



FEN/UERJ



Dissertação de Mestrado

Avaliação da Resposta Dinâmica de Pontes Rodoviárias com Pavimentos Irregulares e Comparação com a Metodologia de Projeto Proposta pela NBR 7187

Autor: Anderson Bastos Amorim de Amorim

Orientador: José Guilherme Santos da Silva, DSc.

Co-orientadora: Maria Elizabeth da Nóbrega Tavares, DSc.

Centro de Tecnologia e Ciências

Faculdade de Engenharia

PGECIV – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Agosto de 2007

Avaliação da Resposta Dinâmica de Pontes Rodoviárias com Pavimentos Irregulares e Comparação com a Metodologia de Projeto Proposta pela NBR 7187

Anderson Bastos Amorim de Amorim

Dissertação apresentada ao PGE CIV - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Ênfase: Estruturas.

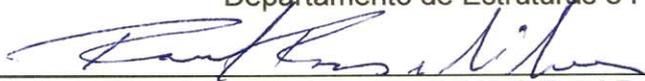
Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada



Prof. José Guilherme Santos da Silva, DSc - Presidente / Orientador
Departamento de Engenharia Mecânica - UERJ



Profa. Maria Elizabeth da Nóbrega Tavares, DSc - Co-orientadora
Departamento de Estruturas e Fundações - UERJ



Prof. Raul Rosas e Silva, PhD
Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio



Prof. Pedro Colmar Gonçalves da Silva Vellasco, PhD
Departamento de Estruturas e Fundações - UERJ



Prof. Francisco José da Cunha Pires Soeiro, PhD
Departamento de Engenharia Mecânica - UERJ



Prof. Luciano Rodrigues Ornelas de Lima, DSc
Departamento de Estruturas e Fundações - UERJ

Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Agosto de 2007.

AMORIM, ANDERSON BASTOS AMORIM DE

Dissertação de Mestrado

Avaliação da Resposta Dinâmica de Pontes Rodoviárias com Pavimentos Irregulares e Comparação com a Metodologia de Projeto Proposta pela NBR 7187 [Rio de Janeiro] 2007.

xxii , 1455 p. 29,7 cm (FEN/UERJ, Mestrado, PGECIV - Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil - Área de Concentração: Estruturas, 2007.)

v, 145 f. : il. ; 30 cm

Dissertação - Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ

1. Introdução
2. Modelos Matemáticos dos Veículos
3. Modelagem do Sistema Veículo-Ponte
4. Modelos Estruturais
5. Análise de Autovalores e Autovetores
6. Análise Paramétrica
7. Considerações Finais

I. FEN/UERJ II. Título (série)

À minha mãe e à minha noiva, pela compreensão e incentivo ao meu desenvolvimento acadêmico e profissional.

Agradecimentos

À minha mãe, pela dedicação e apoio constantes em todas as decisões da minha vida;

À minha noiva, pela compreensão e apoio, principalmente nos momentos de maior trabalho;

Aos professores José Guilherme e Elizabeth, pela orientação dedicada, conhecimentos transmitidos e, principalmente, pela amizade desenvolvida ao longo destes anos de estudos e pesquisas;

Aos professores do Curso de Pós-Graduação do PGECIV pelos ensinamentos transmitidos durante o programa de mestrado;

Aos professores da Faculdade de Engenharia da UERJ, pelos ensinamentos sem os quais não teria a base sólida para desenvolver este curso;

Aos funcionários do laboratório de computação LABBAS;

Aos colegas da pós-graduação pelo apoio e amizade;

Ao CNPq pelo apoio financeiro;

Aos amigos, com os quais sempre pude contar;

Resumo

Amorim de Amorim, Anderson Bastos; Silva, José Guilherme Santos da (Orientador); Nóbrega, Maria Elizabeth Tavares da (Co-orientadora).

Dissertação de Mestrado

Avaliação da Resposta Dinâmica de Pontes Rodoviárias com Pavimentos Irregulares e Comparação com a Metodologia de Projeto Proposta pela NBR 7187. Rio de Janeiro, 2007. 145p. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Nesta dissertação é desenvolvida uma análise dinâmica sobre pontes rodoviárias de concreto armado devido à travessia de comboios de veículos, tipo TB-12 e TB-45, propostos pela NBR 7188/1984, sobre o pavimento irregular dessas obras de arte. O estudo é feito segundo metodologia de análise no domínio do tempo de acordo com um modelo estatístico. O modelo matemático é concebido de forma a simular o conjunto dos veículos e do tabuleiro, denominado de sistema veículo-ponte. Considera-se a participação das massas e das rigezas dos veículos na definição das frequências do conjunto e, conseqüentemente, na força de interação entre os veículos e a ponte. Simula-se o tabuleiro das obras de arte por uma viga modelada com base em elementos finitos de barras, massas concentradas nos nós e flexibilidade distribuída. Aos nós estão associados os movimentos de rotação no plano e de translação vertical. São considerados dois modelos distintos para representar os veículos. Essas viaturas são simuladas por sistemas de massas, molas e amortecedores, com graus de liberdade na translação e rotação no plano. As irregularidades da pista são definidas por um modelo matemático não-determinístico, com base na densidade espectral do perfil do pavimento, obtida experimentalmente. O carregamento sobre a superestrutura das pontes é constituído por uma sucessão de veículos idênticos, igualmente espaçados e deslocando-se com velocidade constante sobre o tabuleiro. São estudadas as respostas de dois modelos estruturais existentes, com base em tabuleiros isostáticos e hiperestáticos, em concreto armado, com e sem balanços respectivamente, em seção do tipo múltiplo "T", em termos de deslocamentos e esforços nas seções onde ocorrem os efeitos máximos. Observa-se a influência das características dos comboios sobre a resposta dinâmica das pontes analisadas. As conclusões deste trabalho versam sobre uma análise crítica acerca dos níveis de amplificação da resposta dinâmica dos modelos estudados, confrontando esses resultados com aqueles fornecidos correntemente pela NBR 7187/1987.

Palavras-chave

Análise Dinâmica, Pontes Rodoviárias, Irregularidades da Pista, Modelos Não-Determinísticos, Modelagem Computacional.

Abstract

Amorim de Amorim, Anderson Bastos; Silva, José Guilherme Santos da (Advisor); Nóbrega, Maria Elizabeth Tavares da (Co-Advisor). **Evaluation of the Highway Bridges Dynamic Response with Irregular Pavement Surfaces and Comparison with the Brazilian Code Methodology**. Rio de Janeiro, 2007. 145p. MSc. Dissertation – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

In this investigation, a dynamic analysis of highway bridge decks is developed considering the vehicles crossing on rough pavement surfaces defined by a probabilistic model. The analysis methodology is considered in the time domain based on a statistical model. The mathematical model is developed in order to simulate the vehicles and the bridge deck (vehicle-bridge system). Masses and the stiffness of the vehicles are considered in the definition of the natural frequencies of the set and, consequently, in the interaction force between the vehicles and the bridge. The bridge deck is modelled using beam finite elements with concentrated masses and distributed stiffness. Two different models are used in order to represent the vehicles, TB-12 and TB-45, according to NBR 7188/1982. The vehicles are simulated as mass-spring-damper systems and the degrees of freedom of these cars are defined as in plane vertical translations and rotations. The deck surface roughness is defined by a well known power spectrum probability density of road pavement profiles. The irregular pavement surface was defined like a weakly stationary and ergodic random process. The moving load is formed by an infinite succession of equally spaced vehicles moving with constant velocity. Only the steady-state response is considered. Response data are produced on two investigated structural models, based on isostatic and hiperstatic reinforced concrete bridges, assembled as simple beams, including cantilever spans and multiple “T” sections. Conclusions are concerned with the magnitude of the vehicle-bridge system response amplification (displacements and efforts) due to the surface irregularities and the simplification suggested by the Brazilian code.

Key-words

Dynamical Analysis, Highway Bridges, Irregular Pavement Surface, Non-deterministic Models, Computational Modeling.

Sumário

1. Introdução	20
1.1. Apresentação e Relevância.....	20
1.2. Situação do Assunto.....	21
1.3. Objetivos	25
1.4. Escopo do Trabalho.....	26
2. Modelos Matemáticos dos Veículos	28
2.1. Introdução	28
2.2. Equação Diferencial de Movimento.....	28
2.3. Modelos Matemáticos	31
2.3.1. Modelo de Veículo I (MV-I).....	31
2.3.2. Modelo de Veículo II (MV-II).....	38
3. Modelagem do Sistema Veículo-Ponte.....	45
3.1. Generalidades.....	45
3.2. Pontes Rodoviárias.....	45
3.3. Irregularidades do Pavimento.....	47
3.4. Sistema Veículo-Ponte.....	53
3.4.1. Matriz de Massa	53
3.4.2. Matriz de Rigidez.....	54
3.4.3. Matriz de Amortecimento	57
3.4.4. Vetor de Cargas Nodais Equivalentes	58
3.4.5. Equação de Movimento.....	59
3.4.5.1. Modelo de Veículo I – MV-I.....	59
3.4.5.2. Modelo de Veículo II – MV-II.....	60
4. Modelos Estruturais	62
4.1. Modelo Estrutural I – ME-I	62
4.2. Modelo Estrutural II – ME-II	65

4.3. Comboios de Veículos Adotados na Análise	67
5. Análise de Autovalores e Autovetores	71
5.1. Generalidades.....	71
5.2. Análise de Autovalores.....	71
5.3. Análise de Autovetores	75
6. Análise Paramétrica	81
6.1. Generalidades.....	81
6.2. Metodologia Simplificada da NBR7187 [1]	82
6.3. Metodologia Empregada para a Análise Estática	91
6.4. Resultados Obtidos na Análise Estática	92
6.4.1. Modelo Estrutural I – ME-I.....	93
6.4.2. Modelo Estrutural II – ME-II.....	96
6.5. Resultados Encontrados na Análise Dinâmica.....	100
6.5.1. Generalidades e Métodos	100
6.5.2. Comportamento Geral do Sistema.....	101
6.5.2.1. Modelo Estrutural I – ME-I.....	101
6.5.2.2. Modelo Estrutural II – ME-II.....	104
6.5.3. Análise Estatística dos Resultados	107
6.5.3.1. Modelo Estrutural I - ME-I	108
6.5.3.2. Modelo Estrutural II – ME-II.....	111
6.5.4. Variação do Fator de Amplificação Dinâmico (FAD) de acordo com a Qualidade do Pavimento.....	115
6.5.4.1. Modelo Estrutural I – ME-I.....	115
6.5.4.2. Modelo Estrutural II – ME-II.....	121
6.5.5. Verificações sobre a Prática Corrente de Projeto.....	126
6.5.5.1. Generalidades	126
6.5.5.2. Modelo Estrutural I – ME-I.....	126
6.5.5.3. Modelo Estrutural II – ME-II.....	132
7. Considerações Finais	138
7.1. Introdução	138
7.2. Conclusões Alcançadas	138
7.3. Sugestões para Trabalhos Futuros	140

Lista de Figuras

Figura 2.1 - (a) Oscilador simples; (b) Diagrama de corpo livre do oscilador simples	29
Figura 2.2 - Modelo de veículo I.....	32
Figura 2.3 – Diagrama de corpo livre de forças do modelo de veículo I.....	33
Figura 2.4 – Diagrama de corpo livre de momentos do modelo de veículo I	33
Figura 2.5 - Modelo de veículo II.....	38
Figura 2.6 – Diagrama de corpo livre de forças do modelo de veículo II.....	39
Figura 2.7 – Diagrama de corpo livre de momentos do modelo de veículo II	39
Figura 3.1 – Modelo de elemento de viga unidimensional.....	45
Figura 3.2 – Distribuição da Massa nos Elementos Finitos	46
Figura 3.3 – Modelo de uma ponte em elementos finitos com seus nós e elementos	46
Figura 3.4 – Modelo de uma ponte em elementos finitos com seus GDL e massas concentradas	46
Figura 3.5 – Irregularidade não-determinística	47
Figura 3.6 – Irregularidades de condição ruim.....	50
Figura 3.7 – Irregularidades de condição média.....	51
Figura 3.8 – Irregularidades de condição excelente	52
Figura 3.9 – Modelo veículo-ponte.....	53
Figura 3.9 – Esquema de alteração na matriz de rigidez do sistema veículo-ponte conforme os veículos atravessam seu tabuleiro	55
Figura 4.1 – Planta de situação do viaduto – Modelo Estrutural I	62
Figura 4.2 – Planta baixa do viaduto – Modelo Estrutural I (unidades em cm)	63
Figura 4.3 – Corte longitudinal do viaduto – Modelo Estrutural I (unidades em cm)	63
Figura 4.4 – Corte transversal do viaduto – Modelo Estrutural I (unidades em m)	64
Figura 4.5 – Modelo Estrutural I.....	64
Figura 4.6 – Planta baixa da ponte até o eixo de simetria (unidades em cm).....	65
Figura 4.7 – Seção transversal da ponte (unidades em cm)	66
Figura 4.8 – Corte longitudinal da ponte até o eixo de simetria (unidades em cm).....	66
Figura 4.9 – Distância entre veículos e entre eixos	68
Figura 4.10 – Comboios de veículos TB12 para o ME-I	69
Figura 4.11 – Comboios de veículos TB12 para o ME-II	70
Figura 6.1 Carreta especial para carga útil de 1450kN. Peso bruto de 2736kN [37]	82
Figura 6.2 – Caminhões e carretas de uso freqüente no brasil [37].....	83
Figura 6.3 – Trem tipo da NBR 7188 [34]	84
Figura 6.4 – Esquema de carregamento para cálculo do momento máximo	84
Figura 6.5 – Características dos veículos-tipo [34].....	86
Figura 6.6 – Variação de \square em função de L [37]	88
Figura 6.7– Deslocamento do comboio de três veículos TB-12 sobre o ME-II	92

Figura 6.8 – Momento Fletor Positivo na seção central do ME-I para o Comboio de 5 veículos TB-12 [34].....	102
Figura 6.9 – Momento Fletor Negativo na seção de apoio do ME-I para o Comboio de 5 veículos TB-12 [34].....	102
Figura 6.10 – Esforço Cortante na seção de apoio do ME-I para o Comboio de 5	102
Figura 6.11 –Deslocamento na seção central do ME-I para o Comboio de 5 veículos TB-12.....	103
Figura 6.12 – Momento Fletor Positivo na seção central do ME-II para o Comboio de 6 veículos TB-12	105
Figura 6.13 – Momento Fletor Negativo na seção de apoio do ME-II para o Comboio de 6 veículos TB-12.....	105
Figura 6.14 – Esforço Cortante na seção de apoio do ME-II para o Comboio de 6	105
Figura 6.15 – Deslocamento na seção central do ME-II para o Comboio de 6	106
Figura 6.16 – Deslocamento na seção de extremidade do balanço do ME-II para o Comboio de 6 veículos TB-12.....	106

Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Classificação das irregularidades do pavimento [9] e [10]	48
Tabela 4.1 – Características geométricas da seção transversal do ME-I.....	64
Tabela 4.2 – Características físicas do concreto do ME-I	65
Tabela 4.3 – Características geométricas da seção transversal do ME-II.....	66
Tabela 4.4 – Características físicas concreto do ME-II.....	67
Tabela 4.5 – Velocidades de distâncias entre veículos	67
Tabela 4.6 – Dados dos comboios do ME-I.....	68
Tabela 4.7 – Dados dos Comboios do ME-II	70
Tabela 5.1 – Frequências Naturais e Carregadas do ME-I, veículos TB-12.	72
Tabela 5.2 – Frequências Naturais e Carregadas do ME-I, veículos TB-45.	72
Tabela 5.3 – Frequências naturais e carregadas do ME-II, veículos TB-12.....	73
Tabela 5.4 – Frequências naturais e carregadas do ME-II, veículos TB-45.....	73
Tabela 5.5 – Modos de vibração do ME-I	76
Tabela 5.6 – Modos de vibração do ME-I, comboio 8-TB-12-020	77
Tabela 5.7 – Modos de Vibração do ME-I, comboio 8-TB-45-020.....	78
Tabela 5.8– Modos de Vibração Natural do ME-II.....	79
Tabela 6.1 – Esquema de carregamento para cálculo do momento máximo da ponte	85
Tabela 6.2 - Características dos veículos-tipo [34].....	86
Tabela 6.3 – Esforços e Deslocamentos Solicitantes do ME-I, pela NBR 7188.....	89
Tabela 6.4 – Esforços e Deslocamentos Portantes do ME-I	90
Tabela 6.5 – Esforços Solicitantes do ME-II, pela NBR7188.....	90
Tabela 6.6 – Capacidades Portantes do ME-II	91
Tabela 6.7 – Momentos Fletores. Modelo Estrutural I. Veículos TB-12.	93
Tabela 6.8 – Esforços Cortantes. Modelo Estrutural I. Veículos TB-12.....	93
Tabela 6.9 – Deslocamentos. Modelo Estrutural I. Veículos TB-12.	94
Tabela 6.10 – Momentos Fletores. Modelo Estrutural I. Veículos TB-45.	95
Tabela 6.11 – Esforços Cortantes. Modelo Estrutural I. Veículos TB-45.....	95
Tabela 6.12 – Deslocamentos. Modelo Estrutural I. Veículos TB-45.	95
Tabela 6.13 – Momentos Fletores. Modelo Estrutural II. Veículos TB-12.	97
Tabela 6.14 – Esforços Cortantes. Modelo Estrutural II. Veículos TB-12.....	97
Tabela 6.15 – Deslocamentos. Modelo Estrutural II. Veículos TB-12.	97
Tabela 6.16 – Momentos Fletores. Modelo Estrutural II. Veículos TB-45.	98
Tabela 6.17 – Esforços Cortantes. Modelo Estrutural II. Veículos TB-45.....	98
Tabela 6.18 – Deslocamentos. Modelo Estrutural II. Veículos TB-45.	99
Tabela 6.19 – Momentos Fletores Positivos. Modelo Estrutural I.....	109
Tabela 6.20 – Momentos Fletores Negativos. Modelo Estrutural I.	109

Tabela 6.21 – Esforços Cortantes. Modelo Estrutural I.	110
Tabela 6.22 – Deslocamentos. Modelo Estrutural I.	110
Tabela 6.23 – Momentos Fletores Positivos. Modelo Estrutural II.	112
Tabela 6.24 – Momentos Fletores Negativos. Modelo Estrutural II.	112
Tabela 6.25 – Esforços Cortantes. Modelo Estrutural II.	113
Tabela 6.26 – Deslocamentos no Vão Central. Modelo Estrutural II.	113
Tabela 6.27 – Deslocamentos no Extremo do Balanço Modelo Estrutural II.	114
Tabela 6.28 – Momentos Positivos. Modelo Estrutural I.	116
Tabela 6.29 – Momentos Negativos. Modelo Estrutural I.	116
Tabela 6.30 – Esforços Cortantes. Modelo Estrutural I.	116
Tabela 6.31 – Deslocamentos. Modelo Estrutural I.	117
Tabela 6.32 – Momentos Positivos. Modelo Estrutural I.	118
Tabela 6.33 – Momentos Negativos. Modelo Estrutural I.	119
Tabela 6.34 – Esforços Cortantes. Modelo Estrutural I.	119
Tabela 6.35 – Deslocamentos. Modelo Estrutural I.	119
Tabela 6.36 – Momentos Positivos. Modelo Estrutural II.	121
Tabela 6.37 – Momentos Negativos. Modelo Estrutural II.	121
Tabela 6.38 – Esforços Cortantes. Modelo Estrutural II.	122
Tabela 6.39 – Deslocamentos na Seção Central. Modelo Estrutural II.	122
Tabela 6.40 – Deslocamentos no Extremo do Balanço. Modelo Estrutural II.	122
Tabela 6.41 – Momentos Positivos. Modelo Estrutural II.	124
Tabela 6.42 – Momentos Negativos. Modelo Estrutural II.	124
Tabela 6.43 – Esforços Cortantes. Modelo Estrutural II.	124
Tabela 6.44 – Deslocamentos na Seção Central. Modelo Estrutural II.	125
Tabela 6.45 – Deslocamentos no Extremo do Balanço. Modelo Estrutural II.	125
Tabela 6.46 – Momento Fletor Positivo e Razão ψ . Modelo Estrutural I.	127
Tabela 6.47 – Momento Fletor Negativo e Razão ψ . Modelo Estrutural I.	127
Tabela 6.48 – Esforço Cortante e Razão ψ . Modelo Estrutural I.	128
Tabela 6.49 – Deslocamento na Seção Central e Razão ψ . Modelo Estrutural I.	128
Tabela 6.50 – Momento Fletor Positivo e Razão ψ . Modelo Estrutural I.	129
Tabela 6.51 – Momento Fletor Negativo e Razão ψ . Modelo Estrutural I.	130
Tabela 6.52 – Esforço Cortante e Razão ψ . Modelo Estrutural I.	130
Tabela 6.53 – Deslocamento na Seção Central e Razão ψ . Modelo Estrutural I.	130
Tabela 6.54 – Momento Fletor Positivo e Razão ψ . Modelo Estrutural II.	132
Tabela 6.55 – Momento Fletor Negativo e Razão ψ . Modelo Estrutural II.	133
Tabela 6.56 – Esforço Cortante e Razão ψ . Modelo Estrutural II.	133
Tabela 6.57 – Deslocamento na Seção Central e Razão ψ	133
Tabela 6.58 – Deslocamento no Extremo do Balanço e Razão ψ	134
Tabela 6.59 – Momento Fletor Positivo e Razão ψ	135

