



Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Centro de Tecnologia e Ciências
Faculdade de Engenharia

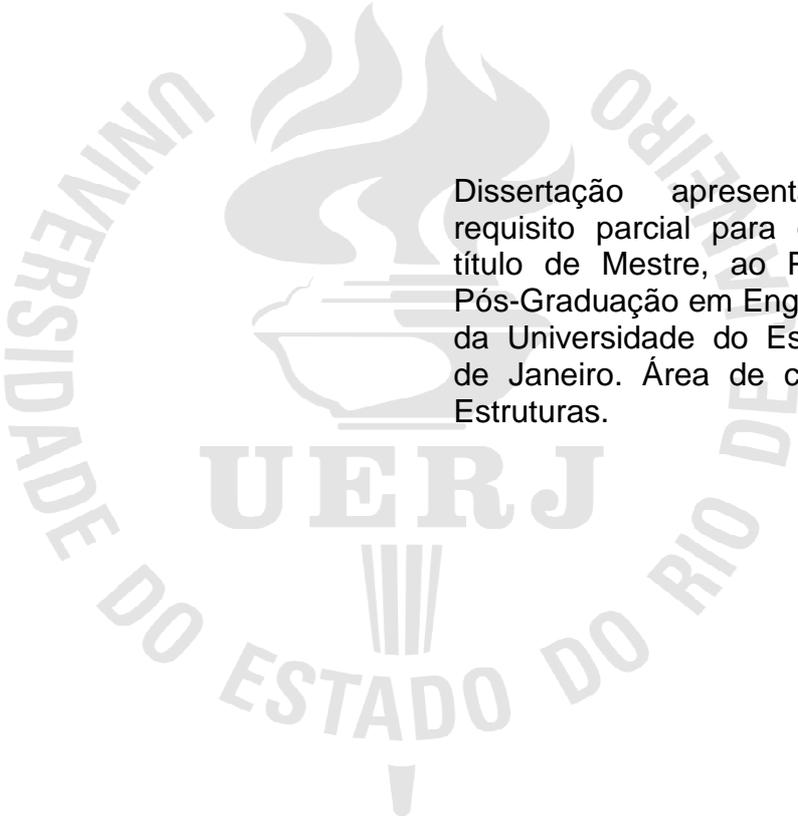
Deyvson Souza Rocha

**Estudo do comportamento estrutural dinâmico e avaliação de
conforto humano de pisos de concreto armado de edificações
submetidas a ações humanas rítmicas**

Rio de Janeiro
2017

Deyvson Souza Rocha

Estudo do comportamento estrutural dinâmico e avaliação de conforto humano de pisos de concreto armado de edificações submetidas a ações humanas rítmicas



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Estruturas.

Orientadores: Prof. Dr. José Guilherme Santos da Silva
Prof. Dr. Rodrigo Bird Burgos

Rio de Janeiro

2017

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC/B

R672 Rocha, Devyson Souza.

Estudo do comportamento estrutural dinâmico e avaliação de conforto humano de pisos de concreto armado de edificações submetidas a ações humanas rítmicas / Devyson Souza Rocha. – 2017.

119f.

Orientadores: José Guilherme Santos da Silva e Rodrigo Burd Burgos.

Dissertação (Mestrado) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia.

1. Engenharia Civil - Teses. 2. Pisos de concreto - Teses. 3. Concreto armado - Teses. 4. Conforto humano - Teses. I. Silva, José Guilherme Santos da. II. Burgos, Rodrigo Bird. III. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. VI. Título.

CDU 624.012.45

Bibliotecária: Júlia Vieira - CRB7/6022

Assinatura

Data

Deyvson Souza Rocha

Estudo do comportamento estrutural dinâmico e avaliação de conforto humano de pisos de concreto armado de edificações submetidas a ações humanas rítmicas

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Estruturas.

Aprovado em: 29 de setembro de 2017.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. José Guilherme Santos da Silva (Orientador)
Faculdade de Engenharia – UERJ

Prof. Dr. Rodrigo Bird Burgos (Orientador)
Faculdade de Engenharia – UERJ

Prof. Dr. Daniel Carlos Taissum Cardoso
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio)

Prof. Dr. Francisco José da Cunha Pires Soeiro
Faculdade de Engenharia – UERJ

Rio de Janeiro

2017

DEDICATÓRIA

A Deus, minha família e amigos.

AGRADECIMENTOS

A minha mãe Verônica, pelos estímulos, afeto e apoio incondicional em todos os momentos da minha vida.

Aos meus avós Dalva e Manoel, pela contribuição na minha formação como pessoa e por todo incentivo para vencer nessa minha caminhada.

Aos meus avós Antônia e Orlando, que infelizmente já deixaram este mundo, mas que tanto contribuíram para minha educação com todo o carinho e afeto.

Aos amigos de faculdade Fernanda, Keila, Karina e todos os outros, que compartilharam toda sua experiência, dificuldades, momentos felizes e tristes durante a graduação e o mestrado. Sem a nossa união não chegaríamos tão longe.

Aos meus orientadores, Professores José Guilherme e Rodrigo, pela confiança em minha capacidade, pelo incentivo, pelas horas dedicadas em minha formação desde a graduação, pela orientação e amizade.

Tanto sei estar humilhado como também ser honrado; de tudo e em todas as circunstâncias, já tenho experiência, tanto de fartura como de fome; assim de abundância como de escassez; tudo posso naquele que me fortalece.

Filipenses 4.13-14

RESUMO

ROCHA, Deyvson Souza. *Estudo do comportamento estrutural dinâmico e avaliação de conforto humano de pisos de concreto armado de edificações submetidas a ações humanas rítmicas*. 2017. 119f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

Este trabalho de pesquisa objetiva o estudo da resposta dinâmica de pisos de concreto armado, sob o ponto de vista do conforto humano. O modelo estrutural investigado consiste em um piso de concreto armado destinado a uma academia de ginástica e submetido a prática de atividade aeróbica. São empregadas técnicas usuais de discretização, via método dos elementos finitos (MEF), por meio do programa ANSYS. A modelagem teórica do carregamento dinâmico foi realizada de acordo com diversos autores e guias de projeto, sendo o carregamento disposto em variadas posições sobre a estrutura a fim de analisar o efeito da posição do carregamento na resposta dinâmica. Para a avaliação dos resultados, as acelerações foram obtidas de três formas: em valores de pico, em valor quadrático médio (RMS) e em valor de dose de vibração (VDV). Os valores das acelerações encontradas foram então comparados e confrontados com os limites propostos por recomendações normativas e por diversos autores. Os resultados obtidos mostraram que os limites recomendados foram ultrapassados em algumas situações, mostrando que as atividades humanas rítmicas podem ocasionar prejuízo ao conforto humano dos usuários, porém os limites de conforto podem ser atendidos se for alterado o posicionamento do carregamento na estrutura.

Palavras-chave: Pisos de concreto armado; Análise dinâmica; Vibração excessiva; Conforto humano.

ABSTRACT

ROCHA, Deyvson Souza. *Study of dynamic structural behavior and human comfort assessment of reinforced concrete floors of buildings subjected to human rhythmic actions*. 2017. 119f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

This research aims to study the dynamic response of reinforced concrete floors about aspects of human comfort. The structural model investigated consists of a reinforced concrete floor destined to a gymnasium and submitted to the practice of aerobic activity. The proposed analysis methodology adopted the usual mesh refinement techniques present in the finite element method (FEM) simulations implemented in the ANSYS program. The theoretical modeling of the dynamic loading was carried out according to several authors and design guides, being the loading arranged in several squares on a structure and with the purpose of analyze the effect of the position of the load in the dynamic response. For the evaluation of the results, the accelerations were obtained in three ways: in peak values, in root mean square value (RMS) and in vibration dose value (VDV). The values of the accelerations found were then compared and confronted with the limits proposed by normative recommendations and by several authors. The results showed that the recommended limits were exceeded in some situations, showing that human rhythmic activities can cause harm to the human comfort of the users, however, comfort limits can be acceptable if the positioning of the load in the structure is changed.

Keywords: Reinforced concrete floors; Dynamic analysis; Excessive vibrations; Human comfort.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Exemplo de exercício de ginástica aeróbica [2].	20
Figura 2 - Exemplo de exercício de saltos à vontade [3].	20
Figura 3 – Direções para vibrações (ISO 2631-1 [42], 1997)	35
Figura 4 – Curva básica de vibrações de edifícios para aceleração no eixo z (ISO 10137 [41], p. 37)	37
Figura 5 – Curva básica de vibrações de edifícios para aceleração nos eixos x e y (ISO 10137 [41], p. 38)	38
Figura 6 – Curva básica de vibrações de edifícios para aceleração em direção combinada nos eixos x, y, z (ISO 10137 [41], p. 39)	38
Figura 7 - Valores de aceleração de pico recomendados para o conforto humano devido a atividades humanas (AISC [6], p. 7).	45
Figura 8 – Movimento do sistema durante um intervalo de tempo Δt , com base na variação linear da aceleração.	51
Figura 9 - Planta baixa do piso investigado (medidas em centímetros).	52
Figura 10 - Seção transversal da estrutura (medidas em centímetros).	53
Figura 11 - Elemento finito BEAM44 [4].	55
Figura 12 - Elemento Finito SHELL63 [4].	55
Figura 13 - Relação da excentricidade entre a laje e viga.	56
Figura 14 - Vista tridimensional do modelo em elementos finitos.	57
Figura 15 - Vista superior da laje discretizada.	57
Figura 16 - Planos XY e ZY.	58
Figura 17 - Vista isométrica das vigas e pilares.	58
Figura 18 – Nós do modelo escolhidos para investigação.	60
Figura 19 – Deformada do modelo estrutural (carga permanente + acidental).	61
Figura 20 – Deformada do modelo estrutural (carga acidental).	61
Figura 21 – Modos de vibração do piso de concreto armado.	65
Figura 22 – Análise harmônica em função do deslocamento no nó A.	69
Figura 23 – Análise harmônica em função do deslocamento no nó B.	69
Figura 24 – Análise harmônica em função do deslocamento no nó C.	70
Figura 25 – Análise harmônica em função do deslocamento no nó D.	70
Figura 26 – Análise harmônica em função do deslocamento no nó E.	71

Figura 27 – Análise harmônica em função do deslocamento no nó F.....	71
Figura 28 – Análise harmônica em função da aceleração no nó A.	72
Figura 29 – Análise harmônica em função da aceleração no nó B.	72
Figura 30 – Análise harmônica em função da aceleração no nó C.	73
Figura 31 – Análise harmônica em função da aceleração no nó D.	73
Figura 32 – Análise harmônica em função da aceleração no nó E.	74
Figura 33 – Análise harmônica em função da aceleração no nó F.....	74
Figura 34 – Áreas de uso para cada segmento do piso.	76
Figura 35 – 1º arranjo com 26 pessoas praticando a atividade aeróbica.	77
Figura 36 – 2º arranjo com 42 pessoas praticando a atividade aeróbica.	77
Figura 37 – 3º arranjo com 43 pessoas praticando a atividade aeróbica.	78
Figura 38 – Função de carregamento do AISC [6].....	79
Figura 39 – Transformada de Fourier da função de carregamento do AISC [6].....	80
Figura 40 – Intervalos de tempo da função adotada por Faisca [49].....	81
Figura 41 – Coeficiente de defasagem (CD) das atividades estudadas por Faisca [49].	82
Figura 42 – Função de carregamento proposto por Faisca [49] para 26 pessoas. ...	83
Figura 43 – Função de carregamento proposto por Faisca [49] para 42 e 43 pessoas.	84
Figura 44 – Transformada de Fourier da função de carregamento proposto por Faisca [49] para 26 pessoas.	84
Figura 45 – Transformada de Fourier da função de carregamento proposto por Faisca [49] para 42 e 43 pessoas.....	85
Figura 46 – Função de carregamento proposto pelo guia do SCI [47] para 26 pessoas.	88
Figura 47 – Função de carregamento proposto pelo guia do SCI [47] para 42 pessoas.....	88
Figura 48 – Função de carregamento proposto pelo guia do SCI [47] para 43 pessoas.....	89
Figura 49 – Transformada de Fourier da função de carregamento proposto pelo guia do SCI [47] para 26 pessoas.	89
Figura 50 – Transformada de Fourier da função de carregamento proposto pelo guia do SCI [47] para 42 pessoas.	90
Figura 51 – Transformada de Fourier da função de carregamento proposto pelo guia do SCI [47] para 43 pessoas.	90

Figura 52 – Deslocamento do nó A para o modelo de carregamento proposto pelo AISC [6].	92
Figura 53 – Aceleração do nó A para o modelo de carregamento proposto pelo AISC [6].	92
Figura 54 – Deslocamento do nó A para o modelo de carregamento proposto por Faisca [49].	93
Figura 55 – Aceleração do nó A para o modelo de carregamento proposto por Faisca [49].	93
Figura 56 – Deslocamento do nó A para o modelo de carregamento proposto pelo SCI [47].	94
Figura 57 – Aceleração do nó A para o modelo de carregamento proposto pelo SCI [47].	94
Figura 58 – Deslocamento no domínio da frequência para o nó A utilizando-se do modelo de carregamento proposto pelo AISC [6].	95
Figura 59 – Aceleração no domínio da frequência para o nó A utilizando-se do modelo de carregamento proposto pelo AISC [6].	95
Figura 60 – Deslocamento no domínio da frequência para o nó A utilizando-se do modelo de carregamento proposto pelo Faisca [49].	96
Figura 61 – Aceleração no domínio da frequência para o nó A utilizando-se do modelo de carregamento proposto pelo Faisca [49].	96
Figura 62 – Deslocamento no domínio da frequência para o nó A utilizando-se do modelo de carregamento proposto pelo SCI [47].	97
Figura 63 – Aceleração no domínio da frequência para o nó A utilizando-se do modelo de carregamento proposto pelo SCI [47].	97
Figura 64 - Valores de aceleração de pico recomendados para o conforto humano devido a atividades humanas (AISC [6], p. 7).	111
Figura 65 - Variação das acelerações máximas em função da frequência da atividade aeróbica.	112

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Frequência crítica para alguns casos especiais de estruturas submetidas a vibrações pela ação de pessoas (NBR 6118 [1], 2014, p. 193).....	33
Tabela 2 - Faixas dos fatores de multiplicação usados em muitos países para magnitudes satisfatórias específicas de vibrações de edifícios com respeito à resposta humana (ISO 10137 [41], p. 34).....	36
Tabela 3 – Valores de dose de vibração ($m/s^{1,75}$) acima dos quais vários níveis de comentários adversos podem ser esperados em edifícios residenciais (ISO 10137 [41], 2007, p. 35)	39
Tabela 4 – Valores de dose de vibração ($m/s^{1,75}$) que podem resultar na probabilidade de comentários adversos em edifícios residenciais (BS 6472-1 [45], p. 12)	42
Tabela 5 - Faixas de frequências de atividades humanas rítmicas (AISC [6], p. 17).	44
Tabela 6 - Carregamento estimado para atividades rítmicas (AISC [6], p. 58).....	46
Tabela 7 - Características físicas geométricas das vigas e dos pilares.	53
Tabela 8 - Deslocamentos dos nós de análise do modelo, comparados ao limite para deformações visuais e vibrações sentidas.	62
Tabela 9 - Frequências naturais do piso.	64
Tabela 10 – Propriedades modais da laje do modelo estrutural.....	64
Tabela 11 - Frequências naturais recomendadas para atividade aeróbica	67
Tabela 12 – Coeficiente dinâmico da componente de força para cada harmônico. ...	79
Tabela 13 – Parâmetros utilizados na análise por Faisca [49].	82
Tabela 14 - Valores dos coeficientes de Fourier e diferença de fase.....	86
Tabela 15 - Critérios de conforto humano para atividades humanas rítmicas.....	99
Tabela 16 – Resumo das acelerações de pico para cada ponto classificadas segundo o AISC [6].	99
Tabela 17 – Resumo das acelerações RMS para cada ponto classificadas segundo Smith et al. [47].....	100
Tabela 18 – Resumo das acelerações VDV para cada ponto classificadas segundo Ellis e Littler [53].	101
Tabela 19 – Resumo das acelerações VDV para cada ponto classificadas segundo Setareh [54].	102

Tabela 20 - Faixas de frequências de atividades humanas rítmicas (AISC [6], p. 17).	109
Tabela 21 - Carregamento estimado para atividades rítmicas (AISC [6], p. 58).....	110
Tabela 22 - Aceleração de pico pela gravidade em função da frequência da atividade aeróbica.....	112

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
AISC	American Institute of Steel Construction
ANSYS	Swanson Analysis Systems
BS	British Standards Institution
ISO	International Organization for Standardization
NBR	Norma Brasileira
SCI	The Steel Construction Institute

LISTA DE SÍMBOLOS

a_0/g	aceleração limite
a_i	aceleração de pico para o i -ésimo harmônico
a_m	máxima aceleração efetiva
a_p/g	razão entre a aceleração de pico e a aceleração da gravidade
a_w	aceleração rms ponderada
c	Amortecimento do atenuador
c_a	Amortecimento do atenuador
c_c	amortecimento crítico do atenuador
CD	Coefficiente de defasagem
cm	Centímetro
f	frequência da atividade
$f_{crítica}$	frequência crítica
f_a	Frequência do atenuador
f_n	frequência natural da estrutura
f_{opt}	relação ótima entre a frequência do atenuador e da estrutura
f_p	frequência do passo da atividade
f_r	relação entre a frequência do atenuador e da estrutural principal
$F(t)$	força representativa da atividade humana ao longo do tempo
$F(t)/Q$	Força normalizada em relação ao peso de uma pessoa
g	aceleração da gravidade
g_r	relação entre a frequência de excitação e da estrutural principal
Hz	Hertz
i	múltiplo harmônico da frequência do passo
k	Rigidez do atenuador
k	constante de multiplicação para atividades rítmicas
K	Rigidez da estrutura principal
K_p	Coefficiente de impacto
kPa	Quilopascal
L	menor vão do piso
m	Massa do atenuador
m	Metro

mm	Milímetros
$m/s^{1,75}$	metro por segundo elevado a 1,75 (um vírgula setenta e cinco)
m/s^2	metro por segundo ao quadrado
M	Massa da estrutura principal
massa _j	j-ésimo termo da diagonal da matriz de massa da estrutura
N	Newton
P	peso do indivíduo
P _o	Força externa
psf	libra força por pé ao quadrado (<i>pounds per square foot</i>)
rms	valor quadrático médio (<i>root mean square</i>)
rmq	root mean quad
s	Segundo
t	Tempo
T	período de tempo
T	Período da atividade
T _c	Período de contato
t _{day}	duração de exposição por dia
t _n	duração da vibração para “n” episódios
u _{jk}	j-ésimo componente relativo à coordenada modal do modo “k”
VDV	valor de dose de vibração (<i>vibration dose value</i>)
VDV _{b/d,dia/noite}	valor de dose de vibração em função de “w _b ” ou “w _d ” e o período do dia (dia ou noite)
VDV _{b/d, tn}	valor de dose de vibração em função de “w _b ” ou “w _d ” e a duração da vibração “t _n ”
VDV _{b/d, τ}	valor de dose de vibração em função de “w _b ” ou “w _d ” e a amostra representativa de tempo “τ”
W _b	coeficiente de ponderação vertical
W _d	coeficiente de ponderação horizontal
w _p	carga efetiva por unidade de área das pessoas distribuídas sobre o piso
w _t	carga total por unidade de área do piso, incluindo os ocupantes
x ₁	deslocamento da estrutura principal
x ₂	deslocamento do atenuador
x _{st}	deslocamento estático da estrutural principal

α_i	coeficiente de Fourier associado ao i-ésimo harmônico da atividade
ξ	taxa de amortecimento modal da estrutura
ξ_a	Relação de amortecimento do atenuador
ξ_{opt}	relação de amortecimento ótimo do atenuador (ADS)
τ	amostra representativa de tempo
ω	Frequência angular da força externa
ω_{0i}	frequência natural circular referente ao modo i
ω_a	frequência natural do atenuador
Ω_n	frequência natural da estrutural principal
μ	relação entre a massa do atenuador e a da estrutura principal
ν	coeficiente de Poisson

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	19
1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	24
2 AVALIAÇÃO DE VIBRAÇÕES EM PISOS – CRITÉRIOS E NORMAS DE PROJETO	32
2.1 Norma brasileira NBR 6118/2014 [1].....	32
2.2 Norma ISO 10137/2007 [41].....	34
2.3 Norma inglesa BS 6472-1/2008 [45]	40
2.4 Guia prático do AISC/2016 [6].....	43
2.5 Guia do SCI/2009 [47].....	46
3 MÉTODOS GERAIS DE SOLUÇÃO	48
3.1 Introdução	48
3.2 Análise de autovalores e autovetores (vibração livre)	48
3.3 Análise de vibração forçada	50
4 Sistema ESTRUTURAL INVESTIGADO e Modelo Numérico Desenvolvido	52
4.1 Descrição do sistema estrutural	52
4.2 Modelo numérico desenvolvido	54
4.3 Definição do modelo em elementos finitos do edifício.....	54
5 ANÁLISE ESTÁTICA	59
5.1 Introdução	59
5.2 Deslocamentos.....	59
6 ANÁLISE MODAL	63
6.1 Generalidades	63
6.2 Análise das Frequências Naturais (Autovalores).....	63
6.3 Análise dos Modos de Vibração (Autovetores).....	65
7 ANÁLISE HARMÔNICA	68
8 MODELOS TEÓRICOS DE ATIVIDADES HUMANAS RÍTMICAS	76
8.1 Disposição do carregamento.....	76
8.2 Modelo de carregamento proposto pelo guia do AISC [6].....	78
8.3 Modelo de carregamento proposto por Faisca [49]	80
8.4 Modelo de carregamento proposto pelo guia do SCI [47]	85
9 ANÁLISE DO CONFORTO HUMANO	91

9.1 Análise no domínio do tempo e da frequência	91
9.2 Critérios de avaliação do conforto humano	98
10 CONSIDERAÇÕES FINAIS	104
10.1 Introdução	104
10.2 Conclusões Alcançadas	104
10.3 Sugestões para trabalhos futuros.....	107
APÊNCIDE – AVALIAÇÃO DO CONFORTO HUMANO DO PISO ATRAVÉS DO GUIA PRÁTICO DO AISC/2016 [6].....	108
REFERÊNCIAS.....	113

INTRODUÇÃO

Generalidades

Com os avanços tecnológicos e desenvolvimento de novas técnicas construtivas e softwares estruturais, que garantem maior precisão no dimensionamento e melhor compreensão da forma de trabalho das estruturas, há a tendência dos engenheiros estruturais a modelar estruturas com seções transversais mais esbeltas e com maiores vãos, inclusive de forma a atender as construtoras que exigem o máximo aproveitamento dos materiais gerando a maior economia possível.

O engenheiro civil deve possuir conhecimento sobre a finalidade da estrutura dimensionada, e a natureza do carregamento atuante, de forma que possa caracterizar o carregamento como estático ou dinâmico.

O carregamento é considerado estático quando é aplicado gradativamente e sem grandes variações de intensidade ao longo do tempo, podendo ser considerado em cada instante como estático e sendo possível conhecer os deslocamentos da estrutura e seus respectivos esforços internos. A partir do conhecimento da rigidez da estrutura e suas condições de apoio, podemos obter os resultados desejados através das equações conhecidas da resistência dos materiais.

O carregamento dinâmico varia rapidamente ao longo do tempo provocando movimentos bruscos na estrutura, tirando-a de seu equilíbrio puramente estático, ocasionado em algumas estruturas um comportamento não linear. Quando uma estrutura está submetida a deslocamentos que variam com o tempo, estão associados a ela velocidades e acelerações, a estrutura vibra e este comportamento pode gerar desconforto para os ocupantes do ambiente.

A engenharia civil tem procurado obter um controle efetivo da vibração em pisos de concreto armado de forma a garantir o conforto dos usuários destas estruturas. As vibrações podem ser provenientes de equipamentos eletrônicos, ou diretamente pelo movimento humano, tais como dançar, caminhar, correr, saltar, entre outras atividades.

O não atendimento dos critérios da NBR 6118 [1], no que tange os estados limites de serviço, pode ocasionar graves problemas de vibração excessiva e, em casos mais graves, o colapso da estrutura.



Figura 1 - Exemplo de exercício de ginástica aeróbica [2].

Os estados limites de serviço estão relacionados à durabilidade, aparência e conforto dos usuários. A presença de fissuras, flechas excessivas nas vigas e lajes e vibrações excessivas são possíveis problemas que devem ser verificados. Em muitos casos torna-se necessário o redimensionamento da estrutura de modo a atender estes critérios.

Com a identificação de casos de vibrações excessivas na estrutura, tem-se a necessidade de se intervir de forma a minimizar as vibrações a níveis que garantam o conforto de seus usuários.



Figura 2 - Exemplo de exercício de saltos à vontade [3].

A resposta dinâmica dos pisos contempla uma análise crítica acerca dos valores das acelerações, sendo os resultados obtidos confrontados e comparados com os limites propostos por recomendações normativas, sob o ponto de vista do conforto humano e de acordo com a atividade fim da estrutura.

O presente estudo fundamenta-se na modelagem numérico-computacional dos sistemas estruturais, através do Método dos Elementos Finitos (MEF). Para tal, são empregadas técnicas usuais de discretização por meio do programa ANSYS [4].

As Figuras 1 e 2 são exemplos correspondentes à atividade de ginástica aeróbica e saltos a vontade, demonstrando a importância de se considerar nos projetos estruturais das edificações os efeitos dinâmicos gerados por atividades rítmicas, verificando-se a viabilidade de execução da atividade na edificação.

Assim sendo, este trabalho de pesquisa tem como objetivo estudar o comportamento dinâmico de um piso de concreto armado de uma academia de ginástica com salas de dança quando submetido a excitações dinâmicas oriundas de atividades humanas rítmicas.

Objetivos e motivação

O presente trabalho de pesquisa busca avaliar o comportamento estrutural estático e dinâmico de pisos de concreto armado, quando submetidos à ação de atividades humanas rítmicas. Para tal, serão comparadas as respostas dinâmicas do modelo proposto obtidas por diferentes métodos e, após, serão avaliadas por normas distintas.

A análise estática e dinâmica será baseada no desenvolvimento de modelos numéricos computacionais tridimensionais apropriados, com base na utilização do programa de elementos finitos ANSYS [4].

Escopo do trabalho

No **Capítulo 1** será realizado uma revisão de trabalhos com o foco principal em análises de vibração de pisos e conforto humano dos usuários, que serviram como fundamentação teórica nesse estudo.

No **Capítulo 2** serão apresentadas as normas utilizadas no desenvolvimento deste trabalho.

No **Capítulo 3** serão descritos os métodos para realização da análise dinâmica.

No **Capítulo 4** será descrito o modelo estrutural utilizado para realização deste trabalho, apresentando sua geometria e as propriedades geométricas da estrutura, além de serem apresentados os elementos finitos empregados na análise, a definição da malha utilizada e a geometria do modelo computacional..

No **Capítulo 5** será realizada a análise estática do piso, apresentando os deslocamentos máximos das lajes e os diagramas de momentos fletores.

No **Capítulo 6** serão realizadas as análises de autovalores e autovetores do modelo estrutural, apresentando os valores das frequências naturais do piso e seus respectivos modos de vibração.

No **Capítulo 7** será realizada a análise harmônica apresentando os valores de amplificação dinâmica para o estado de ressonância entre o piso e o carregamento dinâmico considerado.

No **Capítulo 8** serão descritos os modelos de carregamento para a representação da atividade humana rítmica sobre o piso.

No **Capítulo 9** será realizada a análise do conforto humano apresentando os valores das acelerações obtidas para diversos modelos de carregamento e variadas posições da carga, comparando-as com o valor limite recomendado pelas normas adotadas nesse estudo.

No **Capítulo 10** serão apresentadas as conclusões do trabalho, assim como as sugestões para trabalhos futuros nessa linha de pesquisa.

1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Com a intenção de facilitar o acesso ao leitor interessado, são descritos, de forma resumida e cronológica, diversos trabalhos de pesquisa relacionados ao estudo de vibrações oriundas de atividades humanas em pisos.

Em seu trabalho, Bachmman [5] realizou estudos em diversos tipos de estruturas; verificando a ocorrência de vibrações excessivas na maioria dessas quando submetidas à ação de atividades humanas rítmicas. Com o objetivo de diminuir tais vibrações, o autor recomenda que a frequência fundamental da estrutura esteja afastada do harmônico crítico da frequência de excitação, de tal forma que não ocorra o fenômeno de ressonância. Em alguns casos, as estruturas existentes deveriam sofrer alterações e serem enrijecidas. Em outros, quando as estruturas se encontravam ainda em fase de projeto, significantes alterações foram propostas.

Murray et al. [6] oferecem diretrizes aos engenheiros estruturais no guia do AISC (*Floor Vibrations due to Human Activity, Steel Design Guide Series*) no que tange aos limites de conforto humano em estruturas submetidas a atividades do caminhar e rítmicas. Cálculos analíticos são apresentados e importantes recomendações são dadas de modo a avaliar e minimizar o nível de vibrações.

Rana e Soong [7] desenvolveram uma pesquisa em um sistema de um grau de liberdade, submetido a um carregamento harmônico, com o objetivo de analisar as características de um atenuador dinâmico sincronizado (ADS) no controle de vibrações. Sendo assim, foram determinados os parâmetros ótimos do ADS e, em seguida, os mesmos foram avaliados quando o ADS encontrava-se dessincronizado com a estrutura principal. Após esta etapa, estabeleceu-se uma correspondência para o uso dos parâmetros ótimos em sistemas de vários graus de liberdade. Além disso, os autores apresentaram uma análise do controle de vários modos de vibração de um edifício utilizando-se de múltiplos atenuadores dinâmicos sincronizados (MADSs).

El-Dardiry et al. [8] analisaram experimentalmente as frequências naturais dos pisos de um edifício de concreto construído em laboratório com a intenção de compará-las com as frequências obtidas computacionalmente por um modelo em elementos finitos. Chegou-se à conclusão de que o modelo em que foi incluída a

rigidez real das colunas foi o que apresentou dados mais próximos dos experimentais.

Reynolds e Pavic [9, 10] avaliaram o efeito de pisos falsos na resposta dinâmica de pisos de concreto com grandes vãos de comprimento. Para tal, foram determinados as frequências naturais, os modos de vibração e o amortecimento relativo a cada modo, através de modelos em elementos finitos, antes e depois da instalação dos pisos falsos. Através da análise pode-se verificar que a adição de pisos falsos sobre a estrutura foi responsável pelo aumento de até 89% no amortecimento modal. Esses pisos falsos contribuíram também para o aumento da rigidez dos pisos. Porém, mudanças nas propriedades modais não foram tão notáveis em todos os modos de vibração e não foi possível prever facilmente quais os modos seriam afetados benéficamente pela instalação de pisos falsos. Notou-se ainda, que, na maioria dos casos, a instalação de pavimentos falsos tendeu a reduzir a resposta de vibração quando submetidos a atividades do caminhar.

Hanagan [11] avaliou cinco casos reais de estruturas destinadas a escritórios, salas de aula e espaços comerciais, onde foram encontrados níveis de vibrações perturbadores. Na maioria dos casos, a causa da vibração foi devido ao caminhar ao redor do espaço. A autora ainda investigou a influência de diversos elementos arquitetônicos no amortecimento estrutural, identificando aqueles que promoveram ou não a redução de vibrações indesejadas.

El-Dardiry e Ji [12] analisaram a resposta dinâmica de lajes mistas (aço-concreto) do tipo *steel deck* utilizadas em um edifício em aço construído em laboratório, de oito andares. Observou-se que, embora os modos de vibração de um piso misto composto por vários painéis sejam diferentes e complexos, cada painel vibra de maneira côncava ou convexa. Sendo assim, os autores desenvolveram a modelagem de duas lajes equivalentes àquela mista: uma isotrópica e outra ortotrópica. As frequências naturais obtidas numericamente para ambas as lajes equivalentes e foram confrontadas com aquelas medidas experimentalmente. Logo, foi verificado que os resultados comparados apresentaram razoável concordância. Segundo os autores, a grande vantagem da modelagem de lajes equivalentes está na grande economia de tempo e processamento numérico, pois se trata de uma relevante simplificação do modelo.

Ebrahimpour e Sack [13] desenvolveram uma pesquisa apresentando o desenvolvimento histórico dos modelos representativos da ação dinâmica humana,

dos critérios de percepção dos níveis de vibração e conforto humano e das técnicas utilizadas para atenuar as vibrações excessivas. Além disso, duas técnicas de controle de vibrações são explicadas em detalhes, as quais se referem ao controle passivo e semiativo usando materiais compósitos e visco elásticos.

Em 2005, Mello [14] desenvolveu uma metodologia para avaliar o conforto humano em pisos mistos. A metodologia criada considera um modelo de carregamento mais realístico para a atividade do caminhar humano. Foram investigados vários modelos de pisos mistos (aço-concreto), variando-se os vãos de forma a verificar a influência da relação entre os comprimentos dos vãos nas frequências naturais e acelerações dos modelos numéricos. Os limites propostos por diversos autores e normas de projeto foram comparados com as acelerações máximas obtidas no estudo. Os resultados obtidos ao longo desse estudo indicaram que em diversos pisos analisados observou-se que os critérios de conforto humano não foram satisfeitos, demonstrando a importância da consideração dos efeitos dinâmicos provenientes dos seres humanos na análise desse tipo de problema.

Venuti e Bruno [15] analisaram o caminhar humano e sugeriram um novo modelo lateral de carregamento causado por esta atividade. O modelo apresentado era composto por três componentes de força. O primeiro componente considerava apenas a interação entre as pessoas, o segundo as pessoas interagindo com a estrutura e por último a componente de força dinâmica sem correlação entre as pessoas e a estrutura.

Em 2008, Silva et al. [16] apresentaram os sistemas estruturais mais utilizados na atualidade, utilizando como parâmetros a competitividade dos mercados internacionais e o avanço tecnológico, ocasionando a execução de estruturas mais leves e com um menor valor para o amortecimento do sistema, gerando casos de vibrações indesejadas em muitas estruturas sujeitas a carregamentos dinâmicos. Foram estudados pisos mistos ortotrópicos (aço-concreto) sujeitos a vibrações devidas a atividades humanas rítmicas. Após a análise dos resultados, concluiu-se que o piso misto investigado apresentava vibrações acima do permitido no estado limite de serviço em relação à velocidade máxima obtida, porém satisfaz o critério de conforto humano em relação à aceleração máxima encontrada.

