</sup> e F<sub>i</sub><sup>Rd-</sup>

$$F_1^{Rd+} = F_{11}^{Rd} = \mathbf{290 \text{ kN}}$$

$$F_2^{Rd+} = F_{22}^{Rd} = \mathbf{542,21 \text{ kN}}$$

$$F_3^{Rd+} = \text{minimum} \left| \begin{array}{l} F_{33}^{Rd} \\ = \\ F_{13}^{Rd} - F_1^{Rd+} \\ = \end{array} \right. \begin{array}{l} \\ \mathbf{341 \text{ kN}} \\ 713,79 - 289,77 \\ = \end{array} \mathbf{424,02 \text{ kN}}$$

$$F_4^{Rd+} = \text{minimum} \left| \begin{array}{l} F_{44}^{Rd} \\ = \\ F_{14}^{Rd} - F_1^{Rd+} - F_3^{Rd+} \\ = \\ F_{34}^{Rd} - F_3^{Rd+} \\ = \end{array} \right. \begin{array}{l} \\ \mathbf{341 \text{ kN}} \\ 749 - 289,77 - 341 \\ = \\ 765 - 341 \\ = \end{array} \mathbf{118,23 \text{ kN}}$$

$$F_5^{Rd+} = \text{minimum} \left| \begin{array}{l} F_{55}^{Rd} \\ = \end{array} \right. \mathbf{542 \text{ kN}}$$

$$F_5^{Rd-} = \left| \begin{array}{l} F_{55}^{Rd} \\ = \end{array} \right. \mathbf{542 \text{ kN}}$$

$$F_4^{Rd-} = \left| \begin{array}{l} F_{44}^{Rd} \\ = \end{array} \right. \mathbf{341 \text{ kN}}$$

$$F_3^{Rd-} = \text{minimum} \quad \left| \begin{array}{l} F_{33}^{Rd} = \quad \quad \quad \mathbf{341 \text{ kN}} \\ F_{34}^{Rd} - F_4^{Rd-} = \\ \quad \quad \quad 765 \quad - \quad \quad \quad 341 \quad = \quad \quad \quad \mathbf{424 \text{ kN}} \end{array} \right.$$

$$F_2^{Rd-} = F_{22}^{Rd} = \quad \quad \quad \mathbf{542 \text{ kN}}$$

$$F_1^{Rd-} = F_{11}^{Rd} = \quad \quad \quad \mathbf{290 \text{ kN}}$$

i	h (mm)	$F_i^{Rd+}$ (kN)	$F_i^{Rd-}$ (kN)
1	152,000	290	289,77
2	115,100	542,21	542,21
3	78,000	341	341
4	-78,000	341	341
5	-115,100	542,21	542

### Obtenção do diagrama de interação

- $(2n + 1) = (2 \cdot 5) + 1 = 11$  pontos

$$N_{\min}^+ = F_{\text{sup}}^{Rd} + F_{\text{inf}}^{Rd} = -1084,42$$

$$N_{\min}^+ = -542,21 - 542,21 =$$

$$\mathbf{N_{\min}^+ = -1084,42 \text{ kN}}$$

$$M_{N\min}^+ = h_{\text{sup}} * F_{\text{sup}}^{Rd} + h_{\text{inf}} * F_{\text{inf}}^{Rd} =$$

$$M_{N\min}^+ = 0,11510 * 542,21 + -0,11510 * 542,21 =$$

$$\mathbf{M_{N\min}^+ = 0,00 \text{ kN}}$$

$$N_1^+ = N_{\min}^+ + F_1^{Rd+} = -1084,42 + 289,77 =$$

$$\mathbf{N_1^+ = -794,65 \text{ kN}}$$

$$N_2^+ = N_1^+ + F_2^{Rd+} = -794,65 + 542,21 =$$

$$\mathbf{N_2^+ = -252,44 \text{ kN}}$$

$$N_3^+ = N_2^+ + F_3^{Rd+} = -252,44 + 341 =$$

$$\mathbf{N_3^+ = 88,56 \text{ kN}}$$

$$N_4^+ = N_3^+ + F_4^{Rd+} = 86,77 + 341 =$$

$$\mathbf{N_4^+ = 429,56 \text{ kN}}$$

$$N_5^+ = N_4^+ + F_5^{Rd+} = 429,56 + 542,21 =$$

$$\mathbf{N_5^+ = 971,77 \text{ kN}}$$

$$M_1^+ = M_{N\min}^+ + h_1 * F_1^{Rd+}$$

$$= 0,00 + 0,152 * 289,77 =$$

$$M_1^+ = 44,05 \text{ kN.m}$$

$$M_2^+ = M_1^+ + h_2 * F_2^{Rd+} = 44,05 + 0,1151 * 542,21 =$$

$$M_2^+ = 106,45 \text{ kN.m}$$

$$M_3^+ = M_2^+ + h_3 * F_3^{Rd+} = 106,46 + 0,078 * 341 =$$

$$M_3^+ = 133,05 \text{ kN.m}$$

$$M_4^+ = M_3^+ + h_4 * F_4^{Rd+} = 133,05 + -0,078 * 341 =$$

$$M_4^+ = 106,45 \text{ kN.m}$$

$$M_5^+ = M_4^+ + h_5 * F_5^{Rd+} = 106,45 + -0,1151 * 542,21 =$$

$$M_5^+ = 44,05 \text{ kN.m}$$

$$N_{\min}^- = F_{\text{sup}}^{Rd} + F_{\text{inf}}^{Rd} = -1084$$

$$N_{\min}^- = -542,21 - 542 =$$

$$N_{\min}^- = -1084,42 \text{ kN}$$

$$M_{N \min}^- = h_{\text{sup}} * F_{\text{sup}}^{Rd} + h_{\text{inf}} * F_{\text{inf}}^{Rd} =$$