Tabela 6.60 – Momento Fletor Negativo e Razão ψ	135
Tabela 6.61 – Esforço Cortante e Razão ψ	135
Tabela 6.62 – Deslocamento na Seção Central e Razão ψ	136
Tabela 6.63 – Deslocamento no Extremo do Balanço e Razão ψ	136

Lista de Símbolos

d	-	distância entre eixos do veículo
c	-	coeficiente de amortecimento
\mathbf{C}	-	matriz de amortecimento
E	-	módulo de elasticidade
$E[V_b^2]$	-	média quadrática da distribuição das irregularidades
f_a	-	força de amortecimento
f_e	-	força elástica
f_i	-	força de inércia
f_v	-	força exercida pelo eixo do veículo sobre a ponte
$f(t)$	-	força externa atuante no sistema
$\mathbf{F}(t)$	-	vetor de cargas externas
J	-	momento de inércia
k	-	coeficiente de rigidez
\mathbf{K}	-	matriz de rigidez
\mathbf{K}^*	-	Matriz de rigidez condensada
l	-	comprimento
m_i	-	momento atuante a aceleração angular
m	-	massa
m_a	-	momento da força de amortecimento em relação ao CM da massa
m_e	-	momento da força elástica em relação ao CM da massa
\bar{m}	-	massa distribuída
\mathbf{M}	-	matriz de massa do sistema
N	-	número de harmônicos
\mathbf{r}	-	vetor de cargas nodais equivalentes
\mathbf{R}	-	vetor de cargas nodais equivalentes para toda a malha de elementos
\bar{u}	-	amplitude do deslocamento
u	-	deslocamento
\dot{u}	-	velocidade
\ddot{u}	-	aceleração

\mathbf{U}	-	vetor de deslocamentos
$\dot{\mathbf{U}}$	-	vetor de velocidades
$\ddot{\mathbf{U}}$	-	vetor de acelerações
$v_b(x)$	-	função das irregularidades
v_{bi}	-	amplitude real da parte harmônica
w	-	ondulabilidade da pista
φ	-	ângulo de fase
ϕ	-	modo de vibração
ξ_p	-	fração de amortecimento
v	-	velocidade
ρ	-	massa específica
ω_0	-	freqüência natural circular
$\Phi(\omega_0)$	-	coeficiente de amplitude
$\Phi_{v_b v_b}(\omega)$	-	densidade espectral
θ	-	vetor de rotações
ψ	-	razão entre os efeitos calculados pela metodologia de cálculo da NBR 7187 e os encontrados pela análise dinâmica

Lista de Abreviaturas

UERJ	Universidade do Estado do Rio de Janeiro
PUC - Rio	Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
NBR	Norma Brasileira
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas

“Se realmente entendemos o problema, a resposta virá dele, porque a resposta não está separada do problema”.

Krishnamurti

1. Introdução

1.1. Apresentação e Relevância

A análise da resposta dinâmica de pontes rodoviárias submetidas às cargas móveis tem sido um item bastante explorado por pesquisadores, tendo em vista principalmente o avanço dos métodos computacionais que tem permitido a resolução em tempo hábil de matrizes de graus cada vez mais elevados.

O agente motivador de tal tipo de análise é a necessidade de se garantir o conhecimento do comportamento dinâmico dessas obras, quando submetidas às condições normais de uso, dado o desconforto que alguns usuários sentem ao trafegar por certas pontes.

Todas as estruturas civis devem ser projetadas segundo as Normas Brasileiras. A fim de satisfazerem critérios de segurança contra a ruptura, as estruturas devem atender aos Estados Limites Últimos (ELU), e para prover condições mínimas adequadas à sua utilização, devem atender aos Estados Limites de Serviço (ELS).

Atualmente a NBR 7187 (1987) [1] permite uma simplificação do carregamento dinâmico para um de natureza estática, preservando a possibilidade de mobilidade da carga. A equivalência é feita pela consideração do carregamento atuando nos pontos onde gera os piores efeitos estáticos.

Sobre tais efeitos aplica-se então um coeficiente de impacto, preconizado como sendo $\gamma = 1,4 - 0,007l$, para se majorar tais efeitos de modo a englobar os valores obtidos por uma análise dinâmica. Este coeficiente é função apenas do vão da ponte, o que incorpora apenas parcialmente uma filosofia de análise dinâmica, posto que ignora todos os outros fatores de rigidez, de amortecimento e de massa de uma estrutura.

Assim a resposta esperada, de uma análise pela simplificação da NBR 7187 (2003), não é a mais adequada e, provavelmente, não fornece valores que reflitam a realidade física do problema. Em face do atual estágio de evolução das técnicas de análise estrutural dinâmica, pode-se dizer que perpetuar a utilização desta simplificação é uma prática pouco recomendável.

Esta expectativa é reforçada pelo fato de algumas pontes e viadutos urbanos apresentarem condições desconfortáveis de utilização, além de apresentarem sinais precoces de deterioração. Sinais estes que têm contribuição ainda da falta de manutenção do pavimento das pistas, dos aparelhos de apoio e das juntas de dilatação, que dada a

natureza dinâmica do carregamento, são fontes de amplificação dos efeitos dinâmicos, pois a majoração desses efeitos em função da irregularidade da pista é expressiva, como é apresentado ao longo desse trabalho.

1.2. Situação do Assunto

O estudo dos problemas oriundos do carregamento dinâmico de pontes e viadutos não é recente, e iniciou-se em meados do século XIX, motivado pela evolução dos veículos, que passaram a atingir maiores velocidades e aumentando sua capacidade de carga. Entretanto nos últimos anos é que os modelos matemáticos utilizados na análise do problema de vibração de pontes passam a ser desenvolvidos com base no método dos elementos finitos. A partir do emprego do método dos elementos finitos, os modelos utilizados na análise do problema apresentam-se cada vez mais refinados. Deste modo, o estudo da vibração de pontes torna-se mais abrangente através da consideração de alguns efeitos que até então não haviam sido estudados.

Em 1980, Gupta e Trail-Nash [2] adotaram o modelo de veículo utilizado por Huang e Veletsos [3] para investigar os efeitos provocados pela ação conjunta da frenagem e oscilação inicial do veículo, bem como a flexibilidade transversal da ponte, a qual é modelada como uma viga e como uma placa.

Em 1986, Carneiro [4] desenvolveu um método de análise para vigas de pontes, para diversas condições de apoio e restrições, sob a ação de cargas móveis. Admite a viga com massas concentradas e modela o veículo como um sistema massa-mola-amortecedor. São utilizadas matrizes de rigidez e amortecimento variáveis com a posição do veículo na estrutura, e ainda considera, paralelamente, o problema da interação veículo-viga sob os prismas da variação das propriedades dinâmicas do conjunto e da força de interação.

Em 1987, Inbanathan e Wieland [5] estudaram a resposta dinâmica de pontes simplesmente apoiadas submetidas à ação de veículos trafegando sobre superfícies irregulares. Admitem a viga com massas concentradas e o veículo é modelado como uma força concentrada ou, ainda, como uma massa movendo-se com velocidade constante sobre a estrutura. É considerado, também, o caráter não-determinístico da força dinâmica existente entre a roda do veículo e a irregularidade do pavimento, ressaltando que essa força dinâmica é calculada com base na densidade espectral das irregularidades superficiais, sem levar em conta a flexibilidade da ponte. Finalmente, é dado um tratamento estatístico à resposta dinâmica da estrutura.

Ainda em 1987, Wu, Lee e Lai [6] utilizaram um método de análise em elementos finitos para o estudo da resposta dinâmica de placas submetidas à ação de cargas móveis.

Os efeitos da excentricidade e da velocidade da carga móvel, bem como do comprimento do vão, são considerados.

Em 1988, Ramalho [7] desenvolve um estudo, onde analisa as variações impostas pela cinemática do veículo, condições iniciais e cargas pulsativas. Avalia também os efeitos das irregularidades ao longo da pista; os efeitos das lajes de transição; e ainda, procede a uma investigação de aspectos relacionados às linhas de influência dinâmica. Adotou o método de análise desenvolvido por Carneiro [4], incorporando naturalmente a força de interação do veículo com a estrutura às equações de movimento do sistema veículo-viga.

Ao final dos anos 80, com base no refinamento dos modelos empregados na análise da resposta dinâmica de pontes, a comunidade científica que estuda o problema tomou consciência da absoluta importância dos efeitos produzidos pelas irregularidades superficiais sobre o comportamento dos tabuleiros rodoviários. Ressalta-se ainda que o caráter não-determinístico dessas irregularidades passa a ter destaque no que tange a modelagem das mesmas, de forma que os modelos traduzam o problema de maneira mais realista em consonância com situações práticas.

Em 1990, Sedlacek e Drosner [8] propuseram uma metodologia de análise considerando a ponte discretizada em massas concentradas, sendo que o veículo é modelado de duas formas distintas: o primeiro modelo é o veículo simples com um número qualquer de eixos acoplados sobre uma massa rígida, da carroceria. O segundo é um veículo pesado, no qual o cavalo mecânico e a carroceria estão ligados através de um apoio elástico, sendo ambos os modelos constituídos por sistemas massa-mola-amortecedor. Especial atenção é dada às irregularidades da pista, as quais são concebidas segundo modelo não-determinístico com base na densidade espectral do pavimento levantada experimentalmente por Braun [9 e 10], em trechos rodoviários suíços. A força dinâmica proveniente dessas irregularidades é calculada considerando-se a ponte como uma superfície rígida. Os resultados obtidos por esses pesquisadores são utilizados para a concepção de um modelo de carga europeu único, a ser empregado no cálculo de pontes rodoviárias.

Em 1991, Ferreira [11], a partir de um estudo mais elaborado sobre o comportamento real de viaturas usuais e de uma reavaliação do modelo do veículo utilizado por Carneiro [4] e Ramalho [7], propôs um modelo de veículo com base em um sistema de massas, molas e amortecedores, constituído de duas massas e representado por um único eixo. Neste modelo, são considerados apenas os movimentos verticais das massas, desprezando-se as rotações no plano. Desenvolve, ainda, uma análise paramétrica sobre os efeitos causados pela ação das cargas móveis nos tabuleiros das pontes rodoviárias, devidos à mobilidade dos veículos e ao impacto dos mesmos sobre irregularidades na superfície da pista, objetivando verificar a adequação do coeficiente de impacto recomendado pela NBR 7187

(1987) [1]. Ferreira [11] utiliza, em suas investigações, o mesmo procedimento de análise empregado nos trabalhos de Carneiro [4] e Ramalho [7].

De 1992 a 1994, Wang e Huang [12, 13, 14, 15 e 16] apresentam cinco trabalhos que possuem como objetivo comum o estudo da resposta dinâmica de tabuleiros rodoviários. Os modelos estruturais descrevem diversos tipos de pontes, tais como biapoiadas, contínuas, estaiadas e em quadro rígido. Dependendo da modelagem, são utilizados elementos finitos de barra ou de cabo. O modelo para o veículo é estabelecido com base nos códigos da AASHTO-1989, para o que utilizam os caminhões do tipo H20-44 e HS20-44. O modelo H20-44 possui sete graus de liberdade e o HS20-44 apresenta doze graus de liberdade, sendo que ambos são constituídos por sistemas massa-mola-amortecedor. São levados em conta, na análise, os efeitos dinâmicos produzidos pelas irregularidades da pista, as quais são geradas segundo modelo não-determinístico com base na densidade espectral do pavimento proposta por Braun [9 e 10], destacando que a força dinâmica devida a essas irregularidades é calculada levando-se em consideração a flexibilidade da ponte. Este conjunto de trabalhos atende a um projeto junto ao departamento de transportes do estado da Flórida, EUA, para avaliar o desempenho de diversos sistemas estruturais de pontes rodoviárias com pistas irregulares submetidas ao tráfego de veículos.

Em 1993, Chompooming e Yener [17] fizeram uma análise do problema da interação veículo-ponte em que são considerados os efeitos dinâmicos causados pelo salto do veículo devidos às irregularidades da pista e a variação de velocidade do veículo. Exemplos numéricos, ilustrando a influência de irregularidades da pista e desaceleração do veículo na resposta dinâmica de estruturas de pontes, são apresentados.

Em 1993, Nowak [18] desenvolveu um modelo baseado em uma simulação analítica do comportamento real da ponte. Os resultados indicaram que as cargas dinâmicas não dependem somente do vão, mas também da rugosidade da superfície rodoviária e das características dinâmicas do veículo.

Em 1994, Chang e Lee [19] investigaram o comportamento dinâmico de pontes rodoviárias simplesmente apoiadas submetidas ao tráfego de veículos sobre a superfície irregular do tabuleiro. Um modelo apropriado para o veículo é proposto com base na comparação da resposta dinâmica da ponte, a qual é submetida ao tráfego de quatro modelos distintos de veículos: força constante e massa constante, ambos sem considerar as características dinâmicas do veículo; e, ainda, veículo com uma ou duas massas, os quais levam em conta os efeitos dinâmicos da suspensão. São considerados nessa investigação os efeitos provenientes das irregularidades da pista, as quais são concebidas segundo modelo não-determinístico baseado na densidade espectral do pavimento. Finalmente, com base em uma análise paramétrica, em que são variados o vão da ponte, a velocidade do

veículo e a qualidade da pista, os coeficientes de impacto obtidos neste trabalho são comparados com os especificados pelas normas vigentes.

Em 1995, Zibdeh e Rackwitz [20] estudaram o problema de vibrações em vigas homogêneas isotrópicas, devido à passagem de diferentes tipos de cargas. Métodos analíticos e numéricos são usados para investigar a estatística da resposta do sistema, sujeitas a um fluxo de carregamento móvel.

Em 1996, Henchi, Fafard, Dhatt e Talbot [21] analisaram a resposta dinâmica da estrutura sob um comboio de cargas móveis. Alguns resultados do fator de amplificação dinâmico são mostrados também como uma função da velocidade das cargas móveis.

Em 1996 e em 2002, Silva [22 e 23] avaliou os efeitos das irregularidades superficiais sobre o comportamento dos tabuleiros rodoviários, mediante estudo paramétrico. Respalado nos resultados obtidos, foi proposto um coeficiente de majoração de esforços estáticos que considera todas as ações dinâmicas verticais provenientes dos veículos, inclusive as irregularidades da pista. Pela análise dos resultados, percebe-se que o coeficiente de majoração dos efeitos estáticos não abrange todas as ações dinâmicas verticais provenientes dos veículos, inclusive as irregularidades da pista, visto que estas últimas geram esforços dinâmicos significativamente maiores em relação aos efeitos estáticos.

Em 2001, Zhang, Vrouwenvelder e Wandnier [24] analisaram os fatores de amplificação dinâmicos e as cargas equivalentes uniformemente distribuídas provenientes de tráfegos eventuais em pontes. São simulados dois tipos de irregularidades: aleatórias e não-aleatórias. Na análise dos resultados são considerados dois tipos de tráfego: livre e congestionado.

Em 2001, Savin [25] deduziu expressões analíticas para o cálculo do fator de amplificação dinâmico e características do espectro de resposta para pontes fracamente amortecidas com diversas condições de contorno, submetidas a passagem de cargas móveis com velocidade constante.

Em 2002, Greco e Santini [26] desenvolveram uma análise paramétrica na qual apresentam a eficácia dos coeficientes de amortecimento na redução das amplitudes das respostas dinâmicas. Um estudo comparativo entre as respostas exatas, obtidas mediante uma análise modal complexa, e as aproximações destas, fornecidas por uma análise modal clássica, apresenta diferenças significativas, nas quais as respostas exatas possuem maiores valores do que as suas aproximações.

Em 2002, Liu, Huang e Wang [27] investigaram a influência da superfície irregular do tabuleiro rodoviário sob o tráfego de veículos pesados, simulados por cargas móveis elevadas. Quatro comprimentos de ponte em concreto protendido são analisados e quatro tipos comuns de veículos são selecionados para a modelagem tridimensional. A superfície

irregular da ponte é baseada em um processo randômico ao longo da direção transversal do pavimento. Os resultados indicam que os valores do fator de impacto induzidos pelas cargas elevadas são, geralmente, menores do que aqueles indicados pela “American Association of State Highway and Transportation Officials Specification” [28 e 29].

Em 2003, Nassif e Liu [30] analisaram a resposta dinâmica de pontes, empregando um modelo 3D para a avaliação da interação ponte-pavimento-veículo. As viaturas são idealizadas como sistemas tri-dimensionais com onze graus de liberdade, possuindo um conjunto de suspensões e pneus de comportamento não-linear. As irregularidades do pavimento são geradas através de um processo Gaussiano randômico. Os resultados mostram que o fator de amplificação dinâmica é fortemente dependente da qualidade da superfície do pavimento, da suspensão do veículo e da geometria da ponte.

Em 2004, Law e Zhu [31 e 32] apresentaram dois trabalhos, nos quais avaliam o comportamento de pontes submetidas à passagem de veículos. Em [31], é analisado o comportamento dinâmico de pontes de concreto armado danificadas submetidas à passagem de veículos. Estes são modelados como massas se deslocando sobre o tabuleiro da ponte ou como sistemas com quatro graus de liberdade. Os efeitos de diversos parâmetros, como a velocidade dos veículos e qualidade da superfície do pavimento, são considerados em suas análises. Em [32], o comportamento dinâmico de tabuleiros contínuos com seção não-uniforme, sobre apoios elásticos, submetidos à passagem de veículos, é avaliado. Nesta análise, é considerada a interação entre a estrutura, a irregularidade do pavimento e os veículos, sendo estes modelados como cargas móveis com espaçamento fixo. O efeito da frenagem dos veículos sobre a ponte também é considerado neste trabalho.

Em 2006, Almeida [33] desenvolveu uma análise paramétrica da resposta dinâmica, deslocamentos e esforços, de pontes rodoviárias, devido a travessia de veículos de diversos tipos sobre um pavimento irregular. A variação da velocidade dos veículos gerou espectros de resposta dinâmica para modelos estruturais isostáticos, com e sem balanços nas extremidades, para seções estruturais do tipo caixão em concreto armado.

Neste trabalho, geram-se análises de projetos reais de pontes rodoviárias em concreto armado, avaliando a influência da qualidade do pavimento na magnitude da resposta dinâmica da estrutura.

1.3. Objetivos

Comparar os resultados obtidos com a simplificação proposta pela NBR 7187 (2003) [1] com aquelas obtidas pela análise considerando a interação veículo-ponte com interferência das irregularidade superficiais, definidas por um modelo não-determinístico.

Aplicar veículos da NBR 7188 (1984) [34] em uma análise dinâmica, dando prosseguimento à investigação anterior de Almeida [33]. Utilizar modelos com dois e três eixos, de modo a se obter uma comparação qualitativa e quantitativa entre os efeitos dinâmicos (deslocamentos e esforços) obtidos com os preconizados pela NBR 7187 (2003) [1], através de seu coeficiente de impacto.

Desenvolver uma análise paramétrica extensa de modo a avaliar o efeito da deterioração e ausência de manutenção dos pavimentos utilizando-se três tipos distintos de qualidade do pavimento, simulando irregularidades superficiais, a saber: excelente, média e ruim.

1.4. Escopo do Trabalho

Com o objetivo de organizar o desenvolvimento e atingir os objetivos deste trabalho, apresentando as metodologias, filosofias e procedimentos utilizados, este trabalho apresenta estrutura a seguir.

O presente capítulo, apresenta-se uma introdução ao assunto. Inicialmente, mostra-se a sua relevância e o atual estágio de desenvolvimento da análise estrutural. Apresenta-se a situação do assunto, citando-se os trabalhos que foram base de desenvolvimento, com seus respectivos autores, que contribuíram para o conhecimento da análise dinâmica de pontes e viadutos. A seguir, são apresentados os objetivos a serem alcançados neste estudo. Por fim, é mostrado como este texto se encontra estruturado, fazendo-se uma breve apresentação de cada capítulo presente no mesmo.

No capítulo dois, são apresentados os modelos matemáticos de carregamento adotados neste trabalho para a realização das análises dinâmicas das pontes. Faz-se uma breve apresentação de alguns conceitos da teoria das vibrações. A seguir, é feita, para cada modelo de carregamento, a dedução das equações de movimento e é formulada a respectiva equação característica. É apresentado ainda o procedimento para o cálculo das freqüências naturais e dos modos naturais de vibração.