Em 2008, Silva [17] realizou um estudo acerca da resposta estática e dinâmica de um sistema estrutural de lajes nervuradas. Enfatizou a necessidade de análises relativas às atividades humanas rítmicas, baseado no emprego de modelos

de carregamento que representem as ações inerentes a ginástica aeróbica. A definição das ações dinâmicas atuantes sobre os modelos estruturais foi realizada com base em resultados de testes experimentais, que levaram em conta os efeitos de multidão.

Em 2008, Almeida [18] verificou o comportamento do sistema estrutural de um piso destinado a danças, sendo constituído por treliças metálicas e apoiadas diretamente sobre alvenaria estrutural composta por blocos de concreto. Foram realizados testes experimentais para caracterizar o carregamento humano de indivíduos praticando atividades rítmicas e não rítmicas. Concluiu-se que os valores das acelerações máximas ultrapassaram os limites impostos pela norma.

Em 2008, Brownjohn e Middleton [19] analisaram a resposta dinâmica de estruturas mais rígidas, com foco em estruturas de concreto armado, e com frequências naturais acima de 10 Hz. Brownjohn e Middleton chegaram à conclusão de que estas estruturas, quando sujeitas a harmônicos mais altos do caminhar humano, geraram significativas respostas dinâmicas no piso analisado, não devendo, portanto, ser desprezada a resposta para frequências naturais de até 20 Hz no que diz respeito ao conforto humano em estruturas de concreto.

No ano de 2009, Racic et al. [20] estudou 250 referências que apresentam diversas caracterizações analíticas e experimentais do carregamento dinâmico associado a caminhada humana e a prevenção de patologias ocasionadas por vibrações excessivas em estruturas de engenharia civil. Tendo como principal objetivo obter informações verídicas e direções para futuras pesquisas.

Em 2009, Langer [21] investigou modelos estruturais mistos (aço-concreto) de edifícios com múltiplos pavimentos. Realizou uma análise criteriosa da resposta dinâmica destes modelos, avaliando as frequências naturais e os modos de vibração, obtendo os valores das acelerações de pico para compará-las com os valores necessários para o conforto humano. Os resultados obtidos mostraram que os limites recomendados em diversas normas de projeto foram ultrapassados. Foi observado também que estas ações dinâmicas podem comprometer o conforto humano em pisos adjacentes, próximos do local onde a carga dinâmica está sendo efetivamente aplicada.

De Silva e Thambiratnam [22,23] analisaram as vibrações em um piso misto (aço-concreto) formado por vários painéis, variando parâmetros de atividades rítmicas e o amortecimento estrutural a fim de verificar a sua influência nos casos.

Foi constatado que, para os harmônicos relacionados a tais atividades, outros modos do piso além do fundamental foram excitados. Foi proposto, ainda, sugestões de modo a complementar as normas e guias práticos de projeto em função da interação entre o carregamento dinâmico e a estrutura.

No ano de 2009, Mello [24] investigou o efeito da interação aço-concreto sobre a resposta dinâmica de sistemas de pisos mistos (aço-concreto). Verificou que, a partir dos valores obtidos para as acelerações máximas dos modelos do piso em regime de interação parcial e total, a maioria dos valores de aceleração foram superiores aos limites recomendados por manuais e normas internacionais de projeto.

Em 2010, Zheng et al. [25] analisaram a influência da imperfeição na continuidade entre painéis que compõem um piso misto para a obtenção das frequências fundamentais da estrutura. Para verificar esta influência, foi construído um edifício em laboratório para a realização de análises experimentais, além da elaboração de modelos numéricos, a fim de se realizar testes de vibração forçada, análise de autovalores e análise harmônica.

No ano de 2010, Crețu et al. [26] realizaram um estudo paramétrico das acelerações de um piso misto no domínio da frequência, além de realizar medições em campo das frequências naturais da estrutura real. Para tal, foram variadas as condições de contorno, as intensidades do carregamento dinâmico e a rigidez da laje em modelos numéricos utilizando-se do método dos elementos finitos. Os resultados dos modelos numéricos foram comparados com os dados obtidos em campo, chegando a valores próximos entre si.

Em 2011, Varela e Battista [27] executaram testes em laboratório em um protótipo de piso misto (aço-concreto) em tamanho real. A estrutura desenvolvida foi submetida a diversos carregamentos dinâmicos, com foco naqueles produzidos pelo caminhar de forma aleatória. Após esta etapa, foi projetado e instalado na estrutura um sistema de controle passivo com a finalidade de minimizar as vibrações no piso. As acelerações obtidas em cada etapa, com e sem o sistema de controle passivo, foram analisadas e comparadas entre si. Concluiu-se que as vibrações no piso foram reduzidas de forma satisfatória através do sistema de controle passivo. Os autores destacam que tal sistema de controle apresenta baixo custo e pode ser previsto ainda na fase de projeto estrutural.

Em 2011, Gonçalves [28] elaborou uma análise da influência das ligações estruturais (viga-coluna e viga-viga), sobre a resposta dinâmica não linear dos pisos de concreto armado, a partir do emprego de ligações rígidas, semirrígidas e flexíveis. Os resultados obtidos da análise foram comparados aos limites propostos por recomendações internacionais, a fim de se garantir o conforto humano.

Com o foco em problemas de vibrações excessivas devido atividades humanas, Saidi et al. [29] desenvolveram um sistema atenuador passivo viscoelástico com a finalidade de minimizar tais vibrações. De acordo com os autores, este amortecedor pode ser facilmente sintonizado com a frequência fundamental do piso e projetado de modo a operar com diversos valores de amortecimento. Para tal, é descrito o desenvolvimento analítico quanto a metodologia experimental.

Chen et al. [30] analisaram a resposta dinâmica de estruturas reais, em plena utilização e com grandes dimensões, tais como: *Beijing Olympic Park National Conference Center, Changsha New Railway Station and the Xi'an Northern Railway Station*. Em uma primeira etapa foi desenvolvido um atenuador dinâmico sincronizado. Posteriormente, foram descritos métodos de carregamento dinâmico para atividades humanas e realizada uma análise numérica baseada no método dos elementos finitos. Por fim, foram comparados os resultados da análise numérica com os dados obtidos experimentalmente, de modo que foi possível minimizar as vibrações através do sistema de controle proposto pelos autores.

No ano de 2012, Hudson e Reynolds [31] relataram o crescente aumento do número de queixas relacionadas a vibrações excessivas geradas por ações humanas em pisos nos últimos anos. Os autores recomendam o uso de um controle ativo como método de minimização das vibrações em pisos, de forma a garantir o conforto humano. Para tal, foi elaborado um estudo sobre o estado da arte sobre o tema de modo que os engenheiros estruturais possam prever o uso do controle ativo em novas construções. Por último, os autores ainda analisam os aspectos ambientais e econômicos devido a incorporação deste sistema na estrutura.

Jangid [32,33] avaliou a instalação de múltiplos atenuadores dinâmicos sincronizados (MADSs) em estruturas, com e sem amortecimento, submetidas a uma força senoidal externa e a aceleração de base. Com o uso da técnica de busca numérica (*numerical searching technique*), foram obtidos parâmetros ótimos para os

MADSS e elaboradas expressões de forma a simplificar o seu uso na prática da engenharia.

Lopes [34] desenvolveu uma metodologia de análise para investigação da resposta dinâmica de sistemas estruturais de pisos mistos (aço-concreto). Para tal, verificou a influência da interação aço-concreto (interação total e parcial) e, bem como, das ligações estruturais (ligações viga-coluna e viga-viga), sobre a resposta dinâmica não linear de pisos mistos (aço-concreto). Foram adotados três modelos de carregamento dinâmico representativos de atividades humanas rítmicas referentes a saltos à vontade e ginástica aeróbica. Utilizou-se também de vários tipos de conectores para representar a interação aço-concreto.

No ano de 2013, Gaspar [35] investigou o comportamento dinâmico de pisos mistos e de concreto armado, quando expostos a atividades humanas rítmicas. Para reduzir o efeito de vibrações excessivas, foi projetado um sistema de controle passivo, denominado atenuador dinâmico sintonizado (ADS), de forma que as acelerações máximas do piso atendam as normas relativas ao conforto humano.

Em 2014, Gaspar e Silva [36] estudaram o uso de quatro formulações matemáticas de diferentes autores para a representação de ações humanas rítmicas. Verificou-se que o piso analisado pode ser conduzido a um projeto muito conservador dependendo da escolha do modelo de carregamento dinâmico utilizado para simular a atividade humana. Por fim, discutiram considerações de projeto para modelos de carregamentos dinâmicos mais razoáveis e econômicos utilizados para avaliar o conforto humano de pisos mistos.

No ano de 2015, Salyards e Hua [37] realizaram um estudo experimental com o intuito de analisar a interação entre a estrutura e os seus ocupantes. Os resultados foram comparados com modelos analíticos construídos com parâmetros propostos pelo Joint Working Group (JWG) do Reino Unido para a modelagem dos ocupantes como um sistema mola-massa-amortecedor. Os resultados experimentais confirmaram a aplicabilidade dos parâmetros do JWG para ocupantes ativos e verificaram ainda a adequação de parâmetros previamente propostos para a modelagem do ocupante permanentemente passivo.

Campista [38] avaliou o comportamento dinâmico de pisos mistos (aço-concreto) sob a ação de carregamento dinâmico devido a atividades humanas rítmicas em função do conforto humano. A modelagem numérica do piso misto investigado foi realizada com base no emprego do programa ANSYS utilizando-se

do método dos elementos finitos (MEF). A resposta dinâmica do sistema foi obtida e comparada com os limites recomendados por normas e critérios de projeto, concluindo que as acelerações máximas obtidas violam os critérios de projeto para o conforto humano.

Em 2016, Silva et al. [39] avaliaram o conforto humano de um edifício comercial de três pavimentos utilizado como academia e submetido a atividades humanas rítmicas, tal qual a atividade aeróbica. Para tal, foram utilizadas duas formulações matemáticas diferentes para representação do carregamento dinâmico. Verificou-se, ainda, a transmissibilidade das vibrações entre os pisos através das colunas de aço.

No ano de 2016, Campista e Gaspar [40] estudaram o efeito da interação dinâmica entre os indivíduos e a estrutura, representando-o por modelos biodinâmicos através de sistemas massa-mola-amortecedor acoplados a estrutura. Para tal, foram obtidas experimentalmente as acelerações associadas a 32 indivíduos praticando atividades rítmicas, de modo a introduzi-las no modelo numérico desenvolvido. Por fim, a resposta estrutural dinâmica do modelo estrutural foi avaliada em termos das acelerações de pico, RMS e VDV, de acordo com critérios de conforto humano.

No próximo capítulo são abordados os critérios de normas de projeto mais recentes, até a presente data deste trabalho, no que tange a avaliação de vibrações oriundas de atividades humanas sobre pisos sob a ótica do conforto humano.

2 AVALIAÇÃO DE VIBRAÇÕES EM PISOS – CRITÉRIOS E NORMAS DE PROJETO

Este capítulo visa a apresentação de diversos critérios e normas de projeto, sob o ponto de vista do conforto humano, em relação às vibrações induzidas por atividades humanas rítmicas. É importante destacar a diferença entre essas normas, de forma que algumas se apresentam mais completas que outras, isto é, com maior grau de refinamento no que diz respeito à aceitabilidade sensorial do usuário. Tais diferenças podem conduzir a avaliações muito conservadoras ou contra a segurança.

2.1 Norma brasileira NBR 6118/2014 [1]

Esta norma fixa os requisitos básicos necessários para o projeto de estruturas de concreto simples, armado e protendido, exceto aquelas em que se empregam concreto leve, pesado ou outros especiais.

No que se refere à aceitabilidade sensorial em relação a vibrações de pisos, o item 13.3 estabelece, através da tabela 13.3 (NBR 6118 [1], 2014, p. 77), o deslocamento estático limite igual a $L/350$; onde “L” é o menor vão do piso, e o deslocamento estático considerado é aquele devido à parcela de cargas acidentais. Além disso, o mesmo item prescreve que a limitação da flecha para prevenir vibrações indesejáveis, em situações especiais de utilização, deve ser realizada conforme estabelecido no item 23 (NBR 6118 [1], 2014, p. 76).

Remetendo-se ao item 23.3, este determina que a análise das vibrações pode ser feita em regime linear no caso das estruturas usuais. Para assegurar um comportamento satisfatório das estruturas sujeitas à vibração, deve-se afastar o máximo possível a frequência natural da estrutura (f_n) da frequência crítica ($f_{crítica}$), que depende da destinação da respectiva edificação, de acordo com a equação (1).

$$f_n > 1,2f_{crítica} \quad (1)$$

Tal equação (1) tem o objetivo de evitar a ressonância entre a estrutura e a ação dinâmica atuante sobre ela e, conseqüentemente, o desconforto humano. Para isto, a norma preconiza que “o comportamento das estruturas sujeitas a ações dinâmicas cíclicas que originam vibrações pode ser modificado por meio de alterações em alguns fatores, como ações dinâmicas, frequência natural (pela mudança da rigidez da estrutura ou da massa em vibração) e o aumento das taxas de amortecimento estrutural.” (NBR 6118 [1], 2014, p. 192). Na falta de valores determinados experimentalmente, adota-se os valores indicados na Tabela 1 para a $f_{crítica}$.

Tabela 1 – Frequência crítica para alguns casos especiais de estruturas submetidas a vibrações pela ação de pessoas (NBR 6118 [1], 2014, p. 193)

Caso	f_{crit} (Hz)
Ginásio de esportes e academias de ginástica	8,0
Salas de dança ou de concerto sem cadeiras fixas	7,0
Passarelas de pedestres ou ciclistas	4,5
Escritórios	4,0
Salas de concerto com cadeiras fixas	3,5

Entretanto, esta norma revela que, em casos especiais onde as suas prescrições não puderem ser atendidas, uma análise dinâmica mais acurada deve ser realizada, conforme estabelecido em recomendações internacionais, enquanto não existir Norma Brasileira específica.

Segundo Varela [27], uma análise baseada somente em frequências mínimas não é aconselhável porque a estrutura pode apresentar vibrações indesejáveis também em casos fora de ressonância com a força dinâmica atuante.

2.2 Norma ISO 10137/2007 [41]

A norma ISO 10137 [41] da International Organization for Standardization apresenta recomendações para avaliação de vibrações em edifícios e passarelas. O anexo C desta norma estabelece os critérios e limites de vibrações relativos à aceitabilidade sensorial humana. A norma estabelece que a variável usual a ser medida e comparada é a aceleração (*rms*). Além disso, o limite de percepção humana a vibrações varia com a frequência do movimento e a posição em que o indivíduo (em pé, sentado ou deitado) se encontra diante da vibração. Em outras palavras, as acelerações, na direção vertical, contidas na faixa de 4 a 8 Hz, por exemplo, são mais perceptíveis aos seres humanos. Analogamente, o mesmo acontece em relação a percepção humana da intensidade sonora, que varia de acordo com a frequência da fonte. De modo a contemplar tais fatos, a ISO 10137 (2007) determina que as acelerações devam ser filtradas. Para isto, devem ser aplicados coeficientes de ponderação (*weighting parameters*) de acordo com a frequência e a direção da aceleração, conforme estipulados na ISO 2631-1 [42] ou na ISO 2631-2 [43]; sendo esta última aplicada caso a direção principal crítica da vibração seja desconhecida. Ressalta-se que a faixa de frequência coberta é de 1 a 80 Hz. A Figura 3 ilustra o posicionamento do indivíduo diante das vibrações.

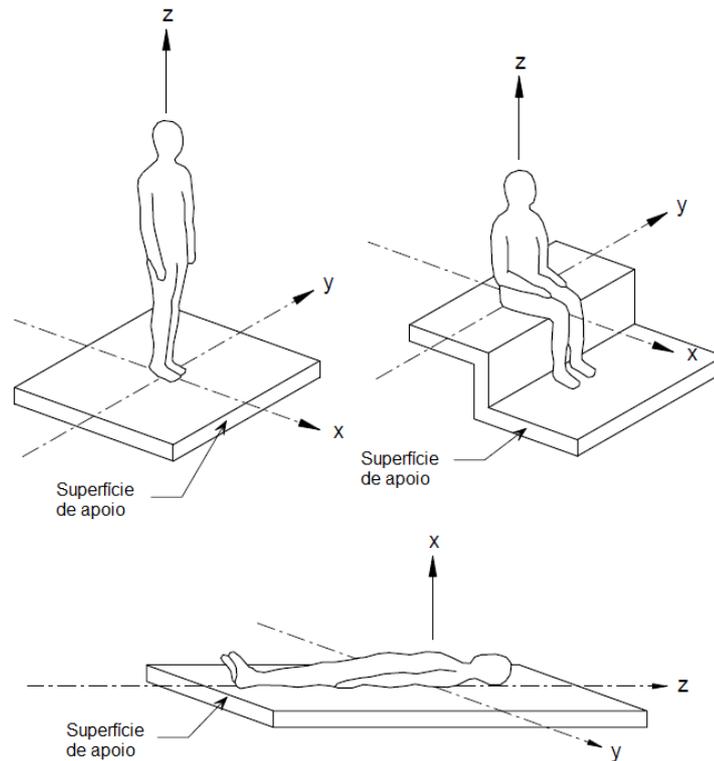


Figura 3 – Direções para vibrações (ISO 2631-1 [42], 1997)

Para o cálculo da aceleração *rms* ponderada (*the weighted rms acceleration*), a equação (2) é recomendada pela ISO 2631-1 [42]:

$$a_w = \left[\frac{1}{T} \int_0^T a_w^2(t) dt \right]^{1/2} \quad (2)$$

Onde $a_w(t)$ é a aceleração ponderada (translacional ou rotacional) como função do tempo; e T é o período de tempo em que a aceleração é medida.

Salienta-se que a ISO 10137 [41] cita que a ISO 2631-2 [43] não mais fornece orientações sobre os valores limites de aceitabilidade sensorial em edifícios (o que era anteriormente feito na sua edição de 1989). Entretanto, segundo a ISO 10137 [41], partes da edição de 1989 da ISO 2631-2 [43] continuam relevantes como critério para avaliação de vibrações em edifícios e foram reproduzidas em um formato revisado no anexo C da ISO 10137 [41]. Deste modo, os valores limites de aceleração (*rms*) são obtidos a partir dos coeficientes fornecidos pela Tabela 2, em função da destinação da estrutura, do período do dia e do tipo de vibração; e estes multiplicados pelos valores das curvas-base (Figura 4, Figura 5 e Figura 6), em função da direção das acelerações.

Tabela 2 - Faixas dos fatores de multiplicação usados em muitos países para magnitudes satisfatórias específicas de vibrações de edifícios com respeito à resposta humana (ISO 10137 [41], p. 34)

Local	Tempo	Fatores de multiplicação para a curva base (Figura 4, Figura 5 e Figura 6) ^(a)	
		Vibração contínua e intermitente ^(b)	Vibrações por excitação transiente com várias ocorrências ao dia
Áreas de trabalho críticas (salas de operação de hospitais, laboratórios de precisão, etc.)	Dia	1	1
	Noite	1	1 ^(c)
Residências (apartamentos, casas e hospitais)	Dia	2 a 4 ^(d)	30 a 90 ^{(d), (e), (f)}
	Noite	1,4	1,4 a 20
Escritórios "silenciosos" (calmos)	Dia	2	60 a 128 ^(g)
	Noite	2	60 a 128
Escritórios em geral (escolas, etc.)	Dia	4	60 a 128 ^(g)
	Noite	4	60 a 128
Salões de conferências e oficinas	Dia	8	90 a 128 ^(g)
	Noite	8	90 a 128

NOTA 1: Para avaliar os efeitos de um sinal de vibração contendo dois ou mais componentes de frequência discretos, o método do valor médio a quarta potência (*the root-mean-quad; (rmq)*) pode ser empregado (ver ISO 2631-2 [43]:1989, Anexo B)

NOTA 2: Esta tabela foi adaptada a partir da ISO 2631-2 [43]:1989, Anexo A.

- (a) Esses fatores levam a valores de magnitudes de vibração abaixo dos quais a probabilidade de comentários adversos é baixa (qualquer ruído acústico causado por vibração estrutural não é considerado).
- (b) Dobrar as magnitudes de vibração sugeridas pode resultar em comentários adversos, e isto pode aumentar significativamente se as magnitudes forem quadruplicadas (quando disponível, as curvas de dose/resposta podem ser consultadas).
"Vibrações contínuas" são aquelas com uma duração de mais de 30 min por 24 h; "vibrações intermitentes" são aquelas com mais de 10 acontecimentos por 24 h.
- (c) Magnitudes de choque impulsivo em salas de operação (hospitais) e áreas críticas de trabalho referem-se a períodos de tempo em que as operações estão em andamento ou o trabalho crítico está sendo realizados. Em outros horários, magnitudes tão elevadas como aquelas para residências são satisfatórias desde que exista acordo e aviso.
- (d) Em áreas residenciais, existe uma grande variação na tolerância às vibrações. Os valores específicos são dependentes de fatores sociais, culturais e psicológicos.
- (e) A relação entre o número de eventos por dia, magnitudes e durações não está bem estabelecida. No caso de detonação (uso de explosivos), e para mais de três eventos por dia, a seguinte relação provisória pode ser usada para modificar os fatores de residências

na coluna 4 da tabela. O procedimento envolve uma multiplicação do valor da magnitude da vibração por um fator numérico $F = 1,7N^{-0,5}T^{-d}$, onde N é o número de eventos de um dia de 16 h; T é o período de duração do impulso e o sinal de decaimento para um evento, em segundos, (a duração de um evento pode ser estimada a partir dos pontos de movimento/histórico de tempo de 10% (-20dB)); d é zero para T menor que 1 s. Para estímulos de curta duração, há evidências de que a resposta humana para pisos de madeira tenha $d = 0,32$, e para pisos de concreto $d = 1,22$. Este fator numérico não se aplica quando os valores são inferiores àqueles apresentados para o caso de vibração contínua.

- (f) Na escavação de pedras de grande tenacidade, onde perturbações subterrâneas causam vibrações em frequências altas, um fator de até 128 é satisfatório para imóveis residenciais em alguns países. Fatores menores de 60 somente se aplicariam a estruturas frágeis ou áreas sensíveis.
- (g) As magnitudes para choques impulsivos em escritórios e oficinas não devem ser aumentadas sem considerar a possibilidade de interrupção significativa da atividade do trabalho.
- (h) A ação de vibrações em operários executando certos processos numa oficina mecânica ou industrial deve estar numa categoria separada. A ISO 2631-1 [42] se aplica melhor a esta categoria.

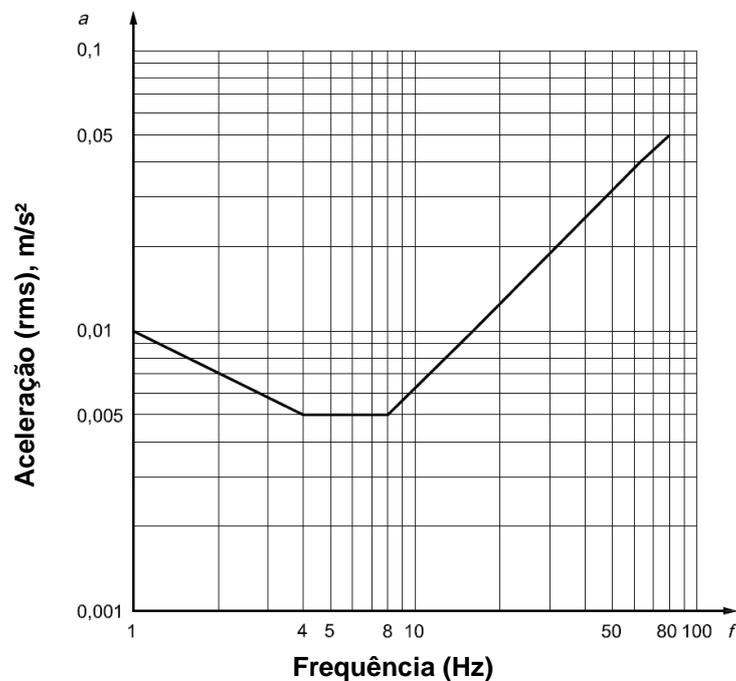


Figura 4 – Curva básica de vibrações de edifícios para aceleração no eixo z (ISO 10137 [41], p. 37)

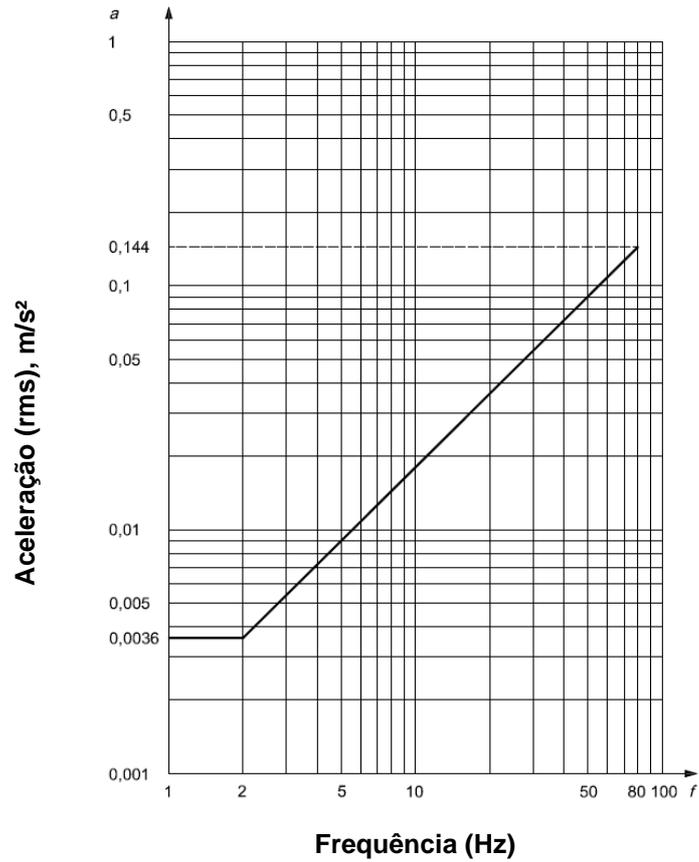


Figura 5 – Curva básica de vibrações de edifícios para aceleração nos eixos x e y (ISO 10137 [41], p. 38)

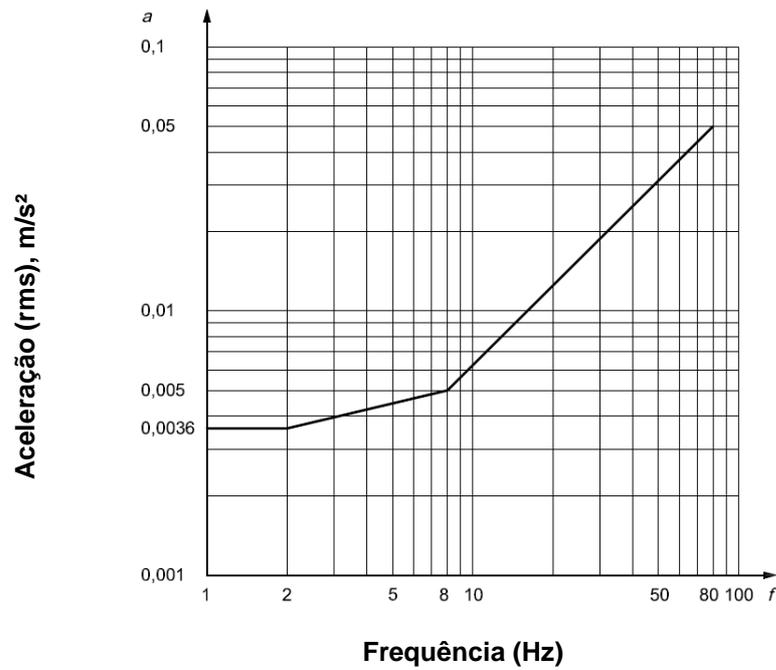


Figura 6 – Curva básica de vibrações de edifícios para aceleração em direção combinada nos eixos x, y, z (ISO 10137 [41], p. 39)

É importante notar que, em alguns casos, o método de avaliar os valores de aceleração em *rms* pode subestimar os efeitos de vibração quando existem consideráveis valores de pico. Portanto, a ISO 10137 [41] recomenda que, se a relação entre o valor de pico e o valor *rms* for maior que seis, as acelerações devem ser avaliadas em valores de dose de vibração (*Vibration Dose Values*) – *VDV* – os quais são definidos pela equação (3) de acordo com a ISO 2631-1 [42]:

$$VDV = \left[\int_0^T [a_w(t)]^4 dt \right]^{1/4} \quad (3)$$

Onde $a_w(t)$ é a aceleração ponderada (translacional ou rotacional) como função do tempo; e T é o período de tempo em que a aceleração é medida.

Embora os valores de dose de vibração (*VDV*) não sejam ainda usados amplamente, eles têm sido empregados em alguns países quando a relação entre o valor de pico e o valor *rms* exceder seis (ISO 10137 [51]). Os valores limites de aceitabilidade sensorial, em *VDV*, são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Valores de dose de vibração ($m/s^{1.75}$) acima dos quais vários níveis de comentários adversos podem ser esperados em edifícios residenciais (ISO 10137 [41], 2007, p. 35)

Local	Baixa probabilidade de comentários adversos	Possíveis comentários adversos	Prováveis comentários adversos
Edifícios residenciais 16 horas diurnas	0,2 a 0,4	0,4 a 0,8	0,8 a 1,6
Edifícios residenciais 8 horas noturnas	0,13	0,26	0,51

Nota-se, ainda, que os fatores de multiplicação fornecidos na Tabela 2 são aplicáveis também no caso da avaliação de vibrações em *VDV*.

No que tange à obtenção da resposta dinâmica de pisos submetidos a atividades humanas rítmicas, a ISO 10137 [41] recomenda a avaliação proposta por Murray et al. [6] e Wyatt [44].

2.3 Norma inglesa BS 6472-1/2008 [45]

Trata-se de um guia para avaliar a exposição humana a vibrações em edifícios. Igualmente a norma ISO 10137 [41], a BS 6472-1 [45] considera que a maneira na qual as pessoas percebem as vibrações depende de vários fatores, incluindo a frequência e a direção da vibração. Portanto, as acelerações devem ser filtradas de acordo com os coeficientes de ponderação expostos (“ W_b ” para acelerações verticais e “ W_d ” para acelerações horizontais) nesta norma e, adicionalmente, na norma BS 6841 [46]. Nota-se que a faixa de frequência situa-se entre 0,5 Hz e 80 Hz. A respeito da faixa de frequência mais perceptível aos seres humanos, esta varia de 4 a 12,5 Hz e 1 a 2 Hz, para vibrações verticais e horizontais, respectivamente.

A BS 6472-1 [45] considera que os limites de percepção para vibrações contínuas no corpo humano variam largamente entre os indivíduos. Aproximadamente metade das pessoas de uma população típica pode perceber, em pé ou sentadas, uma aceleração de pico, na direção vertical, de 0,015 m/s². Um quarto dessa população pode perceber um valor de 0,01 m/s², e o último quarto, menos sensível, um valor de 0,02 m/s². Tais limites podem ser ligeiramente maiores para vibrações com período de duração menor que 1 s.

No que tange ao método de avaliação das acelerações, a norma preconiza que o efeito de vibrações em edifícios sobre as pessoas, segundo conhecimentos atuais, é mais bem avaliado em valores de dose de vibração (VDV). Tal método conduz a uma avaliação consistente de vibrações contínuas, intermitentes, ocasionais e impulsivas e se correlaciona bem com as respostas subjetivas.

O valor de dose de vibração (VDV) é definido, conforme a BS 6472-1 [45], de acordo com a equação (4):

$$VDV_{b/d, dia / noite} = \left[\int_0^T a^4(t) dt \right]^{0,25} \quad (4)$$

Onde:

$VDV_{b/d, dia/noite}$ é o valor de dose de vibração (em $m/s^{1,75}$), sendo que o subscrito “dia/noite” se refere ao período de 16 horas para o dia (por exemplo, das 7h às 23h) e ao período de 8 horas para a noite (por exemplo, das 23h às 7h);

$a(t)$ é a aceleração ponderada (em m/s^2), usando os coeficientes de ponderação “ W_b ” (aceleração vertical) e “ W_d ” (aceleração horizontal) conforme apropriado;

T é o período total de tempo (em s) do dia ou da noite durante o qual a vibração pode ocorrer.

Caso a vibração seja constante e repetida regularmente, apenas uma amostra representativa, de “ τ ” segundos, necessita ser medida. Se o valor de dose de vibração for “ $VDV_{b/d, \tau}$ ”, então o valor total de dose de vibração para o dia, “ $VDV_{b/d, dia}$ ”, é dado pela equação (5):

$$VDV_{b/d, dia} = \left(\frac{t_{dia}}{t_{\tau}} \right)^{0,25} \times VDV_{b/d, \tau} \quad (5)$$

Onde “ t_{dia} ” (em s) é a duração de exposição por dia.

Se, durante qualquer período de avaliação, existir um total de “ n ” episódios de vibração de várias durações (t_n), cada um com um valor de dose de vibração de “ $VDV_{b/d, t_n}$ ”, o valor total de dose de vibração para o período do dia ou noite, é dado pela equação (6):

$$VDV_{b/d, dia / noite} = \left(\sum_{n=1}^{n=N} VDV_{b/d, t_n}^4 \right)^{0,25} \quad (6)$$

Segundo a BS 6472-1 [45], o VDV é muito mais influenciado pela magnitude do que pela duração da vibração.

Em casos de vibração contínua, os quais apresentam amplitude constante e tenham uma relação entre a aceleração de pico e *rms* de, aproximadamente, 3 a 6; uma aproximação do valor de dose de vibração pode ser feita, sendo esta denominada de valor de dose de vibração estimado (eVDV), de acordo com a equação (7). A norma determina que o uso de eVDV não é recomendado para

vibrações que apresentam variações ao longo do tempo ou choques (BS 6472-1 [45], p. 16).

$$eVDV = 1,4 \times a(t)_{rms} \times t^{0,25} \quad (7)$$

No que diz respeito a vibrações em pisos, a BS 6472-1 [45] faz distinção entre os de baixa e alta frequência com base na resposta dinâmica de ações humanas.

Pisos nos quais suas frequências naturais são menores que, aproximadamente, 7 a 10 Hz, são chamados de pisos de baixa frequência. Portanto, estes estão mais susceptíveis a ressonância, oriunda de atividades humanas. Por outro lado, aqueles nos quais suas frequências naturais são maiores que, aproximadamente, 7 a 10 Hz, são chamados de pisos de alta frequência. Tais pisos tem menor probabilidade de serem excitados em ressonância com a atividade humana praticada sobre eles.