$$M_{N \min}^- = 0,11510 * 542,21 + -0,11510 * 542,21 =$$

$$M_{N \min}^- = 0,00 \text{ kN}$$

$$N_5^- = N_{\min}^- + F_7^{Rd-} = -1084,42 + 542,21 =$$

$$N_5^- = -542,21 \text{ kN}$$

$$N_4^- = N_7^- + F_6^{Rd-} = -542,21 + 341 =$$

$$N_4^- = -201,21 \text{ kN}$$

$$N_3^- = N_6^- + F_5^{Rd-} = -203,00 + 341 =$$

$$N_3^- = 139,79 \text{ kN}$$

$$N_2^- = N_5^- + F_4^{Rd-} = 139,79 + 542,21 =$$

$$N_2^- = 682,00 \text{ kN}$$

$$N_1^- = N_4^- + F_3^{Rd-} = 678,42 + 289,77 =$$

$$N_1^- = 971,77 \text{ kN}$$

$$M_5^- = M_6^- + h_5 * F_5^{Rd-} = 0,00 + -0,1151 * 542,21 =$$

$$M_5^- = -62,41 \text{ kN.m}$$

$$M_4^- = M_5^- + h_4 * F_4^{Rd-} = -62,41 + -0,078 * 341 =$$

$$M_4^- = -89,01 \text{ kN.m}$$

$$M_3^- = M_4^- + h_3 * F_3^{Rd-} = -89,01 + 0,078 * 341 =$$

$$M_3^- = -62,41 \text{ kN.m}$$

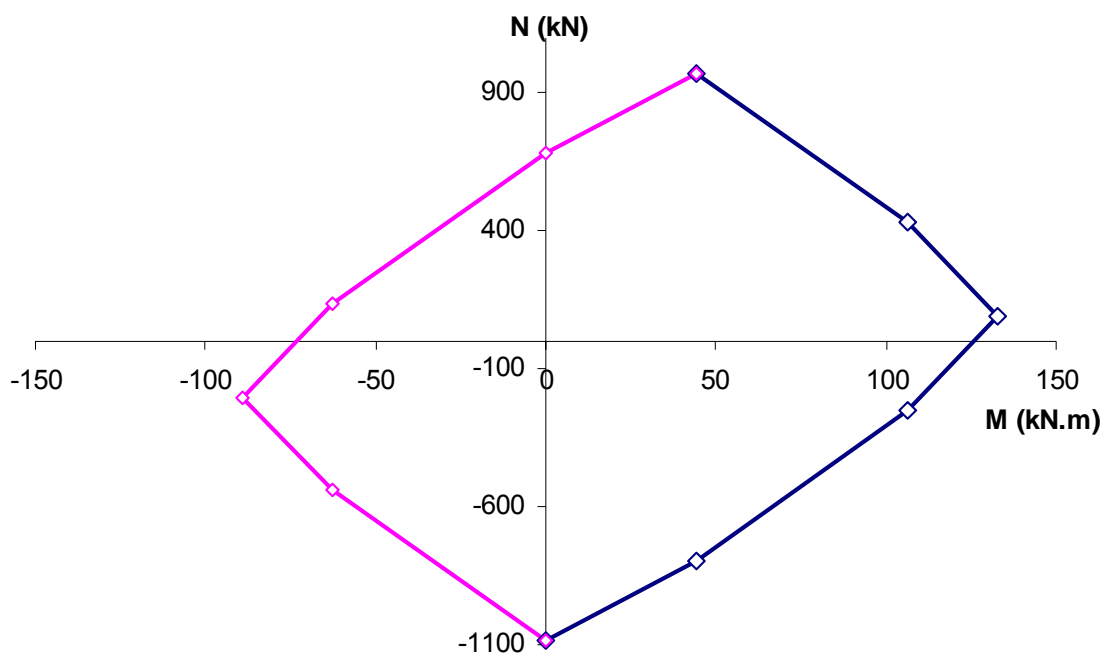
$$M_2^- = M_3^- + h_2 * F_2^{Rd} = -62,41 + 0,1151 * 542,21 =$$

$$M_2^- = 0,00 \text{ kN.m}$$

$$M_1^- = M_2^- + h_1 * F_1^{Rd} = 0,00 + 0,152 * 289,77 =$$

$$M_1^- = 44,05 \text{ kN.m}$$

i	M <sub>i</sub> <sup>+</sup> (kN.m)	N <sub>i</sub> <sup>+</sup> (kN.m)	i	M <sub>i</sub> <sup>-</sup> (kN.m)	N <sub>i</sub> <sup>-</sup> (kN.m)
0	0,0	-1084	0	0,0	-1084
1	49,3	-795	5	-62,4	-542
2	106,5	-252	4	-89,0	-201
3	133,1	89	3	-62,4	140
4	106,5	430	2	0,0	682
5	44,3	972	1	44,0	972