No capítulo três, apresenta-se, de forma resumida, a formulação do modelo matemático do sistema veículo-ponte, para cada modelo de veículo apresentado no capítulo dois. Apresenta-se a formulação do modelo matemático da viga da ponte, sem o carregamento dos veículos. Posteriormente, é apresentado o modelo da ponte carregada, denominado sistema veículo-ponte, fazendo-se a formulação de suas matrizes de massa, rigidez e amortecimento, e apresentando-se como são realizadas as alterações nas mesmas e quando o(s) veículo(s) se desloca(m) sobre o tabuleiro.

No capítulo quatro, são definidos os valores das propriedades dos modelos apresentados nos capítulos dois e três. Alguns destes valores foram adotados com base na pesquisa de diversos trabalhos científicos pertinentes ao assunto aqui estudado, e os demais foram obtidos por meio de cálculo, baseando-se na teoria das vibrações.

No capítulo cinco, são apresentados os resultados de diversas análises, de autovalores e autovetores, estáticas e dinâmicas, empregando-se o programa computacional GDYNABT [36], apresentado no Capítulo 05, com o objetivo de se validar os resultados gerados pelo mesmo. Nestas análises, são empregados exemplos existentes em artigos científicos e na literatura técnica, cujos resultados já são previamente conhecidos.

No capítulo seis, apresentam-se os resultados obtidos em todas as análises propostas por este estudo. Inicialmente, são mostrados os dados gerados nas análises de autovalores e autovetores. Em seguida, apresentam-se então os resultados obtidos nas análises dinâmicas, necessários para se atingir os objetivos deste estudo.

No capítulo sete, faz-se a conclusão deste estudo, apresentando-se ainda, sugestões para continuação do trabalho aqui desenvolvido.

2. Modelos Matemáticos dos Veículos

2.1. Introdução

Um modelo matemático é um sistema, um conjunto de equações matemáticas que descreve, aproximadamente, as características de um fenômeno físico. Em outras palavras, modelo matemático é um conjunto de relações matemáticas que traduz de forma simplificada um fenômeno físico, uma situação real.

Os modelos matemáticos dos veículos adotados neste trabalho procuram justamente representar de forma mais realística os veículos de Norma Brasileira, segundo os quais as pontes e viadutos são dimensionados. Estes são modelos discretos bidimensionais constituídos por conjuntos de massas, molas e amortecedores.

Para este estudo, foram utilizados dois modelos de veículos da NBR 7188 (1984) [34]. O primeiro tem dois eixos e três massas, com quatro graus de liberdade, sendo três de translação vertical e uma de rotação no plano. Este modelo de veículo desenvolvido por Almeida [33] representa aproximadamente o veículo TB-12 e neste trabalho é tratado como Modelo de Veículo I (MV-I). Já o segundo modelo tem três eixos e quatro massas, com cinco graus de liberdade, sendo quatro de translação vertical e um de rotação no plano. Este veículo, denominado como Modelo de Veículo II (MV-II), representa fielmente o TB-45 na Norma Brasileira. Cada um destes modelos é definido e analisado separadamente a seguir, explicitando-se suas equações de movimento e característica.

Inicialmente, porém, é feita uma apresentação breve da teoria das vibrações de sistemas discretos, onde são expostos alguns conceitos fundamentais para a formulação das equações de cada modelo de veículo empregado.

2.2. Equação Diferencial de Movimento

A equação diferencial de movimento de um sistema discreto com, um ou mais graus de liberdade pode ser deduzida a partir da elaboração de seu diagrama de corpo livre (DCL), onde o sistema em estudo é isolado de sua vizinhança e são aplicadas todas as forças atuantes no mesmo.

A seguir, é feita a formulação desta equação para um sistema com um grau de liberdade. Posteriormente, faz-se a generalização para sistemas com vários graus de liberdade, empregando-se uma notação matricial.

O sistema com um grau de liberdade aqui empregado é um oscilador simples, constituído por uma massa, uma mola e um amortecedor, apresentado na Figura 2.1a. As hipóteses para este modelo são:

- A mola possui massa desprezível;
- As forças exercidas pela mola e pelo amortecedor são proporcionais ao deslocamento e a velocidade, respectivamente;
- O atrito entre a massa do sistema e a superfície é nulo, de forma que o único elemento de dissipação de energia do sistema é o amortecedor.

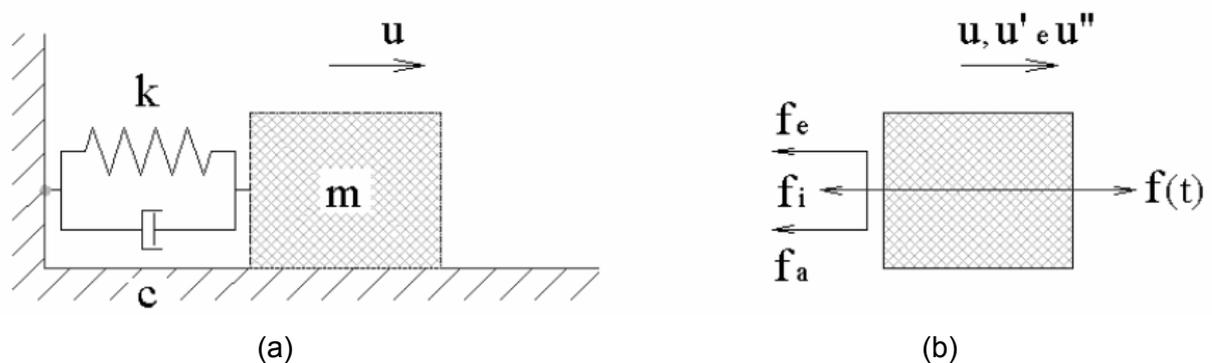


Figura 2.1 - (a) Oscilador simples; (b) Diagrama de corpo livre do oscilador simples

Com o DCL obtemos as seguintes equações, observadas as proporcionalidades inércia-aceleração, amortecedor-velocidade e mola-deslocamento:

$$f_i = m\ddot{u} \qquad f_a = c\dot{u} \qquad f_e = ku \qquad (2.1)$$

onde,

- f_i - força de inércia atuante na massa do sistema;
- f_a - força de amortecimento exercida pelo amortecedor;
- f_e - força elástica exercida pela mola;
- $f(t)$ - força externa atuante na massa do sistema.

Aplicando-se o Princípio de D'Alembert e fazendo do equilíbrio das forças, obtém-se a equação:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = f(t) \qquad (2.2)$$

A equação (2.2) é a equação diferencial de movimento do sistema, que é do tipo ordinária, de segunda ordem, linear, não-homogênea e com coeficientes constantes.

Considerando-se este sistema sob vibração livre sem amortecimento, sua equação de movimento fica:

$$m\ddot{u} + ku = 0 \quad (2.3)$$

A análise de vibração livre sem amortecimento em sistemas dinâmicos é de suma importância, pois desta forma é possível se determinar duas propriedades fundamentais intrínsecas ao sistema: suas frequências naturais e seus modos naturais de vibração.

A solução da equação (2.3) é dada por:

$$u = \bar{u} \cos(\omega_0 t) \quad (2.4a)$$

$$\ddot{u} = -\omega_0^2 \bar{u} \cos(\omega_0 t) \quad (2.4b)$$

onde,

\bar{u} - amplitude do deslocamento do sistema;

ω_0 - frequência natural circular do sistema.

Substituindo-se a equação (2.4a) e sua segunda derivada (2.4b) na equação (2.3), obtém-se a equação:

$$(k - \omega_0^2 m) \bar{u} = 0 \quad (2.5)$$

A condição para a obtenção da solução não trivial da equação (2.5) prevém da equação:

$$(m^{-1}k - \omega_0^2) = 0 \quad (2.6)$$

Esta equação é denominada de equação característica do sistema, da qual se obtém a frequência natural circular do mesmo, dada por:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.7)$$

Para sistemas com vários graus de liberdade, as equações de movimento e característica são dadas, respectivamente, na forma matricial, por:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F}(\mathbf{t}) \quad (2.8)$$

$$|\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} - \omega_{0i}^2 \mathbf{I}| = 0 \quad (2.9)$$

onde,

\mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} - matriz de massa, matriz de amortecimento e matriz de rigidez do sistema, respectivamente;

$\ddot{\mathbf{U}}$, $\dot{\mathbf{U}}$ e \mathbf{U} - vetor de acelerações, vetor de velocidades e vetor de deslocamentos do sistema, respectivamente;

$\mathbf{F}(\mathbf{t})$ - vetor de cargas externas;

ω_{0i} - frequência natural circular do i-ésimo modo de vibração do sistema.

Calculando-se o determinante do lado esquerdo da equação (2.9), obtém-se uma equação polinomial em ω_0^2 , cujo grau é igual ao número de graus de liberdade do sistema. As raízes desta equação são o quadrado das frequências naturais circulares do mesmo.

As frequências naturais circulares e os modos de vibração também podem ser obtidos, respectivamente, pela raiz quadrada dos autovalores e pelos autovetores do produto matricial $\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}$. Esta forma de cálculo se apresenta bastante conveniente em se tratando de uma implementação computacional, devido à facilidade de se trabalhar com vetores e matrizes em uma linguagem de programação de alto nível.

2.3. Modelos Matemáticos

A seguir, são apresentados os modelos matemáticos dos veículos adotados neste trabalho, para a realização das análises dinâmicas propostas.

2.3.1. Modelo de Veículo I (MV-I)

O Modelo de Veículo I (MV-I), que também constitui um sistema massa-mola-amortecedor, se baseia no veículo TB-12 (Figura 6.5) preconizado pela Norma Brasileira NBR 7188 (1984) [34]. Porém, é importante ressaltar que este embasamento diz respeito apenas às dimensões e ao número de eixos do veículo, pois a referida norma considera que

o carregamento imposto pelo mesmo é constituído por um par de forças concentradas que apresentam módulos constantes e iguais a $4t$ e $8t$ para o eixo dianteiro e traseiro, respectivamente, ao longo do tempo. O MV-I, apresentado na Figura 2.2, possui dois eixos, como já exposto, uma massa suspensa e duas massas não-suspensas. O significado da massa suspensa, m_s , é representar a massa dos chassis, a da carroceria e a da carga que o veículo pode carregar. As massas não-suspensas, m_{ns1} e m_{ns2} , representam as massas dos pneus, rodas e amortecedores. Os conjuntos mola-amortecedor superiores, k_{vs1} , c_{vs1} e k_{vs2} , c_{vs2} , representam a rigidez e o amortecimento da suspensão. Os conjuntos mola-amortecedor inferiores, k_{vp1} , c_{vp1} e k_{vp2} , c_{vp2} , representam a rigidez e o amortecimento dos pneus. Este modelo apresenta quatro graus de liberdade, sendo estes os movimentos vertical e de rotação no próprio plano da massa suspensa, descritos, respectivamente, pelas coordenadas u_v e θ_v , e os movimentos verticais das duas massas não-suspensas, dados pelas coordenadas u_1 e u_2 .

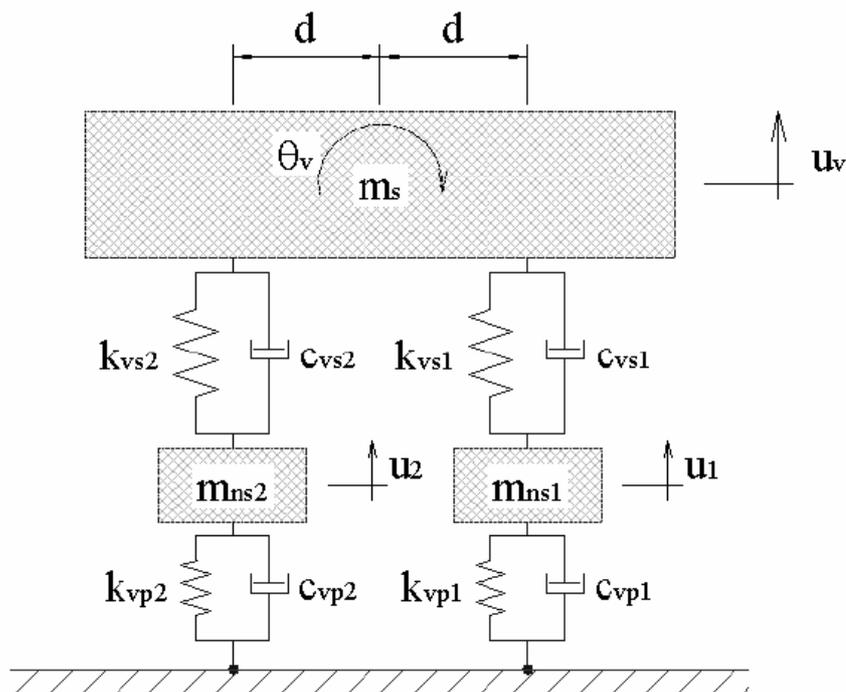


Figura 2.2 - Modelo de veículo I

Por possuir quatro graus de liberdade, este modelo de veículo tem seu movimento descrito por quatro equações diferenciais de movimento. Para a formulação destas equações, inicialmente, determinam-se as forças e os momentos que atuam nas massas do veículo analisando-se os diagramas de corpo livre de forças e de momentos, apresentados nas Figuras 2.3 e 2.4, respectivamente.

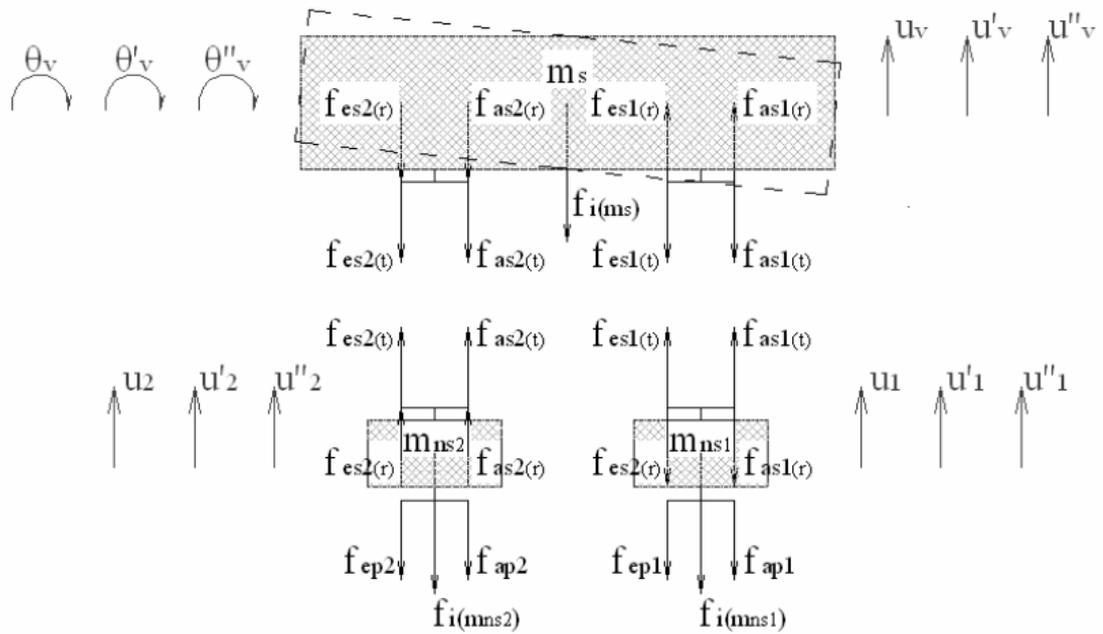


Figura 2.3 – Diagrama de corpo livre de forças do modelo de veículo I

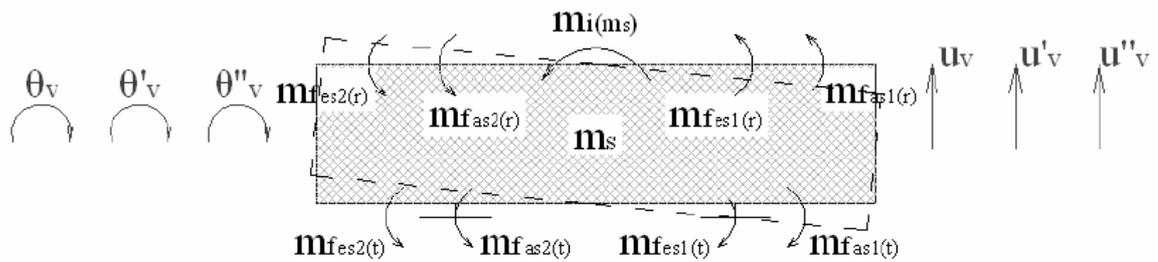


Figura 2.4 – Diagrama de corpo livre de momentos do modelo de veículo I

Estas forças e momentos são dados pelas equações (2.10) e (2.11), a seguir:

Equações de Forças:

$$\begin{aligned}
 f_{i(ms)} &= m_s \ddot{u}_v & f_{i(mns1)} &= m_{ns1} \ddot{u}_1 & f_{i(mns2)} &= m_{ns2} \ddot{u}_2 \\
 f_{as1(t)} &= c_{vs1} (\dot{u}_v - \dot{u}_1) & f_{as2(t)} &= c_{vs2} (\dot{u}_v - \dot{u}_2) & f_{as1(r)} &= c_{vs1} d\dot{\theta}_v \\
 f_{as2(r)} &= c_{vs2} d\dot{\theta}_v & f_{es1(t)} &= k_{vs1} (u_v - u_1) & f_{es2(t)} &= k_{vs2} (u_v - u_2) \\
 f_{es1(r)} &= k_{vs1} d\theta_v & f_{es2(r)} &= k_{vs2} d\theta_v & f_{ap1} &= c_{vp1} \dot{u}_1 \\
 f_{ap2} &= c_{vp2} \dot{u}_2 & f_{ep1} &= k_{vp1} u_1 & f_{ep2} &= k_{vp2} u_2
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

onde,

- $f_{i(ms)}$ - força de inércia atuante na massa suspensa;
- $f_{i(mns1)}$ - força de inércia atuante na massa não-suspensa 01;
- $f_{i(mns2)}$ - força de inércia atuante na massa não-suspensa 02;

- $f_{as1(t)}$ - força de amortecimento exercida pela suspensão 01 devido a velocidade relativa entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 01;
- $f_{as2(t)}$ - força de amortecimento exercida pela suspensão 02 devido velocidade relativa entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 02;
- $f_{as1(r)}$ - força de amortecimento exercida pela suspensão 01 devido a velocidade angular da massa suspensa;
- $f_{as2(r)}$ - força de amortecimento exercida pela suspensão 02 devido a velocidade angular da massa suspensa;
- $f_{es1(t)}$ - força elástica exercida pela suspensão 01 devido ao deslocamento relativo de translação entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 01;
- $f_{es2(t)}$ - força elástica exercida pela suspensão 02 devido ao deslocamento relativo de translação entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 02;
- $f_{es1(r)}$ - força elástica exercida pela suspensão 01 devido ao deslocamento angular da massa suspensa;
- $f_{es2(r)}$ - força elástica exercida pela suspensão 02 devido ao deslocamento angular da massa suspensa;
- f_{ap1} - força de amortecimento exercida pelos pneus 01 devido a velocidade da massa não-suspensa 01;
- f_{ap2} - força de amortecimento exercida pelos pneus 02 devido a velocidade da massa não-suspensa 02;
- f_{ep1} - força elástica exercida pelos pneus 01 devido ao deslocamento de translação da massa não-suspensa 01;
- f_{ep2} - força elástica exercida pelos pneus 02 devido ao deslocamento de translação da massa não-suspensa 02;

Equações de Momentos:

$$\begin{aligned}
 m_{i(ms)} &= I_v \ddot{\theta}_v & m_{as1(t)} &= c_{vs1} (\dot{u}_v - \dot{u}_1) d & m_{as2(t)} &= c_{vs2} (\dot{u}_v - \dot{u}_2) d \\
 m_{as1(r)} &= c_{vs1} d^2 \dot{\theta}_v & m_{as2(r)} &= c_{vs2} d^2 \dot{\theta}_v & m_{es1(t)} &= k_{vs1} (u_v - u_1) d \quad (2.11) \\
 m_{es2(t)} &= k_{vs2} (u_v - u_2) d & m_{es1(r)} &= k_{vs1} d^2 \theta_v & m_{es2(r)} &= k_{vs2} d^2 \theta_v
 \end{aligned}$$

onde,

- $m_{i(ms)}$ - momento atuante na massa suspensa devido a sua aceleração angular;
- $m_{as1(t)}$ - momento da força $f_{as1(t)}$ em relação ao CM da massa suspensa;
- $m_{as2(t)}$ - momento da força $f_{as2(t)}$ em relação ao CM da massa suspensa;
- $m_{as1(r)}$ - momento da força $f_{as1(r)}$ em relação ao CM da massa suspensa;
- $m_{as2(r)}$ - momento da força $f_{as2(r)}$ em relação ao CM da massa suspensa;
- $m_{es1(t)}$ - momento da força $f_{es1(t)}$ em relação ao CM da massa suspensa;
- $m_{es2(t)}$ - momento da força $f_{es2(t)}$ em relação ao CM da massa suspensa;
- $m_{es1(r)}$ - momento da força $f_{es1(r)}$ em relação ao CM da massa suspensa;
- $m_{es2(r)}$ - momento da força $f_{es2(r)}$ em relação ao CM da massa suspensa.