No que concerne os limites de vibração, em VDV, para a avaliação de vibrações sob o ponto de vista do conforto humano, a BS 6472-1 [45] apresenta os seguintes valores conforme a Tabela 4.

Tabela 4 – Valores de dose de vibração ($m/s^{1,75}$) que podem resultar na probabilidade de comentários adversos em edifícios residenciais (BS 6472-1 [45], p. 12)

Local	Baixa probabilidade de comentários adversos ¹⁾	Possíveis comentários adversos	Prováveis comentários adversos ²⁾
Edifícios residenciais 16 horas diurnas	0,2 a 0,4	0,4 a 0,8	0,8 a 1,6
Edifícios residenciais 8 horas noturnas	0,1 a 0,2	0,2 a 0,4	0,4 a 0,8

1) Comentários adversos não são esperados para valores abaixo desses limites.

2) Comentários adversos são provavelmente esperados para valores acima desses limites.

Para escritórios e oficinas, fatores de multiplicação de 2 a 4, respectivamente, devem ser aplicados nos valores da Tabela 4 para 16 horas diurnas.

A norma cita que esses valores limites representam o melhor julgamento disponível atualmente e podem ser usados tanto para vibrações horizontais quanto para vibrações verticais, contanto que os valores, em VDV, sejam corretamente ponderados. Entretanto, a norma ressalva que os valores limites não são discretos, e sim representados como faixa de variação. Além disso, as características pessoais de cada indivíduo e os fatores externos concomitantes à ocorrência da vibração, tais como ruídos, estalos e efeitos visuais exercem influência sobre tais limites. Deste modo, a norma considera que o julgamento de aceitabilidade sensorial nunca será preciso.

2.4 Guia prático do AISC/2016 [6]

Este guia de projeto foi desenvolvido pelos pesquisadores Murray, Allen, Ungar e Davis [6] e faz parte de uma série de livros denominada Steel Design Guide Series, desenvolvida no American Institute of Steel Construction (AISC [6]). Ele tem como objetivo básico fornecer uma ferramenta analítica para avaliar sistemas de pisos e passarelas quando submetidos a atividades humanas em relação ao estado limite de serviço.

No procedimento proposto por este guia, considera-se que uma componente harmônica dependente do tempo se iguala à frequência natural da estrutura, na tentativa de causar a ressonância, como mostra a equação (8):

$$P(t) = \sum_{i=1}^N w_p \alpha_i \sin(2\pi i f_{step} t - \phi_i) \quad (8)$$

Na equação (8), a variável $P(t)$ corresponde à força representativa da atividade humana ao longo do tempo em Newton (N), w_p representa o peso dos praticantes da atividade por unidade de área, i corresponde ao múltiplo harmônico da frequência do passo, a variável α_i representa o coeficiente de Fourier associado ao i -ésimo harmônico da atividade, f_p corresponde a frequência do passo da atividade na unidade de radianos por segundo (rad/s), t o tempo em segundos (s) e

ϕ_i é o ângulo de fase da função. A Tabela 5 mostra os valores da frequência do passo da atividade (f_p) e coeficientes dinâmicos (α_i), considerando diversos tipos de atividades, como dança, concertos e atividade aeróbica.

Tabela 5 - Faixas de frequências de atividades humanas rítmicas (AISC [6], p. 17).

Frequência de excitação do passo (f_p) e coeficientes dinâmicos* (α_i)						
Harmônico	Dança		Concertos		Atividade aeróbica	
i	f_p (Hz)	α_i	f_p (Hz)	α_i	f_p (Hz)	α_i
1	1,5 a 2,7	0,5	1,5 a 2,7	1,25	2,0 a 2,75	1,5
2	3,0 a 5,4	0,05	3,0 a 5,4	0,026	4,0 a 5,5	0,6
3	-	-	-	-	6,0 a 8,25	0,1

* Coeficiente dinâmico significa o pico da força senoidal dividido pelo peso da pessoa.

Para a avaliação da estrutura quanto a atividades rítmicas, calcula-se a relação a_p/g (onde g é a aceleração da gravidade), dada pela equação (9), para cada harmônico da atividade.

$$\frac{a_{p,i}}{g} = \frac{1,3\alpha_i w_p/w_t}{\sqrt{\left[\left(\frac{f_n}{if_{step}}\right)^2 - 1\right]^2 + \left(\frac{2\beta f_n}{if_{step}}\right)^2}} \quad (9)$$

Na equação (9), a variável $a_{p,i}/g$ representa a razão entre a aceleração de pico do harmônico considerado e a aceleração da gravidade, α_i corresponde ao coeficiente de Fourier associado ao i -ésimo harmônico da atividade, w_p é a carga por unidade de área das pessoas distribuídas sobre o piso, enquanto que w_t corresponde a carga total por unidade de área do piso, incluindo os ocupantes, f_n representa a frequência natural da estrutura, f_{step} a frequência da atividade, i é o número do harmônico da atividade e β a taxa de amortecimento modal.

É importante notar que as acelerações geradas a partir do primeiro e segundo harmônico da atividade podem apresentar valores consideráveis, sendo estas calculadas através da equação (9). Deste modo, a máxima aceleração efetiva que contabiliza todos os harmônicos é estimada pela equação (10) (AISC [6]).

$$\frac{a_p}{g} = \frac{(\sum a_{p,i}^{1,5})^{1/1,5}}{g} \quad (10)$$

Na equação (10) a variável $a_{p,i}$ representa a aceleração de pico para o i -ésimo harmônico. Cabe ressaltar que a Tabela 6 apresenta os valores de α_i e w_p em função da atividade rítmica realizada sobre a estrutura.

Os valores calculados através das equações (9) e (10) são então comparados com os valores limites em relação ao conforto humano. Tais valores limites (Figura 7) foram obtidos por intermédio da curva base da ISO 2631-2 [43], para acelerações verticais, com fatores de multiplicação de 10, 30 e 100, para escritórios, lojas e passarelas internas, e passarelas externas, respectivamente. Os valores limites apresentados na Figura 7 podem variar numa faixa de 0,8 a 1,5 vezes dos valores recomendados de acordo com a duração e a frequência da vibração, desenvolvidos pelo guia AISC [6].

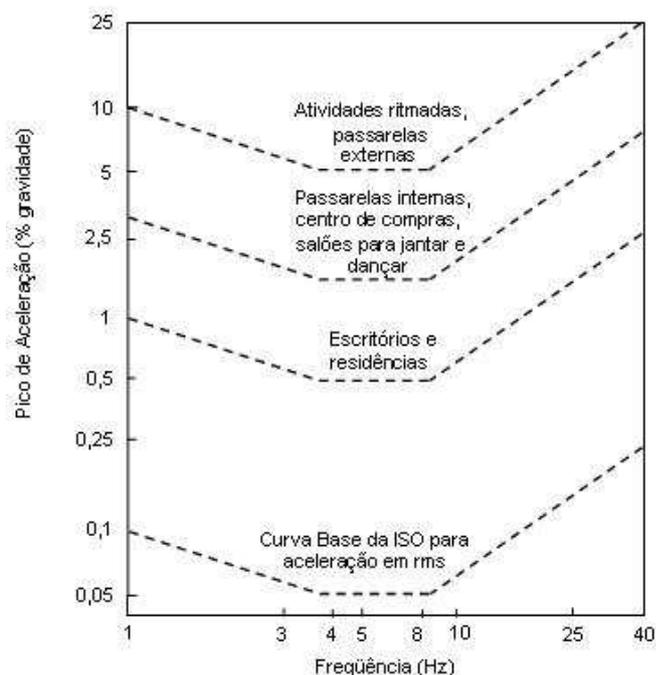


Figura 7 - Valores de aceleração de pico recomendados para o conforto humano devido a atividades humanas (AISC [6], p. 7).

Tabela 6 - Carregamento estimado para atividades rítmicas (AISC [6], p. 58).

Atividade	Frequência da atividade, f (Hz)	Peso dos participantes (w_p)		Coeficiente dinâmico (α_i)
		kPa	psf	
<i>Dança:</i>				
<i>Primeiro harmônico</i>	1,5 – 2,7	0,6	12,5	0,50
<i>Segundo harmônico</i>	3,0 – 5,4			0,05
<i>Concertos ao vivo (assentos fixos):</i>				
<i>Primeiro harmônico</i>	1,5 – 2,7	1,5	31,0	0,25
<i>Segundo harmônico</i>	3,0 – 5,4			0,05
<i>Aeróbica:</i>				
<i>Primeiro harmônico</i>	2,0 – 2,75	0,2	4,2	1,5
<i>Segundo harmônico</i>	4,0 – 5,50			0,6
<i>Terceiro harmônico</i>	6,0 – 8,25			0,1

2.5 Guia do SCI/2009 [47]

Este guia refere-se à publicação P354 concebida pelo The Steel Construction Institute (SCI) para o projeto de pisos submetidos a vibrações.

No que diz respeito à avaliação de vibrações, o guia preconiza que a aceleração (*rms*) deve ser preferencialmente usada em detrimento do valor de pico. Isto porque o valor em *rms* possibilita uma melhor indicação de como a vibração varia ao longo do tempo. Assim como a norma ISO 10137 [41] e a BS 6472-1 [45], o guia SCI [47] reporta que o modo pelo qual as pessoas percebem as vibrações depende de vários fatores, incluindo a frequência e a direção da vibração. Desse modo, os coeficientes de ponderação utilizados para filtrar as acelerações são aqueles fornecidos nas normas BS 6841 [46] e ISO 2631-1 [42].

No caso de vibrações intermitentes (por exemplo, atividades de caminhada), o guia SCI [47] recomenda o uso de valores de dose de vibração (VDVs) para a avaliação de vibrações conforme as normas ISO 10137 [41] e BS 6472 [48].

Em relação ao critério de conforto humano quando atividades rítmicas são praticadas sobre pisos, o guia cita que não há um consenso a respeito dos valores limites para estas atividades. Entretanto, recomenda-se seguir as orientações fornecidas no guia prático do AISC [6], considerando os valores limites de aceleração de pico neste estipulados.

O capítulo seguinte descreve a caracterização e representação matemática de atividades humanas rítmicas. Desse modo, avalia-se de uma maneira mais real as vibrações induzidas por atividades tais como a ginástica aeróbica.

3 MÉTODOS GERAIS DE SOLUÇÃO

3.1 Introdução

De forma a respaldar os objetivos principais deste trabalho de pesquisa, este capítulo apresenta, de forma resumida, os aspectos teóricos básicos associados às análises desenvolvidas neste estudo: análise de autovalores (frequências naturais) e autovetores (modos de vibração), análise harmônica e análise de vibração forçada.

3.2 Análise de autovalores e autovetores (vibração livre)

Considerando-se um sistema estrutural qualquer cujo movimento é definido por vários graus de liberdade “N” (SNGL), e que por equilíbrio dinâmico entre as forças externas e internas do modelo, obtém-se um sistema com “N” equações, sendo que “N” representa o número de graus de liberdade do sistema. A equação de equilíbrio dinâmico para um sistema estrutural com “N” graus de liberdade, em vibração livre, não amortecido, é expressa matricialmente pela equação (11).

$$[M]a + [K]u = 0 \quad (11)$$

Onde:

[M] : Matriz de massa do sistema estrutural;

[K] : Matriz de rigidez do modelo;

a : Vetor das acelerações;

u : Vetor dos deslocamentos.

Assim sendo, por analogia com sistemas com apenas um grau de liberdade (S1GL), nos quais o movimento é harmônico e de mesma frequência, os deslocamentos (u) e as acelerações (a) são expressos pela equação (12).

$$\begin{aligned} u &= \phi_i \cos(\omega_{0i} t - \alpha) \\ a &= \phi_i \omega_{0i}^2 \cos(\omega_{0i} t - \alpha) \end{aligned} \quad (12)$$

Onde:

ϕ_i : Amplitude característica da função harmônica;

ω_{0i} : Frequência natural circular;

α : Ângulo de fase.

Substituindo-se a equação (12) na equação (11), chega-se ao problema clássico de autovalores (frequências naturais) e autovetores (modos de vibração), representado pela equação (13).

$$\left([M]^{-1} [K] - \omega_{0i}^2 [I] \right) \phi_i = 0 \quad (13)$$

Deste modo, para a solução não trivial do sistema de equações, no qual ϕ_i é diferente de zero, o determinante do termo entre parênteses na equação (13) deve ser nulo, de acordo com a equação (14).

A equação (14), comumente denominada de equação característica permite obter os valores das frequências naturais da estrutura (autovalores) e a solução para o problema de autovetores (modos de vibração). Na equação (14) a matriz [I] representa a matriz identidade.

$$\left| [M]^{-1} [K] - \omega_{0i}^2 [I] \right| = 0 \quad (14)$$

Desta maneira, pode-se concluir que o modo de vibração i diz respeito a uma configuração ϕ_i segundo a qual o sistema estrutural pode permanecer em vibração livre, com uma frequência ω_{0i} .

Cabe ressaltar que, com base no emprego da equação característica, equação (14), são obtidos os autovalores e autovetores da matriz $[M]^{-1}[K]$. Extraíndo-se a raiz quadrada das raízes da equação são obtidas as N frequências naturais ω_{0i} em ordem crescente e os N modos de vibração ϕ_i .

3.3 Análise de vibração forçada

O problema associado às vibrações forçadas em sistemas estruturais com vários graus de liberdade (SVGL) diz respeito à solução do problema dado pela equação (15):

$$[M]a + [C]v + [K]u = F(t) \quad (15)$$

onde:

$F(t)$ é o Vetor representativo da força de excitação dinâmica que pode ser harmônica senoidal (análise harmônica), ou, por exemplo, representativa do caminhar dos pedestres, ou ainda em um caso mais geral, com definição puramente aleatória.

Existem diversos métodos numéricos disponíveis na literatura técnica para a integração numérica e solução das equações de movimento de um sistema estrutural com “N” graus de liberdade. Os mais utilizados na prática são aqueles que consideram a variação linear da aceleração da massa do sistema ao longo do intervalo de integração Δt , conforme apresentado na Figura 8.

Assim sendo, neste trabalho de pesquisa, para a resolução numérica das equações de equilíbrio dinâmico do sistema emprega-se o algoritmo de Newmark. A estratégia desenvolvida por Newmark considera que durante um intervalo de tempo Δt , o movimento do sistema é definido a partir da variação linear da aceleração da massa, conforme ilustrado pela Figura 8.

De acordo com este contexto, a equação (16) representa a equação de equilíbrio dinâmico do sistema, na forma incremental, de forma a ser resolvida, via

emprego do método de Newmark. Reescrevendo-se os termos da equação (16), de forma mais compacta, chega-se ao sistema de equações representado pela equação (17), cuja solução é obtida via utilização das equações (18) e (19).

$$m \left[\frac{6}{\Delta t^2} \Delta u - \frac{6}{\Delta t} v_1 - 3a_1 \right] + c \left[\frac{3}{\Delta t} \Delta u - 3v_1 - \frac{\Delta t}{2} a_1 \right] + k \Delta u = \Delta F \quad (16)$$

$$\bar{k} \Delta u = \Delta \bar{F} \quad (17)$$

$$\bar{k} = \frac{6}{\Delta t^2} m + \frac{3}{\Delta t} c + k \quad (18)$$

$$\Delta \bar{F} = \Delta F + m \left(\frac{6}{\Delta t} v_1 + 3a_1 \right) + c \left(3v_1 + \frac{\Delta t}{2} a_1 \right) \quad (19)$$

Finalmente, é importante ressaltar que, dentro de cada intervalo Δt , a aceleração da massa é linear e, além disso, o amortecimento e a rigidez do sistema estrutural permanecem constantes. Os erros cometidos são proporcionais ao tamanho do intervalo de integração Δt , e quanto menor for o intervalo de integração escolhido para a análise, maior precisão é obtida na resolução numérica.

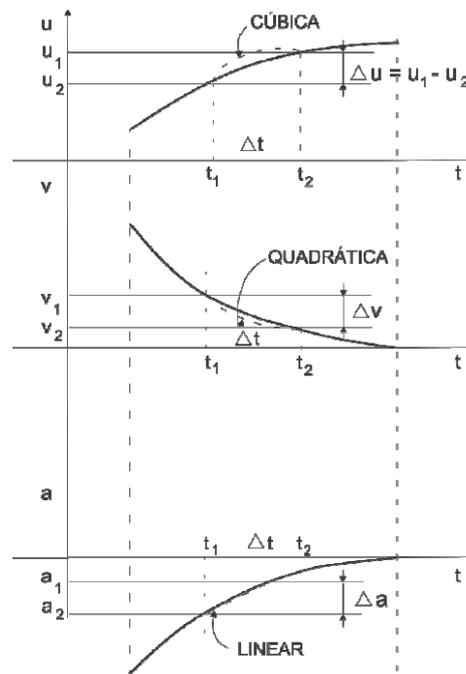


Figura 8 – Movimento do sistema durante um intervalo de tempo Δt , com base na variação linear da aceleração.

4 SISTEMA ESTRUTURAL INVESTIGADO E MODELO NUMÉRICO DESENVOLVIDO

4.1 Descrição do sistema estrutural

O modelo estrutural estudado corresponde a uma estrutura usual de concreto armado formada por lajes, vigas e pilares. O sistema é composto por dois vãos de 9,0 m numa direção, dois de 6,0 m e um de 8,0 m na outra direção, perfazendo uma área total de 360,0 m². Este modelo estrutural também leva em consideração a influência da rigidez dos pilares que apresentam uma altura de 4,0 m, conforme ilustrado nas Figuras 9 e 10.

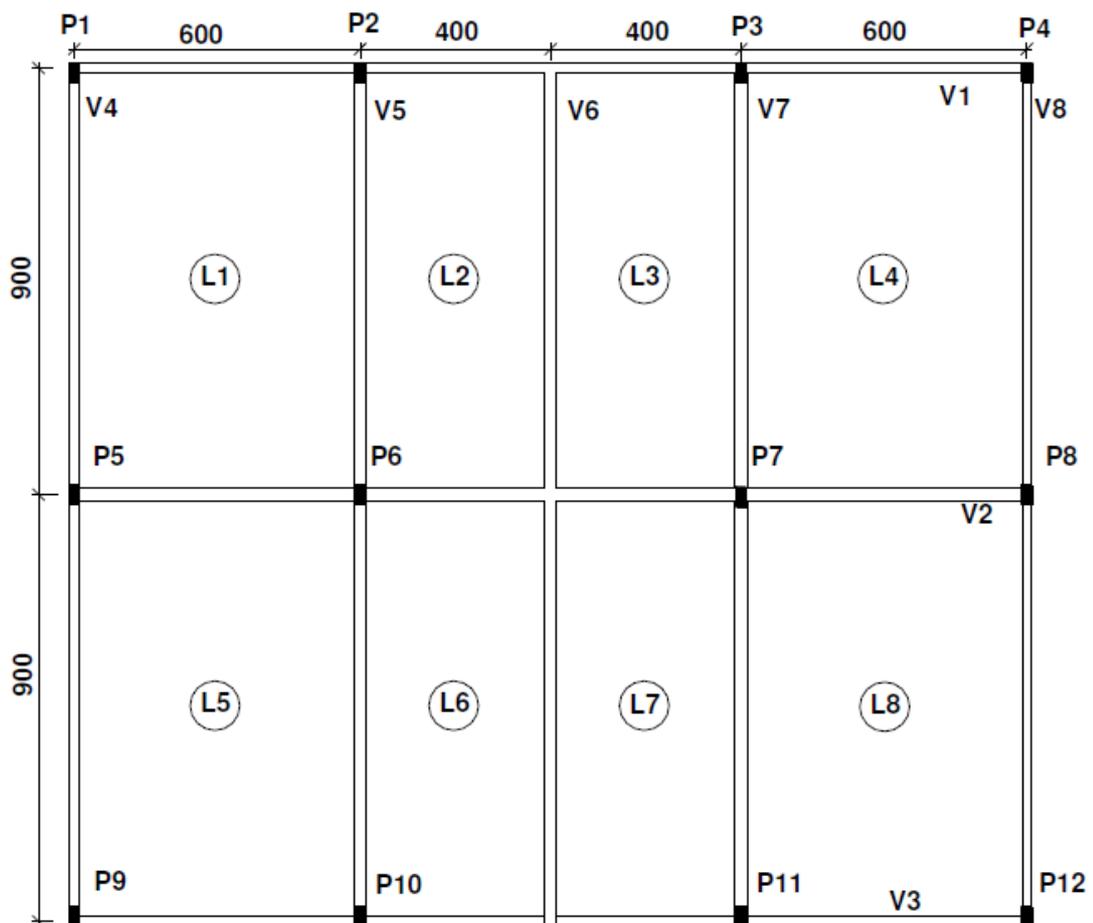


Figura 9 - Planta baixa do piso investigado (medidas em centímetros).

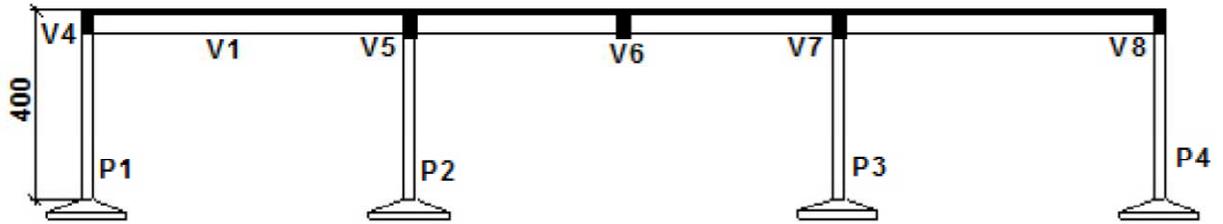


Figura 10 - Seção transversal da estrutura (medidas em centímetros).

Cabe ressaltar que as lajes de concreto armado possuem uma espessura de 15,0 cm. O concreto adotado possui uma resistência característica à compressão (f_{ck}) aos 28 dias de 35 MPa e coeficiente de Poisson (ν) igual a 0,2, adotado de acordo com a NBR 6118 [1]. Com referência ao módulo de elasticidade longitudinal, tem-se um valor estimado de 28,2 GPa. Na sequência do texto, a Tabela 7 apresenta todas as características geométricas do modelo estrutural investigado.

Tabela 7 - Características físicas geométricas das vigas e dos pilares.

Elemento estrutural	Identificação	Seção transversal (cm x cm)
VIGAS	V1, V3, V4 e V8	20x50
	V5, V6 e V7	25x60
	V2	25x70
PILARES	P1,P2, P3, P4, P5, P8, P9, P10, P11 e P12	20x30
	P6 e P7	20x40

4.2 Modelo numérico desenvolvido

Considerando-se o avanço da tecnologia na área de Análise Estrutural, softwares têm sido cada vez mais capazes de fornecerem soluções da mecânica estrutural, simulando todos os aspectos de uma estrutura, incluindo a análise estática que simplesmente fornece tensões e/ou deformações e a análise dinâmica que determina as características de vibração

Todos os usuários, desde projetistas a especialistas, podem se beneficiar dessas soluções da mecânica estrutural. A fidelidade dos resultados é conseguida através da grande variedade de modelos de materiais disponíveis, qualidade da biblioteca de elementos, a robustez dos algoritmos de solução, e a capacidade de cada modelo de estrutura, a partir de peças simples para montagens muito complexas, com centenas de componentes que interagem através de contatos ou movimentos relativos.

Soluções de modelos numéricos também oferecem facilidade de uso para ajudar projetistas a se concentrarem na parte mais importante do processo de desenvolvimento do projeto que é compreender os resultados e o impacto das variações de projeto nos resultados do modelo.

4.3 Definição do modelo em elementos finitos do edifício

O sistema estrutural investigado foi modelado a partir de técnicas usuais de discretização, via método dos elementos finitos, por meio da utilização do programa computacional ANSYS [4].

O modelo computacional foi desenvolvido utilizando-se elementos finitos de casca SHELL63 [4] para simular as lajes de concreto armado da edificação. As vigas e colunas da edificação foram representadas por elementos finitos de viga tridimensionais BEAM44 [4], onde são considerados os efeitos de flexão e torção. O modelo numérico considera, também, que o concreto trabalha em regime linear-elástico. O elemento finito de viga BEAM44 [4], mostrado na Figura 11 é um elemento uniaxial composto por dois nós, cada um com seis graus de liberdade: translação nas direções x , y , e z e rotação nos eixos x , y , e z .

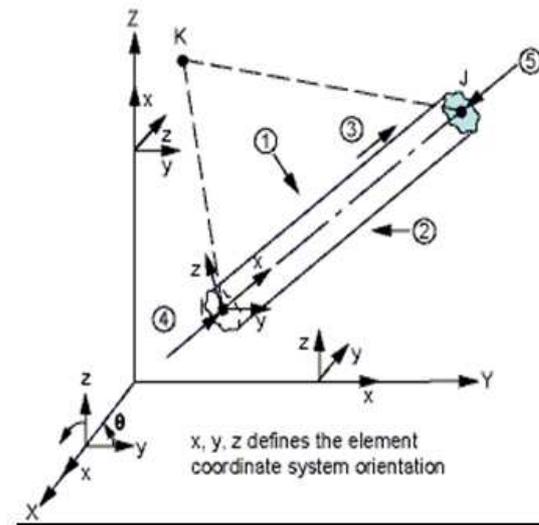


Figura 11 - Elemento finito BEAM44 [4].

O elemento SHELL63 [4] é definido por quatro nós, de acordo com a Figura 12. Este elemento considera efeitos de membrana e/ou flexão. O elemento possui seis graus de liberdade por nó sendo três translações e três rotações nas direções x , y e z .

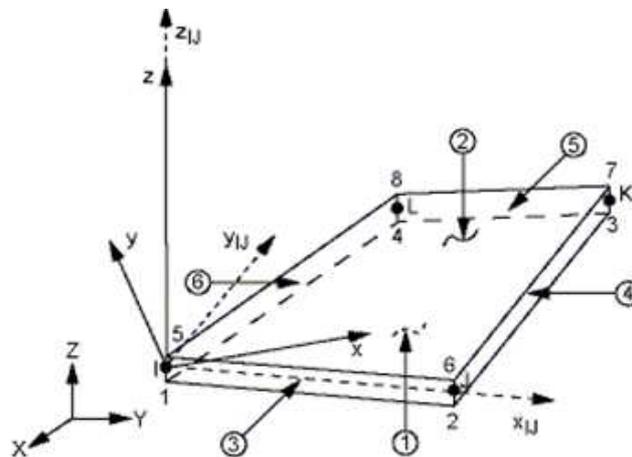


Figura 12 - Elemento Finito SHELL63 [4].

São utilizadas, também, conexões rígidas do tipo “offset”, de forma a se garantir a compatibilidade de deformações entre os nós dos elementos de casca SHELL63 [4] e os elementos de viga tridimensionais BEAM44 [4], simulando o comportamento de um sistema estrutural de concreto, com interação total.

A excentricidade e pode ser vista no esquema da Figura 13, que é definida pela distância entre o centroide da laje e o centroide da viga. Tal consideração é de fundamental importância, pois garante a compatibilidade de deformações entre os nós dos elementos de viga tridimensionais e os elementos de placa, e é garantida pela conexão offset.

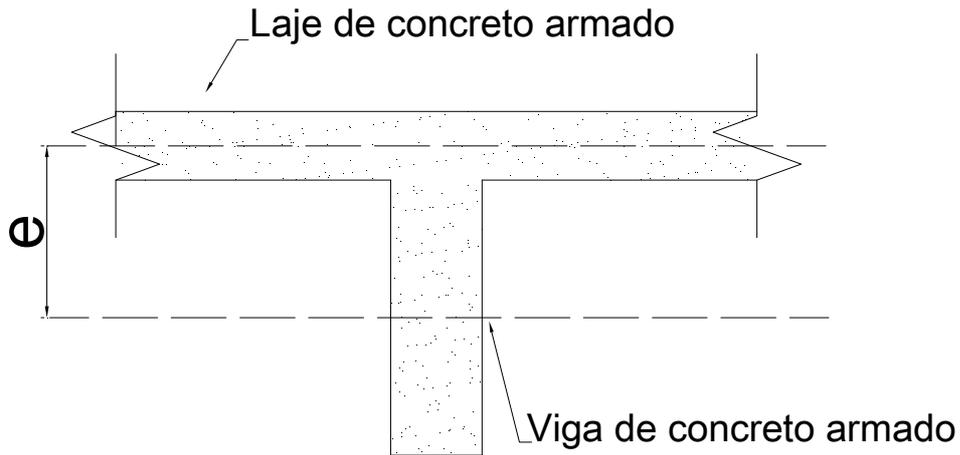


Figura 13 - Relação da excentricidade entre a laje e viga.

O presente modelo em elementos finitos possui um grau de refinamento adequado, permitindo uma boa representação do comportamento estrutural estático e dinâmico da estrutura analisada no que diz respeito à malha de elementos finitos, apresentando 1613 nós, 1440 elementos finitos de casca SHELL63 [4] e 396 elementos finitos de viga BEAM44 [4].

As condições de contorno foram aplicadas sobre o modelo numérico na base da estrutura, de modo a restringir as deslocabilidades dos pilares, no que diz respeito aos deslocamentos translacionais (horizontais e verticais), no que tange as direções globais X , Y e Z , simulando apoios de segundo gênero tridimensionais. As rotações na base dos pilares não foram restringidas. O modelo em elementos finitos desenvolvido encontra-se ilustrado nas Figuras 14 a 17.

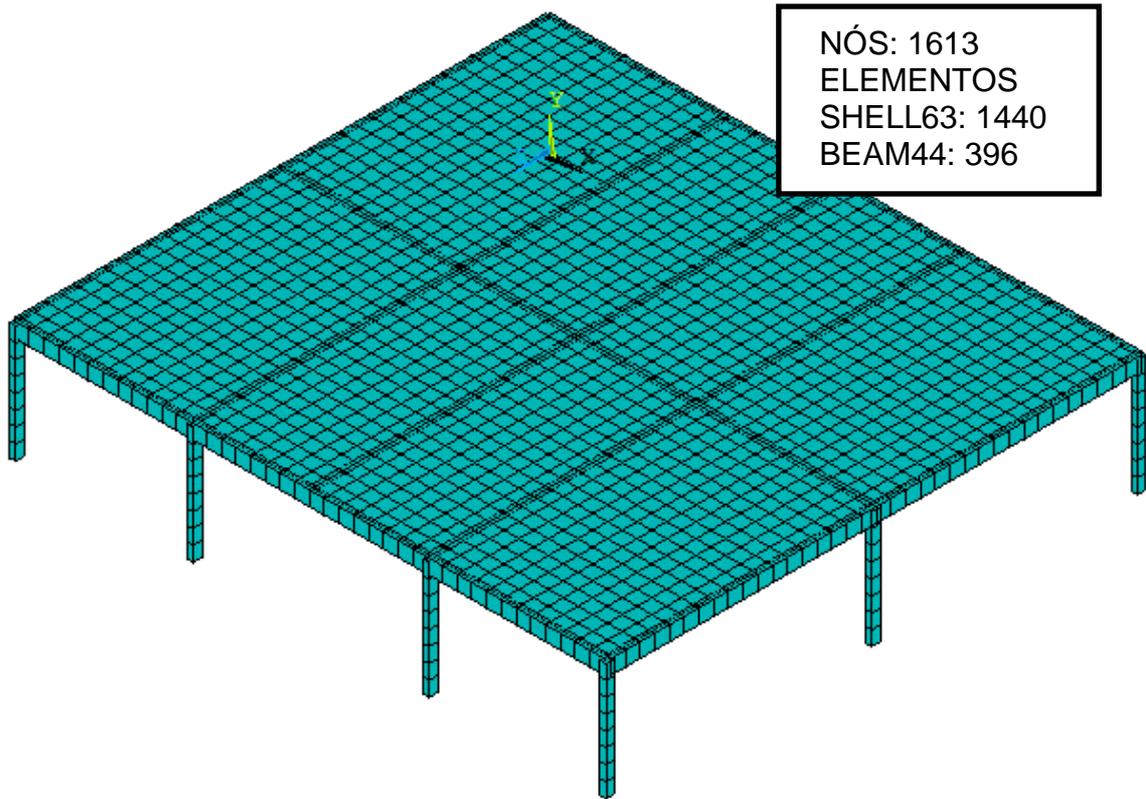


Figura 14 - Vista tridimensional do modelo em elementos finitos.

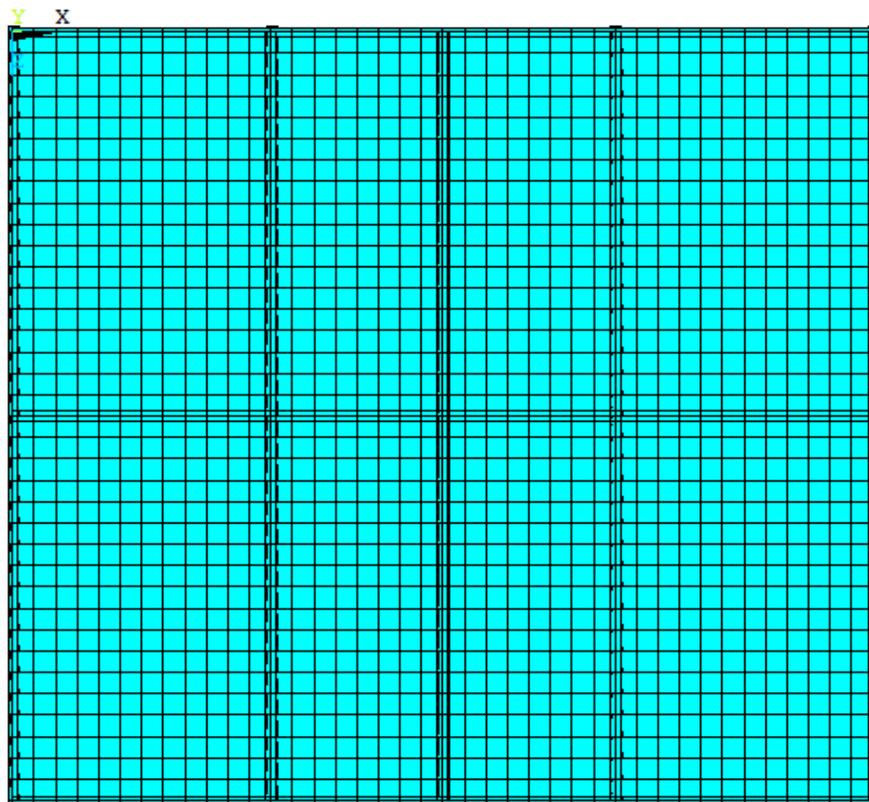


Figura 15 - Vista superior da laje discretizada.