### Determinação de um ponto específico do diagrama

$$e_u = M_{m\acute{a}x} / N_{m\acute{a}x} = \frac{133,05 \text{ kN.m}}{972 \text{ kN}} = 0,137 \quad m = 137 \text{ mm}$$

$$M_{m\acute{a}x} = 133,05 \text{ kN.m}$$

$$N_{M\text{máx}} = 88,56 \text{ kN}$$

$$\alpha_{M\text{máx}} = \arctg [e_u / (M_{\text{máx}}/N_{\text{máx}})] = \arctg \left[ \frac{136,92}{\frac{133041,411}{88,56}} \right] = 5,21^\circ$$

$$N_{\text{máx}} = 968,19 \text{ kN}$$

$$M_{N\text{máx}} = 49 \text{ kN.m}$$

$$\alpha_{M\text{máx}} = \arctg [e_u / (M_{\text{máx}}/N_{\text{máx}})] = \arctg \left[ \frac{136,92}{\frac{44045}{971,77}} \right] = 71,68^\circ$$

### Utilizando o ensaio EE2 com excentricidade conhecida (e = 915,33 mm)

$$M = 125,4 \text{ kN.m}$$

$$N = 137 \text{ kN}$$

$$e = 915,33 \text{ mm}$$

$$\alpha_e = \arctg [e_u / e] = \arctg \left[ \frac{136,92}{915,32} \right] = 8,51^\circ$$

$$\alpha_{M\text{máx}} < \alpha_e < 45^\circ \quad \text{quadrant "k"}$$

$$\text{ponto conhecido "k" } [ 135,41 \mid 86,77 ] \quad \begin{array}{l} l = 3 \\ k = 4 \end{array}$$

$$e_k = \frac{570,24 * E10}{23} = 1560,60 \text{ mm}$$

$$\Delta F_k = -N_k * [(e_k - e) / (h_k - e)] = -86,77 * \frac{1560,6 - 915,32}{-70 - 915,32}$$

$$\Delta F_k = 52,34 \text{ kN} < F_k^{Rd} = 341 \text{ kN}$$

$$k = 5$$

$$e_k = \frac{133,05 * E3 + (-78) * 341}{88,56 + 341} = 247,8 \text{ mm}$$

$$N_k = 88,56 + 341 = 429,56 \text{ kN}$$

$$\Delta F_k = -N_k * [(e_k - e) / (h_k - e)] = -429,56 * \frac{247,8 - 915,32}{-115,1 - 915,32}$$

$$\Delta F_k = -278,27 \text{ kN} < F_k^{Rd} = 542 \text{ kN}$$

Então, o ponto procurado é:

$$N_e = 88,56 + 52,34 = 141 \text{ kN}$$

$$M_e = 106,45 \text{ E3} + (-78) * -278,27 = 128 \text{ kN.m}$$

$N_e =$	<b>141</b>	<b>kN</b>
$M_e =$	<b>128</b>	<b>kN.m</b>

### Comportamento elástico da ligação

Componente	Limite Elástico	Componente	Limite Elástico
<b>BWT</b>	$F^{Rd}$	<b>CWT</b>	$2/3 F^{Rd}$
<b>EPB</b>	$2/3 F^{Rd}$ ou $F^{Rd}$	<b>BFC</b>	$F^{Rd}$
<b>BT</b>	$2/3 F^{Rd}$ ou $F^{Rd}$	<b>CWC</b>	$2/3 F^{Rd}$
<b>CFB</b>	$2/3 F^{Rd}$ ou $F^{Rd}$	<b>S</b>	$2/3 F^{Rd}$

	BWT	EPB	BT	CFB	CWT	BFC	CWC	$F_{i,i}^{Rd}$
$F_1^{el\alpha}$		193	294	272	355			290
$k_1^\alpha$		<b>20,11</b>	<b>7,76</b>	<b>33,04</b>	<b>5,74</b>			
$F_2^{el\alpha}$						542	453	542
$k_2^\alpha$							<b>-10,13</b>	
$F_3^{el\alpha}$	493	227	294	272	355			341
$k_3^\alpha$		<b>10,29</b>	<b>7,76</b>	<b>28,27</b>	<b>4,91</b>			
$F_4^{el\alpha}$	493	227	294	272	355			341
$k_4^\alpha$		<b>12,09</b>	<b>7,76</b>	<b>40,47</b>	<b>7,03</b>			
$F_5^{el\alpha}$						542	453	542
$k_5^\alpha$							<b>-10,13</b>	

$$K_{1,ini} = \frac{210}{\frac{1}{20,11} + \frac{1}{7,76} + \frac{1}{33,04} + \frac{1}{5,74}} = 548,196 \text{ kN/mm}$$