Uma vez definidos as forças e os momentos atuantes nas massas do veículo, efetua-se o equilíbrio, aplicando-se o Princípio de D'Alembert, obtêm-se assim as seguintes equações de movimento:

Equação associada ao deslocamento da massa suspensa:

$$\begin{aligned}
 m_s \ddot{u}_v + c_{vs1} (\dot{u}_v - \dot{u}_1) - c_{vs1} d \dot{\theta}_v + c_{vs2} (\dot{u}_v - \dot{u}_2) + c_{vs2} d \dot{\theta}_v + k_{vs1} (u_v - u_1) - k_{vs1} \\
 + k_{vs2} (u_v - u_2) + k_{vs2} d \theta_v = 0 \quad (2.12)
 \end{aligned}$$

Equação associada à rotação da massa suspensa:

$$I_v \ddot{\theta}_v - c_{vs1}(\dot{u}_v - \dot{u}_1)d + c_{vs1}d^2\dot{\theta}_v + c_{vs2}(\dot{u}_v - \dot{u}_2)d + c_{vs2}d^2\dot{\theta}_v - k_{vs1}(u_v - u_1)d + k_{vs1}d^2\theta_v + k_{vs2}(u_v - u_2)d + k_{vs2}d^2\theta_v = 0 \quad (2.13)$$

Equação associada ao deslocamento da massa não suspensa 1:

$$m_{ns1}\ddot{u}_1 + c_{vp1}\dot{u}_1 - c_{vs1}(\dot{u}_v - \dot{u}_1) + c_{vs1}d\dot{\theta}_v + k_{vp1}u_1 - k_{vs1}(u_v - u_1) + k_{vs1}d\theta_v = 0 \quad (2.14)$$

Equação associada ao deslocamento da massa não suspensa 2:

$$m_{ns2}\ddot{u}_2 + c_{vp2}\dot{u}_2 - c_{vs2}(\dot{u}_v - \dot{u}_2) - c_{vs2}d\dot{\theta}_v + k_{vp2}u_2 - k_{vs2}(u_v - u_2) - k_{vs2}d\theta_v = 0 \quad (2.15)$$

Este sistema de equações é dito acoplado, pois as funções de deslocamento e suas derivadas estão presentes em mais de uma das equações (2.12) a (2.15), de tal forma que o deslocamento em determinado grau de liberdade influencia no deslocamento em outro grau de liberdade.

Colocando-se as acelerações, velocidades e deslocamentos em evidência, e escrevendo o sistema de equações resultante na forma matricial obtêm-se:

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{ns1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{ns2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_v \\ \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{\theta}_v \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{vs1} + c_{vs2} & -c_{vs1} & -c_{vs2} & (-c_{vs1} + c_{vs2})d \\ -c_{vs1} & c_{vs1} + c_{vp1} & 0 & c_{vs1}d \\ -c_{vs2} & 0 & c_{vs2} + c_{cp2} & -c_{vs2}d \\ (-c_{vs1} + c_{vs2})d & c_{vs1}d & -c_{vs2}d & (c_{vs1} + c_{vs2})d^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_v \\ \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{\theta}_v \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{vs1} + k_{vs2} & -k_{vs1} & -k_{vs2} & (-k_{vs1} + k_{vs2})d \\ -k_{vs1} & k_{vs1} + k_{vp1} & 0 & k_{vs1}d \\ -k_{vs2} & 0 & k_{vs2} + k_{vp2} & -k_{vs2}d \\ (-k_{vs1} + k_{vs2})d & k_{vs1}d & -k_{vs2}d & (k_{vs1} + k_{vs2})d^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_v \\ u_1 \\ u_2 \\ \theta_v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.16)$$

Assim como para a dedução da equação diferencial do movimento, o sistema de equações de movimento assume a forma:

$$M_V \ddot{U}_V + C_V \dot{U}_V + K_V U_V = 0 \quad (2.17)$$

onde,

M_V, C_V e K_V - matriz de massa, matriz de amortecimento e matriz de rigidez do veículo, respectivamente;

\ddot{U}_V, \dot{U}_V e U_V - vetor de acelerações, vetor de velocidades e vetor de deslocamentos do veículo, respectivamente.

Para o cálculo das freqüências naturais e dos modos de vibração deste modelo de veículo, considera-se o mesmo sob vibração livre sem amortecimento. Assim, o sistema de equações de movimento na forma matricial fica:

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{ns1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{ns2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_v \\ \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{\theta}_v \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{vs1} + k_{vs2} & -k_{vs1} & -k_{vs2} & (-k_{vs1} + k_{vs2})d \\ -k_{vs1} & k_{vs1} + k_{vp1} & 0 & k_{vs1}d \\ -k_{vs2} & 0 & k_{vs2} + k_{vp2} & -k_{vs2}d \\ (-k_{vs1} + k_{vs2})d & k_{vs1}d & -k_{vs2}d & (k_{vs1} + k_{vs2})d^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_v \\ u_1 \\ u_2 \\ \theta_v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.18)$$

A equação característica deste sistema, conforme apresentado na seção 2.2, é:

$$\left| M_V^{-1} K_V - \omega_0^2 I \right| = 0 \quad (2.19)$$

Se a equação (2.19) for desenvolvida, calculando-se o determinante do lado esquerdo desta, obter-se-á uma equação polinomial do quarto grau bastante extensa. As quatro raízes desta equação são as freqüências naturais circulares do sistema, elevadas ao quadrado. Conforme já exposto, o cálculo algébrico desta equação se apresenta muito pouco prática em se tratando de uma implementação computacional. Desta forma, é mais interessante a determinação das freqüências naturais e dos modos de vibração pelo cálculo numérico dos autovalores e autovetores do produto $M_V^{-1} K_V$.

2.3.2. Modelo de Veículo II (MV-II)

Este é o modelo de veículo mais complexo empregado neste trabalho, pois é o que apresenta o maior número de graus de liberdade entre os considerados, com um total de cinco. Este modelo, que pode ser visto na Figura 2.5, é baseado no veículo Tipo 45 (Figura 6.5) da Norma Brasileira NBR 7188 (1984) [34]. Ressalva feita quanto ao carregamento de norma ser considerado como três forças concentradas, que apresentam módulos constantes e iguais a 15t por eixo, ao longo do tempo. Mais uma vez, o veículo é modelado como um sistema massa-mola-amortecedor, possuindo três eixos, uma massa suspensa, m_s , três massas não-suspensas, m_{ns1} , m_{ns2} e m_{ns3} , três conjuntos mola-amortecedor superiores, k_{vs1}, c_{vs1} , k_{vs2}, c_{vs2} e k_{vs3}, c_{vs3} , e mais três conjuntos mola-amortecedor inferiores, k_{vp1}, c_{vp1} , k_{vp2}, c_{vp2} e k_{vp3}, c_{vp3} , com os mesmos significados considerados para o modelo II.

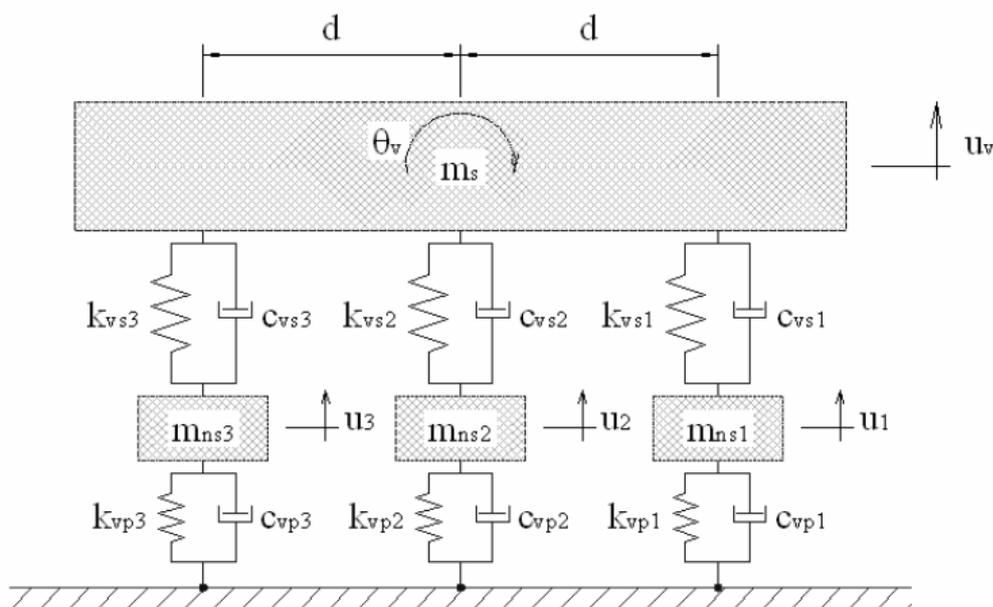


Figura 2.5 - Modelo de veículo II

Por apresentar cinco graus de liberdade, este modelo de veículo tem seu movimento descrito por cinco equações diferenciais de movimento. Estas equações são deduzidas a partir da consideração dos diagramas de corpo livre de forças e momentos, apresentados nas Figuras 2.6 e 2.7, respectivamente.

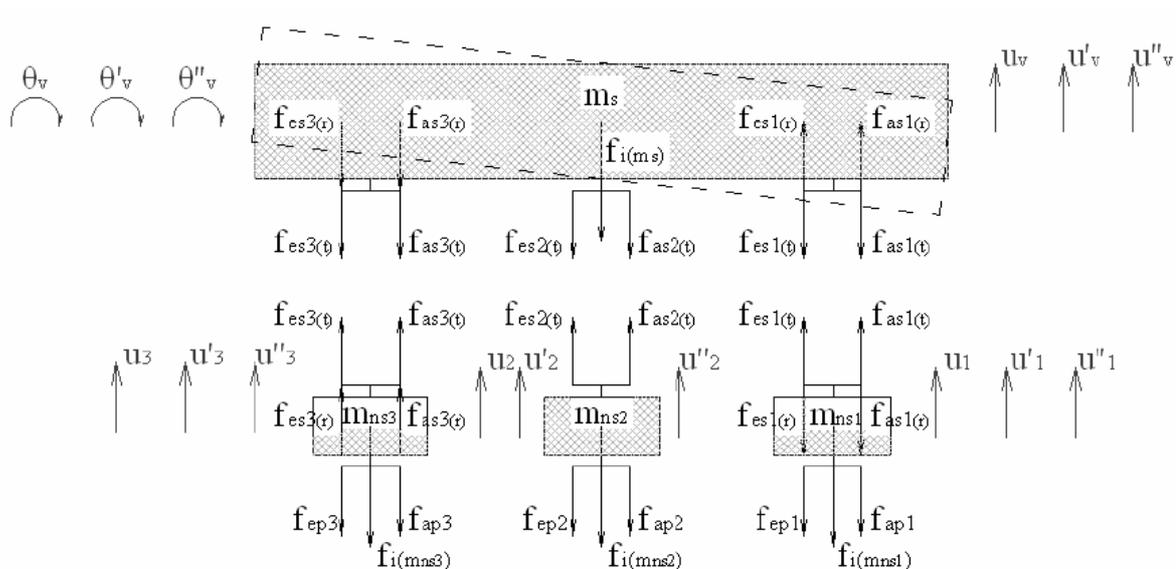


Figura 2.6 – Diagrama de corpo livre de forças do modelo de veículo II

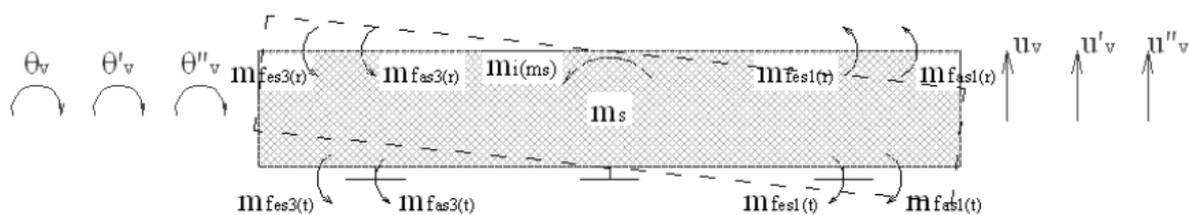


Figura 2.7 – Diagrama de corpo livre de momentos do modelo de veículo II

Com base nestes diagramas, as equações de forças e de momentos atuantes neste sistema são:

Equações de Força:

$$\begin{aligned}
 f_{i(m_s)} &= m_s \ddot{u}_v & f_{i(m_{ns1})} &= m_{ns1} \ddot{u}_1 & f_{i(m_{ns2})} &= m_{ns2} \ddot{u}_2 \\
 f_{i(m_{ns3})} &= m_{ns3} \ddot{u}_3 & f_{as1(t)} &= c_{vs1} (\dot{u}_v - \dot{u}_1) & f_{as2(t)} &= c_{vs2} (\dot{u}_v - \dot{u}_2) \\
 f_{as3(t)} &= c_{vs3} (\dot{u}_v - \dot{u}_3) & f_{as1(r)} &= c_{vs1} d\dot{\theta}_v & f_{as3(r)} &= c_{vs3} d\dot{\theta}_v \\
 f_{es1(t)} &= k_{vs1} (u_v - u_1) & f_{es2(t)} &= k_{vs2} (u_v - u_2) & f_{es3(t)} &= k_{vs3} (u_v - u_3) \\
 f_{es1(r)} &= k_{vs1} d\theta_v & f_{es3(r)} &= k_{vs3} d\theta_v & f_{ap1} &= c_{vp1} \dot{u}_1
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

$$f_{ap2} = c_{vp2} \dot{u}_2 \quad f_{ap3} = c_{vp3} \dot{u}_3 \quad f_{ep1} = k_{vp1} u_1 \quad (2.20)$$

$$f_{ep2} = k_{vp2} u_2 \quad f_{ep3} = k_{vp3} u_3$$

onde,

- $f_{i(ms)}$ - força de inércia atuante na massa suspensa;
- $f_{i(mns1)}$ - força de inércia atuante na massa não-suspensa 01;
- $f_{i(mns2)}$ - força de inércia atuante na massa não-suspensa 02;
- $f_{i(mns3)}$ - força de inércia atuante na massa não-suspensa 03;
- $f_{as1(t)}$ - força de amortecimento exercida pela suspensão 01 devido a velocidade relativa entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 01;
- $f_{as2(t)}$ - força de amortecimento exercida pela suspensão 02 devido velocidade relativa entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 02;
- $f_{as3(t)}$ - força de amortecimento exercida pela suspensão 03 devido velocidade relativa entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 03;
- $f_{as1(r)}$ - força de amortecimento exercida pela suspensão 01 devido a velocidade angular da massa suspensa;
- $f_{as3(r)}$ - força de amortecimento exercida pela suspensão 03 devido a velocidade angular da massa suspensa;
- $f_{es1(t)}$ - força elástica exercida pela suspensão 01 devido ao deslocamento relativo de translação entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 01;
- $f_{es2(t)}$ - força elástica exercida pela suspensão 02 devido ao deslocamento relativo de translação entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 02;
- $f_{es3(t)}$ - força elástica exercida pela suspensão 03 devido ao deslocamento relativo de translação entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 03;
- $f_{es1(r)}$ - força elástica exercida pela suspensão 01 devido ao deslocamento angular da massa suspensa;
- $f_{es3(r)}$ - força elástica exercida pela suspensão 03 devido ao deslocamento angular da massa suspensa;

- f_{ap1} - força de amortecimento exercida pelos pneus 01 devido a velocidade da massa não-suspensa 01;
- f_{ap2} - força de amortecimento exercida pelos pneus 02 devido a velocidade da massa não-suspensa 02;
- f_{ap3} - força de amortecimento exercida pelos pneus 03 devido a velocidade da massa não-suspensa 03;
- f_{ep1} - força elástica exercida pelos pneus 01 devido ao deslocamento de translação da massa não-suspensa 01;
- f_{ep2} - força elástica exercida pelos pneus 02 devido ao deslocamento de translação da massa não-suspensa 02;
- f_{ep3} - força elástica exercida pelos pneus 03 devido ao deslocamento de translação da massa não-suspensa 03;

Equações de Momento:

$$\begin{aligned}
 m_{i(ms)} &= I_v \ddot{\theta}_v & m_{as1(t)} &= c_{vs1}(\dot{u}_v - \dot{u}_1)d & m_{as3(t)} &= c_{vs3}(\dot{u}_v - \dot{u}_3)d \\
 m_{as1(r)} &= c_{vs1}d^2\dot{\theta}_v & m_{as3(r)} &= c_{vs3}d^2\dot{\theta}_v & m_{es1(t)} &= k_{vs1}(u_v - u_1)d \quad (2.21) \\
 m_{es3(t)} &= k_{vs3}(u_v - u_3)d & m_{es1(r)} &= k_{vs1}d^2\theta_v & m_{es3(r)} &= k_{vs3}d^2\theta_v
 \end{aligned}$$

onde,

- $m_{i(ms)}$ - momento atuante na massa suspensa devido a sua aceleração angular;
- $m_{as1(t)}$ - momento da força $f_{as1(t)}$ em relação ao CM da massa suspensa;
- $m_{as3(t)}$ - momento da força $f_{as3(t)}$ em relação ao CM da massa suspensa;
- $m_{as1(r)}$ - momento da força $f_{as1(r)}$ em relação ao CM da massa suspensa;
- $m_{as3(r)}$ - momento da força $f_{as3(r)}$ em relação ao CM da massa suspensa;
- $m_{es1(t)}$ - momento da força $f_{es1(t)}$ em relação ao CM da massa suspensa;
- $m_{es3(t)}$ - momento da força $f_{es3(t)}$ em relação ao CM da massa suspensa;

$m_{es1(r)}$ - momento da força $f_{es1(r)}$ em relação ao CM da massa suspensa;

$m_{es3(r)}$ - momento da força $f_{es3(r)}$ em relação ao CM da massa suspensa.

Conhecidas as forças e os momentos que atuam nas quatro massas que constituem este modelo de veículo, aplica-se o equilíbrio, considerando-se o Princípio de D'Alembert, obtendo assim a cinco equações de movimento:

Equação relativa ao deslocamento da massa suspensa

$$m_s \ddot{u}_v + c_{vs1}(\dot{u}_v - \dot{u}_1) - c_{vs1} d\dot{\theta}_v + c_{vs2}(\dot{u}_v - \dot{u}_2) + c_{vs3}(\dot{u}_v - \dot{u}_3) + c_{vs3} d\dot{\theta}_v + k_{vs1}(u_v - u_1) - k_{vs1} d\theta_v + k_{vs2}(u_v - u_2) + k_{vs3}(u_v - u_3) + k_{vs3} d\theta_v = 0 \quad (2.22)$$

Equação relativa à rotação da massa suspensa

$$I_v \ddot{\theta}_v - c_{vs1}(\dot{u}_v - \dot{u}_1) d + c_{vs1} d^2 \dot{\theta}_v + c_{vs3}(\dot{u}_v - \dot{u}_3) d + c_{vs3} d^2 \dot{\theta}_v - k_{vs1}(u_v - u_1) + k_{vs1} d^2 \theta_v + k_{vs3}(u_v - u_3) d + k_{vs3} d^2 \theta_v = 0 \quad (2.23)$$

Equação relativa ao deslocamento da massa não suspensa 1

$$m_{ns1} \ddot{u}_1 + c_{vp1} \dot{u}_1 - c_{vs1}(\dot{u}_v - \dot{u}_1) + c_{vs1} d\dot{\theta}_v + k_{vp1} u_1 - k_{vs1}(u_v - u_2) + k_{vs1} d\theta_v = \quad (2.24)$$

Equação relativa ao deslocamento da massa não suspensa 2

$$m_{ns2} \ddot{u}_2 + c_{vp2} \dot{u}_2 - c_{vs2}(\dot{u}_v - \dot{u}_2) + k_{vp2} u_2 - k_{vs2}(u_v - u_2) = 0 \quad (2.25)$$

Equação relativa ao deslocamento da massa não suspensa 3

$$m_{ns3} \ddot{u}_3 + c_{vp3} \dot{u}_3 - c_{vs3}(\dot{u}_v - \dot{u}_3) - c_{vs3} d\dot{\theta}_v + k_{vp3} u_3 - k_{vs3}(u_v - u_3) - k_{vs3} d\theta_v = \quad (2.26)$$

Assim como para os sistemas de equações do modelo de veículo, este sistema de equações diferenciais também é dito acoplado, pois as funções u_v , u_1 , u_2 e u_3 , e suas derivadas, aparecem em mais de uma das equações (2.22) a (2.26).