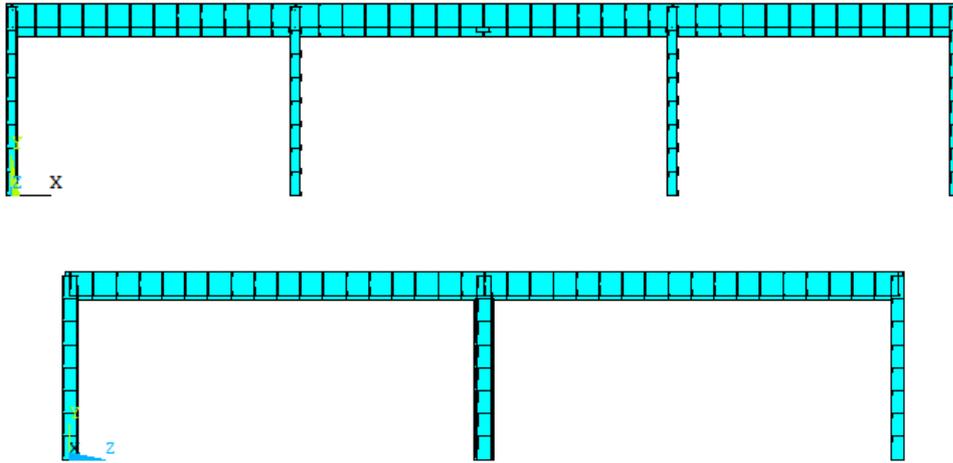


Figura 16 - Planos XY e ZY.

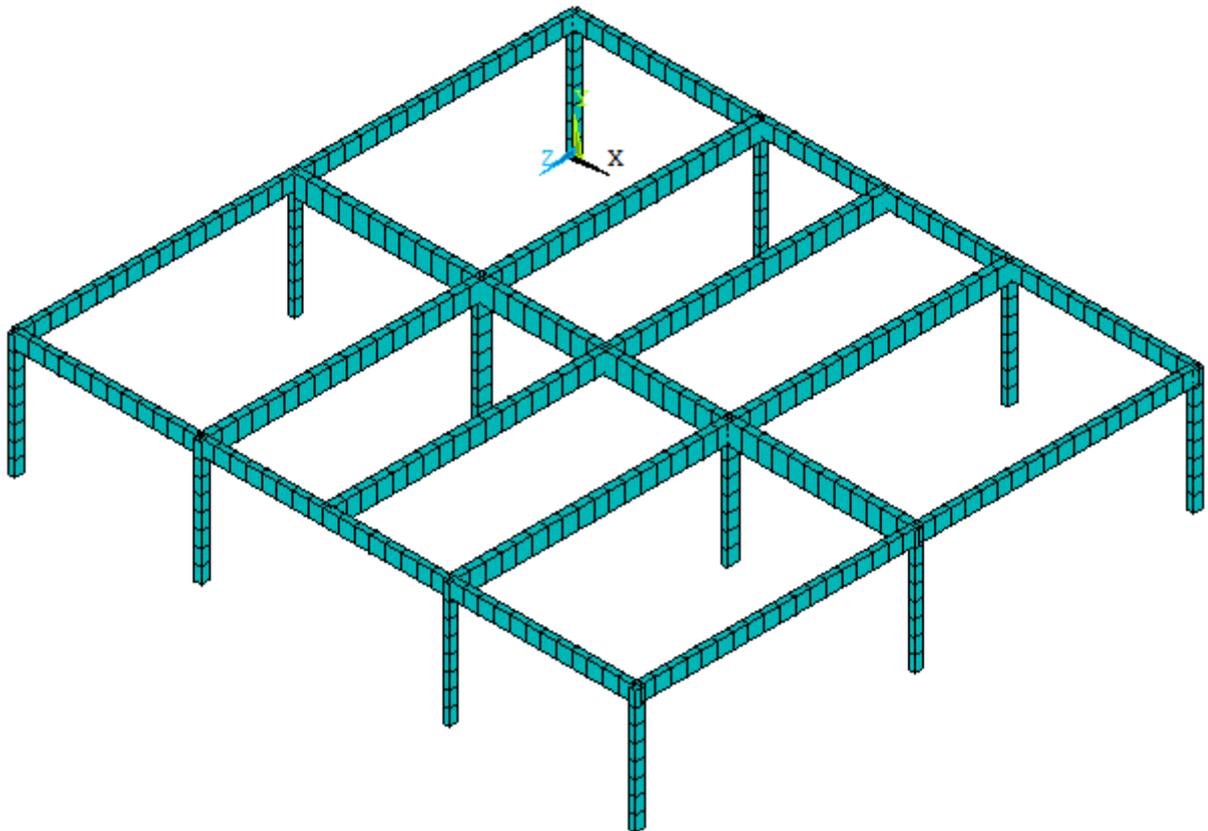


Figura 17 - Vista isométrica das vigas e pilares.

5 ANÁLISE ESTÁTICA

5.1 Introdução

A análise estática é a fase inicial da verificação do projeto. É importante, pois muitas vezes pode-se identificar erros de dimensionamento, que passaram despercebidos pelo projetista. Essa análise possibilita determinar deslocamentos e esforços devido apenas a carregamentos estáticos sobre a estrutura. As análises estáticas podem ser divididas em dois tipos: análises lineares e não lineares. No presente trabalho a estrutura será analisada somente em regime linear.

A estrutura será verificada conforme o estado limite de serviço de deformações excessivas. Com relação ao carregamento estático atuante sobre o piso, considerou-se o peso próprio da estrutura e a carga permanente de revestimento do piso igual a 1 kN/m². De acordo com NBR 6120 [51], item 2.2, Tabela 2; a parcela de carga acidental utilizada foi de 5 kN/m² (ginásio de esportes), sendo o valor que mais se aproxima ao piso investigado.

5.2 Deslocamentos

A NBR 6118 [1], item 13.3, Tabela 13.3 estabelece deslocamentos limites para efeito de deformações visíveis em elementos estruturais e aceitabilidade sensorial por vibrações sentidas no piso para verificação das lajes no estado limite de serviço. O valor da flecha máxima é definido pela norma como $L/250$, referente a deslocamentos estruturais visíveis e em relação às vibrações sentidas pelos usuários o valor máximo da flecha é de $L/350$, sendo o valor da flecha calculado considerando somente a carga acidental, onde L corresponde ao vão da laje considerada. Em relação ao piso em questão, todas as lajes têm no mínimo o comprimento igual a 6,00 m, possibilitando um valor para flecha máxima de 2,40 cm para deformações estruturais visíveis e 1,71 cm para vibrações sentidas.

A planta baixa esquemática do piso, mostrando os nós escolhidos para obtenção dos deslocamentos é mostrada na Figura 18. O piso é dividido em seis painéis e são analisados seis nós de “A” a “F”.

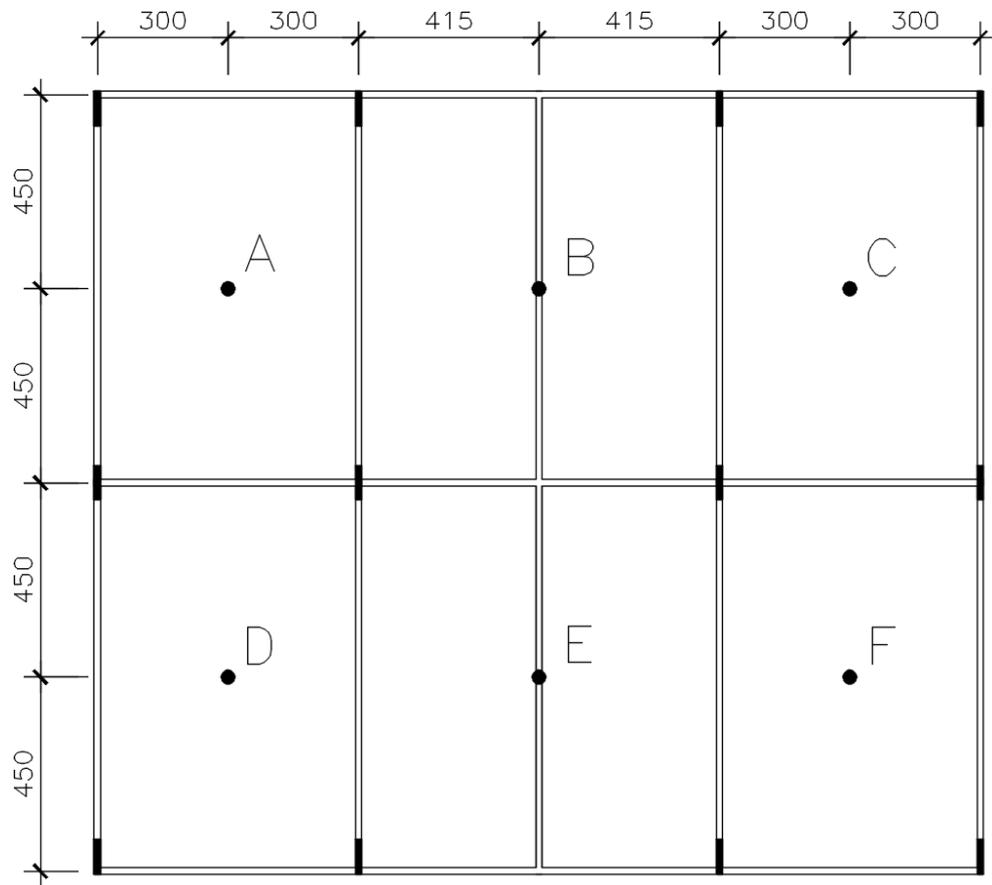


Figura 18 – Nós do modelo escolhidos para investigação.

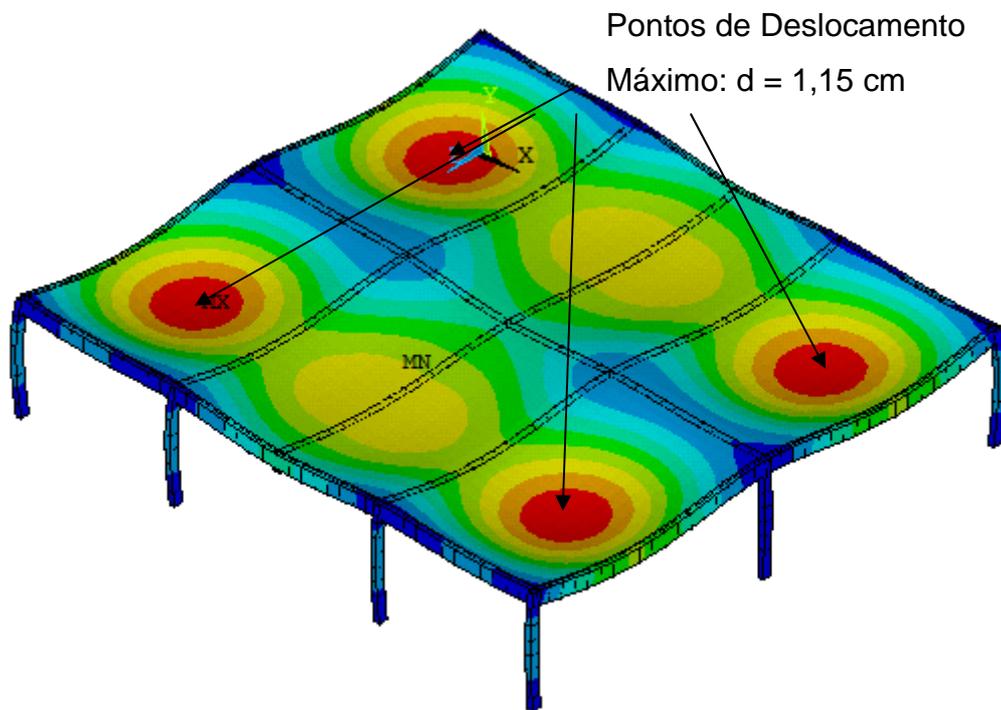


Figura 19 – Deformada do modelo estrutural (carga permanente + acidental).

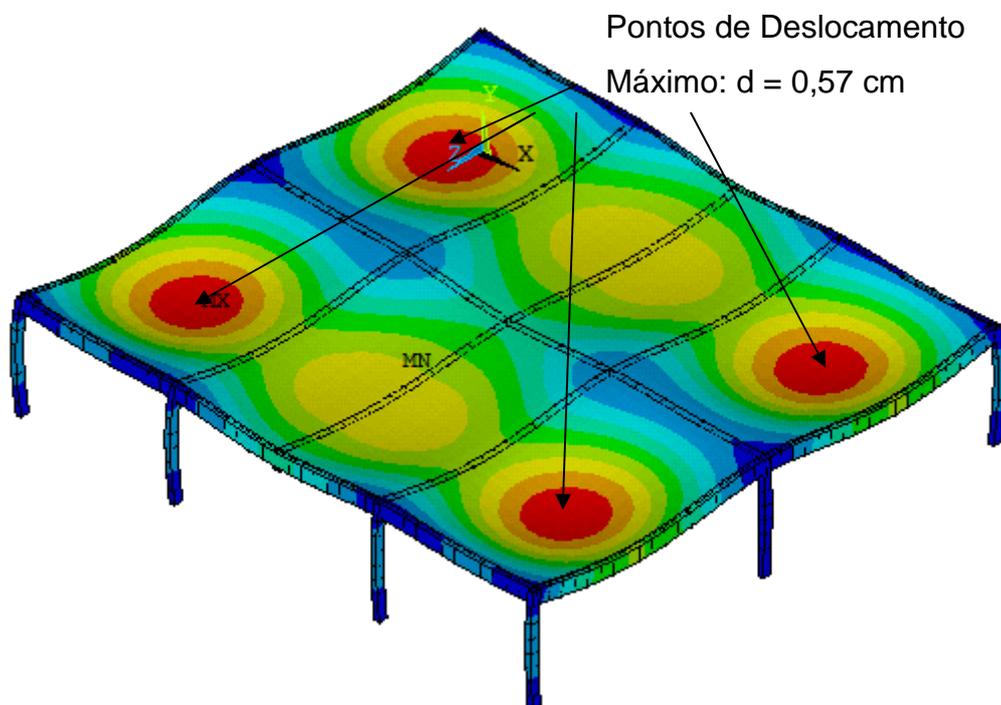


Figura 20 – Deformada do modelo estrutural (carga acidental).

Tabela 8 - Deslocamentos dos nós de análise do modelo, comparados ao limite para deformações visuais e vibrações sentidas.

Nó	Deslocamento (cm)	
	Carga Permanente + Acidental	Carga Acidental
A	1,15	0,57
B	0,95	0,43
C	1,15	0,57
D	1,15	0,57
E	0,95	0,43
F	1,15	0,57

As Figuras 19 e 20 e a Tabela 8 apresentam os resultados da análise estática e, observando estes resultados obtidos, conclui-se que em nenhum dos nós do modelo ocorre um deslocamento superior ao valor máximo para o deslocamento vertical da laje, com relação a deformações visíveis e aceitabilidade sensorial. Desta forma, conclui-se que, de acordo com a análise estática, o piso não está susceptível a vibrações excessivas e está adequado às exigências normativas.

6 ANÁLISE MODAL

6.1 Generalidades

A análise modal pode ser definida como o processo de técnicas teóricas e experimentais que possibilitam a construção de um modelo matemático representativo do comportamento dinâmico do sistema em estudo, com a finalidade de determinar os seus parâmetros modais: as frequências naturais e seus modos de vibração.

É necessário compreender a forma de vibrar da estrutura para verificar como esta estrutura se comportará face ao carregamento dinâmico, ou seja, a análise modal da estrutura é definida a partir do conhecimento de suas frequências naturais (autovalores) e seus respectivos modos de vibrar (autovetores). A análise modal, de acordo com Avelino [52], reflete o comportamento dinâmico básico da estrutura constituindo uma prévia de como a estrutura responderá ao carregamento atuante sobre a mesma.

Através do programa computacional ANSYS [4], pode-se solucionar os problemas associados à vibração livre da estrutura e, assim, obter os autovalores e autovetores do modelo.

6.2 Análise das Frequências Naturais (Autovalores)

As frequências naturais indicam a taxa de oscilação livre da estrutura, quando a força que provocou o movimento é retirada, ou seja, representa o quanto a estrutura vibra quando não há força aplicada sobre ela. Esta frequência é função direta da rigidez, e inversa da massa da estrutura, sendo designada por um número real positivo, e cuja unidade mais comum é o Hertz (Hz). Normalmente a frequência natural mais importante é a primeira, menor entre todas, designada por fundamental. Foram obtidas as frequências naturais dos dez primeiros modos de vibração do modelo estrutural. As três primeiras frequências retiradas do programa

computacional foram referentes aos modos de vibrar das colunas, enquanto que as demais correspondiam aos modos de vibrar do piso. A Tabela 9 apresenta os resultados obtidos para cada modo de vibração.

Tabela 9 - Frequências naturais do piso.

Frequências Naturais (Hz)		Modos de Vibração
$f_{01}^{Colunas}$	0,66	Flexão das colunas em torno do eixo X
$f_{02}^{Colunas}$	1,04	Flexão das colunas em torno do eixo Z
$f_{03}^{Colunas}$	1,09	Torção da laje em torno do eixo Y e flexão das colunas em torno dos eixos X e Z
f_{01}^{Piso}	6,83	Flexão da laje em torno do eixo X
f_{02}^{Piso}	7,01	Flexão da laje em torno dos eixos X e Z
f_{03}^{Piso}	7,75	Flexão da laje em torno dos eixos X e Z
f_{04}^{Piso}	8,10	Flexão da laje em torno do eixo Z
f_{05}^{Piso}	8,78	Flexão da laje em torno dos eixos X e Z
f_{06}^{Piso}	8,84	Flexão da laje em torno dos eixos X e Z
f_{07}^{Piso}	11,43	Flexão da laje e das colunas em torno dos eixos X e Z

A Tabela 10 apresenta um resumo das propriedades modais do modelo estrutural investigado, quantificando os valores de massa, rigidez e amortecimento modal para cada modo da laje.

Tabela 10 – Propriedades modais da laje do modelo estrutural.

Nº do Modo da Laje	Frequência (Hz)	ω (rad/s)	Massa Modal (kg)	Rigidez Modal (kN/m)	Amortecimento Modal (Ns/m)
1º	6,83	42,92	49.605,24	91.373.360,27	42.579,80
2º	7,01	44,05	36.215,22	70.279.520,92	31.907,29
3º	7,75	48,68	34.208,94	81.074.474,30	33.307,49
4º	8,10	50,92	36.011,01	93.358.281,48	36.671,11
5º	8,78	55,14	29.120,43	88.532.781,97	32.113,01
6º	8,84	55,54	37.502,27	115.699.735,40	41.660,54
7º	11,43	71,80	38.262,25	197.252.880,00	54.944,84

6.3 Análise dos Modos de Vibração (Autovetores)

Os modos de vibração representam a forma como a estrutura vibra, relacionada a cada uma de suas frequências naturais, ou seja, para cada frequência natural existe um modo de vibrar específico. A Figura 21 apresenta os modos de vibração das colunas e os modos de vibração à flexão do piso.

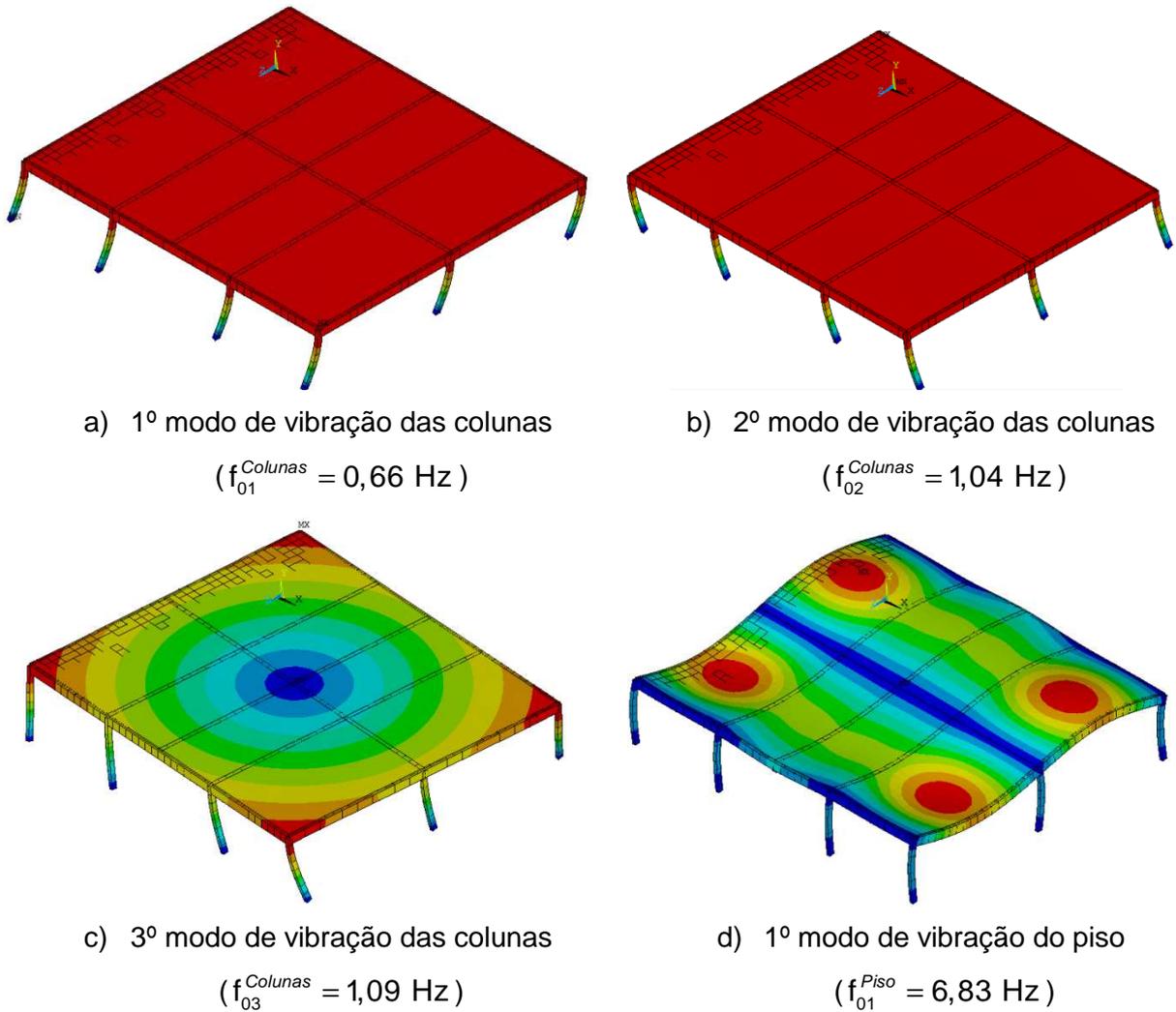
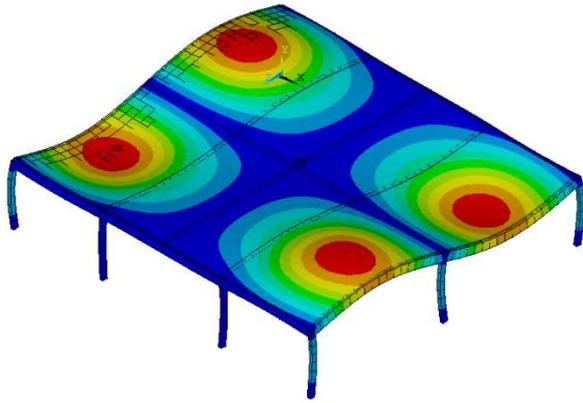
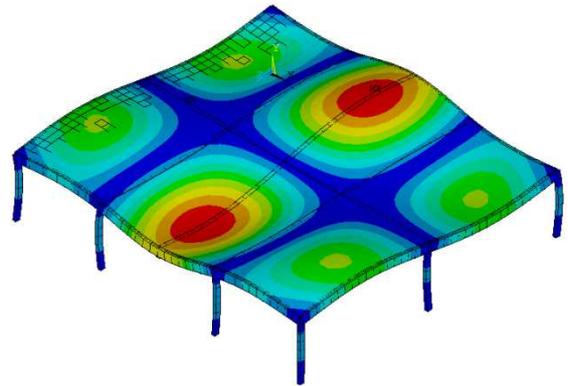


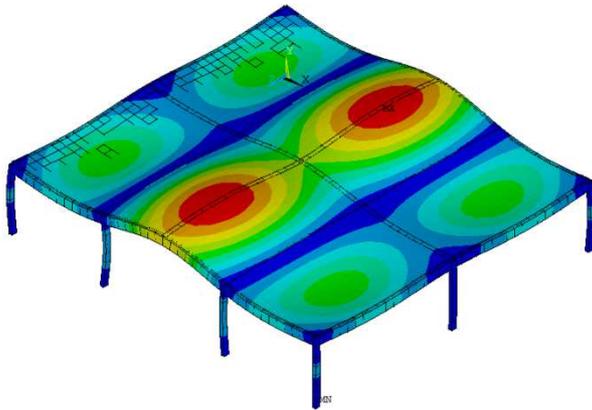
Figura 21 – Modos de vibração do piso de concreto armado.



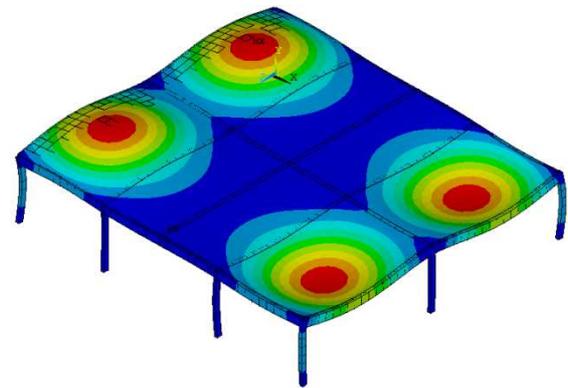
e) 2º modo de vibração do piso
($f_{02}^{Piso} = 7,01 \text{ Hz}$)



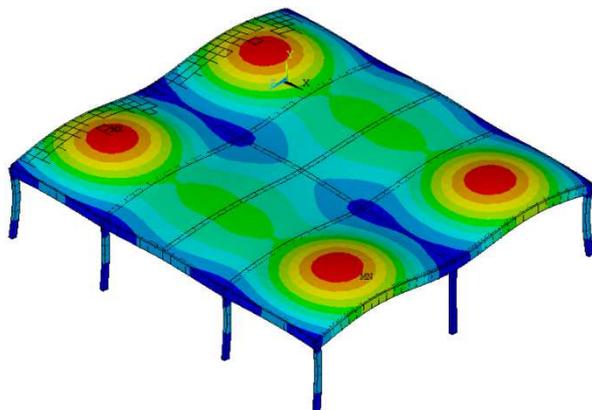
f) 3º modo de vibração do piso
($f_{03}^{Piso} = 7,75 \text{ Hz}$)



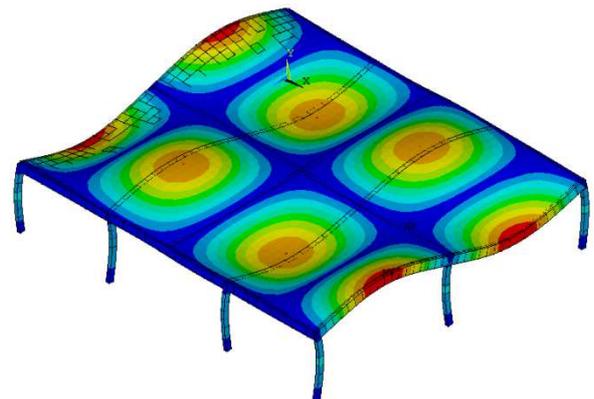
g) 4º modo de vibração do piso
($f_{04}^{Piso} = 8,10 \text{ Hz}$)



h) 5º modo de vibração do piso
($f_{05}^{Piso} = 8,78 \text{ Hz}$)



i) 6º modo de vibração do piso
($f_{06}^{Piso} = 8,84 \text{ Hz}$)



j) 7º modo de vibração do piso
($f_{07}^{Piso} = 11,43 \text{ Hz}$)

Figura 21 (cont.) – Modos de vibração do piso de concreto armado.

É possível observar, em relação às características das formas modais, que os três primeiros modos de vibração são referentes predominantemente às colunas, sendo os demais modos de vibração correspondentes de forma predominante a vibração do piso, apresentando frequência fundamental igual a 6,83 Hz. Observa-se também que a frequência fundamental do piso encontra-se dentro da faixa de frequência de excitação correspondente ao terceiro harmônico de atividades aeróbicas, variando de 5,66 a 8,57Hz (Faisca, [49]) e de 4,5 a 8,4Hz (Ellis e Ji [50]). Em consequência, o piso pode entrar em ressonância caso a frequência de excitação se iguale à frequência fundamental. É importante observar que o posicionamento do carregamento contribui para a amplificação das vibrações, principalmente nos pontos de maior amplitude modal.

A Tabela 11 mostra os valores mínimos de frequência natural fundamental da estrutura, de acordo com as normas de critérios de projeto destinada a atividades rítmicas praticadas sobre pisos.

Tabela 11 - Frequências naturais recomendadas para atividade aeróbica

Norma / Critérios de projeto	Atividade praticada	Frequência natural mínima (Hz)
NBR 6118 [1]	Ginásio de esportes	9,6
Guia AISC [6]	Ginástica aeróbica para pisos leves	9,2

Comparando os valores indicados pelas normas e guia de projeto, presentes na Tabela 11, com a frequência fundamental do piso ($f_{01}^{Piso} = 6,83 \text{ Hz}$), conclui-se que esta encontra-se abaixo do valor mínimo recomendado. Esta situação remete a uma grande probabilidade de ocorrência de problemas relacionados a vibrações excessivas.

7 ANÁLISE HARMÔNICA

A análise harmônica representa uma fase importante do estudo, sendo através deste tipo de análise que os modos de vibração que contribuem efetivamente para a resposta dinâmica da estrutura são determinados. Neste intuito, aplica-se um carregamento que varia harmonicamente no tempo, de modo a se obter os resultados em termos de espectro de frequências dos deslocamentos nodais.

No modelo do piso estudado foi aplicada uma carga de 800 N (equivalente ao peso de uma pessoa) nos pontos de maiores amplitudes modais que, de acordo com a análise modal, são os nós centrais de cada segmento de laje definido na Figura 18. Esta análise é realizada com a frequência de excitação variando de 0 a 15 Hz com um intervalo de discretização igual a 0,06 Hz, além de considerar o amortecimento estrutural no valor de 1% (ISO 10137 [41]).

O objetivo dessa análise é obter o gráfico da resposta (deslocamento e aceleração nodal) em função da frequência, pela aplicação da carga em cada ponto de interesse. É possível identificar os picos sempre que a frequência da força aplicada se iguala as frequências naturais da estrutura.

As Figuras 22 a 27 ilustram os espectros de resposta do piso onde o eixo da ordenada representa a amplitude do deslocamento vertical e na abscissa, a frequência. Já as Figuras 28 a 33 ilustram os espectros de resposta onde o eixo da ordenada representa a amplitude da aceleração do piso e, na abscissa, a frequência.

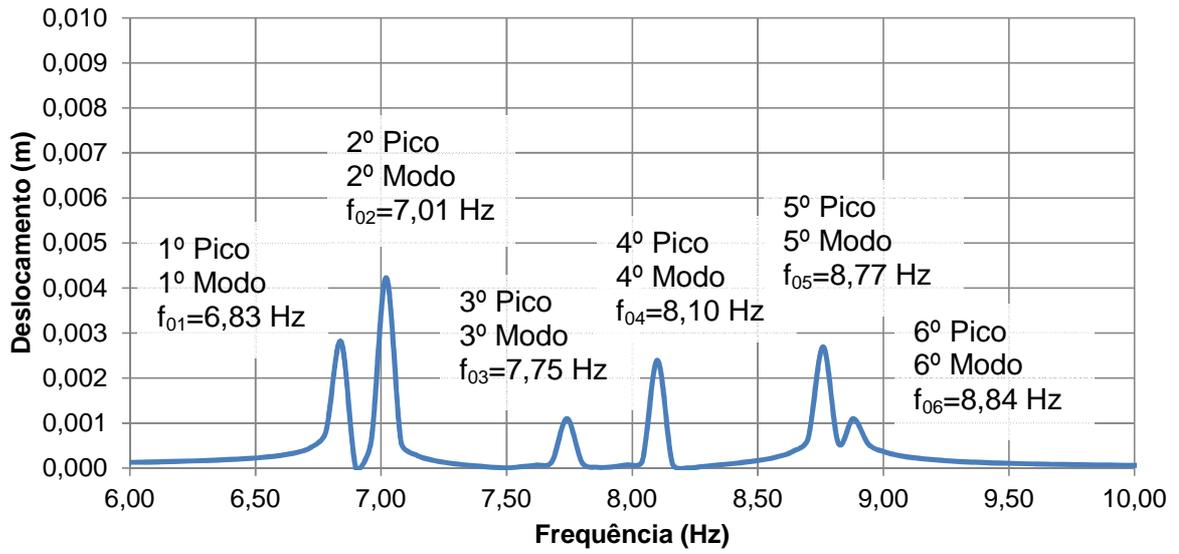


Figura 22 – Análise harmônica em função do deslocamento no nó A.

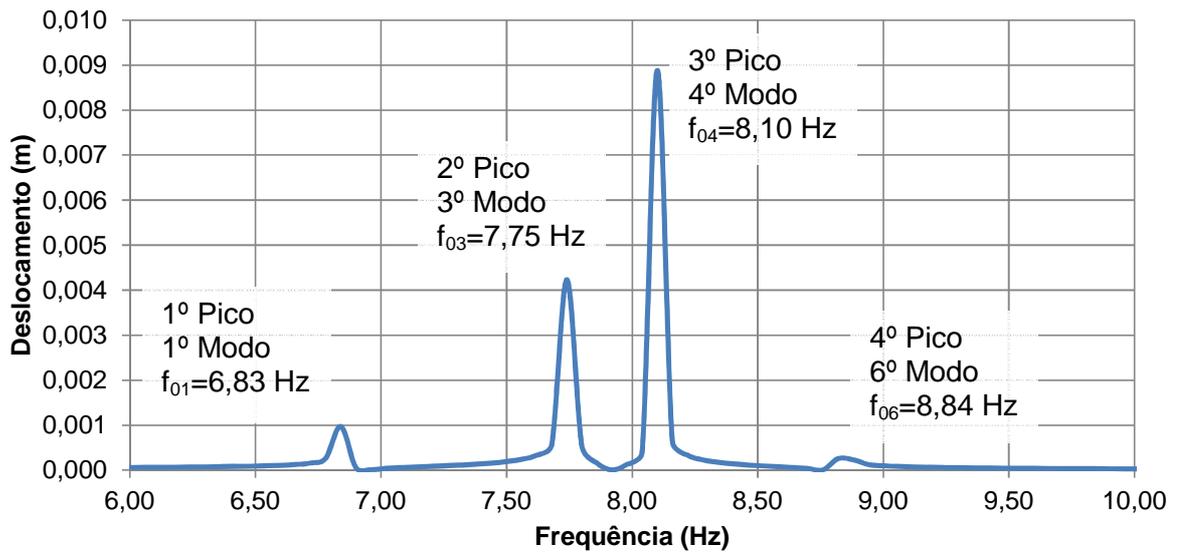


Figura 23 – Análise harmônica em função do deslocamento no nó B.