$$K_{2,ini} = 210 * (-10,13) = -2127 \text{ kN/mm}$$

$$K_{3,ini} = \frac{210}{\frac{1}{10,29} + \frac{1}{7,76} + \frac{1}{28,27} + \frac{1}{4,91}} = 451,529 \text{ kN/mm}$$

$$K_{4,ini} = \frac{210}{\frac{1}{12,09} + \frac{1}{7,76} + \frac{1}{40,47} + \frac{1}{7,03}} = 554,769 \text{ kN/mm}$$

$$K_{5,ini} = 210 * (-10,13) = -2127 \text{ kN/mm}$$

$$\Delta_1^{Rd} = \left| \frac{290}{20,11 \frac{193,18}{289,77}^{2,7}} + \frac{290}{7,76 \frac{294,00}{290}^{2,7}} + \frac{290}{33,04 \frac{272,21}{290}^{2,7}} + \frac{290}{5,74} \right| =$$

$$\Delta_1^{Rd} = 0,666 \text{ mm}$$

$$\Delta_2^{Rd} = \left| \frac{542}{-10,13 \frac{453,33}{542,21}^{2,7}} \right| \frac{1}{E} = -0,413 \text{ mm}$$

$$\Delta_3^{Rd} = \left| \frac{341}{10,29 \frac{227,33}{341}^{2,7}} + \frac{341}{7,76 \frac{294,00}{341}^{2,7}} + \frac{341}{28,27 \frac{272,21}{341}^{2,7}} + \frac{341}{4,91} \right| =$$

$$\Delta_3^{Rd} = 1,220 \text{ mm}$$

$$\Delta_4^{Rd} = \left| \frac{341}{12,09 \frac{227,33}{341}^{2,7}} + \frac{341}{7,76 \frac{294,00}{341}^{2,7}} + \frac{341}{40,47 \frac{272,21}{341}^{2,7}} + \frac{341}{7,03} \right| =$$

$$\Delta_4^{Rd} = 1,018 \text{ mm}$$

$$\Delta_5^{Rd} = \Delta_2^{Rd} = -0,413 \text{ mm}$$

$$\theta_1 = \ln \left[ \frac{289,77}{548,20 * 0,666} \right] / \ln \left( \frac{193}{290} \right) =$$

$$\theta_1 = 0,569$$

$$\theta_2 = \ln \left[ \frac{542,21}{-2127,30 * -0,413} \right] / \ln \left( \frac{453}{542} \right) =$$

$$\theta_2 = 2,700$$

$$\theta_3 = \ln \left[ \frac{341}{451,53 * 1,220} \right] / \ln \left( \frac{226}{341} \right) =$$

$$\theta_3 = 1,076$$

$$\theta_4 = \ln \left[ \frac{341}{554,77 * 1,018} \right] / \ln \left( \frac{227}{341} \right) =$$

$$\theta_4 = 1,245$$

$$\theta_5 = \ln \left[ \frac{542,21}{(-2127,30 * -0,413)} \right] / \ln \left( \frac{453}{542} \right) =$$

$$\theta_5 = 2,700$$

i	$F_i^{el}$	$K_{i,ini}$	$\Delta_i^{el}$	$F_{i,i}^{Rd}$	$\Delta_i^{Rd}$	$\theta_i$
1	193	548,20	0,352	290	0,666	0,569
2	453	-2127,30	-0,216	542	-0,413	2,700
3	227	451,53	0,503	341	1,220	1,170
4	227	554,77	0,410	341	1,018	1,245
5	453	-2127,30	-0,213	542	-0,413	2,700
	<b>kN</b>	<b>kN/mm</b>	<b>mm</b>	<b>kN</b>	<b>mm</b>	

$\Delta_i^{Rd+}$ (kN)	$\Delta_i^{Rd-}$ (kN)
0,666	0,666
-0,413	-0,413
1,220	1,220
1,018	1,018
-0,4136	-0,413

### Cálculo da rigidez inicial para o ponto em estudo (e = 915,32 mm)

O ponto considerado está na região de momento positivo e  $h_0^{el} = 0$ . Então, as linhas 1, 3 e 4 estão em tração ( $h_i > 0$ ) e a linha 7 está em compressão ( $h_7 < 0 = h_0^{el}$ ).

#### Hipótese 1: $h_0^{el} = 0$

$$\Sigma K_{i,ini} = 548,20 + 451,53 + 2127,30 =$$

$(K_{1,ini})$ 
 $(K_{3,ini})$ 
 $(K_{5,ini})$

$$\Sigma K_{i,ini} = 3127 \text{ kN/mm}$$

$$\Sigma K_{i,ini} * h_i = 548,20 * 152,00 + 451,53 * 78,00 + 2127,30 * -115,10 = -126307 \text{ kN}$$

$$\Sigma K_{i,ini} * h_i^2 = 548,20 * 152,00^2 +$$



$$\begin{array}{rclclcl} 451,53 & * & 78,00 & \wedge^2 & + & \\ 2127,30 & * & -115,10 & \wedge^2 & = & 4.35+08 \text{ kN.mm} \end{array}$$