Colocando os deslocamentos, velocidades e acelerações em evidência, este sistema de equações, na forma matricial, é escrito como:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{ns1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{ns1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{ns1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_v \\ \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \\ \ddot{\theta}_v \end{Bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} c_{vs1} + c_{vs2} + c_{vs3} & -c_{vs1} & -c_{vs2} & -c_{vs3} & (-c_{vs1} + c_{vs2} - c_{vs3})d \\ -c_{vs1} & c_{vs1} + c_{vp1} & 0 & 0 & c_{vs1}d \\ -c_{vs2} & 0 & c_{vs2} + c_{vp2} & 0 & c_{vs2}d \\ -c_{vs3} & 0 & 0 & c_{vs3} + c_{vp3} & c_{vs3}d \\ (-c_{vs1} + c_{vs2} - c_{vs3})d & c_{vs1}d & c_{vs2}d & c_{vs3}d & (c_{vs1} + c_{vs2} + c_{vs3})d^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_v \\ \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \\ \dot{\theta}_v \end{Bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} k_{vs1} + k_{vs2} + k_{vs3} & -k_{vs1} & -k_{vs2} & -k_{vs3} & (-k_{vs1} + k_{vs2} - k_{vs3})d \\ -k_{vs1} & k_{vs1} + k_{vp1} & 0 & 0 & k_{vs1}d \\ -k_{vs2} & 0 & k_{vs2} + k_{vp2} & 0 & k_{vs2}d \\ -k_{vs3} & 0 & 0 & k_{vs3} + k_{vp3} & k_{vs3}d \\ (-k_{vs1} + k_{vs2} - k_{vs3})d & k_{vs1}d & k_{vs2}d & k_{vs3}d & (k_{vs1} + k_{vs2} + k_{vs3})d^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_v \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \theta_v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.27)
\end{aligned}$$

Novamente, o sistema de equações que descreve o movimento do sistema assume a forma:

$$M_v \ddot{U}_v + C_v \dot{U}_v + K_v U_v = 0 \quad (2.28)$$

onde,

M_v , C_v e K_v - matriz de massa, matriz de amortecimento e matriz de rigidez do veículo, respectivamente;

\ddot{U}_v , \dot{U}_v e U_v - vetor de acelerações, vetor de velocidades e vetor de deslocamentos do veículo, respectivamente.

Para a determinação das freqüências naturais e dos modos de vibração do modelo de veículo II, considera-se o mesmo sob vibração livre sem amortecimento. Nesta situação, a equação de movimento passa a ser simplesmente:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{ns1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{ns1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{ns1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_v \\ \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \\ \ddot{\theta}_v \end{Bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} k_{vs1} + k_{vs2} + k_{vs3} & -k_{vs1} & -k_{vs2} & -k_{vs3} & (-k_{vs1} + k_{vs2} - k_{vs3})d \\ -k_{vs1} & k_{vs1} + k_{vp1} & 0 & 0 & k_{vs1}d \\ -k_{vs2} & 0 & k_{vs2} + k_{vp2} & 0 & k_{vs2}d \\ -k_{vs3} & 0 & 0 & k_{vs3} + k_{vp3} & k_{vs3}d \\ (-k_{vs1} + k_{vs2} - k_{vs3})d & k_{vs1}d & k_{vs2}d & k_{vs3}d & (k_{vs1} + k_{vs2} + k_{vs3})d^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_v \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \theta_v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.29)
\end{aligned}$$

A equação característica deste modelo de veículo é:

$$\left| \mathbf{M}_v^{-1} \mathbf{K}_v - \omega_0^2 \mathbf{I} \right| = 0 \quad (2.30)$$

As frequências naturais circulares e os modos de vibração são obtidos pelos autovalores e autovetores do produto $\mathbf{M}_v^{-1} \mathbf{K}_v$, respectivamente.

3. Modelagem do Sistema Veículo-Ponte

3.1. Generalidades

Neste capítulo, é apresentado o modelo matemático do sistema veículo-ponte proposto por Silva [24 e 25] e Almeida [33], que procura representar o comportamento conjunto do tabuleiro da ponte rodoviária quando esta é atravessada por um ou mais veículos, para diferentes condições de qualidade do pavimento.

Inicialmente, apresenta-se como são modelados os tabuleiros das pontes rodoviárias, empregando-se técnicas de elementos finitos. Em seguida, mostra-se a modelagem numérica das irregularidades do pavimento, segundo um modelo não-determinístico. Por fim, apresenta-se, em detalhes, a modelagem do sistema veículo-ponte, no que diz respeito às suas matrizes de massa, amortecimento e rigidez, seu vetor de cargas nodais equivalentes e suas equações de movimento.

3.2. Pontes Rodoviárias

O tabuleiro das pontes rodoviárias é modelado neste trabalho utilizando-se elementos finitos de viga unidimensional, de acordo com a teoria do Método dos Elementos Finitos (MEF). Cada elemento finito que participa da discretização da ponte possui, portanto, dois graus de liberdade por nó, tendo, então, quatro graus de liberdade no total (dois graus de translação vertical e dois graus de rotação no próprio plano), conforme Figura 3.1. A inércia de rotação e a deformação por cisalhamento não são consideradas.

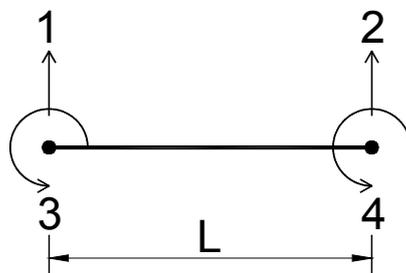


Figura 3.1 – Modelo de elemento de viga unidimensional

A massa do tabuleiro encontra-se concentrada nos nós dos elementos finitos, sendo que em cada nó estará concentrada a metade da massa correspondente ao

elemento finito que converge ao mesmo. Os nós restritos, ou seja, localizados nos pontos de apoio da estrutura, não recebem massa.

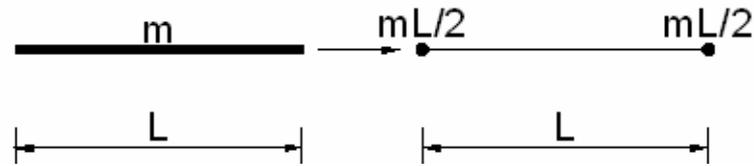


Figura 3.2 – Distribuição da Massa nos Elementos Finitos

Onde:

m : é a massa por unidade de comprimento da viga;

L : é o comprimento da viga;

Todos os apoios da estrutura são modelados como rígidos. A seção transversal é do tipo múltiplas vigas “T” e seu momento de inércia em relação à linha neutra pode variar ao longo do comprimento do tabuleiro. Neste estudo considera-se as seções transversais constantes.

Na Figura 3.3, apresenta-se o modelo de uma ponte biapoiada, com balanços nas extremidades, discretizada por n nós (numeração acima do eixo da viga na Figura), que geram $n-1$ elementos finitos de viga (numeração abaixo do eixo da viga na Figura).

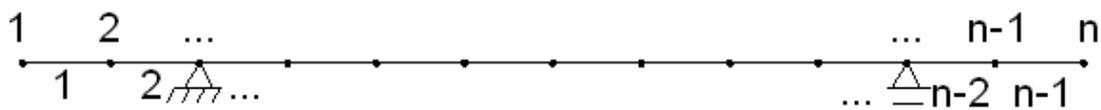


Figura 3.3 – Modelo de uma ponte em elementos finitos com seus nós e elementos

Na Figura 3.4, apresenta-se o modelo desta mesma ponte, entretanto realçam-se suas atribuições para entrada no programa. Demonstra-se o modo como as massas são concentradas nos nós do modelo que estão vinculados a grau de liberdade de deslocamento vertical, já que conforme foi explicado anteriormente, a inclusão das massas sobre os apoios no processamento não traz melhoria no resultado do processamento, apenas incorrendo em maior tempo computacional.

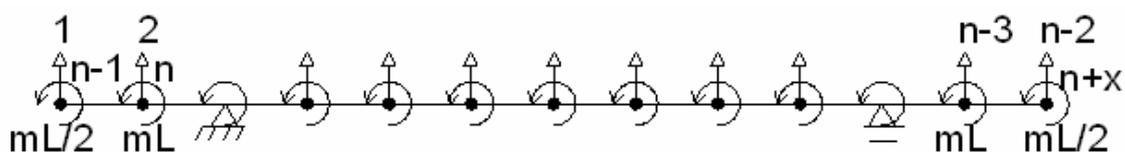


Figura 3.4 – Modelo de uma ponte em elementos finitos com seus GDL e massas concentradas

Estudam-se neste trabalho dois sistemas estruturais, um em viga contínua e hiperestática e outra em viga biapoiada com balanços nas extremidades.

3.3. Irregularidades do Pavimento

No que tange à modelagem das irregularidades não-determinísticas, o ponto de partida desta abordagem é a representação da função das irregularidades, $v_b(x)$, com base em seu espectro complexo de Fourier. Assim, a função das irregularidades, $v_b(x)$, Figura 3.5, é definida pela equação (3.1).

$$v_b(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} v_b(\omega) e^{i\omega x} d\omega \quad (3.1)$$

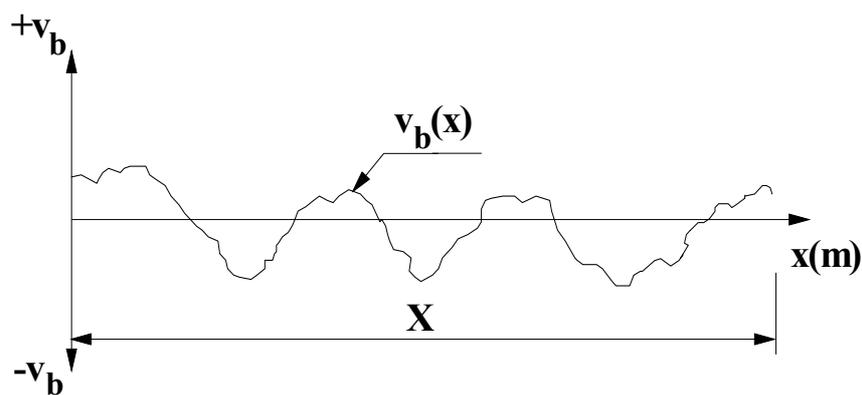


Figura 3.5 – Irregularidade não-determinística

Adota-se para as irregularidades aleatórias uma distribuição normal e um processo randômico fracamente estacionário de segunda ordem. Deste modo, chega-se a uma relação entre a média quadrática da distribuição das irregularidades, $E[v_b^2]$, e sua densidade espectral, $\Phi_{v_b v_b}(\omega)$, avaliado em medição no campo, expressa pela equação (3.2):

$$E[v_b^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{v_b v_b}(\omega) d\omega \quad (3.2)$$

Como modelo matemático adota-se, para representação da densidade espectral das irregularidades, a função exponencial proposta por [9 e 10], utilizada também por outros autores [8, 12, 13, 14, 15 e 16], dada pela equação (3.3):

$$\Phi_{v_b v_b}(\omega) = \Phi(\omega_0) \left[\frac{\omega}{\omega_0} \right]^{-w} \quad (3.3)$$

onde:

- $\Phi(\omega_0)$ - coeficiente de amplitude, função da qualidade do pavimento e de ω_0 ;
 ω_0 - frequência básica das irregularidades, igual a 1 m^{-1} ;
 w - ondulabilidade da pista.

Para avaliação dos parâmetros que descrevem a densidade espectral das irregularidades, equação (3.3), utiliza-se a classificação das irregularidades do pavimento proposta por [9 e 10], segundo os valores da função $\Phi(\omega_0)$, mostrada na Tabela 3.1. Este coeficiente de amplitude representa o volume das irregularidades em relação a uma superfície perfeitamente plana, sendo seus valores expressos em cm^3/m para uma frequência básica das irregularidades equivalente a uma por metro e ondulabilidade da pista igual a dois.

Tabela 3.1 – Classificação das irregularidades do pavimento [9] e [10]

PAVIMENTOS	LIMITE INFERIOR	VALOR MÉDIO	LIMITE SUPERIOR
Excelente	0,5	1	< 2
Bom	2	4	< 8
Médio	8	16	< 32
Ruim	32	64	< 128
Muito Ruim	128	256	< 512

Com a finalidade de gerar um conjunto de amostras de irregularidades, propõe-se a discretização da função $v_b(x)$. Deste modo, aproxima-se a distribuição das irregularidades por uma série finita de harmônicos, como mostra a expressão (3.4):

$$v_b(x) = \sum_{i=1}^N v_{bi} \cos[\omega_i x - \varphi_i] \quad (3.4)$$

onde:

- v_{bi} - amplitude real da parte harmônica;
- ω_i - frequência do harmônico i ;
- φ_i - ângulo de fase do harmônico i ;
- N - número de harmônicos.

A amplitude da parte harmônica das irregularidades, v_{bi} , é determinada através da densidade espectral das irregularidades $\Phi_{v_b v_b}(\omega)$. Assim:

$$v_{bi} = \sqrt{2\Delta\omega\Phi_{v_b v_b}(\omega_i)} \quad (3.5)$$

Onde $\Delta\omega$ denota o intervalo de discretização.

Uma vez que o espectro de $\Phi_{v_b v_b}(\omega)$ não possui informações sobre os ângulos de fase dos harmônicos, φ_i , os mesmos são fixados por meio de números gerados aleatoriamente.

A fim de ilustrar a forma e amplitude das irregularidades, a seguir são apresentadas algumas delas, geradas para o caso de irregularidades ruins, médias e excelentes, para se ter noção das amplitudes utilizadas. No eixo das abscissas estão representadas, em metros, as coordenadas horizontais ao longo do comprimento da ponte e no das ordenadas, em milímetros, as amplitudes das irregularidades. Foi utilizada uma escala deformada para permitir a visualização da natureza aleatória das irregularidades empregadas.