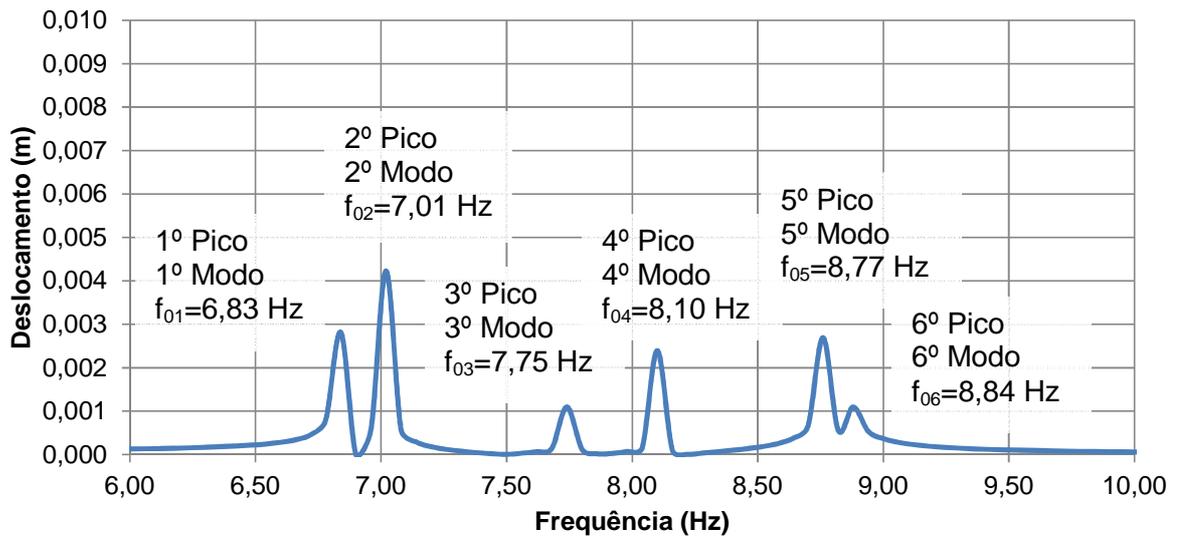


Figura 24 – Análise harmônica em função do deslocamento no nó C.

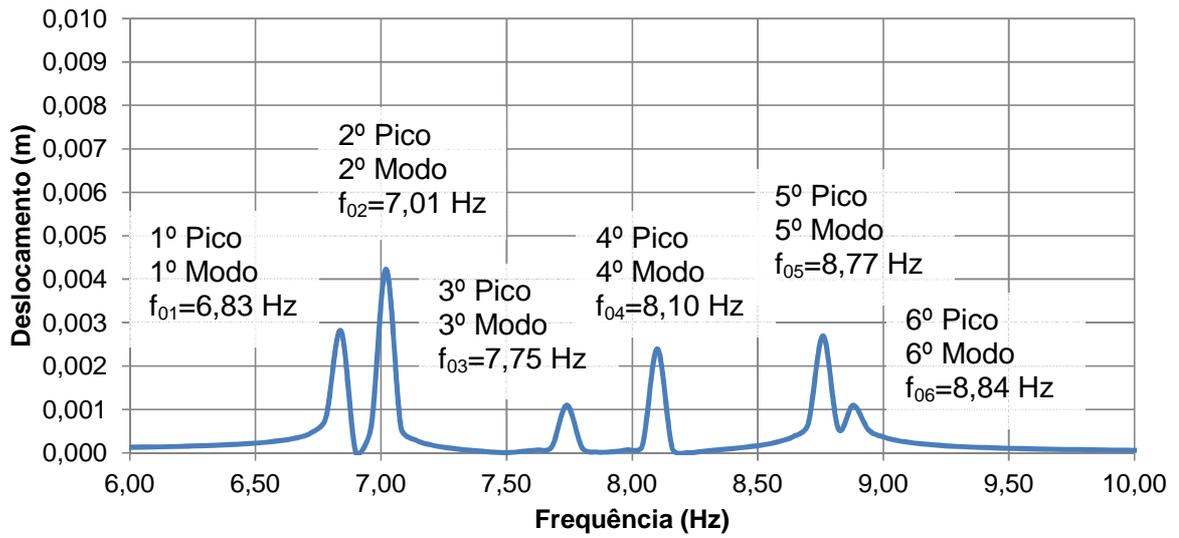


Figura 25 – Análise harmônica em função do deslocamento no nó D.

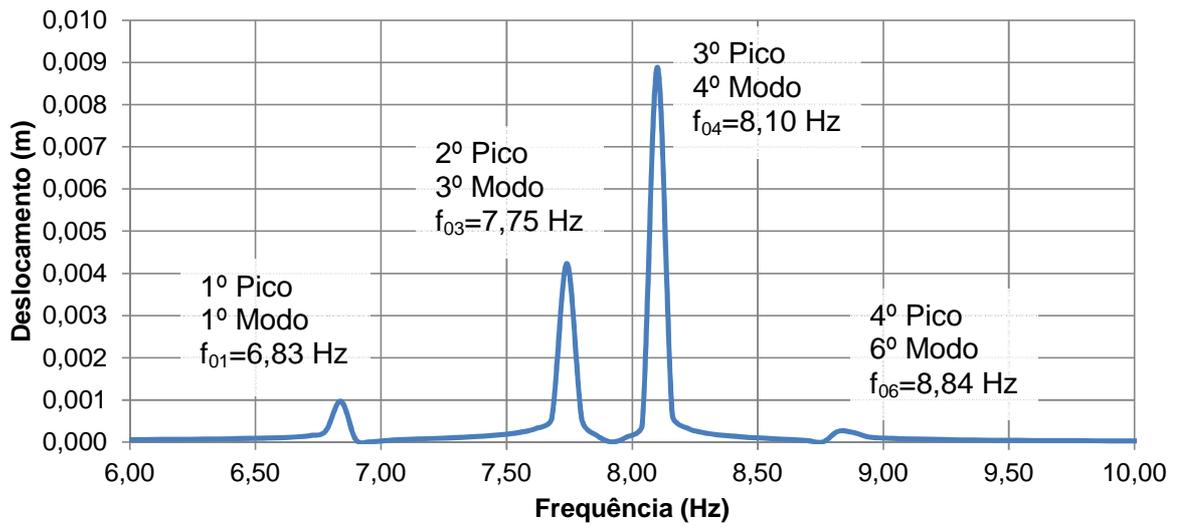


Figura 26 – Análise harmônica em função do deslocamento no nó E.

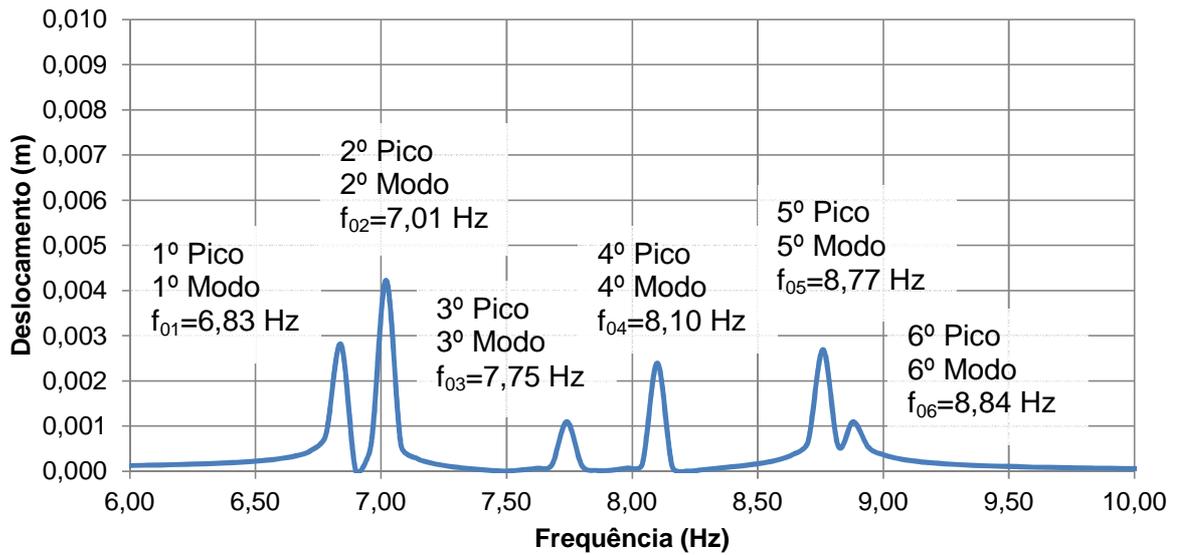


Figura 27 – Análise harmônica em função do deslocamento no nó F.

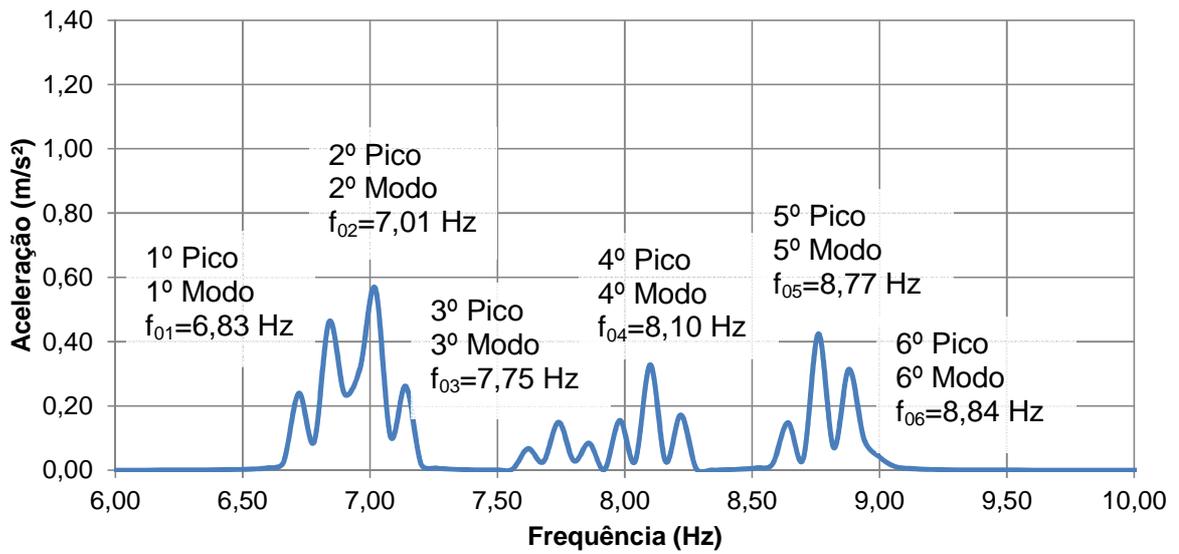


Figura 28 – Análise harmônica em função da aceleração no nó A.

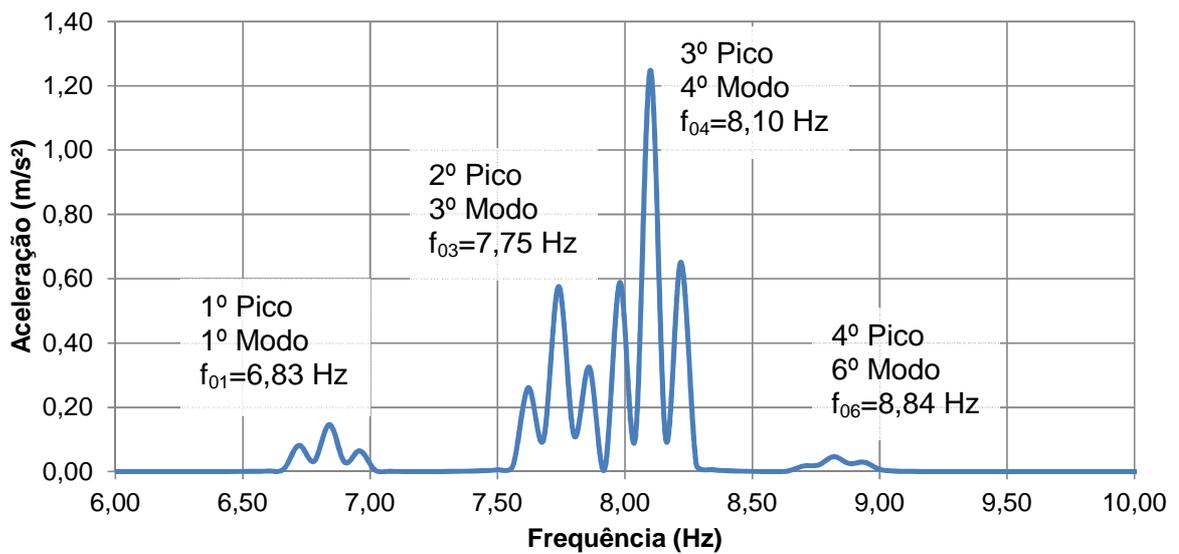


Figura 29 – Análise harmônica em função da aceleração no nó B.

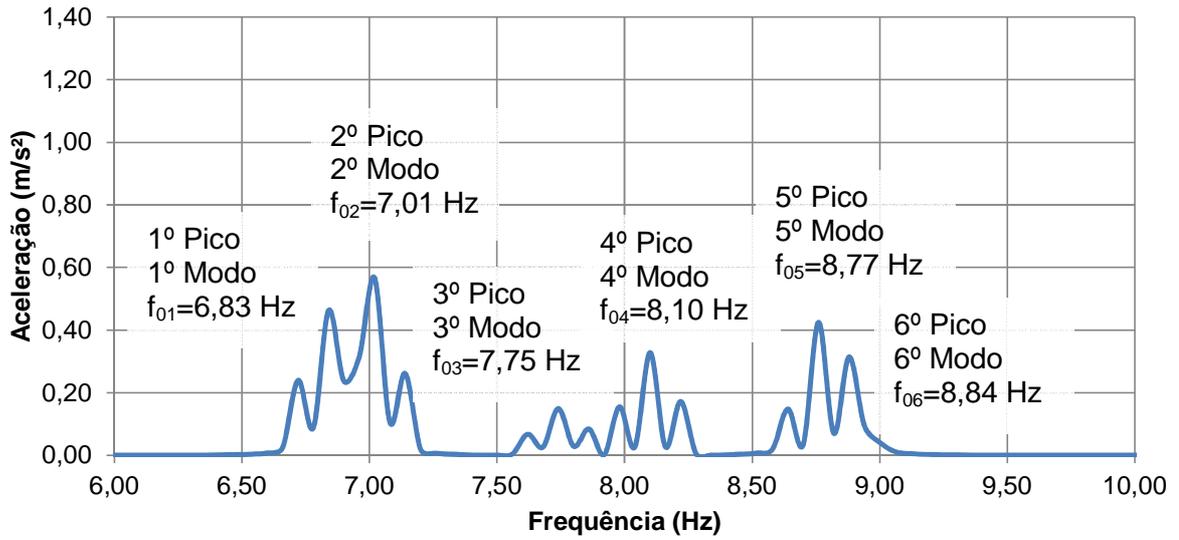


Figura 30 – Análise harmônica em função da aceleração no nó C.

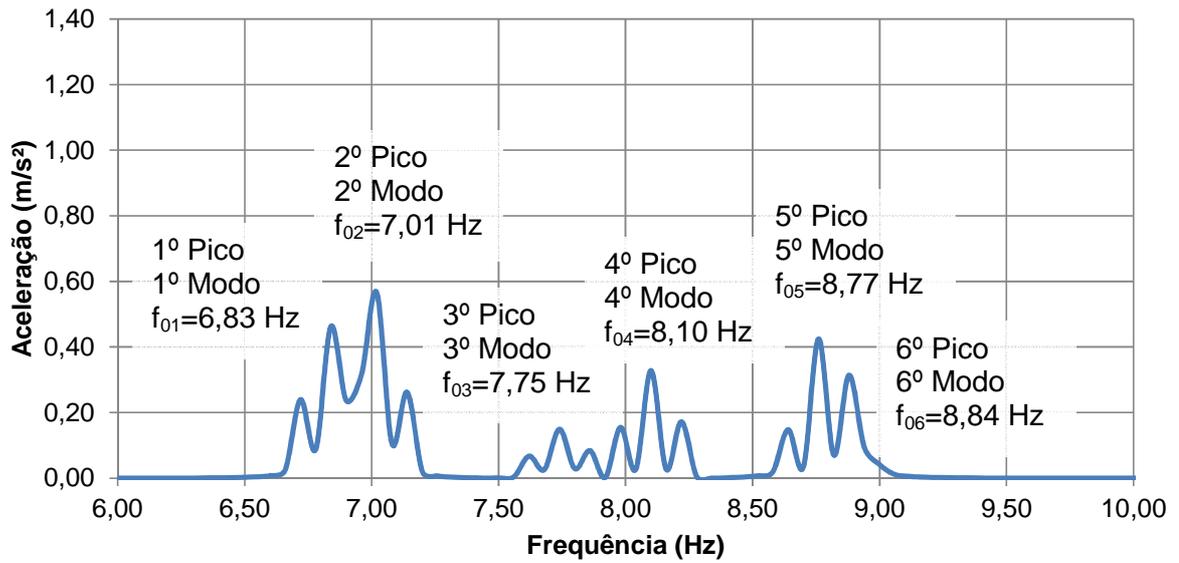


Figura 31 – Análise harmônica em função da aceleração no nó D.

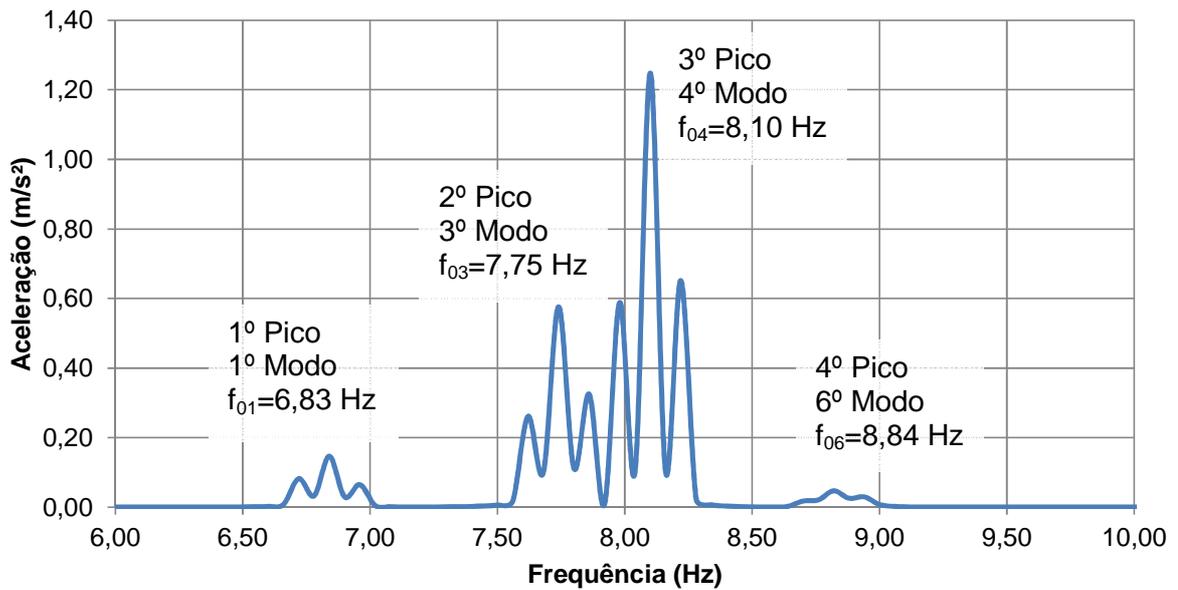


Figura 32 – Análise harmônica em função da aceleração no nó E.

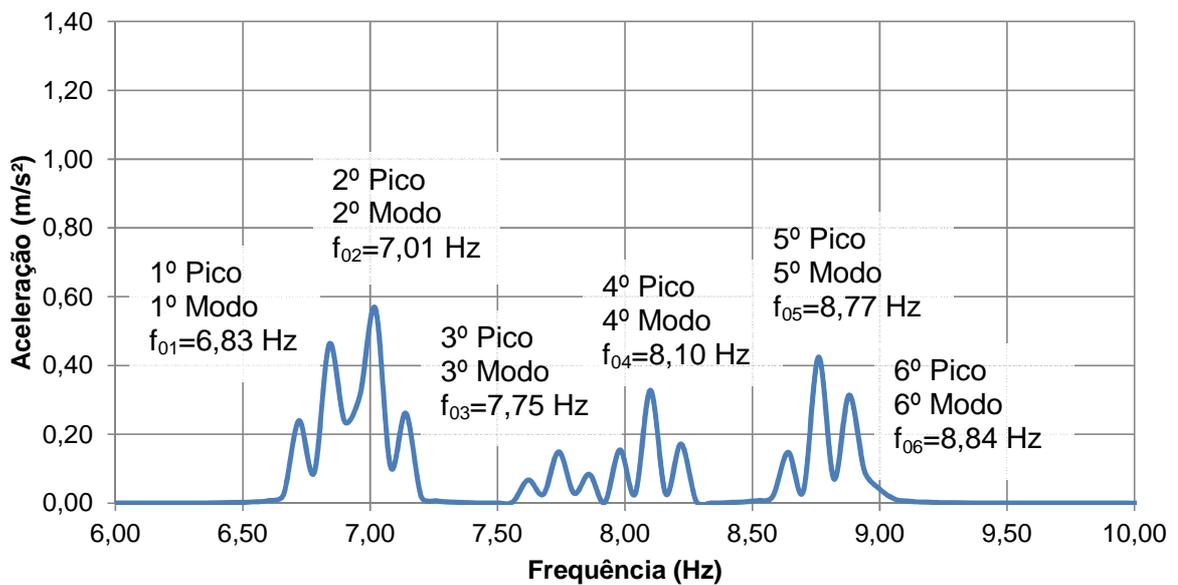


Figura 33 – Análise harmônica em função da aceleração no nó F.

Pode-se observar através dos gráficos indicados nas Figuras 22 a 33, que para os valores onde a frequência do carregamento se iguala à frequência fundamental da estrutura, há a amplificação máxima do deslocamento e acelerações no ponto considerado. Esta amplificação nos indica a ocorrência do fenômeno de ressonância.

Percebe-se que os modos preponderantes do piso são os dois primeiros ($f_{01}^{Piso} = 6,83 \text{ Hz}$ e $f_{02}^{Piso} = 7,01 \text{ Hz}$), gerando os maiores valores de amplificação e interferindo nos demais modos. Portanto, deve-se ter maior atenção quanto à contribuição desses modos em prováveis vibrações excessivas, principalmente porque suas frequências naturais se encontram na faixa de frequência do terceiro harmônico das atividades humanas a qual a estrutura é destinada.

8 MODELOS TEÓRICOS DE ATIVIDADES HUMANAS RÍTMICAS

Esta pesquisa tem como foco o estudo de atividades aeróbicas praticadas sobre pisos, como ocorre comumente em academias de ginástica. Sendo assim, este capítulo se destina a apresentar os carregamentos utilizados para simular as ações dinâmicas humanas rítmicas e, posteriormente, detalhar as funções matemáticas definidas por diversos autores para a representação da atividade aeróbica.

8.1 Disposição do carregamento

O carregamento foi disposto sobre a estrutura de três maneiras distintas de modo a representar a prática da atividade, sempre respeitando o valor de $0,20 \text{ kN/m}^2$ preconizado por alguns guias, como o AISC [6], para atividade aeróbica.

A Figura 34 apresenta o piso descrevendo a finalidade a qual cada parte deste foi projetada. O primeiro arranjo de carregamento é ilustrado na Figura 35, e representa a situação de uso comum do piso segundo o projeto, com um total de 26 pessoas praticando a atividade. Destaca-se a presença de dois indivíduos a frente dos demais com o intuito de simular os instrutores da prática.

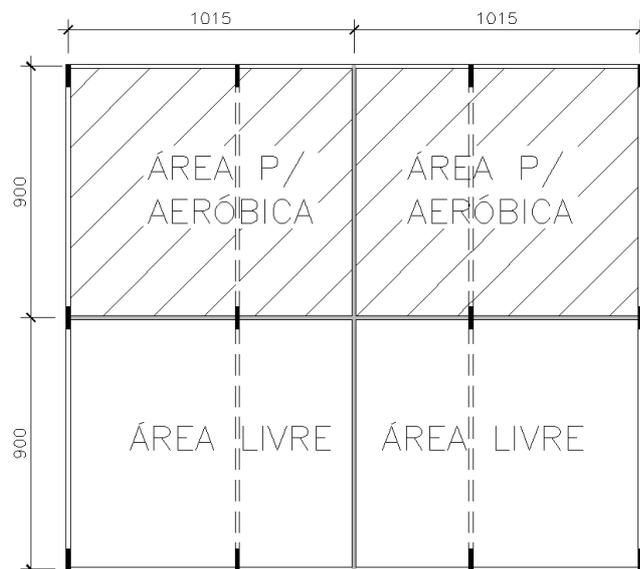


Figura 34 – Áreas de uso para cada segmento do piso.

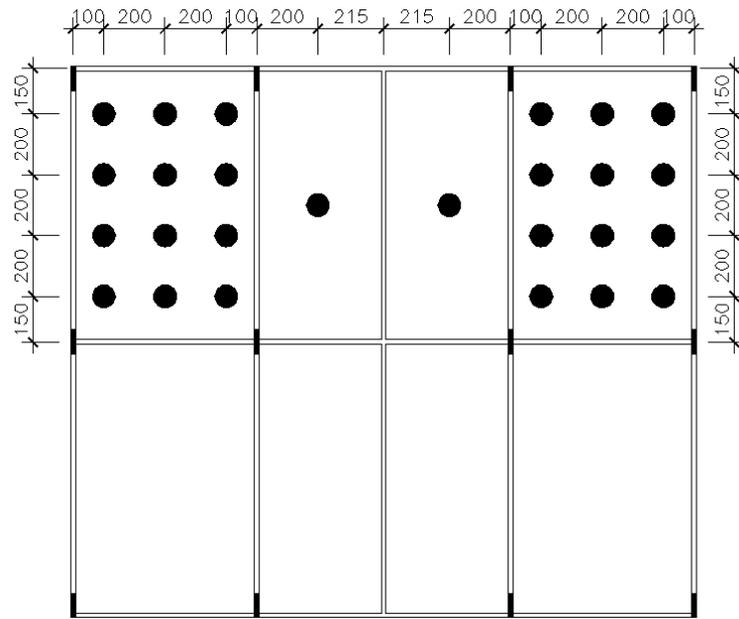


Figura 35 – 1º arranjo com 26 pessoas praticando a atividade aeróbica.

O segundo arranjo representa uma alternativa para a distribuição das pessoas sobre o piso, readequando o projeto e utilizando-se de outra área para a prática de dança aeróbica. Também foi proposto um aumento considerável no número dos praticantes da atividade, de forma a analisar uma excepcionalidade no uso da estrutura. A Figura 36 ilustra o segundo arranjo, onde mais da metade do piso será utilizado por um total de 42 pessoas realizando a atividade.

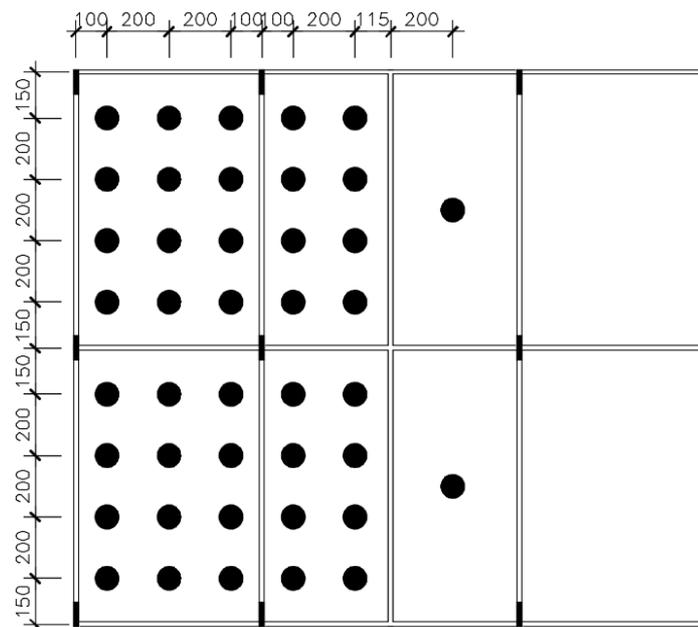


Figura 36 – 2º arranjo com 42 pessoas praticando a atividade aeróbica.

Para o terceiro arranjo foi proposto manter as áreas onde será realizada a atividade, porém considerando-se ainda a excepcionalidade do aumento no número de participantes e o uso de mais da metade do piso. A Figura 37 apresenta a distribuição dos indivíduos desta alternativa, com 43 pessoas praticando a atividade. Nota-se, ainda, a inclusão de mais um indivíduo destacado dos demais, contabilizando um total de 3 instrutores para esta alternativa.

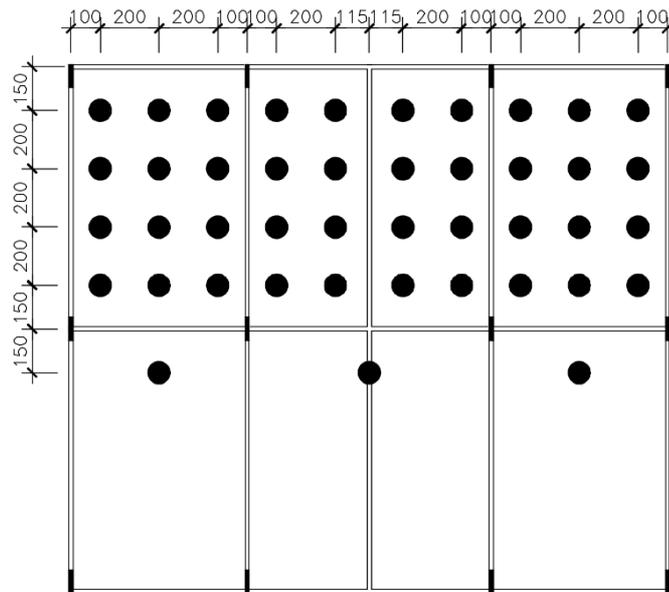


Figura 37 – 3º arranjo com 43 pessoas praticando a atividade aeróbica.

8.2 Modelo de carregamento proposto pelo guia do AISC [6]

Esta formulação de carregamento objetiva representar a prática da atividade aeróbica realizada por grupos em academias de ginástica, de forma a possibilitar a sua aplicação nos modelos em elementos finitos.

O manual do AISC [6] propõe a representação da atividade humana através do uso de uma série de Fourier, que consiste no somatório das parcelas de força correspondentes de cada harmônico do carregamento rítmico. A equação (20) apresenta o modelo proposto pelo AISC [6] para a representação do carregamento.

$$P(t) = \sum_{i=1}^N w_p \alpha_i \sin(2\pi f_{step} t - \phi_i) \quad (20)$$

Na equação (20), a variável $P(t)$ corresponde à força representativa da atividade humana ao longo do tempo em Newtons (N), w_p representa o peso dos praticantes da atividade por unidade de área, i é o múltiplo harmônico da frequência do passo, a variável α_i representa o coeficiente de Fourier associado ao i -ésimo harmônico da atividade, f_p corresponde a frequência do passo da atividade na unidade de radianos por segundo (rad/s), t é o tempo em segundos (s) e ϕ_i é o ângulo de fase da função em radianos (rad).

Para o uso da função de carregamento do AISC [6], foi considerada uma frequência de passo igual a 2,27 Hz a fim de que o terceiro harmônico da excitação coincidissem com a frequência fundamental do piso. Foi adotada, também, uma força vertical de 800 N e um valor de 0,002 s para o passo da função. A Tabela 12 apresenta os valores do coeficiente dinâmico da componente de força proposto pelo guia do AISC [6] para cada harmônico utilizado na função de carregamento.

Tabela 12 – Coeficiente dinâmico da componente de força para cada harmônico.

i	α_i
1	1,5
2	0,6
3	0,1

A Figura 38 apresenta o gráfico da função de carregamento do AISC [6] em função do tempo, enquanto a Figura 39 ilustra a sua respectiva transformada de Fourier com o gráfico da força em função da frequência.

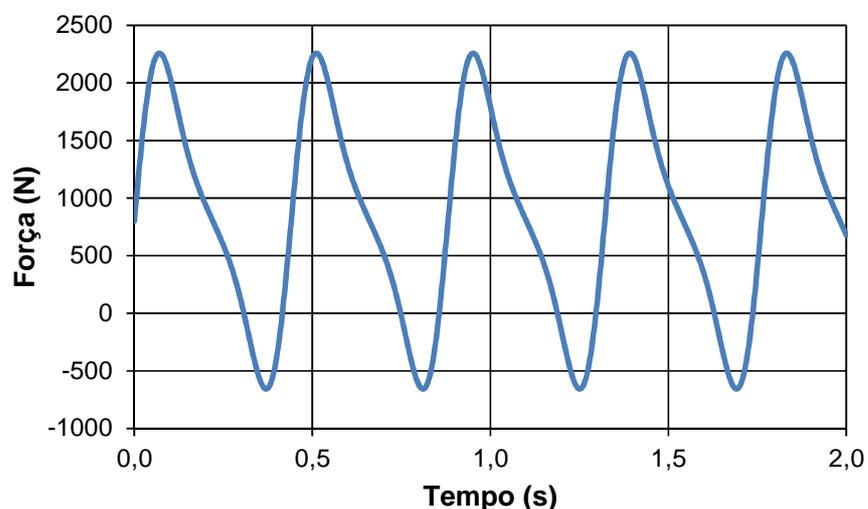


Figura 38 – Função de carregamento do AISC [6].