$$e^{el} = \frac{43595105}{-126307,3} = -345.15 \text{ mm}$$

**Hipótese 2:  $h_0^{el} = h_4 = -78.00 \text{ mm}$**

$$\Sigma K_{i,ini} = \begin{array}{c} 3127,02 \\ (K_{i,ini}) \end{array} + \begin{array}{c} 554,77 \\ (K_{4,ini}) \end{array} = 3681.8 \text{ kN/mm}$$

$$\Sigma K_{i,ini} * h_i = -126307,3 + 554,77 * -78,00 =$$

$$\Sigma K_{i,ini} * h_i = -169579 \text{ kN}$$

$$\Sigma K_{i,ini} * h_i^2 = 4,36E+07 + 554,77 * -78,00 \wedge^2 =$$

$$\Sigma K_{i,ini} * h_i^2 = 4,360E+07 \text{ kN}$$

$$e^{el} = \frac{46970318}{-169579,1} - \frac{-169579 * -78,00}{3681,8 * -78,00} = 286,93 \text{ mm}$$

Finalmente,

$$h_0^{el} = \frac{4,36E+07 - 126307 * 915,3284672}{-126307 - 3127,0 * 915,3284672} = -53.3 \text{ mm}$$

$$K_N^{el} = \frac{3127,0 * -53,27 - 126307,2532}{-53.27} = 756 \text{ kN/mm}$$

$$K_M^{el} = 43595105 - 126307 * -53,27 = 36866419,9 \text{ kN.mm}$$

### Cálculo dos esforços elásticos na ligação

j	$F_j^{el}$	$h_j$	$K_{j,ini}$
1	193,18	152,0	548,2
3	227,33	78,0	451,5
4	227,33	-78,0	554,8
5	-460,45	-115,1	2127,3

$$M^{el} = \text{mínimo} \left[ \frac{36866420 * 193}{(152,0 - -53,27) * 548,2} \right] = 63.3 \text{ kN.m}$$

$$M^{el} = \text{mínimo} \left[ \frac{36866420 * 227}{(78,0 - -53,27) * 451,5} \right] = 141.4 \text{ kN.m}$$

$$M^{el} = \text{mínimo} \left[ \frac{36866420 * -460}{(-115,1 - -53,27) * 2127,3} \right] = 127.1 \text{ kN.m}$$

$$M^{el} = \mathbf{63.3 \text{ kN.m}}$$

Após a obtenção deste momento, o esforço provocado pelo mesmo em cada linha de parafusos pode ser determinado.

$$F_1^{el} = \frac{63,3}{36866420} * [152,00 - -53,27] * 548,2 = 193,2 \text{ kN}$$

$$F_3^{el} = \frac{63,3}{36866420} * [78,00 - -53,27] * 451,5 = 101,8 \text{ kN}$$

$$F_5^{el} = \frac{63,3}{36866420} * [-115,10 - -53,27] * 2127,3 = -225,8 \text{ kN}$$

Linha	$M^{el} = 80.2 \text{ kN.m}$	$M^{Rd} = 496.8 \text{ kN.m}$		
1	193,2	289,77		
2	0,0	0,00		
3	101,8	341		
4	0,0	341		
5	-224,8	542,21		

(k = 4) ->  $\Delta F_k$

### Deslocamentos na ruína dúctil

A quinta linha é a linha "k" que caracteriza a distribuição dos esforços na ruptura do ponto considerado cujo deslocamento pode ser então, obtido:

$$\Delta_k = \frac{F_k}{K_k} = \frac{341,00}{554,77} = 0.615 \text{ mm}$$

**Cálculo de  $\varphi_{i,k}$  ( $\Delta_1 = \Delta_1^{Rd+}$ )**

$$\varphi_{1,4} = \frac{\Delta_1 - \Delta_4}{h_1 - h_4} = \frac{0,666 - 0,615}{152,00 - -78,00} = 0,000223 \text{ rad}$$

$$\varphi_{3,4} = \frac{\Delta_3 - \Delta_4}{h_3 - h_4} = \frac{1,220 - 0,615}{78,00 - -78,00} = 0,003881 \text{ rad}$$

$$\varphi_{5,4} = \frac{\Delta_5 - \Delta_4}{h_5 - h_4} = \frac{-0,413 - 0,615}{-115,10 - -78,00} = 0,027708 \text{ rad}$$

**Cálculo de  $\Delta_{i,k}$** 

$$\Delta_{1,4} = \Delta_4 - h_4 \cdot \varphi_{1,4} = 0,615 - -115,10 * 0,00022 = 0,6403 \text{ mm}$$

$$\Delta_{3,4} = \Delta_4 - h_4 \cdot \varphi_{3,4} = 0,615 - -115,10 * 0,00388 = 1,0614 \text{ mm}$$

$$\Delta_{5,4} = \Delta_4 - h_4 \cdot \varphi_{5,4} = 0,615 - -115,10 * 0,02771 = 3,8039 \text{ mm}$$