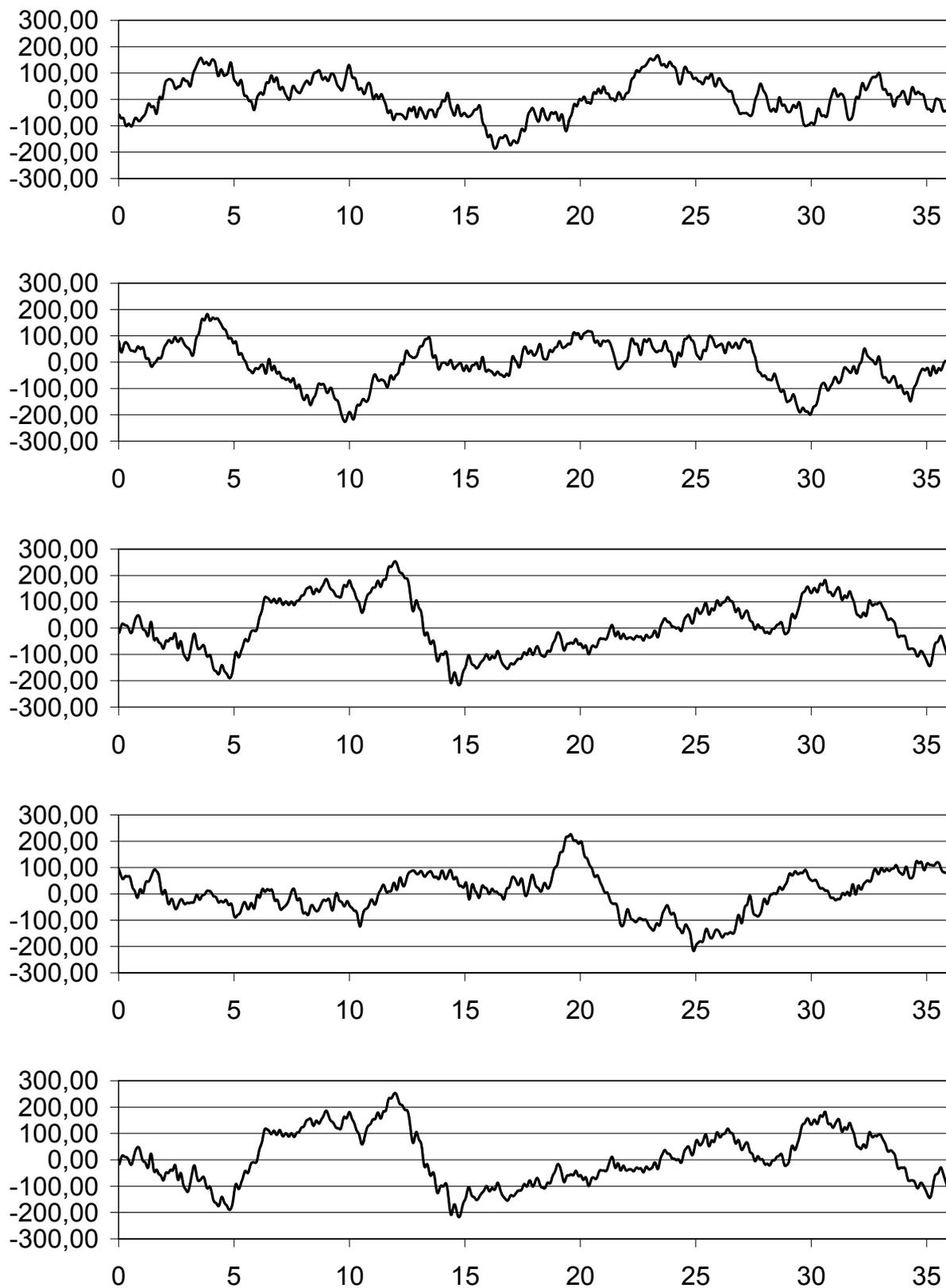


Figura 3.6 – Irregularidades de condição ruim

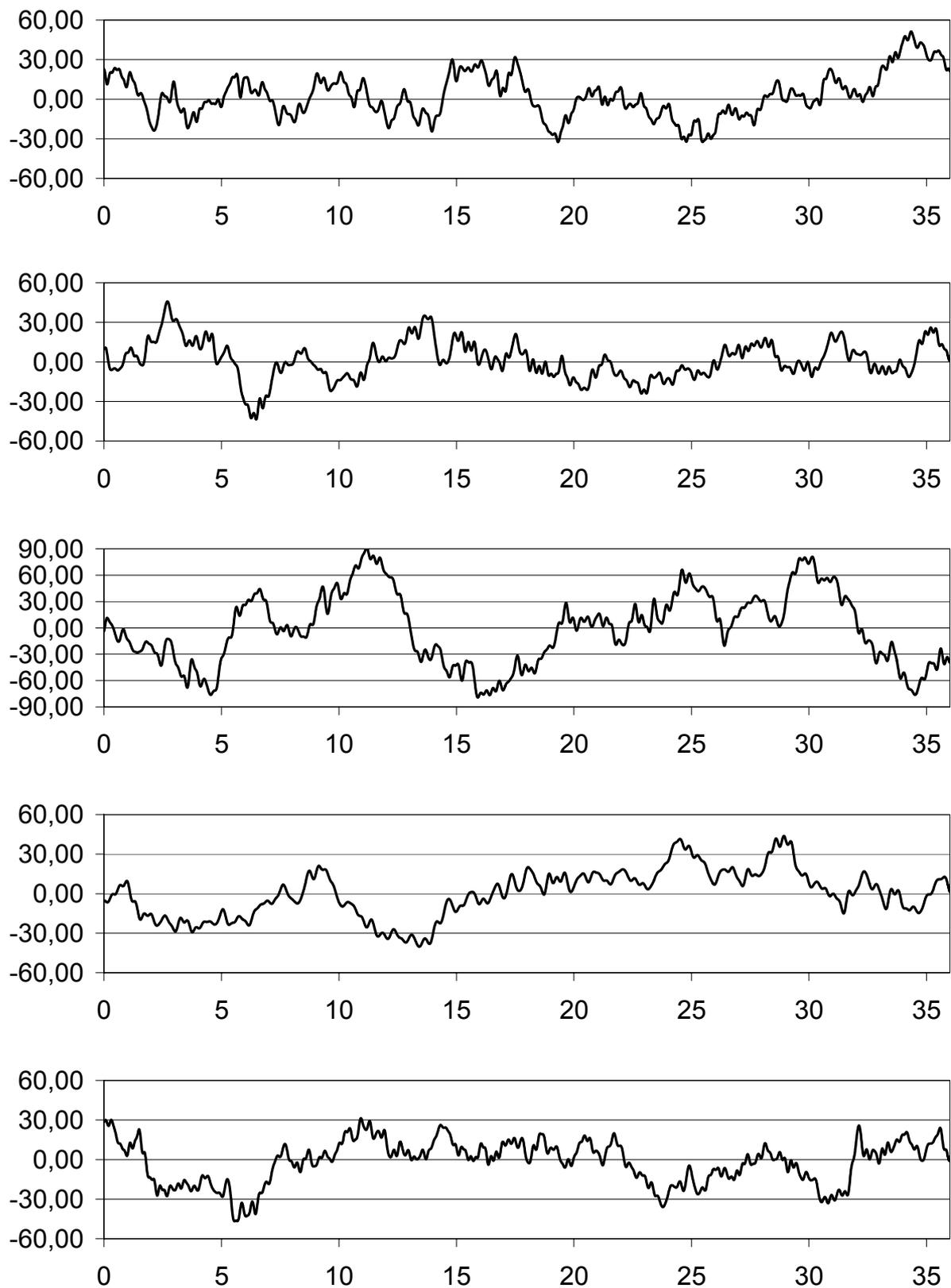


Figura 3.7 – Irregularidades de condição média

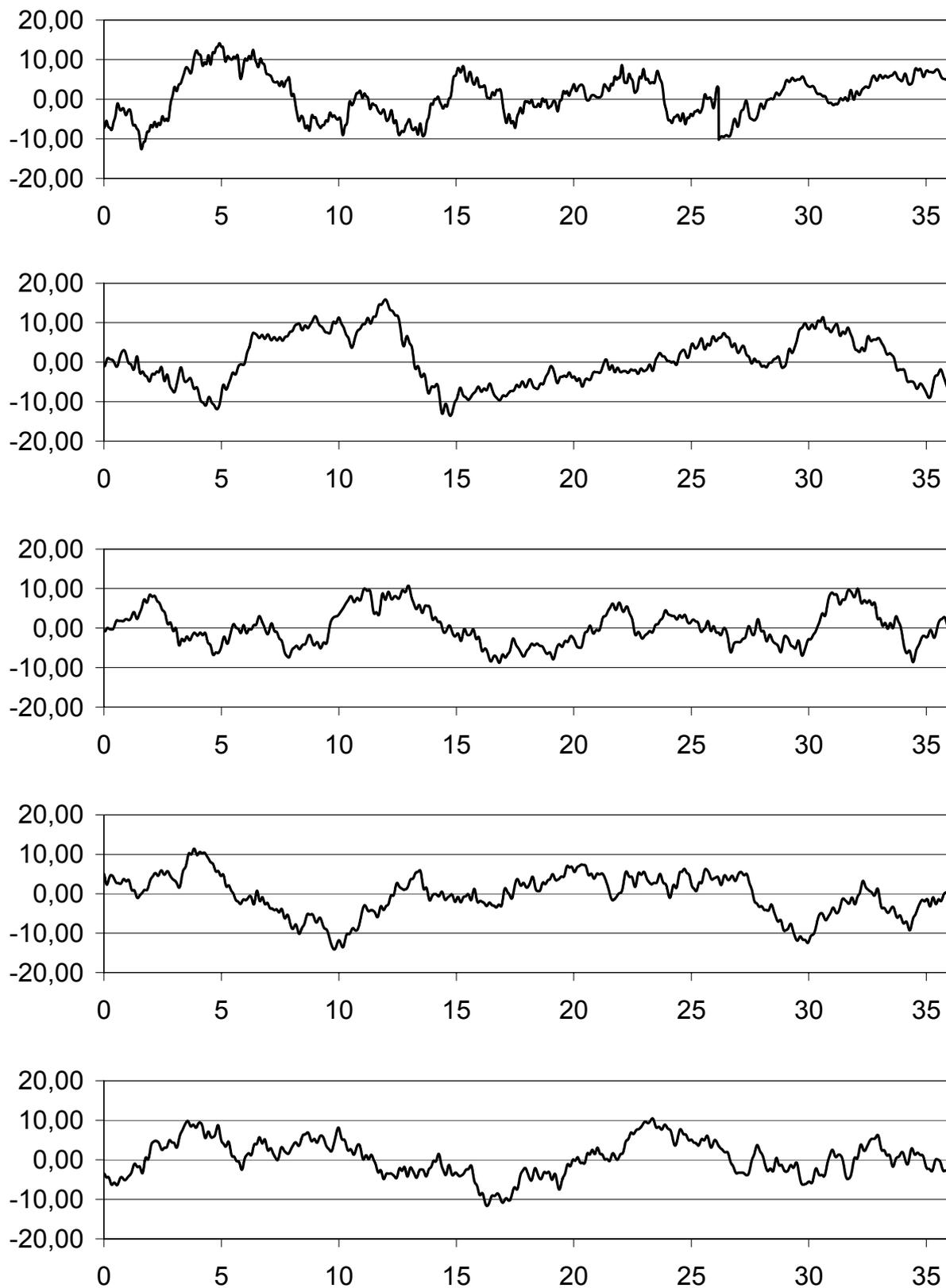


Figura 3.8 – Irregularidades de condição excelente

3.4. Sistema Veículo-Ponte

O modelo matemático do sistema veículo-ponte é formulado com o objetivo de se simular o comportamento do conjunto veículo(s) e tabuleiro. A seguir, são apresentadas as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, e o vetor de cargas nodais equivalentes, deste sistema, e por fim a formulação de sua equação de movimento. Na Figura 3.9 pode-se visualizar de modo esquemático a aplicação dos veículos sobre a ponte num determinado instante de tempo.

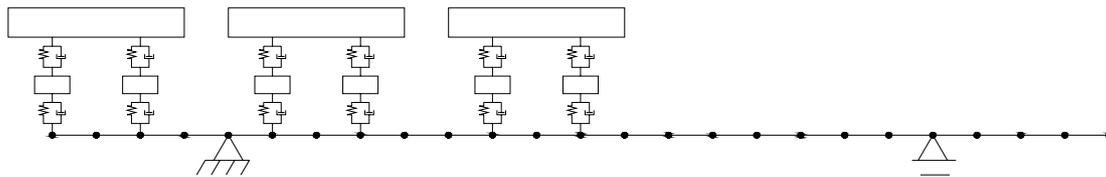


Figura 3.9 – Modelo veículo-ponte

3.4.1. Matriz de Massa

Esta é uma matriz diagonal, cujos elementos na diagonal principal são os valores das massas discretizadas do(s) veículo(s) e da ponte. As primeiras linhas e colunas desta matriz são reservadas para os valores de massa do(s) veículo(s). Desta forma, esta matriz é constituída por duas submatrizes, sendo estas a matriz de massa do(s) veículo(s) e a matriz de massa da ponte.

Considerando-se, por exemplo, um sistema veículo-ponte, com i veículos MV-I com dois graus de liberdade e n massas discretizadas no tabuleiro, sua matriz de massa fica:

$$M_{VP} = \begin{bmatrix} M_V & 0 \\ 0 & M_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{s1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{ns1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{si} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{nsi} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{p1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{p2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{pn} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

onde,

- m_{si} - massa suspensa do veículo i ;
- m_{nsi} - massa não suspensa do veículo i ;
- m_{pn} - massa concentrada no nó n da ponte.
- \mathbf{M}_v - matriz de massa do(s) veículo(s);
- \mathbf{M}_p - matriz de massa da ponte.

Se a ponte possui inércia constante ao longo de seu comprimento, os valores de m_{p1} até m_{pn} são todos iguais entre si; já se a inércia do tabuleiro é variável, então, os valores destas massas diferem uns dos outros.

Esta matriz não sofre alterações com a travessia do(s) veículo(s) sobre o tabuleiro da ponte. Portanto, a mesma permanece constante durante a integração das equações de movimento do sistema veículo-ponte.

3.4.2. Matriz de Rigidez

A matriz de rigidez da ponte, \mathbf{K}_p , é obtida a partir da matriz de rigidez de cada elemento finito que participa da discretização da mesma, de acordo com a teoria do Método dos Elementos Finitos.

O elemento finito de viga, com dois graus de liberdade por nó, empregado na modelagem do tabuleiro, conforme Figura 3.1, possui a seguinte matriz de rigidez conhecida:

$$\mathbf{K}_{EF} = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

onde,

- E - módulo de elasticidade do material que constitui o elemento;
- I - momento de inércia da seção do elemento em relação ao seu eixo neutro;
- L - comprimento do elemento.

Uma vez obtida a matriz de rigidez \mathbf{K}_p , monta-se a matriz de rigidez do sistema veículo-ponte, \mathbf{K}_{vp} , para o estado inicial deste sistema. Este estado corresponde ao primeiro eixo do único veículo ou primeiro veículo do comboio posicionado no primeiro nó da estrutura. No caso de uma ponte biapoiada ou contínua, sem balanços, este

eixo estaria, então, sobre o apoio esquerdo do tabuleiro. Já no caso de uma ponte com balanços, o primeiro eixo do veículo estaria posicionado na extremidade do balanço esquerdo.

As primeiras linhas e colunas desta matriz são destinadas aos coeficientes de rigidez do(s) veículo(s). Desta forma, a matriz \mathbf{K}_{VP} é constituída por duas submatrizes, a do(s) veículo(s) e a da ponte, ficando conforme a equação (3.6):

A partir do instante correspondente ao estado inicial, os veículos iniciam seu deslocamento ao longo do tabuleiro, exercendo um carregamento dinâmico sobre o mesmo. Durante este deslocamento, as características de rigidez da ponte são alteradas pelos veículos que se encontram sobre ela, pois conforme já exposto, estes são tratados como um único sistema. Estas alterações modificam os coeficientes de rigidez da matriz \mathbf{K}_{VP} associados aos nós da viga nos quais os veículos se encontram. A Figura 3.9 ilustra estas modificações de forma esquemática, para um sistema veículo-ponte com três veículos simples, com um eixo e uma massa, atravessando uma ponte biapoiada sem balanços.

Linha

$$\begin{array}{c}
 1 \\
 2 \\
 3 \\
 4 \\
 5 \\
 6 \\
 7 \\
 \vdots \\
 24
 \end{array}
 \left[
 \begin{array}{ccc|ccc}
 k_{vs1} & -k_{vs1} & & & & \\
 -k_{vs1} & k_{vs1} + k_{vp1} & & & & (-k_{vp1}) \rightarrow \\
 & & k_{vs2} & -k_{vs2} & & \\
 & & -k_{vs2} & k_{vs2} + k_{vp2} & & (-k_{vp2}) \rightarrow \\
 & & & & k_{vs3} & -k_{vs3} \\
 & & & & -k_{vs3} & k_{vs3} + k_{vp3} \\
 & & & & & (-k_{vp3}) \rightarrow \\
 \hline
 & & (-k_{vp1}) & & (-k_{vp2}) & & (-k_{vp3}) & \mathbf{K}_{vv} (+k_{vpi}) & \mathbf{K}_{v\theta} \\
 & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\
 & & & & & & & \mathbf{K}_{\theta v} & \mathbf{K}_{\theta\theta}
 \end{array}
 \right]$$

Figura 3.10 – Esquema de alteração na matriz de rigidez do sistema veículo-ponte conforme os veículos atravessam seu tabuleiro

Estes acréscimos, que correspondem ao coeficiente de rigidez do veículo associado aos pneus, k_{VP} , são efetuados somente nos coeficientes da diagonal principal associados aos graus de liberdade translacionais dos nós da ponte.

A rigor, estas modificações na matriz de rigidez \mathbf{K}_{VP} devem ser efetuadas a cada avanço do veículo sobre o tabuleiro. Porém, este procedimento geraria um aumento do tempo computacional durante as análises. Sendo assim, com o objetivo de se reduzir este tempo de processamento, efetuam-se as alterações na matriz de rigidez, e conseqüentemente na matriz de amortecimento, somente quando os

veículos ultrapassam a metade do elemento finito nos quais se encontram. Este método diminui consideravelmente o esforço computacional, sem acarretar prejuízos significativos nos resultados obtidos [24].

Assim sendo, percebe-se que existe uma diferença entre as ordens das matrizes de rigidez e de massa deste sistema. Isto ocorre pelo fato de se desconsiderar a inércia a rotação das massas da viga. Então, para se possa realizar o processo de integração numérica das equações de movimento, é necessário que se reduza a ordem da matriz \mathbf{K}_{VP} , para a mesma ordem da matriz \mathbf{M}_{VP} , sem a perda de seus dados. Para isto, emprega-se a técnica de condensação estática, demonstrada a seguir, obtendo-se assim a matriz de rigidez condensada do sistema veículo-ponte, \mathbf{K}_{VP}^* .

Inicialmente, considera-se a matriz \mathbf{K}_{VP} constituída por quatro submatrizes, \mathbf{K}_{vv} , $\mathbf{K}_{v\theta}$, $\mathbf{K}_{\theta v}$ e $\mathbf{K}_{\theta\theta}$. Desta forma, a equação de movimento do sistema veículo-ponte, sem se considerar o amortecimento, fica:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{VP} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{V}} \\ \ddot{\boldsymbol{\theta}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{vv} & \mathbf{K}_{v\theta} \\ \mathbf{K}_{\theta v} & \mathbf{K}_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \boldsymbol{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Expandindo-se a equação (3.13), tem-se:

$$\mathbf{M}_{VP} \ddot{\mathbf{V}} + (\mathbf{K}_{vv} \mathbf{V} + \mathbf{K}_{v\theta} \boldsymbol{\theta}) = \mathbf{F} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{K}_{\theta v} \mathbf{V} + \mathbf{K}_{\theta\theta} \boldsymbol{\theta} = \mathbf{B} \quad (3.10)$$

Escrevendo-se $\boldsymbol{\theta}$ em função de \mathbf{V} na equação (3.15), obtém-se:

$$\boldsymbol{\theta} = \mathbf{K}_{\theta\theta}^{-1} (\mathbf{B} - \mathbf{K}_{\theta v} \mathbf{V}) \quad (3.11)$$

Substituindo-se a expressão do lado direito da equação (3.16) na equação (3.14), tem-se:

$$\mathbf{M}_{VP} \ddot{\mathbf{V}} + (\mathbf{K}_{vv} - \mathbf{K}_{v\theta} \mathbf{K}_{\theta\theta}^{-1} \mathbf{K}_{\theta v}) \mathbf{V} = \mathbf{F} - \mathbf{K}_{v\theta} \mathbf{K}_{\theta\theta}^{-1} \mathbf{B} \quad (3.12)$$

A equação (3.17) pode ser reescrita como:

$$M_{VP} \ddot{V} + K_{VP}^* V = F - K_{v\theta} K_{\theta\theta}^{-1} B \quad (3.13)$$

A matriz K_{VP}^* é denominada de matriz de rigidez condensada do sistema veículo-ponte, sendo dado, então, por:

$$K_{VP}^* = K_{vv} - K_{v\theta} K_{\theta\theta}^{-1} K_{\theta v} \quad (3.14)$$

3.4.3. Matriz de Amortecimento

A matriz de amortecimento do sistema veículo-ponte é obtida a partir das matrizes de amortecimento do(s) veículo(s) e da ponte, sendo dada por:

$$C_{VP} = \begin{bmatrix} C_V & 0 \\ 0 & C_P \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

onde;

- C_V - matriz de amortecimento do(s) veículo(s);
- C_P - matriz de amortecimento da ponte.

O cálculo da matriz de amortecimento do(s) veículo(s), C_V , foi apresentado em detalhes no Capítulo 02, para cada modelo de veículo considerado neste trabalho.

A matriz de amortecimento da ponte, C_P , é proporcional à submatriz $K_{VP(P)}^*$ que corresponde à parte referente à estrutura da matriz de rigidez condensada do sistema veículo-ponte K_{VP}^* . Estas matrizes $K_{VP(P)}^*$ e K_{VP}^* são apresentadas mais adiante, ainda neste capítulo.

A matriz de amortecimento C_P é dada pela equação:

$$C_P = a_1 K_{VP(P)}^* \quad (3.16)$$

O coeficiente de proporcionalidade a_1 é determinado a partir da frequência fundamental ω_{01P} e da fração de amortecimento ξ_P da ponte. Assim, este coeficiente é dado pela equação:

$$a_1 = \frac{2\xi_P}{\omega_{01P}} \quad (3.17)$$

A matriz de amortecimento do sistema veículo-ponte, ao contrário da matriz de massa, é variável ao longo da travessia do veículo ou do comboio de veículos sobre o tabuleiro. Isto porque sua submatriz \mathbf{C}_p é proporcional à submatriz $\mathbf{K}^*_{vp(p)}$, da matriz de rigidez condensada do sistema, que por sua vez varia com a posição do(s) veículo(s) sobre a ponte, conforme será apresentado adiante.

3.4.4. Vetor de Cargas Nodais Equivalentes

O carregamento exercido pelo(s) veículo(s) sobre a ponte é formado por cargas concentradas aplicadas nos pontos de contato deste(s) com o tabuleiro. O módulo destas cargas pode ser constante ou variável ao longo do tempo, dependendo do tipo de análise que está sendo processada. No caso de uma análise estática, a força exercida pelo(s) veículo(s) será dada apenas pelo seu peso. Esta mesma situação ocorre, no caso de uma análise dinâmica na qual se deseja analisar somente o efeito da mobilidade dos veículos sobre a ponte. Já no caso de uma análise dinâmica, onde se deseja estudar o efeito da interação do(s) veículo(s) com as irregularidades do pavimento, o módulo desta força será variável, função do peso do veículo e das características deste e das irregularidades do tabuleiro, sendo dado por:

$$f_{v_{ij}} = (m_{s_i} + m_{ns_{ij}})g - c_{vp_{ij}}(\dot{u}_{1_{ij}} - \dot{u}_{ir_{ij}}) - k_{vp_{ij}}(u_{1_{ij}} - u_{ir_{ij}}) \quad (3.18)$$

onde;

- $f_{v_{ij}}$ - força exercida pelo eixo j do veículo i do comboio;
- m_{s_i} - massa suspensa do veículo i;
- $m_{ns_{ij}}$ - massa não-suspensa no eixo j do veículo i;
- $c_{vp_{ij}}$ - coeficiente de amortecimento dos pneus no eixo j do veículo i;
- $k_{vp_{ij}}$ - rigidez dos pneus no eixo j do veículo i;
- u_{ij} e \dot{u}_{ij} - deslocamento e velocidade da massa não-suspensa j do veículo i, respectivamente;
- u_{irr} e \dot{u}_{irr} - função irregularidade e sua primeira derivada no eixo j do veículo i, respectivamente;

Calculada a força exercida por cada eixo do(s) veículo(s), determina-se o vetor de cargas nodais equivalentes para o tabuleiro discretizado em elementos finitos. Este vetor, para um elemento de viga com uma carga concentrada fora do nó, é dado por:

$$r = \frac{f_v}{l^3} \begin{Bmatrix} l^3 - 3a^2l + 2a^3 \\ (l^2 - 2al + a^2)al \\ (3l - 2a)a^2 \\ (a-l)a^2l \end{Bmatrix} \quad (3.19)$$

onde;

- f_v - carga concentrada exercida no elemento finito;
- l - comprimento do elemento finito;
- a - distância entre o nó esquerdo do elemento e o ponto de aplicação da carga;

O vetor de cargas nodais equivalentes para toda a malha de elementos que constitui o tabuleiro R_p é obtido a partir do vetor r , de acordo com a teoria do Método dos Elementos Finitos.

3.4.5. Equação de Movimento

A seguir, são apresentadas as equações de movimento do sistema veículo-ponte, para cada modelo de veículo considerado neste trabalho. Estas equações já incorporam as irregularidades do pavimento, que aparecem como deslocamentos de base dos eixos dos veículos.

Vale acrescentar que todos os vetores e matrizes que constituem estas equações foram definidos em detalhes anteriormente neste capítulo.