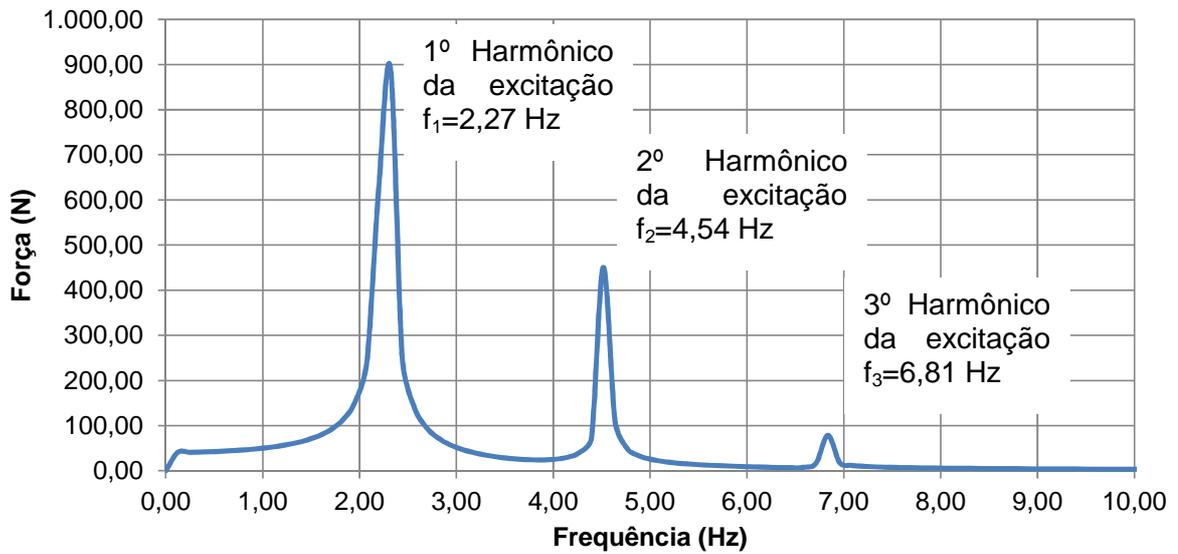


Figura 39 – Transformada de Fourier da função de carregamento do AISC [6].

8.3 Modelo de carregamento proposto por Faisca [49]

Com base em resultados experimentais realizados por Faisca [49], concluiu-se que a função que melhor se adapta às ações dinâmicas oriundas de atividades de ginástica aeróbica e saltos à vontade é a chamada função Hanning.

A representação matemática deste tipo de carregamento dinâmico por meio da função Hanning é dada pela equação (21). Em seguida, a Figura 40 facilita o entendimento da função matemática adotada, pois esta ilustra os dois intervalos de tempo significativos da referida função.

$$\begin{aligned}
 F(t) &= CD \left\{ K_p P \left[0,5 - 0,5 \cos \left(\frac{2\pi}{T_c} t \right) \right] \right\} && \text{Para } t \leq T_c \\
 F(t) &= 0 && \text{Para } T_c \leq t \leq T
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

Onde:

$F(t)$: representação matemática do carregamento no tempo (N);
CD	: coeficiente de defasagem;
K_p	: coeficiente de impacto;
P	: peso da pessoa (N);
T	: período da atividade (s);
T_c	: período de contato da atividade (s);
t	: tempo (s).

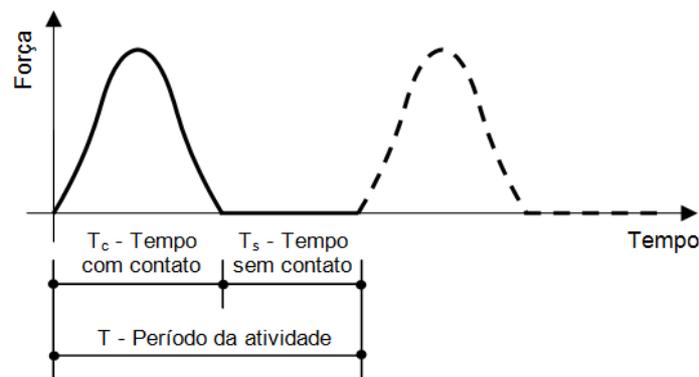


Figura 40 – Intervalos de tempo da função adotada por Faisca [49].

Destaca-se que o parâmetro CD é um coeficiente de ponderação das ações dinâmicas definidas em função da atividade realizada e do número de pessoas que atuam sobre a estrutura. Este coeficiente leva em conta os efeitos de multidão, ou seja, o grau de sincronismo entre as pessoas que atuam sobre a estrutura. Deste modo, a definição deste parâmetro considera possíveis defasagens e variações de ritmo que levariam a redução da intensidade do carregamento.

Na sequência do texto, são apresentados os valores de CD e os demais parâmetros obtidos experimentalmente por Faisca [49], no que tange a três tipos distintos de atividades humanas rítmicas.

A Figura 41 representa o gráfico do coeficiente de defasagem (CD), para três atividades estudadas por Faisca [49], extrapoladas para um grande número de pessoas. Isso permite que as cargas possam ser usadas para representar multidões.

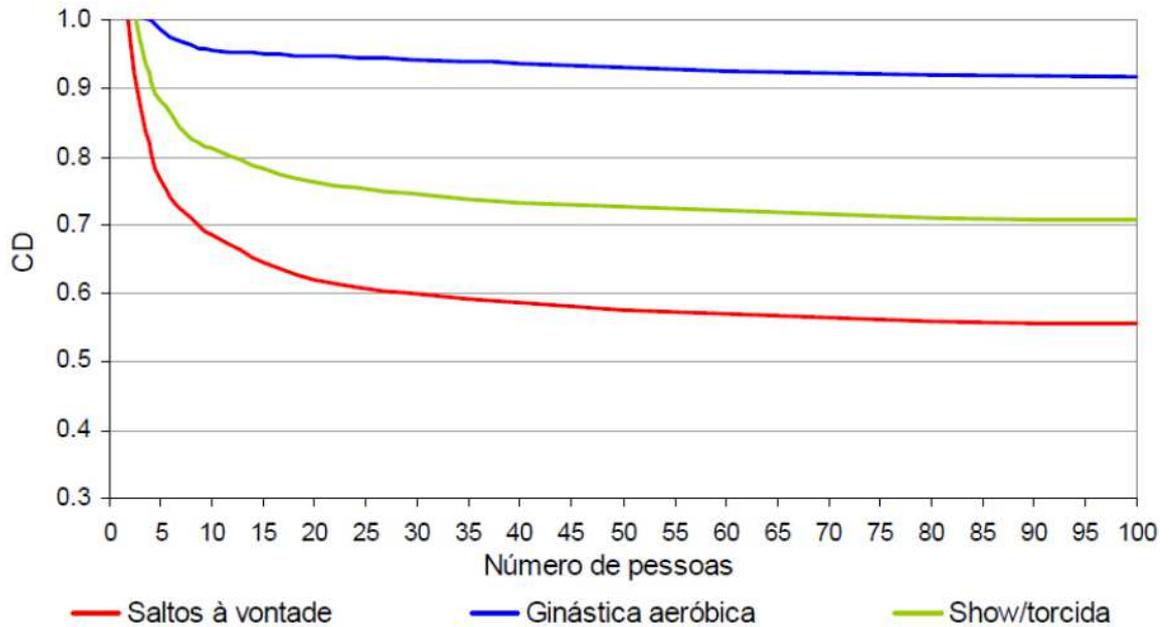


Figura 41 – Coeficiente de defasagem (CD) das atividades estudadas por Faisca [49].

Percebe-se através da Figura 41 que o coeficiente de defasagem não varia muito para a atividade aeróbica como varia para a atividade de saltos à vontade, na medida em que o número de pessoas aumenta. Isso ocorre devido a um maior sincronismo na atividade aeróbica, cujo CD fica entre os valores de 0,9 a 1,0.

Na Tabela 13 são apresentados os valores dados por Faisca [49] para as médias e desvios-padrão dos parâmetros T , T_c e K_p para representar as atividades de salto à vontade, ginástica aeróbica e torcida. É importante notar que Faisca [49] investigou a influência da flexibilidade da estrutura sobre esses parâmetros. Chegou-se à conclusão de que, de um modo geral, tais parâmetros foram pouco influenciados pela flexibilidade do sistema estrutural.

Tabela 13 – Parâmetros utilizados na análise por Faisca [49].

Atividades	T (s)	T_c (s)	K_p
Saltos à vontade	$0,44 \pm 0,15$	$0,32 \pm 0,09$	$3,17 \pm 0,58$
Ginástica aeróbica	$0,44 \pm 0,09$	$0,34 \pm 0,09$	$2,78 \pm 0,60$
Show/Torcida	$0,37 \pm 0,03$	$0,37 \pm 0,03$	$2,41 \pm 0,51$

Para o uso da função de carregamento dada por Faisca [49] neste estudo foi considerada uma frequência de passo igual a 2,27 Hz com a finalidade de que o terceiro harmônico da excitação coincidissem com a frequência do primeiro modo que mobiliza o piso (f_{01}^{Piso}). Foi adotada também uma força vertical de 800 N e um valor de 0,002 s para o passo da função. Para esta função de carregamento também foram utilizados como dados de entrada um coeficiente de impacto (K_p) de 2,78 e um período de contato de 0,34 s referentes à ginástica aeróbica. Para o coeficiente de defasagem (CD) foram utilizados os valores de 0,95 para o arranjo com 26 pessoas e 0,94 para os arranjos com 42 e 43 pessoas, de acordo com a Figura 15.

As Figuras 42 e 43 apresentam os gráficos da função de carregamento proposta por Faisca [49] em função do tempo para os arranjos com 26 e 42/43 pessoas, respectivamente. Pode-se notar que, devido aos valores dos coeficientes de defasagem serem muito próximos, os gráficos são praticamente idênticos. Já as Figuras 44 e 45 ilustram as suas respectivas transformadas de Fourier com os gráficos da força em função da frequência.

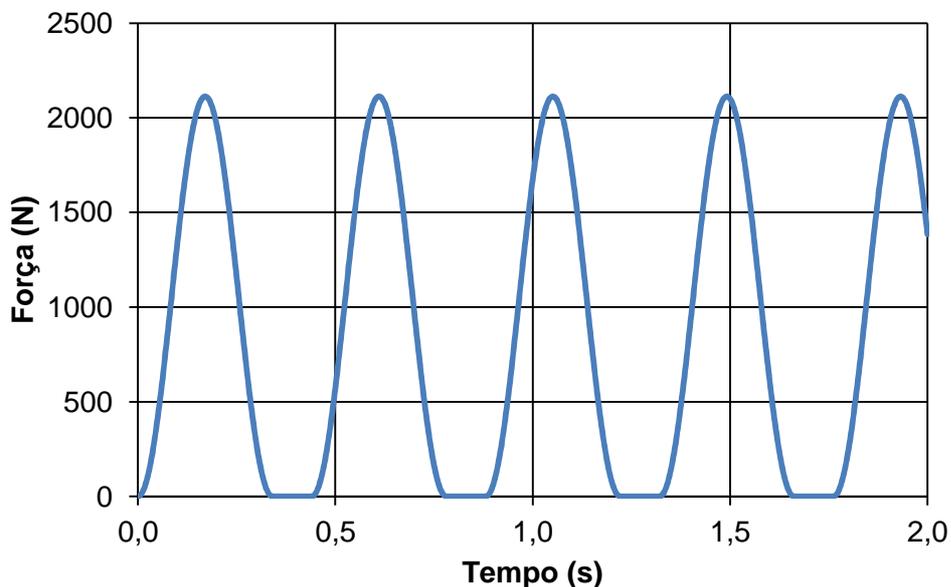


Figura 42 – Função de carregamento proposto por Faisca [49] para 26 pessoas.

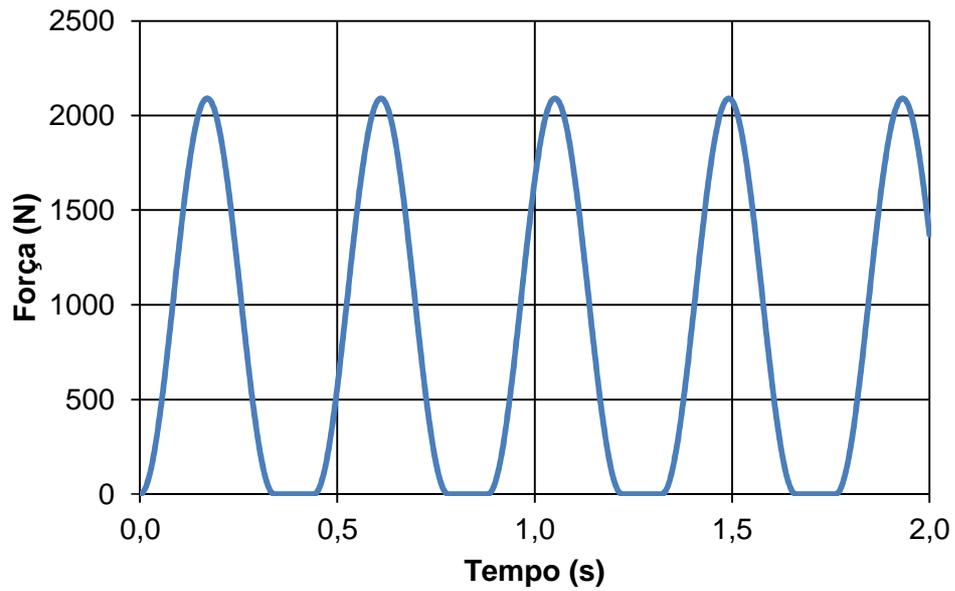


Figura 43 – Função de carregamento proposto por Faisca [49] para 42 e 43 pessoas.

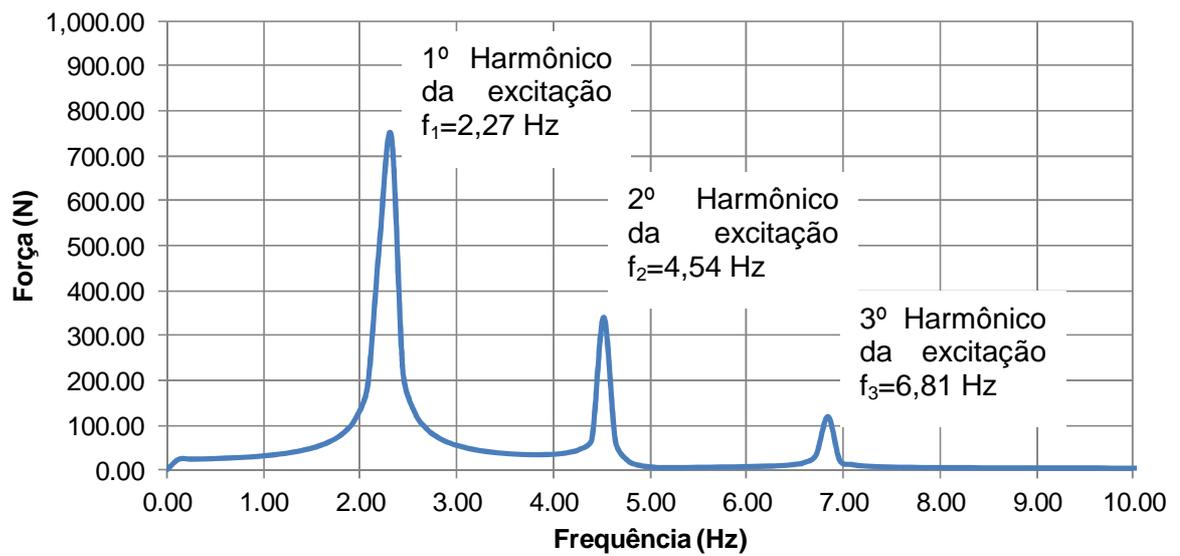


Figura 44 – Transformada de Fourier da função de carregamento proposto por Faisca [49] para 26 pessoas.

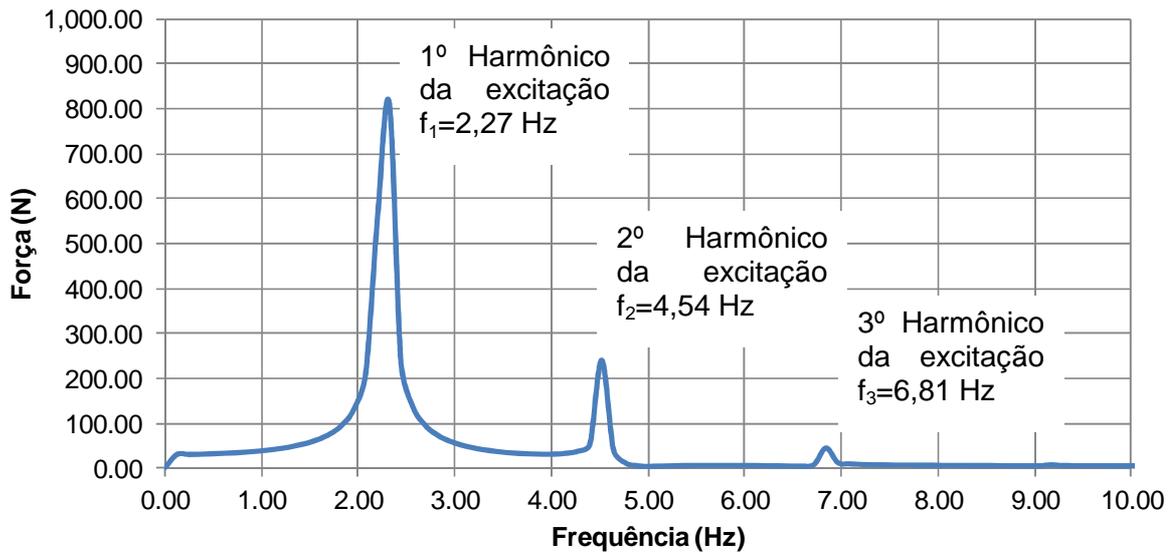


Figura 45 – Transformada de Fourier da função de carregamento proposto por Faisca [49] para 42 e 43 pessoas.

8.4 Modelo de carregamento proposto pelo guia do SCI [47]

O modelo proposto por Ellis e Ji [50] e adotado pelo guia do SCI [47] foi desenvolvido para carregamentos gerados por grupos em atividades humanas rítmicas. Foram realizados estudos para investigar a influência do tamanho do grupo de pessoas na variação da carga dinâmica de saltos sincronizados, através da obtenção de forma experimental do coeficiente de Fourier ($r_{n,v}$), que é relacionado ao fator dinâmico do carregamento.

Os experimentos consistiram na realização de testes, distribuindo espacialmente os grupos de até 64 pessoas em dois pisos. Os grupos estudados foram acomodados de forma segura na estrutura, onde realizaram saltos coordenados, que foram sincronizados ao som de uma música em uma determinada frequência, sendo medidos a aceleração e o deslocamento no centro do piso.

A equação do carregamento, conforme os resultados obtidos pelos testes experimentais, é descrita na equação (22) e seus parâmetros estão representados na Tabela 14.

$$F(t) = G \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} r_{n,v} \sin(2n\pi f_p t + \phi_n) \right\} \quad (22)$$

Onde:

- $F(t)$: representação matemática do carregamento no tempo (N);
 G : Peso de uma pessoa (N);
 $r_{n,v}$: coeficiente de Fourier para v pessoas;
 n : número de termos de Fourier;
 v : número de pessoas;
 ϕ_n : ângulo de fase;
 f_p : frequência da atividade (Hz);
 t : tempo (s).

Tabela 14 - Valores dos coeficientes de Fourier e diferença de fase

α	Tipo de atividade	n						
			1	2	3	4	5	6
2/3	Baixo impacto	r_n	9/7	9/55	2/15	9/247	9/391	2/63
		ϕ_n	$-\pi/6$	$-5\pi/6$	$-\pi/2$	$-\pi/6$	$-5\pi/6$	$-\pi/2$
1/2	Alto impacto	r_n	$\pi/2$	2/3	0	2/15	0	2/35
		ϕ_n	0	$-\pi/2$	0	$-\pi/2$	0	$-\pi/2$
1/3	Saltos normais	r_n	9/5	9/7	2/3	9/55	9/91	2/15
		ϕ_n	$\pi/6$	$-\pi/6$	$-\pi/2$	$-5\pi/6$	$-\pi/6$	$-\pi/2$

Na Tabela 14, o parâmetro α representa a razão entre o período de contato e período do carregamento, variando de acordo com a atividade executada.

Conforme a realização de testes experimentais, obteve-se os três primeiros coeficientes de Fourier (r) em função do número de pessoas (v), que estão apresentados nas equações (23), (24) e (25). De acordo com Ellis e Ji [50], o incremento de precisão da equação (22) considerando os 6 primeiros termos de Fourier, para uma função considerando apenas os 3 primeiros, é pouco significativo.

$$r_{1,v} = 1,61v^{-0,082} \quad (23)$$

$$r_{2,v} = 0,94v^{-0,24} \quad (24)$$

$$r_{3,v} = 0,44v^{-0,31} \quad (25)$$

Os autores observaram, experimentalmente, a redução nos harmônicos (coeficientes de Fourier) da resposta dinâmica quando o número de pessoas praticando a atividade simultaneamente era aumentado. Portanto, esta redução contabiliza a falta de uma sincronização dos participantes, assim conduzindo para uma minoração do carregamento dinâmico.

Considerando apenas uma pessoa a praticar atividades rítmicas, o coeficiente de Fourier ($r_{n,1}$) pode ser utilizado de acordo com a Tabela 9. Salvo esta exceção, são utilizadas as equações (23), (24) e (25) para cargas de multidão. Além disso, de acordo com o guia SCI [47], apenas a diferença de fase (ϕ_v) para "salto normal", encontrada na Tabela 14, deve ser utilizada para grupo de pessoas realizando atividades rítmicas.

Para o uso da função de carregamento do SCI, mais uma vez foi considerada uma frequência de passo igual a 2,27 Hz de modo que o terceiro harmônico da excitação coincidissem com a frequência fundamental do piso. Foi adotada, também, uma força vertical de 800 N e um valor de 0,002 s para o passo da função. Foi considerado também nesta função um determinado número de pessoas excitando a estrutura ao mesmo tempo, onde os valores do coeficiente de Fourier para cada harmônico foram calculados em função deste número de pessoas através das equações (23), (24) e (25). Os ângulos de fase para os três primeiros harmônicos foram adotados iguais a $\pi/6$, $-\pi/6$ e $\pi/2$, respectivamente.

As Figuras 46, 47 e 48 apresentam os gráficos da função de carregamento proposta pelo SCI [47] em função do tempo para os arranjos com 26, 42 e 43 pessoas, respectivamente. Já as Figuras 49, 50 e 51 ilustram as suas respectivas transformadas de Fourier com os gráficos da força em função da frequência.

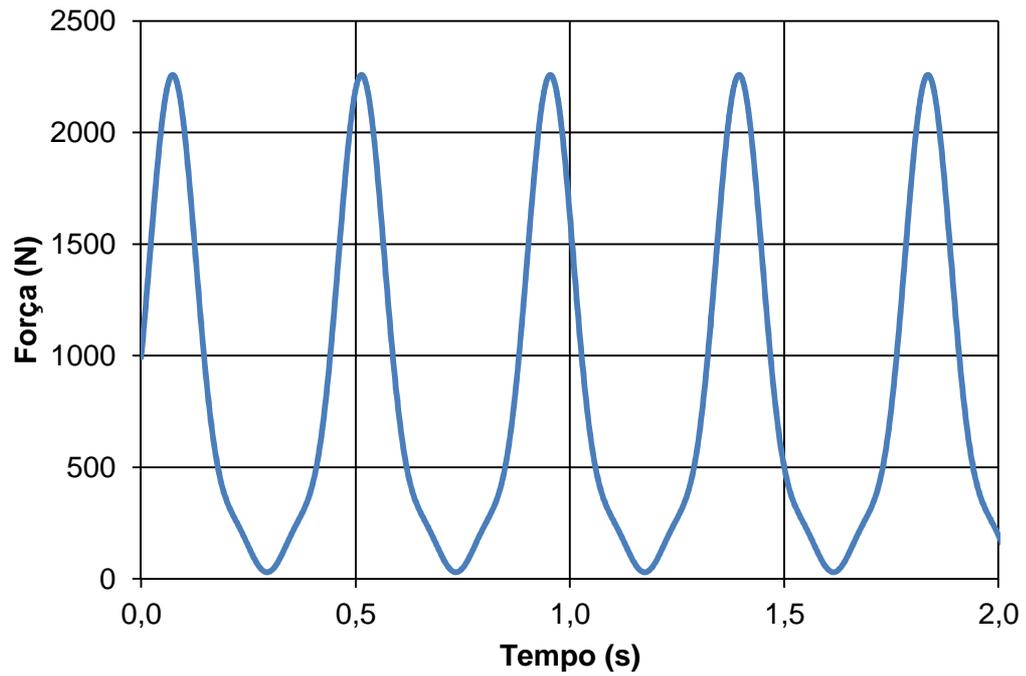


Figura 46 – Função de carregamento proposto pelo guia do SCI [47] para 26 pessoas.

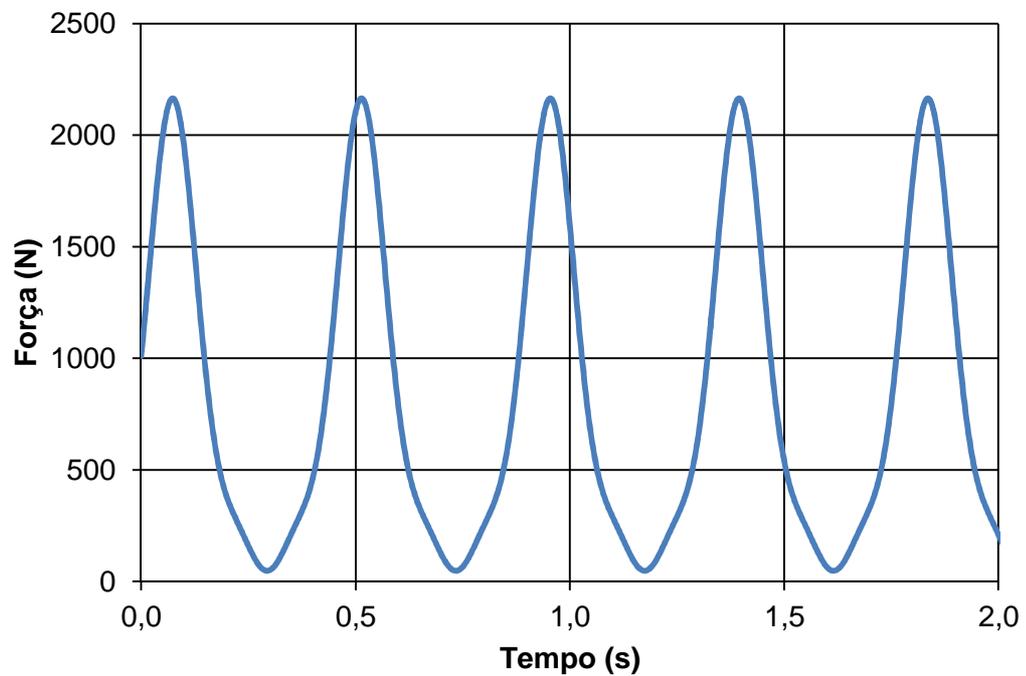


Figura 47 – Função de carregamento proposto pelo guia do SCI [47] para 42 pessoas.

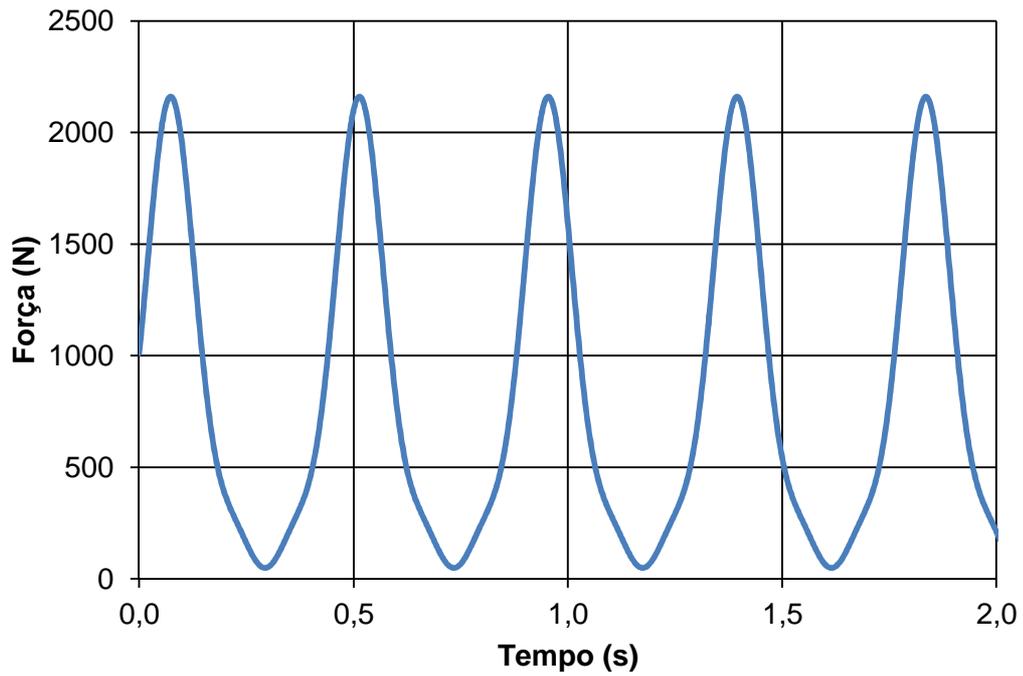


Figura 48 – Função de carregamento proposto pelo guia do SCI [47] para 43 pessoas.

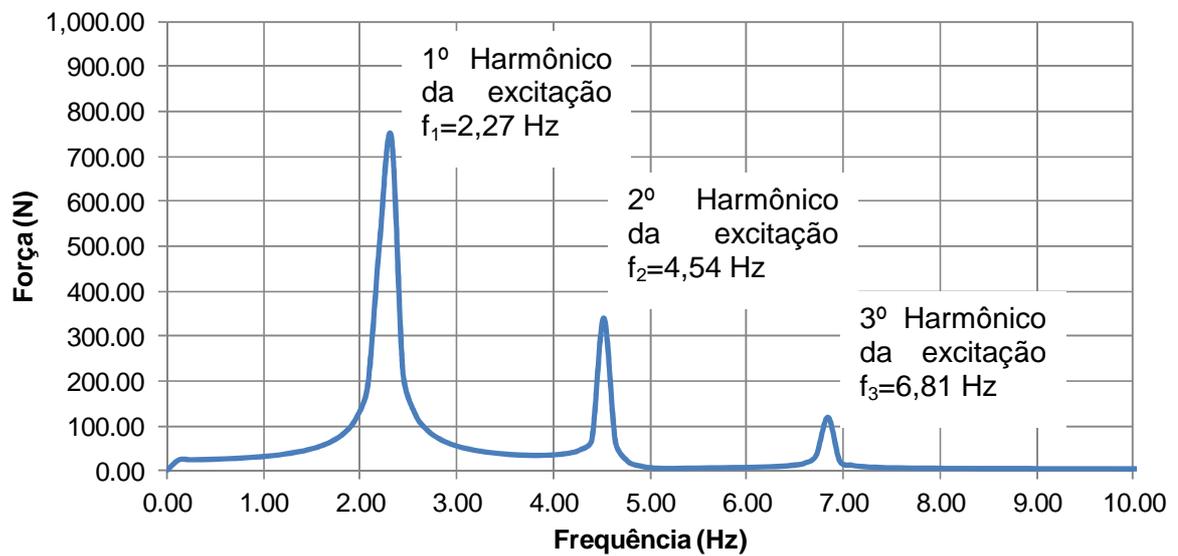


Figura 49 – Transformada de Fourier da função de carregamento proposto pelo guia do SCI [47] para 26 pessoas.

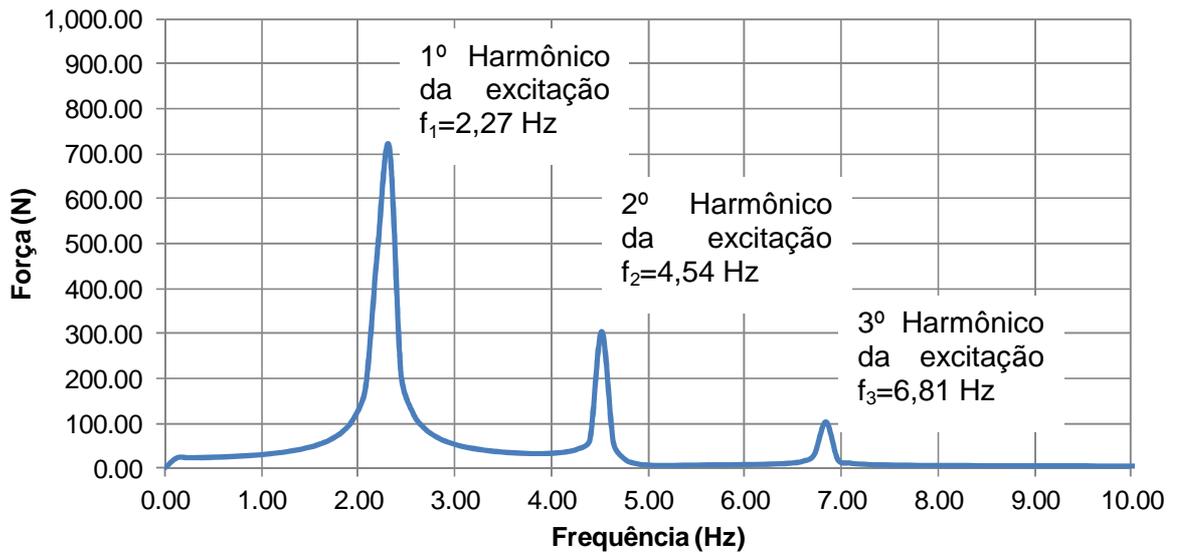


Figura 50 – Transformada de Fourier da função de carregamento proposto pelo guia do SCI [47] para 42 pessoas.