**Cálculo de  $\Delta_i$  ( $\Delta_i = \Delta + h_i \cdot \varphi$ )**

$$\Delta_1 = \Delta + h_1 \cdot \varphi = 3,804 + 152,00 * 0,02771 = 8,015 \text{ mm}$$

$$\Delta_2 = \Delta + h_2 \cdot \varphi = 3,804 + 115,10 * 0,02771 = 6,993 \text{ mm}$$

$$\Delta_3 = \Delta + h_3 \cdot \varphi = 3,804 + 78,00 * 0,02771 = 5,965 \text{ mm}$$

$$\Delta_4 = \Delta + h_4 \cdot \varphi = 3,804 + -78,00 * 0,02771 = 1,643 \text{ mm}$$

$$\Delta_5 = \Delta + h_5 \cdot \varphi = 3,804 + -115,10 * 0,02771 = 0,615 \text{ mm}$$

	$h_i$ (mm)	$F_i$ (kN)	$\varphi_{i,k}$ (kN)	$\Delta_{i,k}$ (mm)	$\Delta_i$ (mm)
1	152,000	290	0,000223	0,6403	8,015
2	115,100	0			6,993
3	78,000	341	0,003881	1,0614	5,965
4	-78,000	341	0,027708	3,8039	1,643
5	-115,100	-542			0,615

$$\frac{K_M^{el}}{K_M^{Rd}} = \frac{36866420}{\frac{128,16}{0,0277}} = \frac{36866,42}{4625,3} = 7.97$$

$M^{Rd}$ [kN.m]	128,16
$\phi^{Rd}$ [rad]	0,02771
$K_M^{el}$ [kN.m]	
$M^{el}$ [kN.m]	63,3
$N^{Rd}$ [kN]	140,90
$\Delta^{Rd}$ [mm]	3,804
$K_N^{el}$ [kN/mm]	
$N^{el}$ [kN]	69,1

### Cálculo das variáveis adicionais para a obtenção das curvas $M \times \phi$ e $N \times \Delta$

$$\varphi^{el} = \frac{M^{el}}{K_M^{el}} = \frac{-\Delta^{el}}{h_0^{el}} = \frac{63,3}{36866,42} = 0,00172 \text{ rad}$$

$$\Delta^{el} = \frac{N^{el}}{K_N^{el}} = \frac{69,1}{756,053} = 0,0915 \text{ mm}$$

$$\psi_M = \frac{\ln [M^{Rd}/(K_M^{el} \cdot \phi_{Rd})]}{\ln(\lambda_{el} / \lambda_{Rd})}$$

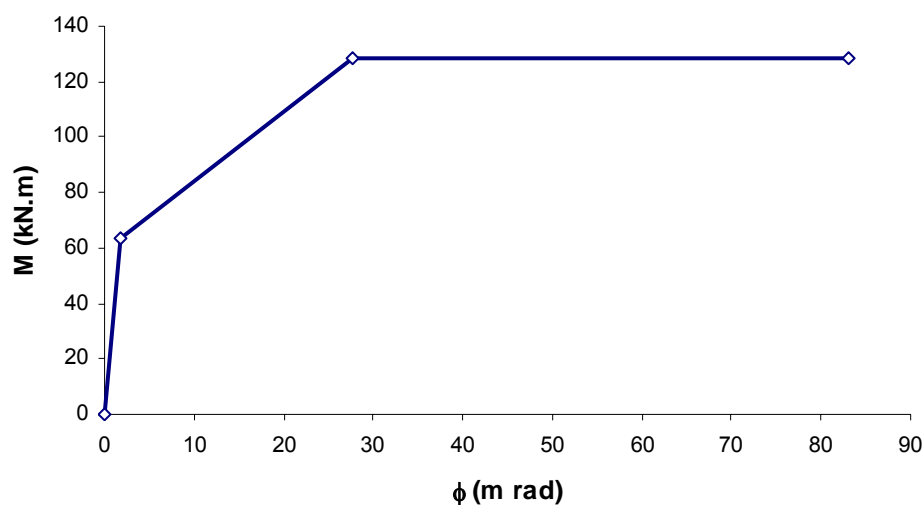
$$\psi_M = \frac{\ln [ 128.16 / (36866 * 0.028) ]}{\ln ( \frac{69.14}{140.90} )} =$$

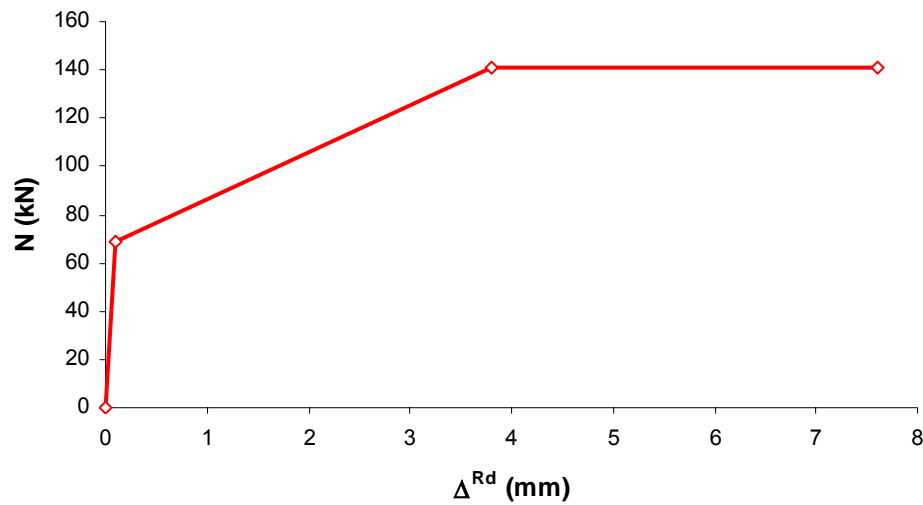
$$\psi_M = 2.92$$

$$\psi_N = \frac{\ln [N^{Rd}/(K_N^{el} \cdot \Delta_{Rd})]}{\ln(\lambda_{el} / \lambda_{Rd})}$$