3.4.5.1. Modelo de Veículo I – MV-I

Inicialmente, determina-se a equação de movimento do veículo, conforme consta no capítulo 2, sendo estas as quatro equações de movimento referentes a cada um dos graus de liberdade do MV-I:

Equação referente ao deslocamento da massa suspensa:

$$m_s \ddot{u}_v + c_{vs1} [(\dot{u}_v - \dot{u}_1) - d\dot{\theta}_v] + c_{vs2} (\dot{u}_v - \dot{u}_2) + c_{vs3} [(\dot{u}_v - \dot{u}_3) + d\dot{\theta}_v] + k_{vs1} [(u_v - u_1) - d\theta_v] + k_{vs2} (u_v - u_2) + k_{vs3} [(u_v - u_3) + d\theta_v] = 0 \quad (3.20)$$

Equação referente à rotação da massa suspensa:

$$I_v \ddot{\theta}_v - \{c_{vs1}[(\dot{u}_v - \dot{u}_1) - d\dot{\theta}_v]\} d + \{c_{vs3}[(\dot{u}_v - \dot{u}_3) + d\dot{\theta}_v]\} d - \{k_{vs1}[(u_v - u_1) - d\theta_v]\} d + \{k_{vs3}[(u_v - u_3) + d\theta_v]\} d = 0 \quad (3.21)$$

Equação referente ao deslocamento da massas não suspensa 1:

$$m_{ns1} \ddot{u}_1 + c_{vp1}(\dot{u}_1 - \dot{u}_{ir}) - c_{vs1}[(\dot{u}_v - \dot{u}_1) - d\dot{\theta}_v] + k_{vp1}(u_1 - u_{ir}) - k_{vs1}[(u_v - u_2) - d\theta_v] = 0 \quad (3.22)$$

$$m_{ns1} \ddot{u}_1 + c_{vp1} \dot{u}_1 - c_{vs1}[(\dot{u}_v - \dot{u}_1) - d\dot{\theta}_v] + k_{vp1} u_1 - k_{vs1}[(u_v - u_2) - d\theta_v] = c_{vp1} \dot{u}_{ir} + k_{vp1} u_{ir} \quad (3.23)$$

Equação referente ao deslocamento da massas não suspensa 2:

$$m_{ns2} \ddot{u}_2 + c_{vp2}(\dot{u}_2 - \dot{u}_{ir}) - c_{vs2}(\dot{u}_v - \dot{u}_2) + k_{vp2}(u_2 - u_{ir}) - k_{vs2}(u_v - u_2) = 0 \quad (3.24)$$

$$m_{ns2} \ddot{u}_2 + c_{vp2} \dot{u}_2 - c_{vs2}(\dot{u}_v - \dot{u}_2) + k_{vp2} u_2 - k_{vs2}(u_v - u_2) = c_{vp2} \dot{u}_{ir} + k_{vp2} u_{ir} \quad (3.25)$$

A equação de movimento da ponte é dada por:

$$\mathbf{M}_P \ddot{\mathbf{U}}_P + \mathbf{C}_P \dot{\mathbf{U}}_P + \mathbf{K}_P \mathbf{U}_P = \mathbf{R}_P \quad (3.26)$$

Então, a equação do sistema veículo-ponte é obtida considerando-se as equações 3.22 a 3.28 como um único sistema, obtendo-se:

$$\mathbf{M}_{VP} \ddot{\mathbf{U}}_{VP} + \mathbf{C}_{VP} \dot{\mathbf{U}}_{VP} + \mathbf{K}_{VP}^* \mathbf{U}_{VP} = \mathbf{F}_{VP} \quad (3.27)$$

3.4.5.2. Modelo de Veículo II – MV-II

Empregando-se para este modelo de veículo o mesmo desenvolvimento utilizado nos anteriores, têm-se:

Equação referente ao deslocamento da massa suspensa:

$$m_s \ddot{u}_v + c_{vs1}[(\dot{u}_v - \dot{u}_1) - d\dot{\theta}_v] + c_{vs2}(\dot{u}_v - \dot{u}_2) + c_{vs3}[(\dot{u}_v - \dot{u}_3) + d\dot{\theta}_v] + k_{vs1}[(u_v - u_1) - d\theta_v] + k_{vs2}(u_v - u_2) + k_{vs3}[(u_v - u_3) + d\theta_v] = 0 \quad (3.28)$$

Equação referente à rotação da massa suspensa:

$$I_v \ddot{\theta}_v - \{c_{vs1}[(\dot{u}_v - \dot{u}_1) - d\dot{\theta}_v]\}d + \{c_{vs3}[(\dot{u}_v - \dot{u}_3) + d\dot{\theta}_v]\}d - \{k_{vs1}[(u_v - u_1) - d\theta_v]\}d + \{k_{vs3}[(u_v - u_3) + d\theta_v]\}d = 0 \quad (3.29)$$

Equação referente ao deslocamento da massas não suspensa 1:

$$m_{ns1} \ddot{u}_1 + c_{vp1}(\dot{u}_1 - \dot{u}_{ir}) - c_{vs1}[(\dot{u}_v - \dot{u}_1) - d\dot{\theta}_v] + k_{vp1}(u_1 - u_{ir}) - k_{vs1}[(u_v - u_2) - d\theta_v] = 0 \quad (3.30)$$

$$m_{ns1} \ddot{u}_1 + c_{vp1} \dot{u}_1 - c_{vs1}[(\dot{u}_v - \dot{u}_1) - d\dot{\theta}_v] + k_{vp1} u_1 - k_{vs1}[(u_v - u_2) - d\theta_v] = c_{vp1} \dot{u}_{ir} + k_{vp1} u_{ir} \quad (3.31)$$

Equação referente ao deslocamento da massas não suspensa 2:

$$m_{ns2} \ddot{u}_2 + c_{vp2}(\dot{u}_2 - \dot{u}_{ir}) - c_{vs2}(\dot{u}_v - \dot{u}_2) + k_{vp2}(u_2 - u_{ir}) - k_{vs2}(u_v - u_2) = 0 \quad (3.32)$$

$$m_{ns2} \ddot{u}_2 + c_{vp2} \dot{u}_2 - c_{vs2}(\dot{u}_v - \dot{u}_2) + k_{vp2} u_2 - k_{vs2}(u_v - u_2) = c_{vp2} \dot{u}_{ir} + k_{vp2} u_{ir} \quad (3.33)$$

Equação referente ao deslocamento da massas não suspensa 3:

$$m_{ns3} \ddot{u}_3 + c_{vp3}(\dot{u}_3 - \dot{u}_{ir}) - c_{vs3}[(\dot{u}_v - \dot{u}_3) + d\dot{\theta}_v] + k_{vp3}(u_3 - u_{ir}) - k_{vs3}[(u_v - u_3) + d\theta_v] = 0 \quad (3.34)$$

$$m_{ns3} \ddot{u}_3 + c_{vp3} \dot{u}_3 - c_{vs3}[(\dot{u}_v - \dot{u}_3) + d\dot{\theta}_v] + k_{vp3} u_3 - k_{vs3}[(u_v - u_3) + d\theta_v] = c_{vp3} \dot{u}_{ir} + k_{vp3} u_{ir} \quad (3.35)$$

A equação de movimento da ponte é dada por:

$$\mathbf{M}_P \ddot{\mathbf{U}}_P + \mathbf{C}_P \dot{\mathbf{U}}_P + \mathbf{K}_P \mathbf{U}_P = \mathbf{R}_P \quad (3.36)$$

Então, a equação do sistema veículo-ponte é obtida considerando-se as equações 3.22 a 3.28 como um único sistema, obtendo-se:

$$\mathbf{M}_{VP} \ddot{\mathbf{U}}_{VP} + \mathbf{C}_{VP} \dot{\mathbf{U}}_{VP} + \mathbf{K}_{VP}^* \mathbf{U}_{VP} = \mathbf{F}_{VP} \quad (3.37)$$

4. Modelos Estruturais

Os projetos das pontes rodoviárias empregados neste estudo são constituídos de concreto armado, em seção tipo tabuleiro apoiado sobre longarinas e inércia constante ao longo do seu comprimento. Suas características geométricas são baseadas nas especificadas em projeto para um viaduto sobre a BR-040, no município de Duque de Caxias, e uma ponte na BR 101, no litoral bahiano.

4.1. Modelo Estrutural I – ME-I

O Modelo Estrutural I (ME-I) é um viaduto de interseção da BR-040, no município de Duque de Caxias. O ME-I é constituído de três vãos, sendo dois vãos extremos de 9,5m apoiados nos encontros, e um vão central de 35m apoiado em duas transversinas de 1,8m de largura, perfazendo um comprimento total da obra de arte especial de 54,0m.

Na Figura 4.1 apresenta-se uma planta de situação do viaduto, onde pode-se observar a BR-040 e o viaduto projetado para permitir a sobreposição.

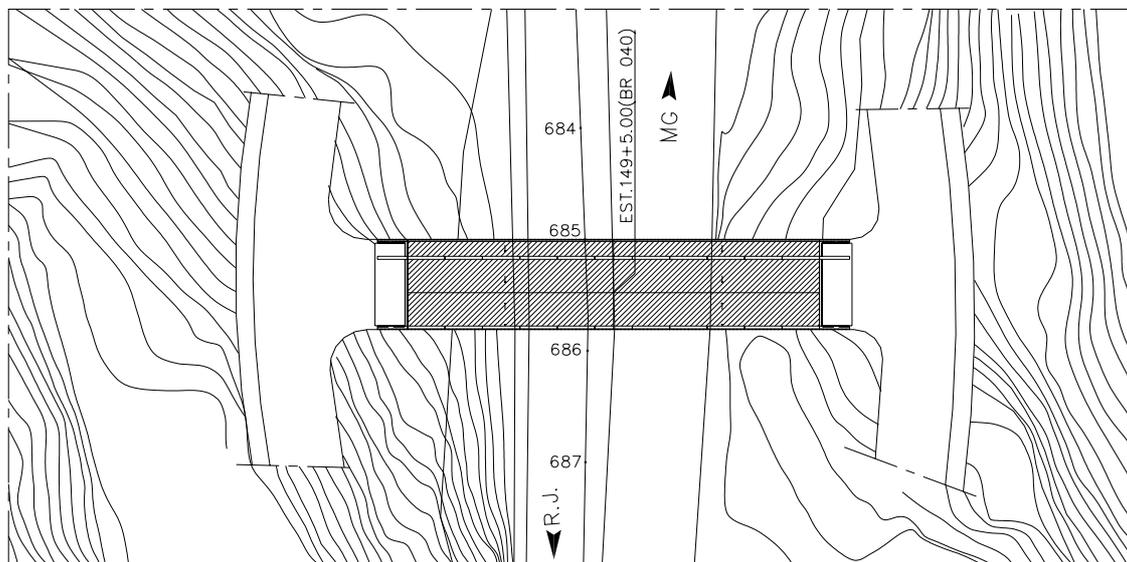


Figura 4.1 – Planta de situação do viaduto – Modelo Estrutural I

Em seguida apresenta-se metade da planta baixa da estrutura, com dimensões em centímetros, a indicação dos eixos de apoio das longarinas sobre os cavaletes de apoio. Estas informações constam da Figura 4.2.

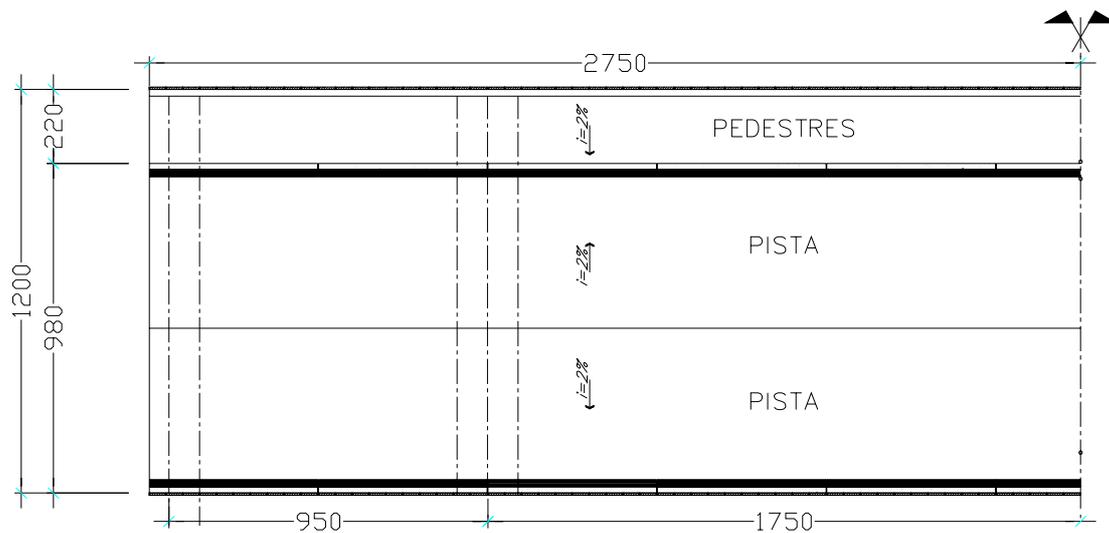


Figura 4.2 – Planta baixa do viaduto – Modelo Estrutural I (unidades em cm)

Já na Figura 4.3, mostra-se meio corte longitudinal da estrutura, para que se possa ter o pleno conhecimento da estrutura real antes de partir para a modelagem numérica, as dimensões estão em centímetros.

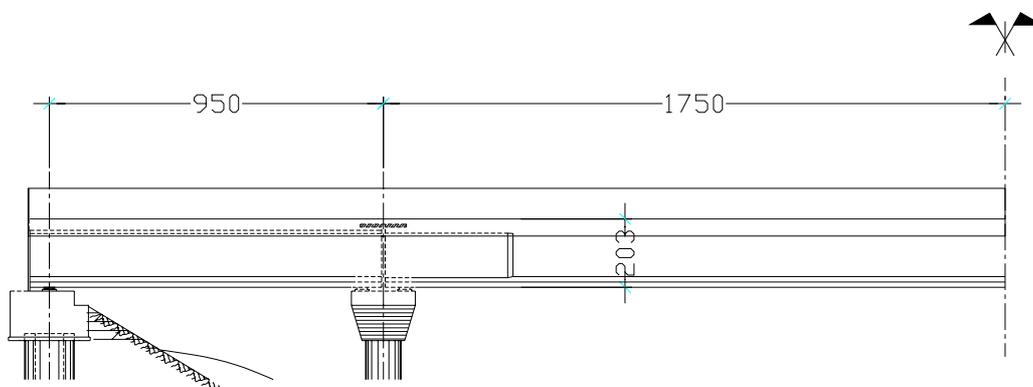


Figura 4.3 – Corte longitudinal do viaduto – Modelo Estrutural I (unidades em cm)

A seção transversal é de cinco longarinas em seção “I” com mísulas, com altura total de 1,8m, que suportam o tabuleiro de 12,0m de largura e 23cm de espessura sobre o qual incidirá a carga oriunda do tráfego de veículos, chega-se assim à altura total de 2,03m. A seção real é apresentada na Figura 4.4, enquanto a seção utilizada no modelo é apresentada Figura 4.5 e detalhada na Figura 4.6.

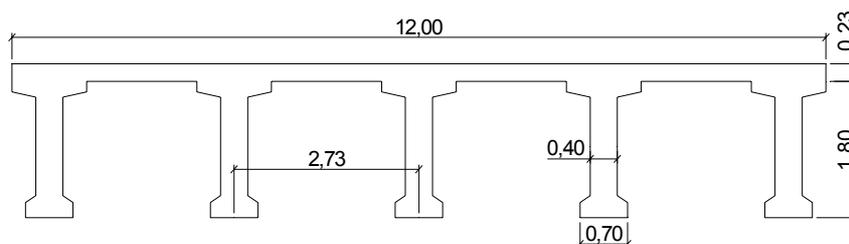


Figura 4.4 – Corte transversal do viaduto – Modelo Estrutural I (unidades em m)

A partir deste projeto real, foi implementada a modelagem da estrutura da forma apresentada na Figura 4.5, onde os vãos extremos medem 9,0m e o central mede 34,5m. Estes ajustes nas medidas do projeto foram feitas para utilizar elementos finitos de 1,5m de comprimento, que simplifica o modelo e reduz o tempo de processamento, sendo também o maior comprimento possível de elemento devido a distância entre eixos de veículos TB-45 ser de 1,5m.

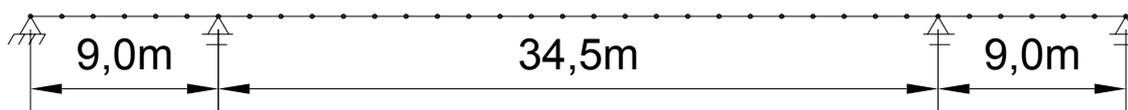


Figura 4.5 – Modelo Estrutural I

A Tabela 4.1 apresenta as características transversais da seção do Modelo Estrutural I (ME-I).

Tabela 4.1 – Características geométricas da seção transversal do ME-I

Propriedade	Valor
Área	7,34m ²
Momento de Inércia	3,2189m ⁴
Massa distribuída	18.350kg/m

Outra propriedade da seção necessária é o módulo de elasticidade do concreto. Como o projeto prevê concretos de resistências diferentes para o tabuleiro e para as vigas, calcula-se um módulo de elasticidade equivalente em função da proporção dos materiais no cálculo do momento de inércia. A Tabela 4.2 apresenta as características físicas deste modelo.

Tabela 4.2 – Características físicas do concreto do ME-I

Propriedade	Valor
Módulo de Elasticidade	31,5 GPa
Coefficiente de Poisson	0,2

4.2. Modelo Estrutural II – ME-II

Para a segunda análise escolheu-se a ponte sobre o Rio Carrapato, executada pelo Departamento Estadual de Estradas de Rodagem da Bahia. A ponte situa-se na BR-251, trecho Potiraguá – BR-101, próximo ao litoral baiano.

A estrutura considera uma ponte em viga com duas vigas principais espaçadas de 5,20m e largura total do tabuleiro de 10,00m. O sistema estrutural é constituído por um vão central de 24,00m e dois balanços de 6,00m, resultando num comprimento total de 36,00m. A solução analisada constitui um exemplo típico de ponte rodoviária utilizada, inicialmente, nas rodovias federais pelo então Departamento Nacional de Estradas de Rodagem (DNER) e posteriormente, aproveitado por vários departamentos estaduais.

Cabe registrar que para todos os elementos da superestrutura foi considerado um concreto com resistência característica à compressão igual a 20MPa, de acordo com o projeto original. As Figuras 4.7, 4.8 e 4.9 apresentam a seção transversal, meia planta baixa e meio corte longitudinal da ponte, respectivamente.

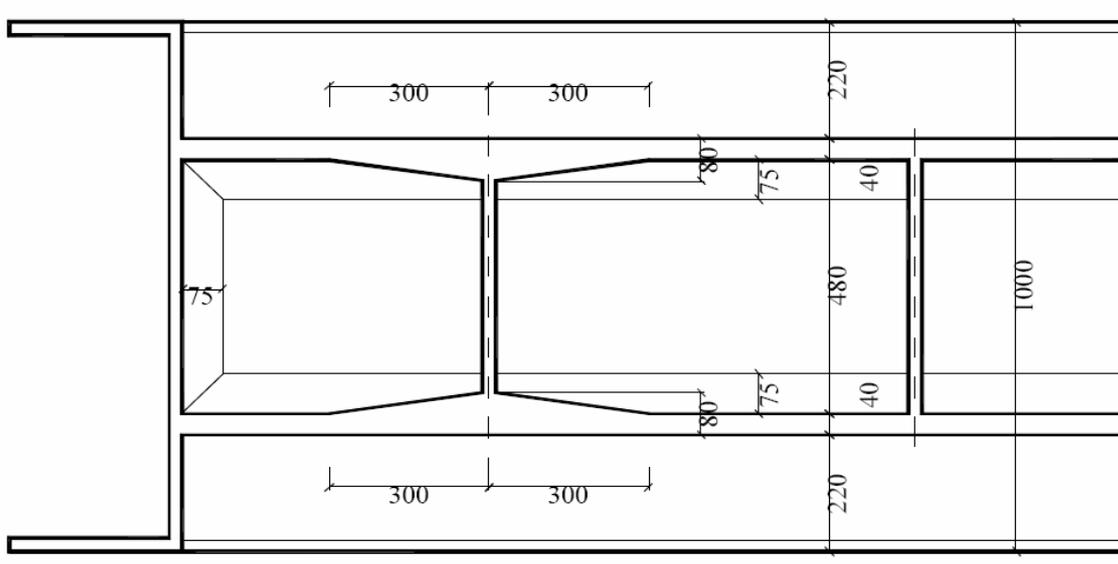


Figura 4.6 – Planta baixa da ponte até o eixo de simetria (unidades em cm)

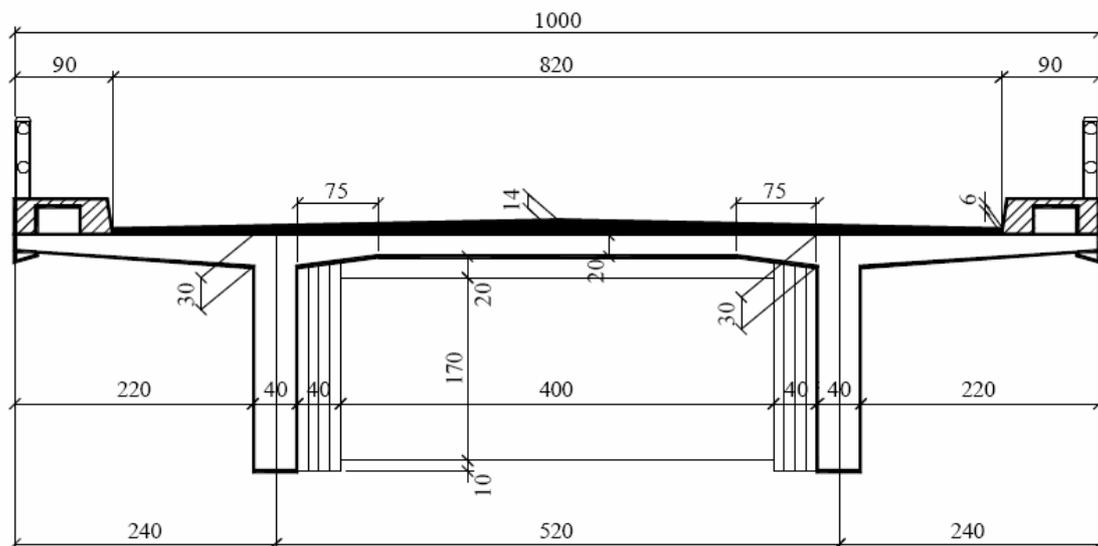


Figura 4.7 – Seção transversal da ponte (unidades em cm)

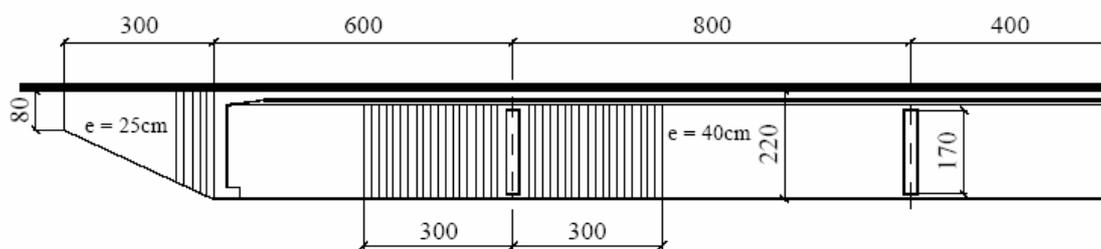


Figura 4.8 – Corte longitudinal da ponte até o eixo de simetria (unidades em cm)

A Tabela 4.3 apresenta as características transversais da seção do Modelo Estrutural II (ME-II).