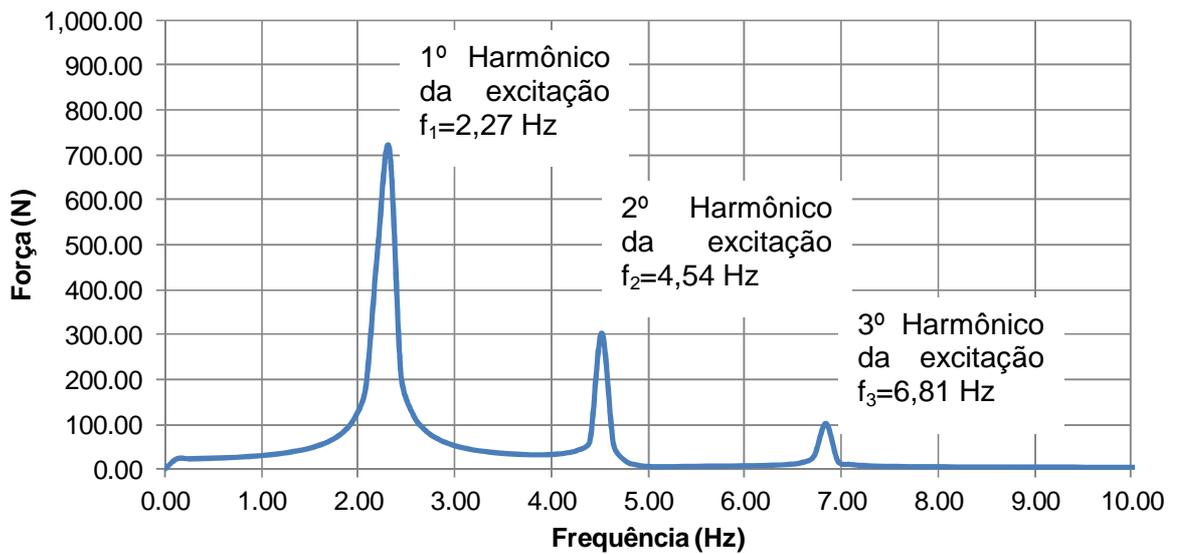


Figura 51 – Transformada de Fourier da função de carregamento proposto pelo guia do SCI [47] para 43 pessoas.

9 ANÁLISE DO CONFORTO HUMANO

Esta análise tem o propósito de investigar a situação mais crítica e desfavorável do sistema estrutural, no que tange ao desconforto humano oriundo de ações dinâmicas provenientes de atividades aeróbicas. As análises modal e harmônica indicaram uma alta probabilidade de ocorrência de vibrações excessivas sob o ponto de vista do conforto humano enquanto que a análise estática indicou a ausência de problemas relacionados a vibrações. A análise dinâmica transiente tem por objetivo avaliar o nível de vibrações em termos de deslocamentos e acelerações.

Desta forma, a simulação das ações dinâmicas rítmicas foi realizada pela aplicação dos modelos de carregamento apresentados anteriormente nas três formas distintas de posicionamento do carregamento sobre o piso. Os modelos de carregamento foram sintonizados ao modo fundamental do piso ($f_{01}^{Piso} = 6,83 \text{ Hz}$), de modo a induzir um estado de ressonância com a estrutura investigada. Em seguida, foram obtidos os deslocamentos e acelerações nos nós de interesse (Figura 35) por meio do programa computacional ANSYS [4] e, após, comparando-os com os valores limites recomendados para o conforto humano.

Os resultados da análise foram obtidos no intervalo de tempo de 0 a 10 s, a contar da aplicação do carregamento, sendo suficiente para que a atividade entrasse em regime permanente. O intervalo de integração (Δt) foi de 0,002 s.

9.1 Análise no domínio do tempo e da frequência

As respostas dinâmicas do piso, em termos dos deslocamentos translacionais verticais (m) e acelerações (m/s^2), para os três arranjos de carregamento propostos analisados para cada modelo de carregamento, estão ilustradas nas Figuras 52 a 57, no domínio do tempo, e nas Figuras 58 a 63 com suas respectivas transformadas de Fourier, no domínio da frequência. Foram apresentados os resultados somente para o nó A que, como será visto adiante,

segundo as Tabelas 16 a 19, foi o nó que apresentou os maiores valores de aceleração.

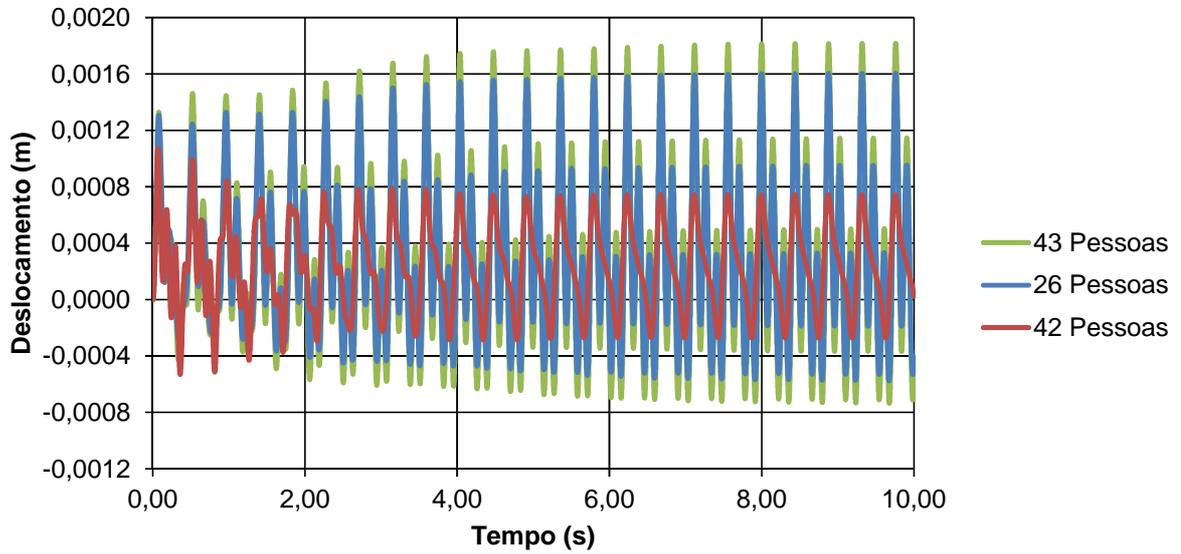


Figura 52 – Deslocamento do nó A para o modelo de carregamento proposto pelo AISC [6].

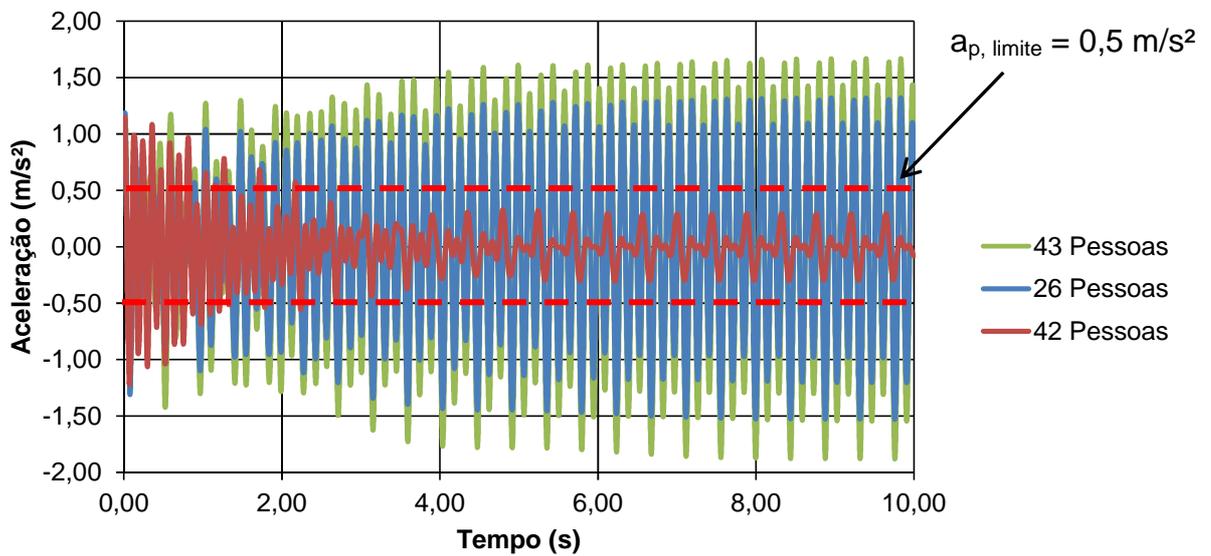


Figura 53 – Aceleração do nó A para o modelo de carregamento proposto pelo AISC [6].

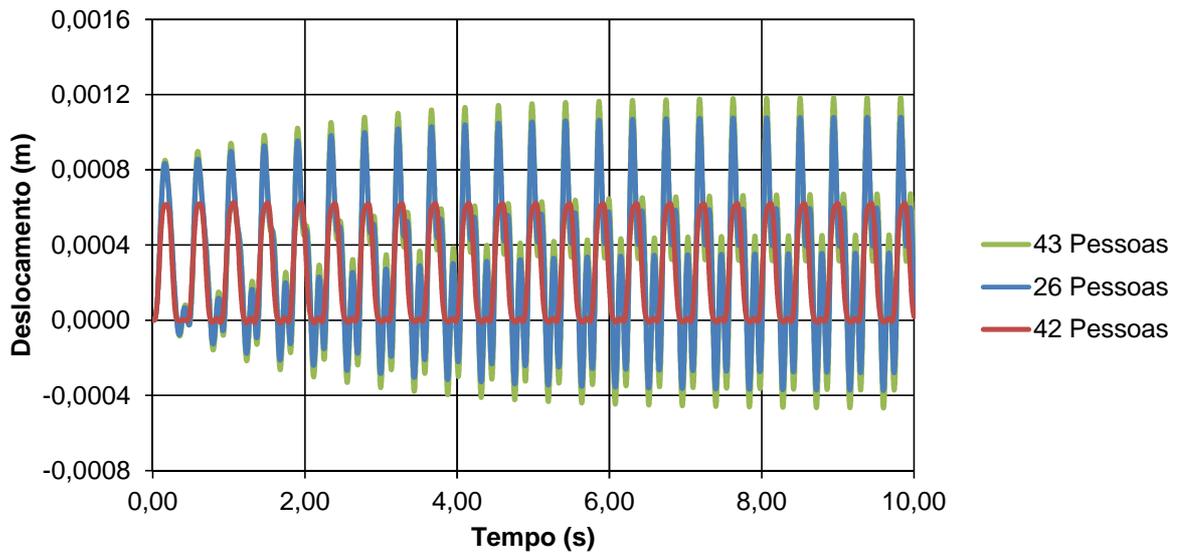


Figura 54 – Deslocamento do nó A para o modelo de carregamento proposto por Faisca [49].

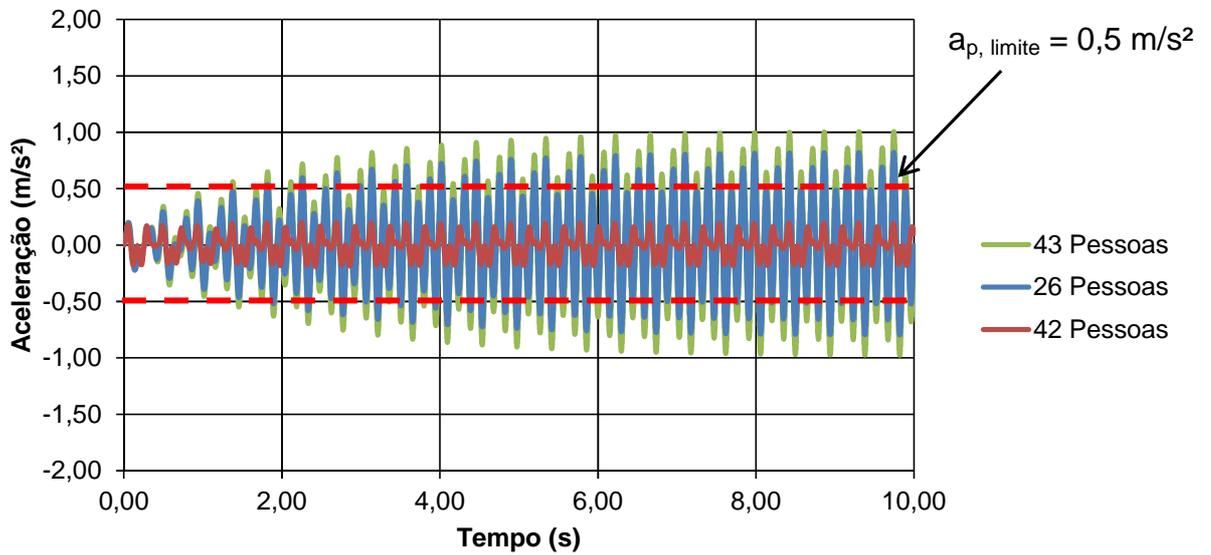


Figura 55 – Aceleração do nó A para o modelo de carregamento proposto por Faisca [49].

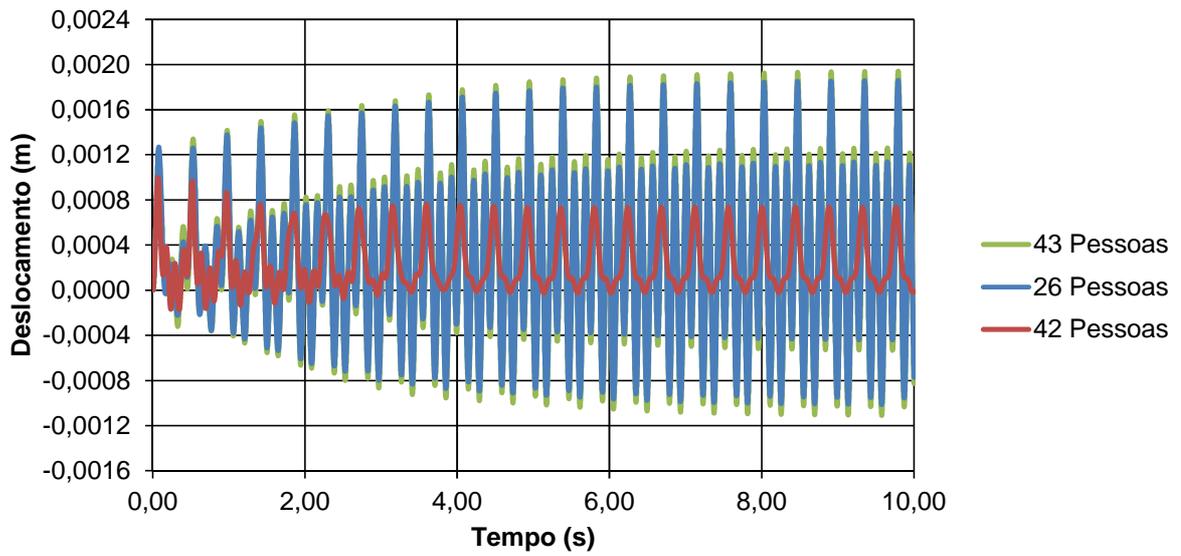


Figura 56 – Deslocamento do nó A para o modelo de carregamento proposto pelo SCI [47].

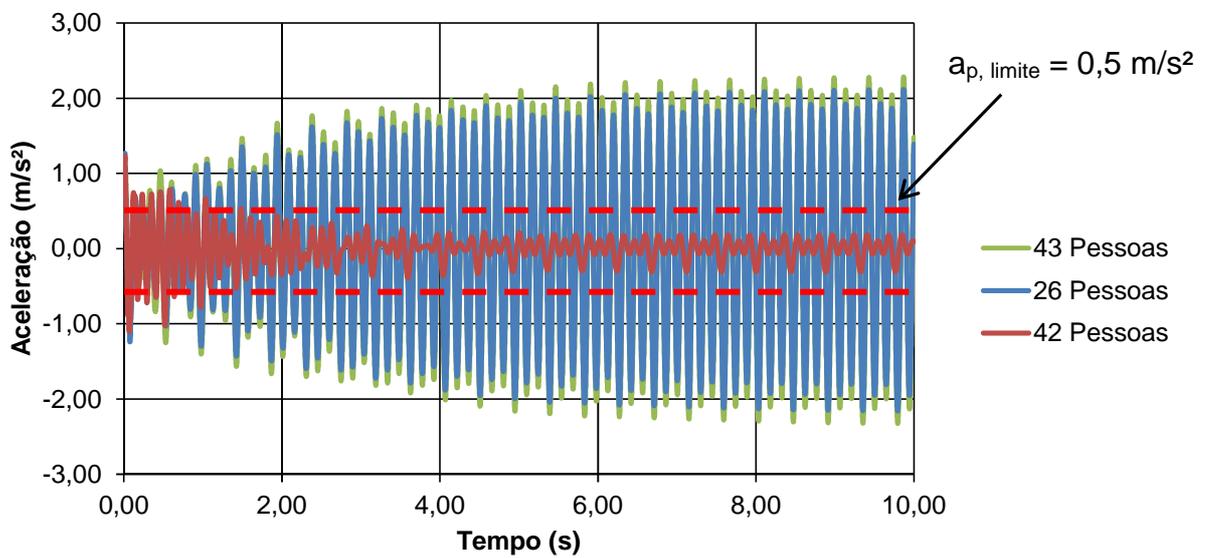


Figura 57 – Aceleração do nó A para o modelo de carregamento proposto pelo SCI [47].

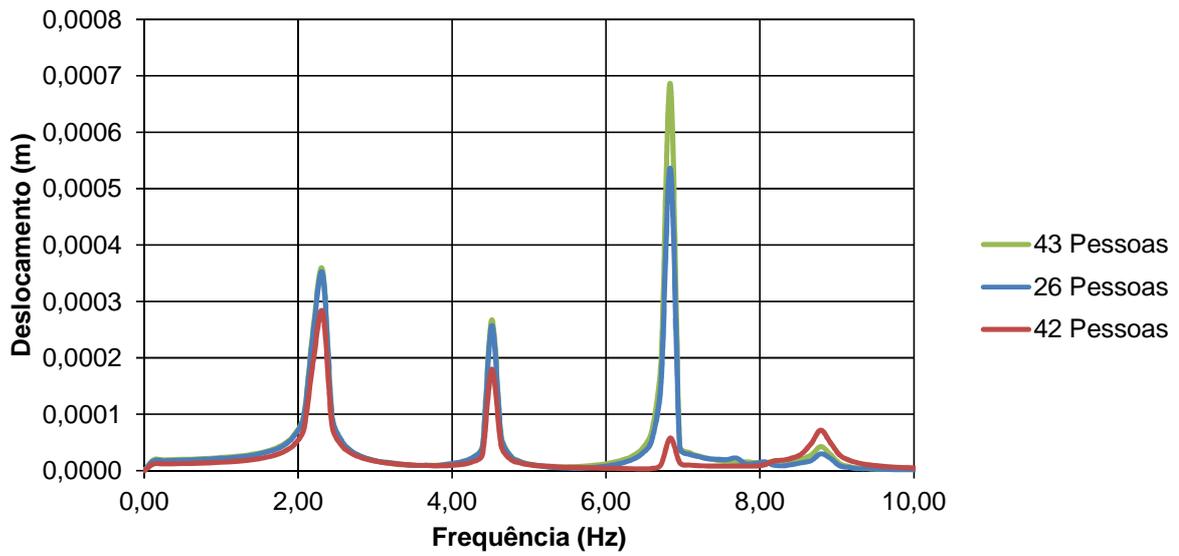


Figura 58 – Deslocamento no domínio da frequência para o nó A utilizando-se do modelo de carregamento proposto pelo AISC [6].

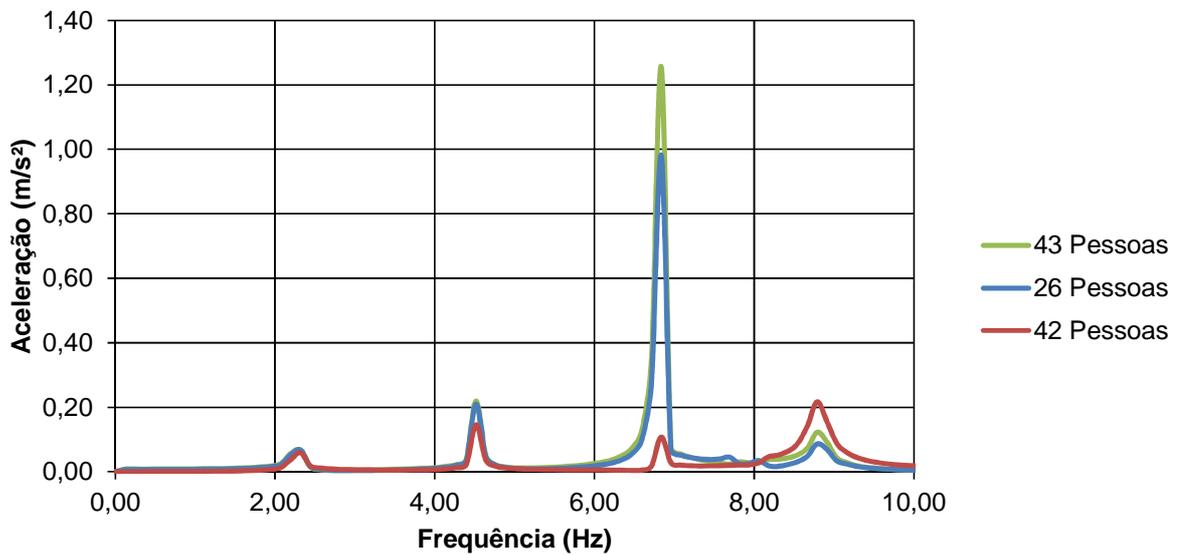


Figura 59 – Aceleração no domínio da frequência para o nó A utilizando-se do modelo de carregamento proposto pelo AISC [6].

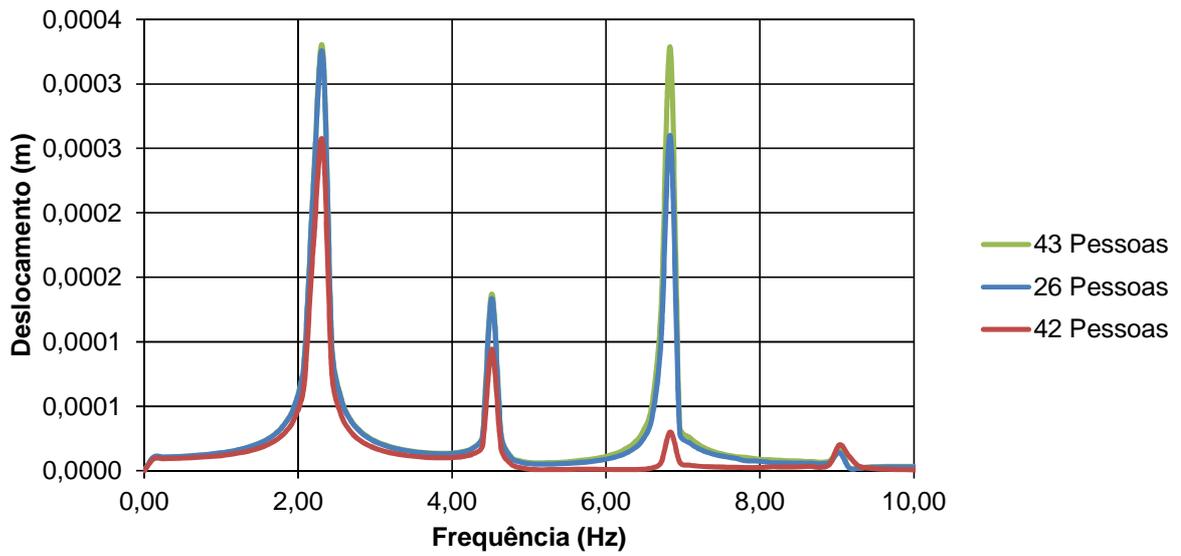


Figura 60 – Deslocamento no domínio da frequência para o nó A utilizando-se do modelo de carregamento proposto pelo Faisca [49].

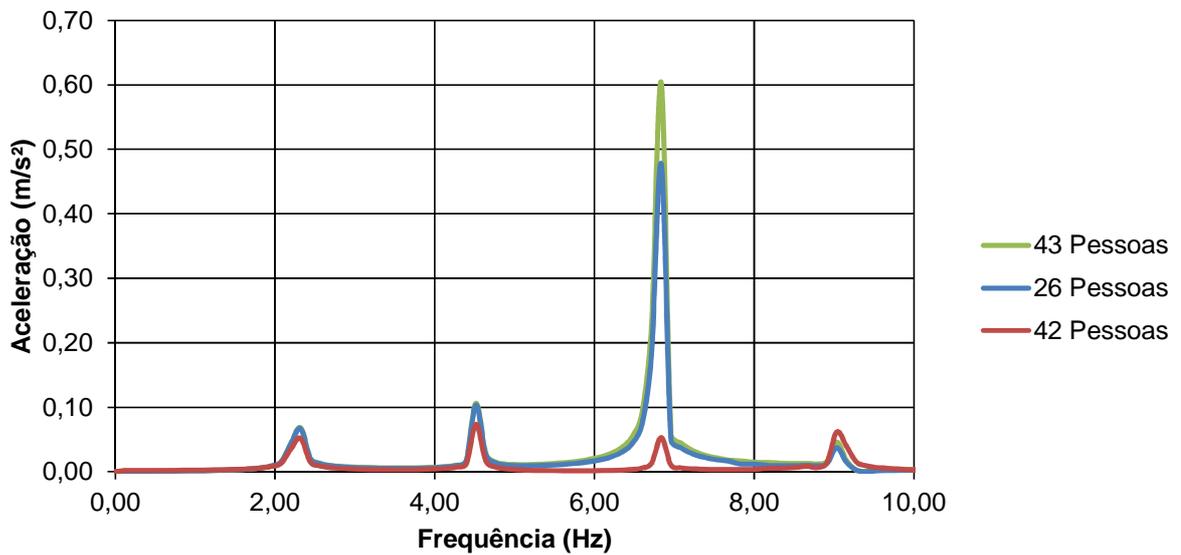


Figura 61 – Aceleração no domínio da frequência para o nó A utilizando-se do modelo de carregamento proposto pelo Faisca [49].

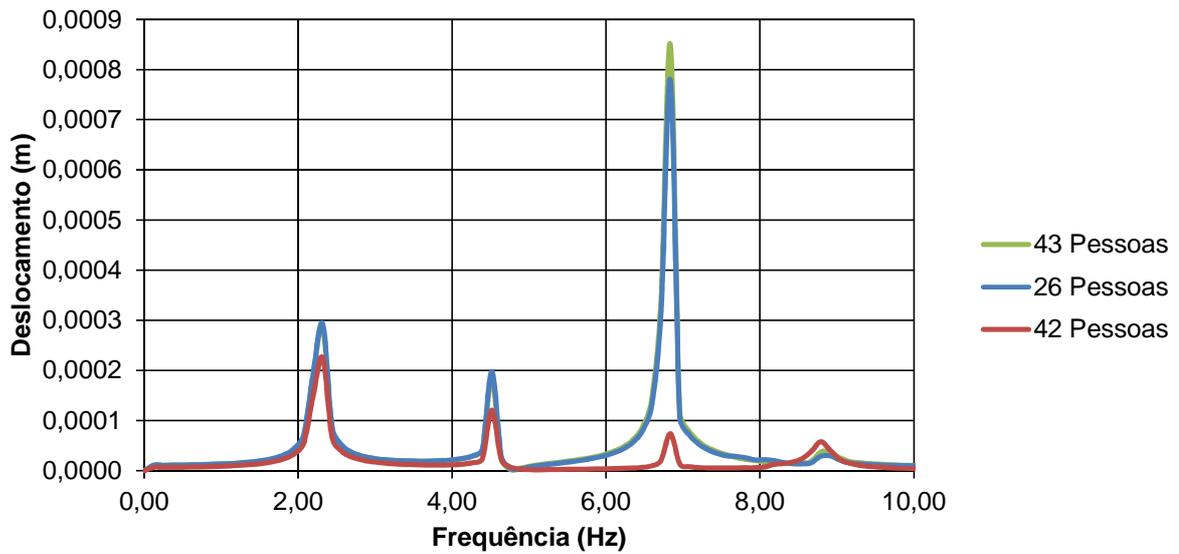


Figura 62 – Deslocamento no domínio da frequência para o nó A utilizando-se do modelo de carregamento proposto pelo SCI [47].

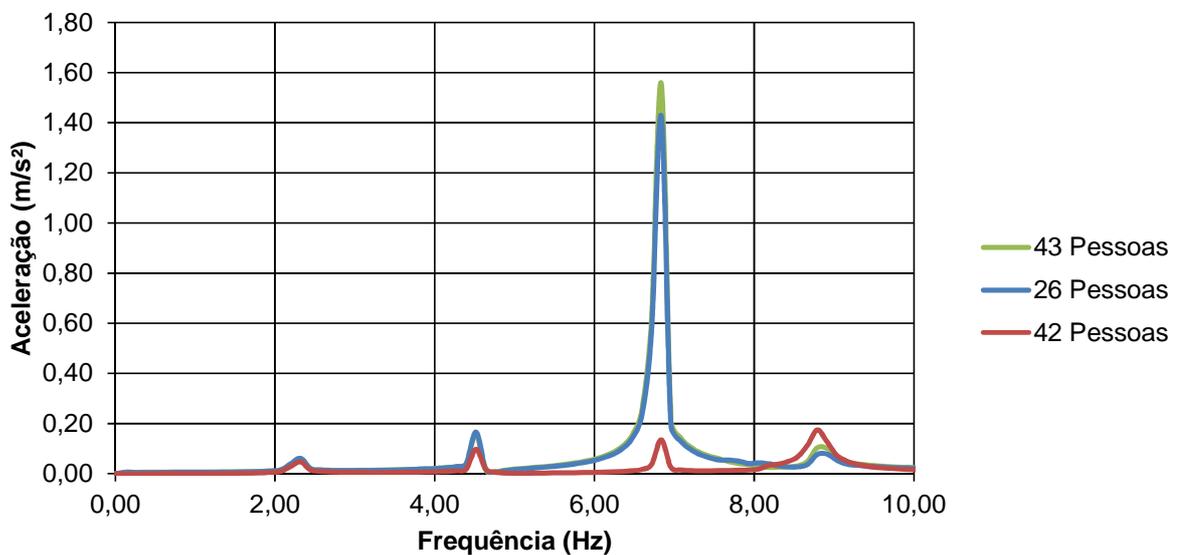


Figura 63 – Aceleração no domínio da frequência para o nó A utilizando-se do modelo de carregamento proposto pelo SCI [47].

Considerando o exposto acima, a análise transiente confirmou a alta probabilidade da ocorrência de vibrações perturbadoras ao conforto humano para o caso de ressonância com o modo fundamental do piso ($f_{01}^{Piso} = 6,83 \text{ Hz}$).

Observando as Figuras 52 a 57, nota-se que as respostas dinâmicas entram rapidamente em regime permanente. Nesse sentido, a avaliação através da amplitude em regime permanente é mais razoável.

9.2 Critérios de avaliação do conforto humano

Os critérios de avaliação do nível de conforto humano, até o presente conhecimento dos autores, são divergentes em relação aos valores limites de aceitação para atividades humanas rítmicas (Smith et al. [47]). Vários pesquisadores (Bachmann et al. [5]; Murray et al. [6]; Ellis & Littler [53]; Smith et al. [47]; Setareh [54]) têm estabelecido limites de conforto em função dos métodos de avaliação das acelerações.

No presente trabalho, considerando estes aspectos, as acelerações do piso foram avaliadas com base em acelerações de pico no regime permanente, a_p , acelerações filtradas rms, $a_{w,rms}$, e valores de dose de vibração, VDV. A Tabela 15 apresenta os valores limites rms e VDV com as respectivas reações das pessoas aos limites estabelecidos pelos trabalhos desenvolvidos por Smith et al. [47], Ellis & Littler [53], Setareh [54], respectivamente. O limite referente às acelerações de pico (a_p) é igual a $0,5 \text{ m/s}^2$ (5%g), adotado de acordo com o guia do AISC [6] para atividades aeróbicas.

As respostas dinâmicas do piso em estudo, em termos das acelerações de pico, aceleração rms e VDV, para os três arranjos de carregamento onde foram aplicados os modelos de carregamento propostos pelo guia do AISC [6], por Faisca [49] e pelo guia do SCI [47], estão apresentadas nas Tabelas 16 a 19 e classificadas seguindo uma metodologia de cores para cada faixa do limite de conforto humano, segundo os valores da Tabela 15.

Tabela 15 - Critérios de conforto humano para atividades humanas rítmicas

AISC [6]	Smith et al. [47]	Ellis e Littler [53]	Setareh [54]	Limite de Conforto
a_p (m/s ²)	$a_{w,RMS}$ (m/s ²)	VDV (m/s ^{1,75})	VDV (m/s ^{1,75})	
0,5	< 0,35	< 0,66	< 0,50	Razoável
	0,35 – 1,27	0,66 – 2,38	0,50 – 3,50	Perturbador
	1,27 – 2,47	2,38 – 4,64	3,50 – 6,90	Inaceitável
	> 2,47	> 4,64	> 6,90	Pânico

Tabela 16 – Resumo das acelerações de pico para cada ponto classificadas segundo o AISC [6].

Nº de Pessoas	Ponto	Modelo Dinâmico de Carregamento		
		AISC [6]	Faixa [49]	SCI [47]
		a_p (m/s ²)	a_p (m/s ²)	a_p (m/s ²)
26 Pessoas	A	1,53	0,82	2,16
	B	0,74	0,40	1,13
	C	1,53	0,82	2,16
	D	1,28	0,66	1,97
	E	0,74	0,38	1,13
	F	1,28	0,66	1,97
42 Pessoas	A	0,33	0,20	0,34
	B	0,14	0,08	0,17
	C	0,04	0,02	0,06
	D	0,33	0,20	0,34
	E	0,14	0,08	0,17
	F	0,04	0,02	0,06
43 Pessoas	A	1,88	1,01	2,32
	B	1,13	0,60	1,38
	C	1,89	1,01	2,33
	D	1,63	0,84	2,16
	E	0,96	0,49	1,26
	F	1,63	0,84	2,17

Tabela 17 – Resumo das acelerações RMS para cada ponto classificadas segundo Smith et al. [47].

Nº de Pessoas	Ponto	Modelo Dinâmico de Carregamento		
		AISC [6]	Faisca [49]	SCI [47]
		$a_{w,RMS}$ (m/s ²)	$a_{w,RMS}$ (m/s ²)	$a_{w,RMS}$ (m/s ²)
26 Pessoas	A	0,87	0,45	1,32
	B	0,49	0,25	0,74
	C	0,87	0,45	1,32
	D	0,84	0,43	1,28
	E	0,49	0,25	0,74
	F	0,84	0,43	1,28
42 Pessoas	A	0,28	0,10	0,23
	B	0,09	0,04	0,08
	C	0,06	0,01	0,05
	D	0,28	0,10	0,23
	E	0,09	0,04	0,08
	F	0,06	0,01	0,05
43 Pessoas	A	1,10	0,56	1,44
	B	0,65	0,33	0,85
	C	1,11	0,56	1,45
	D	1,08	0,55	1,41
	E	0,63	0,32	0,82
	F	1,09	0,55	1,42

Tabela 18 – Resumo das acelerações VDV para cada ponto classificadas segundo Ellis e Littler [53].