$$\psi_N = \frac{\ln [ 140.90 / (756*3.804) ]}{\ln ( \frac{69.14}{140.90} )} =$$

$$\psi_N = 4.68$$





### Avaliação do painel de alma da coluna ao cisalhamento

#### Resistência do Painel de Alma ao cisalhamento

$$z^{el} = \left| \frac{63,3 \text{ E3} \begin{pmatrix} -225,8 \\ -225,8 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -115,100 \\ -115,100 \end{pmatrix} + 115,100}{69,1} \right| = 235,5 \text{ mm}$$

$$z^{Rd} = \left| \frac{290 * 152,000 + 341 * 78,000}{290 + 341} + \frac{341 * -78,000 - 542 * -115,100}{341 - 542} \right| = 217,63 \text{ mm}$$

$$\psi_z = \frac{\ln \left( \frac{3 * 241,57}{2 * 217,64} \right)}{\ln \left( \frac{2}{3} \right)} = \frac{0,509802}{-0,405465} = -1,2573$$

$$\begin{cases} \frac{e}{e+z^{el}/2} \cdot z^{el} \cdot V^{Rd} < M_{\phi}^{el} \Rightarrow M_{\gamma}^{Rd} = \frac{e}{e+z^{el}/2} \cdot z^{el} \cdot V^{Rd} & eq.1 \\ \frac{e}{e+z^{el}/2} \cdot z^{el} \cdot V^{Rd} > M_{\phi}^{el} \Rightarrow M_{\gamma}^{Rd} = \left( \frac{e}{e+z^{el}/2} \cdot z^{el} \cdot V^{Rd} \cdot \frac{1}{M_{\phi}^{el}} \right)^{-1/\psi_z} \cdot M_{\phi}^{el} & eq.2 \end{cases}$$

$$\frac{0,9153}{0,9153 + 0,120785} * 0,24157 * 428,34 =$$

$$91.41 \text{ kN} > M_{\phi}^{\text{el}}$$

$$M_{\gamma}^{\text{Rd}} = \frac{0,9153285}{0,9153 + 0,108818} \cdot 0,21764 \cdot 642,52 \cdot 1 \cdot \frac{-1}{-1,257} = 128$$

$$M_{\gamma}^{\text{Rd}} = 125.6 \text{ kN} < M_{\phi}^{\text{Rd}} = 128.16 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow z_{\gamma}^{\text{Rd}} = \frac{125,61}{\frac{85,4}{241,6} \cdot \frac{85,4}{125,62}} \cdot (-1,257) = 218.7 \text{ mm}$$

### Comportamento elástico do painel de alma

$$K_{M_{\gamma}}^{\text{el}} = \frac{0,91532 \cdot 0,24157 \cdot 80769 \cdot 3324}{0,91533 + 0,120785} =$$

$$K_{M_{\gamma}}^{\text{el}} = 57295,3 \text{ kN.m/rad}$$

$$K_{N_{\gamma}}^{\text{el}} = \frac{0,235501 \cdot 80769 \cdot 3324}{0,915328 + 1} \cdot 115,1 = 531.73 \text{ kN/m.rad}$$

$$= 0.53173 \text{ kN/mm.rad}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{e}{e + z^{\text{el}}/2} \cdot z^{\text{el}} \cdot V^{\text{Rd}} < M_{\phi}^{\text{el}} = \frac{2}{3} M_{\phi}^{\text{Rd}} \Rightarrow M_{\gamma}^{\text{el}} = \frac{e}{e + z^{\text{el}}/2} \cdot z^{\text{el}} \cdot V^{\text{el}} \quad \text{eq.1} \\ \frac{e}{e + z^{\text{el}}/2} \cdot z^{\text{el}} \cdot V^{\text{Rd}} > M_{\phi}^{\text{el}} = \frac{2}{3} M_{\phi}^{\text{Rd}} \Rightarrow M_{\gamma}^{\text{el}} = \left( \frac{e}{e + z^{\text{el}}(M_{\gamma}^{\text{el}})/2} \cdot z^{\text{el}} \cdot V^{\text{el}} \cdot \frac{1}{\frac{2}{3} M_{\phi}^{\text{Rd}}} \right)^{-1/\psi_z} \cdot \frac{2}{3} M_{\phi}^{\text{Rd}} \quad \text{eq.2} \end{array} \right.$$

$$\frac{e}{e + z^{\text{el}}/2} \cdot z^{\text{el}} \cdot V^{\text{Rd}} = 60.94 \text{ kN} > M_{\phi}^{\text{el}} \text{ ( a eq. 1 deve ser utilizada)}$$

$$(V^{\text{el}} = 2/3 V^{\text{Rd}})$$

$$M_{\gamma}^{\text{el}} = \frac{0,9153285}{0,9153285 + 0,1208} \cdot 0,24157 \cdot 285,6$$

$$M_{\gamma}^{\text{el}} = 60,94 \text{ kN.m} < M_{\phi}^{\text{el}} = 85,44$$

$$z = \frac{M}{\left(\frac{M}{\varphi}\right) \cdot \left(\frac{M}{z}\right)^{\psi_z}} \Rightarrow z_y^{Rd} = \frac{60,94}{\frac{63,3}{241,5694} * \frac{63,28882}{60,94}} - 1,257325 = 243,93\text{mm}$$

Neste caso, o comportamento elástico do painel de alma ao corte não controla o dimensionamento da ligação.

### Curva do painel de alma ao corte

$$K_{N_y}^{el} = \left(\frac{N}{\Delta}\right)_{\gamma}^{el} = \frac{1}{(e+d) \cdot d} \cdot z^{el} \cdot G \cdot A_w$$

$$K_{M_y}^{el} = \left(\frac{M}{\gamma}\right)_{\gamma}^{el} = \frac{e \cdot z^{el} \cdot G \cdot A_w}{(e+d)}$$

$$K_{M_y}^{el} = e \cdot d \cdot K_{N_y}^{el}$$

$$\gamma_{M_\varphi}^{el} = \frac{60,1}{57295} = 0,00105 \text{ rad}$$

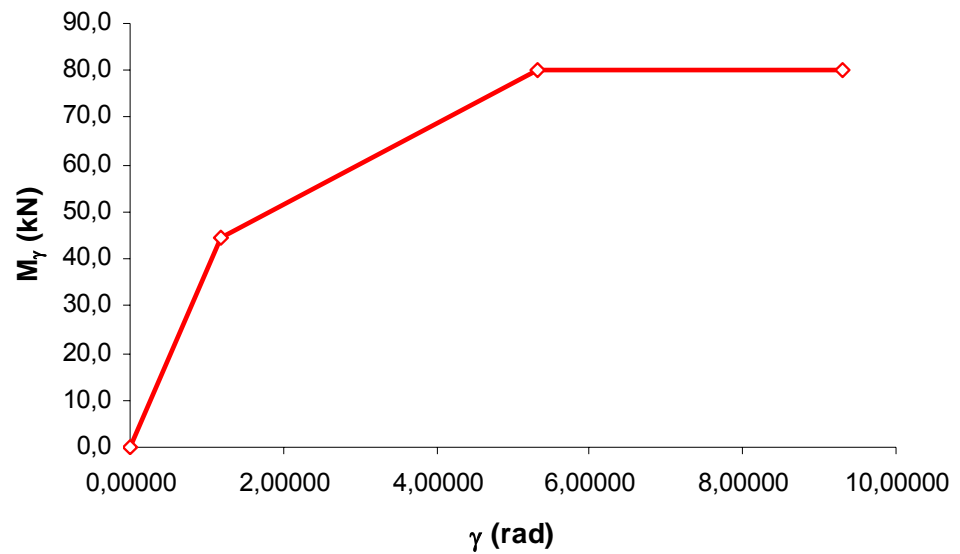
$$\gamma_{M_\gamma}^{el} = \frac{0,2188 \cdot \frac{60,10}{2,7E+08}}{1,036113} = 0,000001060 \text{ rad}$$

$$K_{M_{\gamma, z=z_y^{el}}}^{el} = \frac{60,94}{0,001595} = 38196,842 \text{ kN.m}$$

$$K_{N_{\gamma, z=z_y^{el}}}^{el} = \frac{38196,842}{115,1} = 0,33 \text{ kN/mm}$$

$$\psi_{M_\gamma}^{el} = \frac{\ln\left(\frac{125,62 * 1,00000}{60,10 * 4,50000}\right)}{\ln\left(\frac{60,10}{125,62}\right)} =$$

$$\psi_{M_y^{el}} = \frac{-0,76689}{-0,737187} = 1.04$$



### Curva final da ligação

$$K_{M_\phi}^{el} = \frac{1}{\frac{1}{36866} + \frac{1}{57295,3}} = 22432 \text{ kN.m/rad}$$

$$M_\phi^{el} = \text{mínimo} ( 85,44 \mid 83,75 ) = 83.75 \text{ kN.m}$$

$$\phi^{el} = \frac{83,75}{22432} = 0,00373 \text{ rad}$$

$$M_\phi^{Rd} = \text{mínimo} ( 128,16 \mid 125,62 ) = 125.62 \text{ kN.m}$$

$$\phi^{Rd} = \phi_{M_\phi^{Rd}} + \gamma M_\phi^{Rd} = \frac{125,62}{36866} + 0,00718 = 0,0172 \text{ rad}$$

$$\phi_{M_\phi^{Rd}} = \frac{83,75}{125,62}^{2.67}$$



$$\psi_{M_\phi} = \frac{\ln \left( \frac{125,62}{83,75} \right) * 0,0037333}{\ln \left( \frac{83,75}{125,62} \right) * 0,0172396} = 2,77$$