Nº de Pessoas	Ponto	Modelo Dinâmico de Carregamento		
		AISC [6]	Faixa [49]	SCI [47]
		VDV (m/s ^{1,75})	VDV (m/s ^{1,75})	VDV (m/s ^{1,75})
26 Pessoas	A	1,80	0,94	2,71
	B	1,00	0,51	1,51
	C	1,80	0,94	2,71
	D	1,72	0,89	2,62
	E	1,00	0,51	1,52
	F	1,72	0,89	2,62
42 Pessoas	A	0,78	0,22	0,63
	B	0,24	0,09	0,19
	C	0,16	0,02	0,13
	D	0,78	0,22	0,63
	E	0,24	0,09	0,19
	F	0,16	0,02	0,13
43 Pessoas	A	2,27	1,18	2,95
	B	1,34	0,70	1,74
	C	2,28	1,18	2,97
	D	2,21	1,13	2,89
	E	1,29	0,66	1,68
	F	2,22	1,13	2,90

Tabela 19 – Resumo das acelerações VDV para cada ponto classificadas segundo Setareh [54].

Nº de Pessoas	Ponto	Modelo Dinâmico de Carregamento		
		AISC [6]	Faisca [49]	SCI [47]
		VDV (m/s ^{1,75})	VDV (m/s ^{1,75})	VDV (m/s ^{1,75})
26 Pessoas	A	1,80	0,94	2,71
	B	1,00	0,51	1,51
	C	1,80	0,94	2,71
	D	1,72	0,89	2,62
	E	1,00	0,51	1,52
	F	1,72	0,89	2,62
42 Pessoas	A	0,78	0,22	0,63
	B	0,24	0,09	0,19
	C	0,16	0,02	0,13
	D	0,78	0,22	0,63
	E	0,24	0,09	0,19
	F	0,16	0,02	0,13
43 Pessoas	A	2,27	1,18	2,95
	B	1,34	0,70	1,74
	C	2,28	1,18	2,97
	D	2,21	1,13	2,89
	E	1,29	0,66	1,68
	F	2,22	1,13	2,90

Quando se utiliza o modelo de carregamento utilizado pelo guia do AISC [6], os maiores valores de aceleração e deslocamento encontrados foram $1,88 \text{ m/s}^2$ e $0,0018 \text{ m}$, respectivamente, no arranjo de carregamento referente a 43 pessoas praticando ginástica aeróbica, conforme a Figura 37. Em relação ao modelo de carregamento proposto por Faisca [49], a maior aceleração e deslocamento ocorrem também no arranjo de 43 pessoas com os valores de $1,01 \text{ m/s}^2$ e $0,0012 \text{ m}$. E para o modelo de carregamento proposto pelo SCI [47], os maiores valores de aceleração e deslocamento ocorrem mais uma vez no arranjo de 43 pessoas na ordem de $2,32 \text{ m/s}^2$ e $0,0019 \text{ m}$. Percebe-se que o pico de aceleração mais elevado nesta análise encontra-se no arranjo de carregamento dinâmico de 43 pessoas (Figura 37) aplicado pelo modelo de carregamento proposto pelo SCI [47], no valor de $2,32 \text{ m/s}^2$.

Nota-se ainda que os deslocamentos e acelerações encontrados pela aplicação do modelo de carregamento proposto pelo SCI [47] apresentam as maiores amplitudes em vista das obtidas nos outros dois modelos de carregamento, porém com o modelo adotado pelo AISC [6] possuindo valores próximos a este. Assim, o modelo proposto por Faisca [49] foi o que apresentou os menores valores de aceleração e deslocamento em todos os arranjos de carga.

Pode-se observar também a influência da disposição do carregamento na resposta dinâmica da estrutura, onde a única disposição que apresentou valores aceitáveis segundo os critérios de avaliação foi o 2º arranjo, apesar deste possuir uma grande quantidade de indivíduos praticando a atividade aeróbica (42 pessoas). Esta redução nos valores dos resultados se deve principalmente em função do carregamento estar disposto em segmentos de laje com sinais opostos segundo o modo de vibração fundamental do piso (Figura 21). Sendo assim, um lado tende a compensar o outro, gerando pouca contribuição para as respostas da estrutura.

10 CONSIDERAÇÕES FINAIS

10.1 Introdução

Nesta dissertação foi desenvolvido um estudo relacionado a avaliação do conforto humano em um piso de concreto armado, destinado a uma academia de ginástica, que será submetido a ações dinâmicas provenientes de atividades humanas rítmicas, mais especificamente para a prática de ginástica aeróbica. Devido à natureza dinâmica desta atividade, normalmente esta se encontra associada a problemas de vibrações excessivas em sistemas estruturais. Neste intuito, realizou-se a modelagem computacional do piso por meio do programa ANSYS [4], de modo a obter as respostas estáticas (deslocamentos) e dinâmicas (frequências naturais, modos de vibração, deslocamentos e acelerações), comparando os valores encontrados com os limites propostos por normas e critérios de projeto, sob o ponto de vista do conforto humano.

10.2 Conclusões Alcançadas

São apresentadas as conclusões alcançadas com base na realização das análises estática, modal, harmônica e do conforto humano no piso investigado, respaldado pelas normas e critérios de projeto.

a) Análise estática

Diante das respostas obtidas em termos dos deslocamentos translacionais verticais pela análise estática, pode-se concluir que o piso em estudo apresentou deslocamento máximo de 1,15 cm para deformações estruturais visíveis, sendo assim, inferior ao valor limite de 2,40 cm recomendado pela NBR 6118 [1]. Quando o piso foi avaliado quanto a vibrações sentidas, o piso apresentou deslocamento

máximo de 0,57 cm, também inferior ao limite especificado pela NBR 6118 [1] de 1,71 cm para esta situação.

Entretanto, a análise estática não é adequada para a avaliação dinâmica de pisos, visto que o carregamento real atuante sobre o sistema estrutural apresenta natureza essencialmente dinâmica (atividades humanas rítmicas), e esta análise não considera diversos fatores característicos deste tipo de carregamento. Além disso, ao longo do trabalho pode ser verificado este fato onde, através da análise dinâmica, observou-se diversos casos de vibrações excessivas no piso investigado.

b) Frequências e modos de vibração

A realização desta análise constatou a suscetibilidade da estrutura a problemas relacionados a vibrações excessivas, pelo fato da frequência fundamental do piso ($f_{01}^{Piso} = 6,83 \text{ Hz}$) ter apresentado valor abaixo do mínimo recomendado pela NBR 6118 [1] (9,6Hz) e pelo guia prático do AISC [6] (9,2Hz), o que sugere que os valores propostos pelos guias são adequados. Os valores das frequências naturais do piso apresentaram uma variação na faixa de 6,83 Hz a 11,43 Hz, de modo que estas frequências naturais se encontram na mesma faixa de frequência do terceiro harmônico das atividades aeróbicas, cuja frequência é de 2,27 Hz. Deste modo, o piso pode estar suscetível ao fenômeno de ressonância, ocasionando assim vibrações excessivas e conseqüentemente o desconforto humano dos usuários da estrutura.

c) Análise Harmônica

Nessa análise foi observado que os dois primeiros modos de vibração da laje do piso em estudo, referentes às frequências naturais de 6,83 Hz e 7,01 Hz, apresentaram os maiores valores de transferência de energia (maior contribuição) na maioria dos casos de resposta dinâmica do piso, ou seja, na ocorrência de prováveis problemas relacionados a vibrações excessivas e ao desconforto dos usuários da estrutura.

d) Análise do conforto humano

Nessa análise foi abordada a verificação do conforto humano dos indivíduos sobre o piso quando submetido a atividades rítmicas (ginástica aeróbica). Para tal, realizou-se a simulação das cargas provenientes destas atividades, com base no emprego de modelos de carregamento propostos pelo guia do AISC [6], pelo autor Faisca [49] e pelo guia do SCI [47], sendo este carregamento aplicado conforme três arranjos distintos para casos de 26, 42 e 43 pessoas atuando sobre o sistema estrutural. Em seguida, foram obtidos e comparados os valores dos deslocamentos e das acelerações oriundas da aplicação destes modelos de carregamentos dinâmicos propostos utilizando-se de três parâmetros para caracterizar a aceleração do piso (aceleração de pico (a_p), aceleração rms ($a_{w,rms}$) e valores de dose de vibração VDV).

Conforme a análise das respostas dinâmicas, em termos dos deslocamentos e acelerações no domínio do tempo, percebe-se que os modelos de carregamento propostos pelo AISC [6] e pelo SCI [47], apresentaram acelerações com valores muito superiores aqueles fornecidos pelo modelo de carregamento proposto por FAISCA [49]. Além disso, observou-se que para o primeiro arranjo de carregamento, proposto inicialmente como o de projeto, a estrutura apresentou-se como imprópria para a atividade aeróbica segundo as classificações adotadas por diversos autores apresentados nesse estudo, com o conforto humano avaliado como no mínimo perturbador em todos os casos. Porém, destaca-se que alterando a disposição de projeto e adotando o segundo arranjo de carregamento, mesmo com o notável aumento do número de participantes na atividade aeróbica, o piso apresenta valores de aceleração aceitáveis para o conforto humano dos usuários da estrutura.

Observando-se a resposta dinâmica do piso de concreto, em termos da aceleração no domínio da frequência, o sistema estrutural apresentou um quadro de ressonância a partir da aproximação do 3º harmônico da excitação da atividade rítmica (ginástica aeróbica) com a frequência natural associada ao modo de vibração fundamental do piso em estudo ($f_{01}^{Piso} = 6,83 \text{ Hz}$).

Em relação à avaliação do conforto humano da estrutura, o caso mais desfavorável de carregamento foi obtido para o modelo de carregamento do SCI [47] para os três arranjos de carga, sendo o caso mais crítico o de 43 pessoas praticando a atividade, onde apresentou os valores de 2,32 m/s²; 1,44 m/s² e 2,95 m/s^{1,75} para aceleração de pico, aceleração RMS e VDV, respectivamente. Estes valores indicaram com clareza níveis de vibrações extremamente desconfortáveis aos praticantes da atividade aeróbica sobre o piso analisado.

10.3 Sugestões para trabalhos futuros

- Realizar uma análise experimental objetivando comparar os resultados obtidos pela análise numérica;
- Realizar a implementação de um sistema de controle de vibrações para redução dos deslocamentos e acelerações;
- Desenvolver um estudo paramétrico acerca dos modelos de carregamento dinâmicos propostos pelo guia do AISC [6], por Faísca [49] e pelo guia do SCI [47] tais como: período de contato, período da atividade e coeficiente de impacto;
- Adotar outras dimensões para os elementos estruturais, como vigas e pilares ou mesmo a espessura da laje do modelo e também outros valores de amortecimento estrutural.
- Analisar a estrutura estudada para outras finalidades, avaliando-a para outros tipos de atividade humana rítmica.
- Analisar a influência da fissuração nas características dinâmicas do modelo.

APÊNCIDE – AVALIAÇÃO DO CONFORTO HUMANO DO PISO ATRAVÉS DO GUIA PRÁTICO DO AISC/2016 [6]

Este guia de projeto foi desenvolvido pelos pesquisadores Murray, Allen, Ungar e Davis [6] e faz parte de uma série de livros denominada Steel Design Guide Series, desenvolvida no American Institute of Steel Construction (AISC [6]). Ele tem como objetivo básico fornecer uma ferramenta analítica para avaliar sistemas de pisos e passarelas quando submetidos a atividades humanas em relação ao estado limite de serviço.

No procedimento proposto por este guia, considera-se que uma componente harmônica dependente do tempo se iguala à frequência natural da estrutura, na tentativa de causar a ressonância, como mostra a equação (26):

$$P(t) = \sum_{i=1}^N w_p \alpha_i \sin(2\pi i f_{step} t - \phi_i) \quad (26)$$

Na Equação (26) a variável $P(t)$ corresponde à força representativa da atividade humana ao longo do tempo em (N), w_p representa o peso dos praticantes da atividade por unidade de área, i corresponde ao múltiplo harmônico da frequência do passo, a variável α_i representa o coeficiente de Fourier associado ao i -ésimo harmônico da atividade, f_p corresponde a frequência do passo da atividade na unidade de (rad/s), t o tempo em (s) e ϕ_i é o ângulo de fase da função. A Tabela 20 mostra os valores da frequência do passo da atividade (f_p) e coeficientes dinâmicos (α_i), considerando diversos tipos de atividades, como dança, concertos e atividade aeróbica.

Tabela 20 - Faixas de frequências de atividades humanas rítmicas (AISC [6], p. 17).

Frequência de excitação do passo (f_p) e coeficientes dinâmicos* (α_i)						
Harmônico	Dança		Concertos		Atividade aeróbica	
i	f_p (Hz)	α_i	f_p (Hz)	α_i	f_p (Hz)	α_i
1	1,5 a 2,7	0,5	1,5 a 2,7	1,25	2,0 a 2,75	1,5
2	3,0 a 5,4	0,05	3,0 a 5,4	0,026	4,0 a 5,5	0,6
3	-	-	-	-	6,0 a 8,25	0,1

* Coeficiente dinâmico significa o pico da força senoidal dividido pelo peso da pessoa.

Para a avaliação da estrutura quanto a atividades rítmicas, calcula-se a relação a_p/g (onde g é a aceleração da gravidade), dada pela equação (27), para cada harmônico da atividade.

$$\frac{a_{p,i}}{g} = \frac{1,3\alpha_i w_p / w_i}{\sqrt{\left[\left(\frac{f_n}{if_{step}}\right)^2 - 1\right]^2 + \left(\frac{2\beta f_n}{if_{step}}\right)^2}} \quad (27)$$

Na equação (27) a variável $a_{p,i}/g$ representa a razão entre a aceleração de pico do harmônico considerado e a aceleração da gravidade, α_i corresponde ao coeficiente de Fourier associado ao i -ésimo harmônico da atividade, w_p é a carga por unidade de área das pessoas distribuídas sobre o piso, enquanto que w_t corresponde a carga total por unidade de área do piso, incluindo os ocupantes, f_n representa a frequência natural da estrutura, f_{step} a frequência da atividade, i é o número do harmônico da atividade e β a taxa de amortecimento modal.

É importante notar que as acelerações geradas a partir do primeiro e segundo harmônico da atividade podem apresentar valores consideráveis, sendo estas calculadas através da equação (27). Deste modo, a máxima aceleração efetiva que contabiliza todos os harmônicos é estimada pela equação (28) (AISC [6]).

$$\frac{a_p}{g} = \frac{\left(\sum a_{p,i}^{1,5}\right)^{1/1,5}}{g} \quad (28)$$

Na equação (28) a variável $a_{p,i}$ representa a aceleração de pico para o i -ésimo harmônico. Cabe ressaltar que a Tabela 21 apresenta os valores de α_i e w_p em função da atividade rítmica realizada sobre a estrutura.

Os valores calculados através das equações (27) e (28) são então comparados com os valores limites em relação ao conforto humano. Tais valores limites (Figura 64) foram obtidos por intermédio da curva base da ISO 2631-2 [43], para acelerações verticais, com fatores de multiplicação de 10, 30 e 100, para escritórios, lojas e passarelas internas, e passarelas externas, respectivamente. Os valores limites apresentados na Figura 64 podem variar numa faixa de 0,8 a 1,5 vezes dos valores recomendados de acordo com a duração e a frequência da vibração, desenvolvidos pelo guia AISC [6].

Tabela 21 - Carregamento estimado para atividades rítmicas (AISC [6], p. 58).

Atividade	Frequência da atividade, f (Hz)	Peso dos participantes* (w_p)		Coeficiente dinâmico (α_i)
		kPa	psf	
<i>Dança:</i>				
<i>Primeiro harmônico</i>	1,5 – 2,7	0,6	12,5	0,50
<i>Segundo harmônico</i>	3,0 – 5,4			0,05
<i>Concertos ao vivo (assentos fixos):</i>				
<i>Primeiro harmônico</i>	1,5 – 2,7	1,5	31,0	0,25
<i>Segundo harmônico</i>	3,0 – 5,4			0,05
<i>Aeróbica:</i>				
<i>Primeiro harmônico</i>	2,0 – 2,75	0,2	4,2	1,5
<i>Segundo harmônico</i>	4,0 – 5,50			0,6
<i>Terceiro harmônico</i>	6,0 – 8,25			0,1

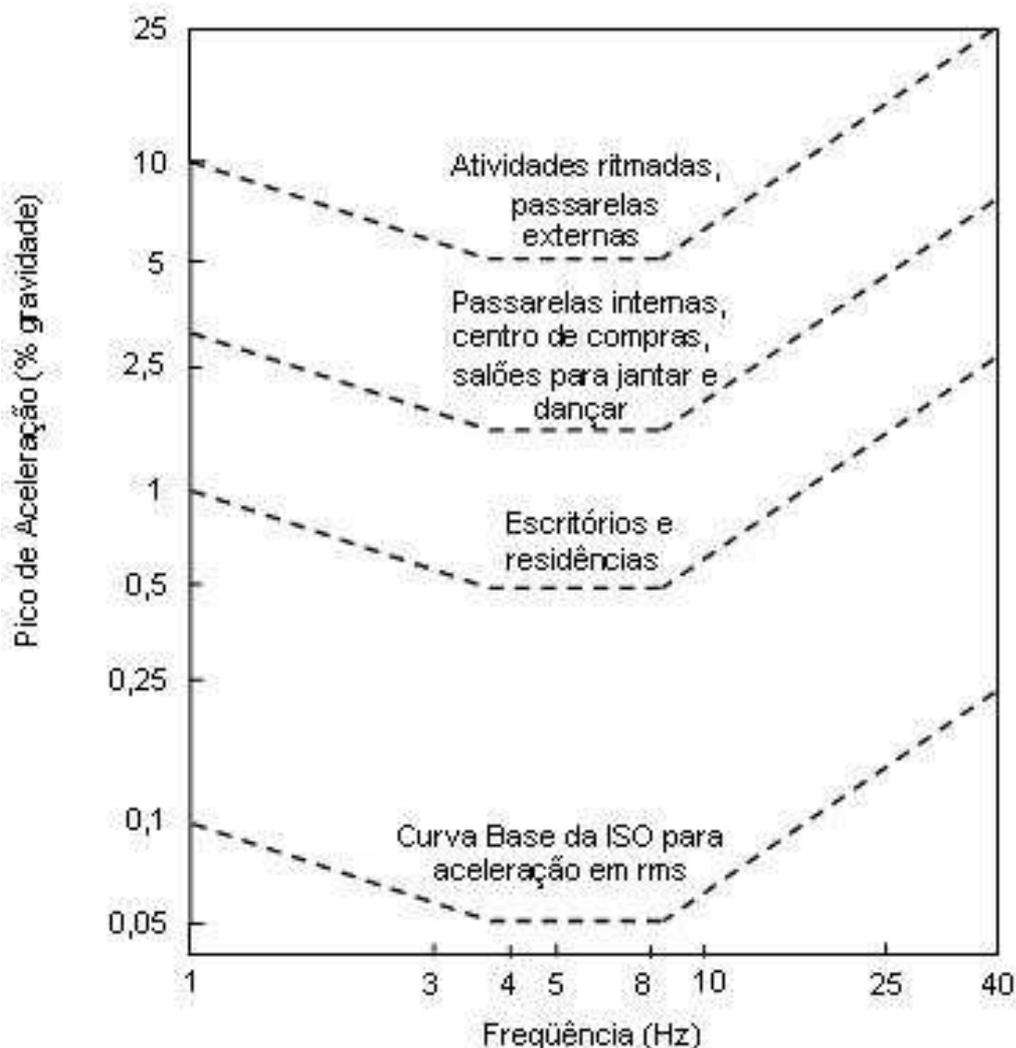


Figura 64 - Valores de aceleração de pico recomendados para o conforto humano devido a atividades humanas (AISC [6], p. 7).

Com base nos resultados apresentados na Tabela 21 e nas equações (27) e (28) foram obtidos os valores das acelerações de pico para diversos valores de frequência da atividade aeróbica, com destaque para a frequência do modo de flexão das lajes ($f = 6,83$ Hz), e o terceiro harmônico da excitação. A Tabela 22 e a Figura 65 apresentam os resultados obtidos desta análise.

Tabela 22 - Aceleração de pico pela gravidade em função da frequência da atividade aeróbica.

1º Harmônico		2º Harmônico		3º Harmônico		Pico
$1f_{step}$ (Hz)	a_1/g_1 (%g)	$2f_{step}$ (Hz)	a_2/g_2 (%g)	$3f_{step}$ (Hz)	a_3/g_3 (%g)	a_p (%g)
2,00	0,64	4,00	1,41	6,00	1,39	2,5
2,10	0,71	4,20	1,65	6,30	2,08	3,2
2,20	0,79	4,40	1,92	6,60	3,18	4,3
2,28	0,85	4,55	2,16	6,83	3,78	5,0
2,30	0,87	4,60	2,24	6,90	3,77	5,1
2,40	0,96	4,80	2,62	7,20	3,00	4,8
2,50	1,05	5,00	3,09	7,50	2,24	4,6
2,60	1,15	5,20	3,67	7,80	1,78	4,8
2,70	1,26	5,40	4,40	8,10	1,48	5,4
2,75	1,32	5,50	4,85	8,25	1,38	5,8

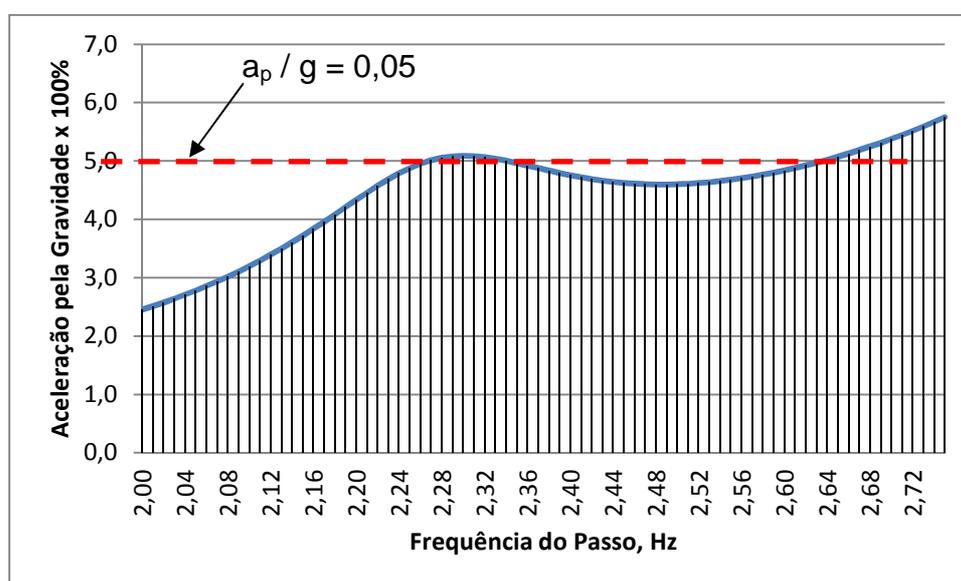


Figura 65 - Variação das acelerações máximas em função da frequência da atividade aeróbica.

Como podemos observar, através da Tabela 22 e da Figura 65, o piso apresenta valores de aceleração de pico por porcentagem da gravidade superiores ao determinado pelo guia AISC [6] para algumas das frequências da atividade. Sendo assim, o piso deverá apresentar problemas de vibrações excessivas e não será adequado para a prática de atividade aeróbica.

REFERÊNCIAS

- [1] ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR-6118: Projeto de Estruturas de Concreto Armado e Protendido - Procedimento. 2014.
- [2] CLUBE TIMEKEEPERS, ACADEMIA DE DANÇA. Disponível em: <<http://timekeepers.wix.com/timekeepersclub#!academia-de-danca/zoom/mainPage/i1cy2>>. Acesso em 6 jan. 2015.
- [3] VIGOR ACADEMIA, Os benefícios da ginástica aeróbica. Disponível em: <<http://www.vigorjf.com.br/os-beneficios-da-ginastica-aerobica.php>>. Acesso em 19 out. 2014.
- [4] ANSYS Swanson Analysis Systems, Inc., P. O. Box 65, Johnson Road, Houston, PA, 15342-0065. Release 11.0, SP1 UP20070830, ANSYS, Inc. is a UL registered ISO 9001:2000 Company. Products ANSYS Academic Research, 2007.
- [5] BACHMANN, H. Case studies of structures with man-induced vibrations. *Journal of Structural Engineering*, v. 118, n. 3, p. 631-647, mar. 1992.
- [6] MURRAY, T.M.; ALLEN, D.E.; UNGAR, E.E.; Davis, D.B. Steel Design Guide Series 11: Vibrations of Steel-Framed Structural Systems Due to Human Activity. Second Edition. Chicago, USA: American Institute of Steel Construction, 2016.
- [7] RANA, R.; SOONG, T.T. Parametric study and simplified design of tuned mass dampers. *Engineering Structures*, v. 20, n. 3, p. 193–204, jun. 2008.
- [8] EL-DARDIRY, E.; WAHYUNI, E.; JI T.; ELLIS, B. R. Improving FE models of a long-span flat concrete floor using natural frequency measurements. *Journal of Computers and Structures*, v. 80, iss. 27-30, p. 2145–2156, nov. 2002.

- [9] REYNOLDS, P.; PAVIC, A. Effects of false floors on vibration serviceability of buildings floors. II: Response to pedestrian excitation. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, v. 17, n. 2, p. 87–96, may. 2003.
- [10] REYNOLDS, P.; PAVIC, A. Effects of false floors on vibration serviceability of buildings floors. II: Modal Properties. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, v. 17, n. 2, p. 75–86, may. 2003.
- [11] HANAGAN, L. M. Walking-Induced Floor Vibration Case Studies. *Journal of Architectural Engineering*, v. 11, n. 1, mar. 2005.
- [12] EL-DARDIRY, E.; JI, T. Modelling of the dynamic behaviour of profiled composite floors. *Journal of Engineering and Structures*, v. 28, iss. 4, p. 567–579, mar. 2006.
- [13] EBRAHIMPOUR, A.; SACK R.L. A review of vibration serviceability criteria for floor structures. *Journal of Computers and Structures*, v. 83, iss. 28–30, p. 2488–94, nov. 2005.
- [14] MELLO, A.V.A. Vibrações em Pisos de Edificações Induzidas por Atividades Humanas, Dissertação de mestrado, PGECIV, UERJ, Rio de Janeiro/RJ, Brasil, 2005.
- [15] VENUTI, F., BRUNO, L. and NAPOLI, P. Pedestrian Lateral Action on Lively Footbridges: A New Load Model. *Structural Engineering International*, 17 (3), 236-241, 2007.
- [16] SILVA, J.G.S. da; VELLASCO, P.C.G. da S.; ANDRADE, S.A.L. de. Vibration analysis of orthotropic composite floors for human rhythmic activities. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Science & Engineering*, v. 30, n. 1, p. 56-65, 2008.
- [17] SILVA, N.M.T.F. Análise Estática e Dinâmica de Lajes Nervuradas de Concreto Armado, Dissertação de mestrado, PGECIV, UERJ, Rio de Janeiro/RJ, Brasil, 2008.

- [18] ALMEIDA, R.R. Análise de Vibrações em Sistemas Estruturais Para Pisos Mistos com Joists Submetidos a Atividades Humanas Rítmicas, Dissertação de mestrado, PGECIV, UERJ, Rio de Janeiro/RJ, Brasil, 2008.
- [19] BROWNJOHN, J.M.W.; MIDDLETON, C.J. Procedures for vibration serviceability assessment of high-frequency floors. *Engineering Structures*, v. 30, iss. 6, p. 1548–1559, jun. 2008.
- [20] RACIC, V.; PAVIC, A.; BROWNJOHN, J.M.W. Experimental identification and analytical modelling of human walking forces: literature review. *Journal of Sound and Vibration*, v. 326, p. 1-49, 2009.
- [21] LANGER, N.A.S. Estudo do Conforto Humano em Pisos Mistos (Aço-Concreto) Submetidos a Ações Humanas Rítmicas, Dissertação de mestrado, PGECIV, UERJ, Rio de Janeiro/RJ, Brasil, 2009.
- [22] DE SILVA, S.; and THAMBIRATNAM, D. P. Dynamic characteristics of steel-deck composite floors under human-induced loads. *Journal of Computers and Structures*, v. 87, iss. 17-18, p. 1067–1076, sep. 2009.
- [23] DE SILVA, S.; and THAMBIRATNAM, D. P. Vibration characteristics of concrete-steel composite floor structures. *ACI Structural Journal*, v. 108, n. 6, nov./dec. 2011.
- [24] Mello, Antônio Vicente de Almeida. Análise do Efeito da Interação Aço-Concreto sobre a Resposta Dinâmica de Pisos Mistos. Rio de Janeiro, 2009. 212p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- [25] ZHENG, T.; JI, T.; ELLIS, B.R. The significance of continuity in a multi-panel composite floor. *Journal of Engineering and Structures*, v. 32, iss. 1, p. 184-194, jan. 2010.

- [26] D. CREȚU, D.; TULEI, E.; GHINDEA, C.; CRUCIAT, R. Vibrations induced by human activities in composite steel floor decks. Case study. In: *Steel Structures: Culture & Sustainability*, 2010, Istanbul, Turkey.
- [27] VARELA W.D.; BATTISTA, R.C. Control of vibrations induced by people walking on large span composite floor decks. *Engineering Structures*, v. 33, iss. 9, p. 2485–2494, sep. 2011.
- [28] GONÇALVES, S. G. Análise dinâmica não-linear de pisos mistos (aço-concreto) submetidos a ações humanas rítmicas. 2011. 92f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2011.
- [29] SAIDI, I.; GADA, E.F.; WILSON, J.L.; HARITOS, N. Development of passive viscoelastic damper to attenuate excessive floor vibrations. *Engineering Structures*, v. 33, iss. 12, p. 3317–3328, dec. 2011.
- [30] CHEN, X.; DING, Y.; LI, A.Q.; ZHANG, Z.Q.; SUN, P. Investigations on serviceability control of long-span structures under human-induced excitation. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, v. 11, iss. 1, p. 57–71, mar. 2012.
- [31] HUDSON, M.J.; REYNOLDS, P. Implementation considerations for active vibration control in the design of floor structures. *Engineering Structures*; v. 44, p. 334-358, nov. 2012.
- [32] JANGID, R.S. Optimum multiple tuned mass dampers for base-excited undamped system. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, v. 28, p. 1041–1049, mar. 1999.
- [33] JANGID, R.S. Optimum multiple tuned mass dampers for base-excited undamped system. *Journal of Vibration and Control*, v. 0, n. 0, p. 1–18, may. 2012.

- [34] LOPES, E. D. C. Análise dinâmica não linear de pisos mistos considerando-se os efeitos da interação parcial e das ligações viga-coluna e viga-viga. Rio de Janeiro, 2012. 219p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- [35] GASPAR, C.M.R. Análise Dinâmica e Controle de Vibrações de Pisos de Edificações Submetidas a Atividades Humanas Rítmicas, Dissertação de Mestrado, PGECIV, UERJ, Rio de Janeiro/RJ, Brasil, 2013.
- [36] Gaspar, C. M. R.; Silva, J. G. S.; Influence of the Human Rhythmic Activities Modelling on the Composite Floors Dynamic Response. *Journal of Civil Engineering and Architecture*, ISSN 1934-7359, USA, Jan. 2014, Volume 8, No.1 (Serial No. 74).
- [37] Salyards, Kelly A.; Hua, Yue. Assessment of dynamic properties of a crowd model for human–structure interaction modeling. *Engineering Structures* 89 (2015) 103–110.
- [38] Campista, Fernanda Fernandes. Análise de vibrações e estudo de conforto humano sobre pisos mistos (aço-concreto) submetidos a ações humanas rítmicas. 2015. 117f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.
- [39] Silva, J. G. S.; Sieira, A. C. C. F.; Campista, F. F.; Gaspar, C. M. R. Human Comfort Evaluation of a Steel-Concrete Composite Building Subjected to Aerobics. *Journal of Civil Engineering and Architecture* 10 (2016) 1259-1269.
- [40] Campista, F. F.; Gaspar, C. M. R. Avaliação do Conforto Humano de Pisos Mistos (Aço-concreto) de Edificações Com Base no Emprego de Modelos Biodinâmicos. CILAMCE, 2016.
- [41] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. *ISO 10137: Bases for design of structures - Serviceability of buildings and walkways against vibrations*, Switzerland, 2007.

[42] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. *ISO 2631-1: Evaluation of human exposure to whole-body vibration – Part 1: General requirements*, Switzerland, 1997.

[43] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. *ISO 2631-2: Evaluation of human exposure to whole-body vibration – Part 2: Vibration in buildings (1 to 80 Hz)*, Switzerland, 2003.

[44] WYATT, T.A. Design guide on the vibration of floors. SCI Publication 076. The Steel Construction Institute, Berkshire. UK, 1989, 32 p.

[45] BRITISH STANDARDS INSTITUTION. *BS 6472-1: Guide to evaluation of human exposure to vibration in buildings: Vibration sources other than blasting*, United Kingdom, 2008.

[46] BRITISH STANDARDS INSTITUTION. *BS 6841: Guide to measurement and evaluation of human exposure to whole-body mechanical vibration and repeated shock*, United Kingdom, 1987.

[47] SMITH, A.L.; HICKS, S.J.; DEVINE, P.J. Design of floors for vibrations: A new approach. SCI Publication P354, Ascot, 2009.

[48] BRITISH STANDARDS INSTITUTION. *BS 6472: Guide to evaluation of human exposure to vibration in buildings (1 Hz to 80 Hz)*, United Kingdom, 1992.

[49] FAISCA, R. G. Caracterização de Cargas Dinâmicas Geradas por Atividades Humanas, 230f. Tese de Doutorado - COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, BRASIL, 2003.

[50] JI, T.; ELLIS, B. R. Floor Vibration Induced by Dance-Type Loads: Theory and Verification. *The Structural Engineer*, v. 72, n. 3, p. 37-50, fev. 1994.

[51] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6120: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações* Rio de Janeiro, 1980. 5 p.

[52] AVELINO, Alves Filho. Elementos Finitos: A base da tecnologia CAE: Análise Dinâmica. Ed Érica, 2008. 304 p.

[53] Ellis, B.R, Littler J.D., 2004. "Response of cantilever grandstands to crowd loads. Part I: Serviceability evaluation", in Proceedings of the Institution of Civil Engineers – *Structures and Buildings* 157(SB4): 235-241.

[54] SETAREH, M. Evaluation and assessment of vibrations owing to human activity. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers – Structures and Buildings*; v.165; iss, SB5; p. 219–231,2012.