Tabela 4.3 – Características geométricas da seção transversal do ME-II

Propriedade	Valor
Área	3,74m ²
Momento de Inércia	1,2550m ⁴
Massa Distribuída	9.350kg/m

A Tabela 4.4 apresenta as características físicas do concreto do Modelo Estrutural II (ME-II).

Tabela 4.4 – Características físicas concreto do ME-II

Propriedade	Valor
Módulo de Elasticidade	25,0 GPa
Coefficiente de Poisson	0,2

4.3. Comboios de Veículos Adotados na Análise

Para levar em consideração diversas possibilidades reais de tráfego sobre as obras de arte especiais, foram utilizadas diversas características do deslocamento dos veículos, tais como distância entre veículos, velocidade e tipo de veículo.

A princípio, utilizou-se a vivência pessoal no trânsito urbano e de estradas para se definir uma relação entre distância e velocidade dos veículos de modo a refletir da forma mais fidedigna possível a realidade das estradas brasileiras. Foi tomada esta posição pelo fato de não terem sido encontrados estudos ou levantamentos estatísticos com enfoque neste tipo de característica e as distâncias de segurança calculadas entre veículos não refletirem a realidade. Tem-se, por exemplo, que o tempo de reação de uma pessoa gira em torno de 1,5s e o tempo de frenagem de um veículo em torno de 0,5s, assim um comboio que se desloca a 80km/h (22m/s), necessita de uma distância de segurança entre veículos de 44m (deslocamento do veículo por 2s). Assim foi gerada a seguinte relação entre velocidade dos veículos e distância entre os mesmos, lembrando que tais distâncias foram consideradas de pára-choque a pára-choque.

Tabela 4.5 – Velocidades de distâncias entre veículos

Velocidade (km/h)	Distância entre veículos (m)
20	1,5
80	3,0
100	4,5
110	7,5
120	12,0

Para fins de entrada no programa GDYNABT [36] devem ser adicionados 3,0m a esta distância, pelo fato de o programa definir a distância entre veículos como a

distância entre o último eixo do primeiro veículo e o primeiro eixo do seguinte, conforme Figura 4.6, com dimensões em metros.

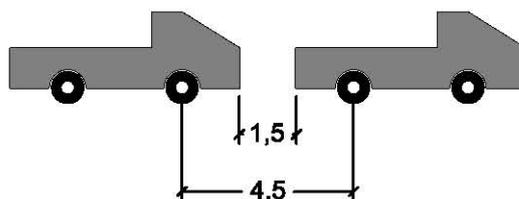


Figura 4.9 – Distância entre veículos e entre eixos

Em função da distância entre os veículos e do comprimento da ponte, cada comboio é composto por um determinado número de veículos. A fim de se simplificar a denominação dos comboios, os mesmos foram nomeados segundo a regra primeiro apresentar o número de veículos do comboio, em seguida o tipo de veículo e por fim a velocidade dos mesmos, assim o 2-TB45-120 é o comboio formado por dois veículos do tipo TB-45, com velocidade de 120km/h. A velocidade foi adicionada à denominação para não gerar confusão de nomear dois comboios de velocidade diferentes da mesma forma, já que há comboios com o mesmo número de veículos em ambas as pontes, porém, deslocando-se com velocidades diferentes.

Assim para o ME-I, geram-se 10 comboios, com cinco velocidades e dois tipos de veículos, o TB-12 e o TB-45. A Tabela 4.6 a seguir mostra as informações necessárias à entrada no programa.

Tabela 4.6 – Dados dos comboios do ME-I

Comboio	Velocidade (m/s)	Distância entre eixos (m)
4-TB12-120	33,333	15,0
5-TB12-110	30,555	10,5
6-TB12-100	27,777	7,5
7-TB12-080	22,222	6,0
8-TB12-020	5,5555	4,5
4-TB45-120	33,333	15,0
5-TB45-110	30,555	10,5
6-TB45-100	27,777	7,5
7-TB45-080	22,222	6,0
8-TB45-020	5,5555	4,5

A seguir para ilustrar os comboios considerados, as Figuras 4.7 a 4.11 apresentam os arranjos esquemáticos dos mesmos, sendo o primeiro, o 4-TB12-120, o segundo o 5-TB12-110 e assim sucessivamente. Para o TB-45 foi seguido o mesmo arranjo, diferenciado apenas pelo fato de o TB-45 ter três eixos, em relação aos dois do TB-12. Porém, como ambos possuem 6,0m de comprimento, total o arranjo dos veículos sobre a viga-ponte não é alterado.

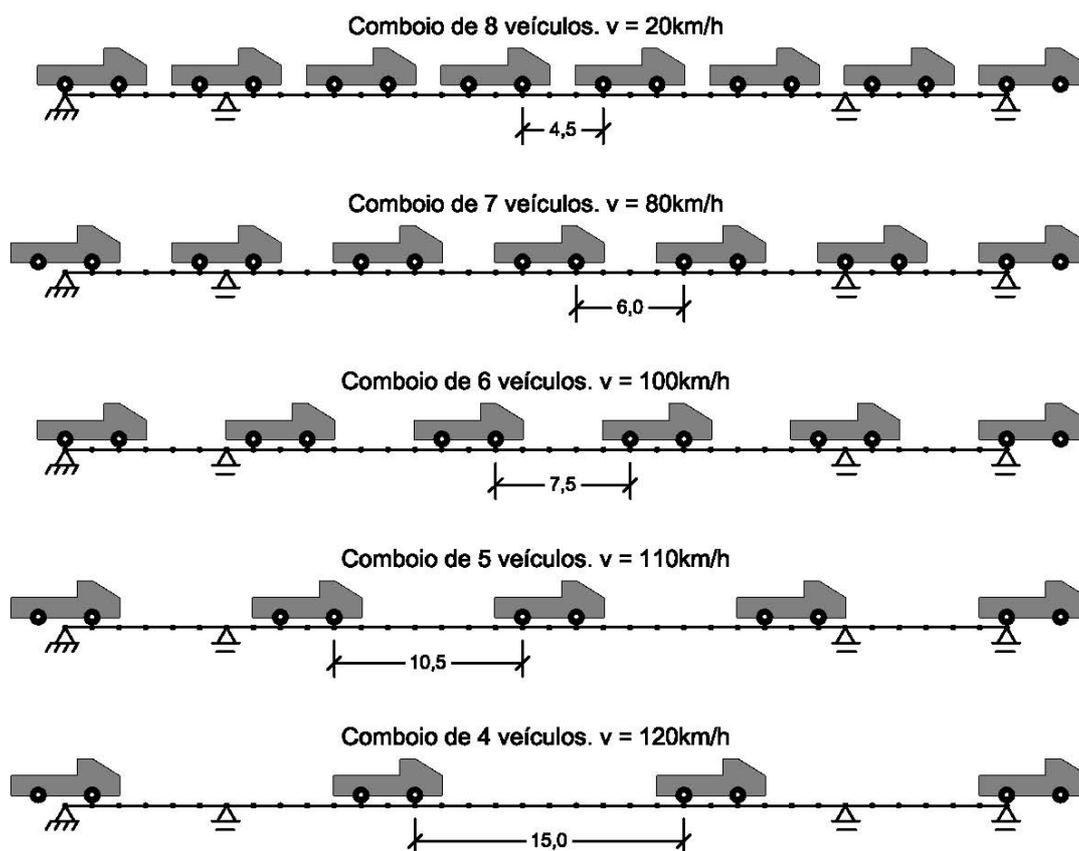


Figura 4.10 – Comboios de veículos TB12 para o ME-I

Para o Modelo Estrutural II (ME-II), foram gerados 10 comboios, com cinco velocidades e dois tipos de veículos, o TB-12 e o TB-45. Entretanto dada a peculiaridade da Ponte 2 no tocante ao seu comprimento, foi gerado um comboio extra de dois veículos especificamente para carregar a estrutura de modo a gerar momentos nos balanços. A Tabela a seguir mostra as informações necessárias à entrada no programa.

Tabela 4.7 – Dados dos Comboios do ME-II

Comboio	Velocidade (m/s)	Distância entre eixos (m)
2-TB12-120	33,333	30,0
3-TB12-110	30,555	10,5
4-TB12-100	27,777	7,5
5-TB12-080	22,222	6,0
6-TB12-020	5,5555	4,5
2-TB45-120	33,333	30,0
3-TB45-110	30,555	10,5
4-TB45-100	27,777	7,5
5-TB45-080	22,222	6,0
6-TB45-020	5,5555	4,5

A seguir, para ilustrar os comboios considerados, as Figuras 4.7 a 4.11 apresentam os arranjos esquemáticos dos mesmos, sendo o primeiro, o 6-TB12-020, o segundo o 5-TB12-080, e assim sucessivamente.

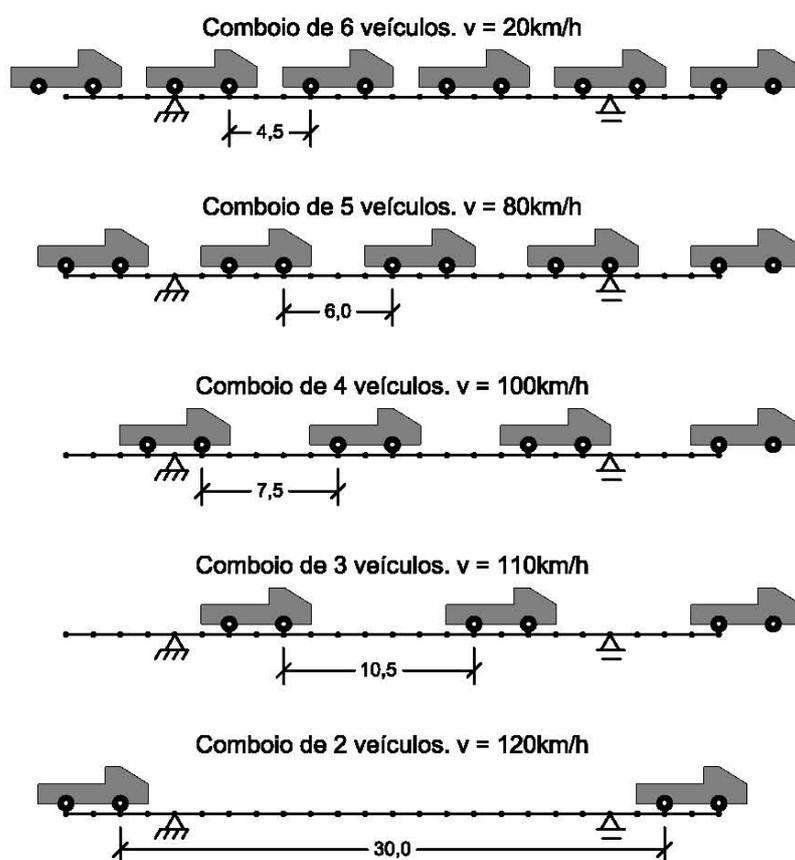


Figura 4.11 – Comboios de veículos TB12 para o ME-II

5. Análise de Autovalores e Autovetores

5.1. Generalidades

Neste capítulo, são realizadas análises de autovalores e autovetores, com o objetivo de se tomar conhecimento das frequências e modos de vibração, calculados pelo programa GDYNABT [36]. Os casos aqui analisados são comboios de veículos descritos no capítulo anterior para ambos os modelos estruturais apresentados.

São obtidos os autovalores e autovetores, calculados não somente para a situação de ponte descarregada (frequências naturais e modos naturais de vibração), mas também para as situações de carregamento. Avalia-se desta forma, a magnitude da variação do valor das frequências naturais devido ao carregamento da estrutura, bem como se há alterações significativas nos modos de vibração, que são passíveis de alteração devido à inserção dos parâmetros dinâmicos dos veículos.

As análises de autovalores e autovetores realizadas a partir deste capítulo são referenciadas como frequências naturais ou frequências carregadas. Entretanto, faz-se necessário ressaltar que as frequências aqui designadas por carregadas são na realidade, frequências ainda naturais, pois ainda são modelos dinâmicos de vibração livre. Porém, para se ter a resposta dinâmica da estrutura carregada na etapa de análises de autovalores e autovetores inserem-se os valores de rigidez dos veículos na matriz de rigidez do sistema e estes valores alteram tal matriz.

5.2. Análise de Autovalores

Considerando-se o modelo de viga contínua, designado por Modelo Estrutural I (ME-I), apresentado no capítulo anterior, calculam-se os valores de suas cinco primeiras frequências naturais e carregadas com a rigidez dos veículos, utilizando o programa GDYNABT [36].

O Modelo Estrutural I (ME-I) é composto de sistema de viga contínua, em três vãos, projetado em concreto armado com o comprimento de vão central de 34,5m e comprimento total de obra de arte de 52,5m.

Os resultados são apresentados na Tabela 5.1, para os veículos de 12 toneladas (TB-12) e na Tabela 5.2 para os veículos de 45 toneladas (TB-45).

Tabela 5.1 – Frequências Naturais e Carregadas do ME-I, veículos TB-12.

Frequência	Frequência Natural (Hz)	Frequência ME-I Carregado pelo Comboio (Hz)				
	Descarregado	4-TB12	5-TB12	6-TB12	7-TB12	8-TB12
f_1	5,52	5,56	5,57	5,59	5,62	5,62
f_2	15,73	15,70	15,67	15,64	15,62	15,62
f_3	31,01	31,05	31,04	31,08	31,10	31,09
f_4	47,81	47,83	47,83	47,84	47,86	47,85
f_5	56,98	56,99	56,99	57,00	57,02	57,01

Tabela 5.2 – Frequências Naturais e Carregadas do ME-I, veículos TB-45.

Frequência	Frequência Natural (Hz)	Frequência ME-I Carregado pelo Comboio (Hz)				
	Descarregado	2-TB45	3-TB45	4-TB45	5-TB45	6-TB45
f_1	5,52	5,71	5,75	5,78	5,86	5,83
f_2	15,73	15,51	15,49	15,43	15,37	15,39
f_3	31,01	31,12	31,15	31,27	31,37	31,28
f_4	47,81	47,88	47,9	47,92	47,98	47,92
f_5	56,98	57,00	57,02	57,05	57,12	57,07

Pode-se observar que houve pouca variação no valor das frequências quando se passa do regime descarregado para o carregado. Fato que era esperado posto que o peso do comboio de veículos frente ao peso da ponte pode ser considerado desprezível.

Percebe-se ainda que a magnitude da variação entre f_c e f_n é da ordem de 1% a 2% para veículos TB-12, e que para análises com veículos leves (TB-12) pode-se considerar a frequência da estrutura carregada é igual à frequência natural da estrutura sem incorrer em prejuízo.

Para o caso das análises com veículos pesados (TB-45), constataram-se diferenças da ordem de 6% (conforme Tabela 5.2), que são desprezíveis numa análise de autovalores, valendo a mesma conclusão obtida para os veículos leves.

A maior diferença entre as frequências naturais e carregadas dos comboios de veículos TB-45 em relação aos de veículos TB-12 pode ser explicada pela maior rigidez apresentada pelos veículos TB-45 em relação aos veículos TB-12. Tal

diferença reflete no resultado da equação diferencial de movimento que amplia os valores da matriz de rigidez e, conseqüentemente, os módulos de cada autovalor obtido, já que a freqüência é diretamente proporcional à rigidez do sistema.

Observa-se também que o módulo dos autovalores também cresce ao mesmo tempo em que aumenta o número de veículos sobre a estrutura. Fato este também oriundo da alteração da matriz de rigidez do sistema pela inserção dos coeficientes de rigidez dos veículos sobre a matriz de rigidez no sistema, aumentando por conseqüência os módulos dos autovalores para cada grau de liberdade estudado.

Considerando-se agora o modelo de viga biapoiada com balanços do Modelo Estrutural II (ME-II), apresentado no capítulo anterior, calculam-se os valores de suas cinco primeiras freqüências naturais e carregadas, pelo método numérico utilizando o programa GDYNABT [36]. Os resultados são apresentados nas Tabelas 5.3 e 5.4.

Tabela 5.3 – Freqüências naturais e carregadas do ME-II, veículos TB-12

Freqüência	Freqüência Natural (Hz)	Freqüência ME-II Carregado pelo Comboio (Hz)				
	Descarregado	4-TB12	5-TB12	6-TB12	7-TB12	8-TB12
f_1	4,4	4,5	4,53	4,57	4,63	4,67
f_2	11,18	12,5	11,18	11,18	11,17	11,17
f_3	16,43	18,2	16,38	16,36	16,33	16,28
f_4	28,72	29,81	28,79	28,85	28,9	28,91
f_5	52,98	53,28	53,02	53,01	53,05	53,05

Tabela 5.4 – Freqüências naturais e carregadas do ME-II, veículos TB-45

Freqüência	Freqüência Natural (Hz)	Freqüência ME-II Carregada pelo Comboio (Hz)				
	Descarregado	2-TB45	3-TB45	4-TB45	5-TB45	6-TB45
f_1	4,4	4,67	4,67	4,75	4,83	4,93
f_2	11,18	11,15	11,15	11,15	11,14	11,13
f_3	16,43	16,16	16,16	16,13	16,08	15,97
f_4	28,72	28,92	28,92	29,09	29,17	29,21
f_5	52,98	53,09	53,09	53,06	53,13	53,15

Pode-se observar que houve alguma variação no valor das frequências quando se passa do regime descarregado para o carregado. Fato este que vai de encontro ao esperado para o ME-I, mas que é consequência das características geométricas do ME-II. O peso do comboio de veículos frente ao peso da ponte passa a ser considerado, pois a ponte apresenta uma solução estrutural mais leve e esbelta, com menor relação rigidez por massa. A seguir, apresenta-se a variação das frequências da ponte carregada em relação às suas frequências naturais.

Percebe-se ainda que a magnitude da variação entre f_c e f_n é da ordem de 2% a 6% para veículos TB-12, e que para análises com veículos leves (TB-12) pode-se considerar a frequência da estrutura carregada é igual à frequência natural da estrutura sem incorrer em prejuízo.

Para o caso de análise com veículos pesados (TB-45), constataram-se diferenças da ordem de 6% a 12% (conforme Tabela 5.4), que não é desprezível numa análise estrutural, nem no campo dos autovalores. Esta diferença é sensível e pesa sobre a análise de vibração imposta pela NBR 6118 (2003) [38], que prescreve que a frequência natural da estrutura deve estar afastada de 20% em relação à frequência da excitação. Neste caso, uma diferença de 12% pode ser o diferencial entre estar e não estar em conformidade com a Norma.

Recomenda-se que deve ser calculada a frequência das pontes sob efeito do carregamento de maior peso. Como foi observado neste estudo, as diferenças entre a frequência natural e a frequência de carregamento cresce em razão diretamente proporcional ao incremento de carga sobre a estrutura. Quanto mais significativo for o peso do carregamento em relação ao peso da estrutura, maior será a diferença entre a frequência de carregamento e a frequência natural.

Mostra-se interessante a análise dinâmica, para fins de análise de autovalores, apenas da hipótese em que a ponte encontra-se mais carregada. Procedendo-se então a comparação entre os valores de frequências naturais e de carregamento, tendo-se conhecimento de que todas as hipóteses intermediárias apresentam valores também intermediários entre o valor da frequência natural e o valor da frequência de carregamento.

5.3. Análise de Autovetores

Já analisados os autovalores dos sistemas estruturais aqui avaliados, apresentam-se agora as análises de autovetores referentes a cada autovalor obtido anteriormente, visando obter os modos de vibração dos dois modelos estruturais.

Considerando-se o Modelo Estrutural I (ME-I), faz-se a determinação dos seus cinco primeiros modos de vibração, empregando-se o programa GDYNABT [36]. Os modos apresentados foram determinados tanto para a situação de vibração livre (ponte descarregada) quanto para a vibração livre carregada (matriz de rigidez alterada pelo carregamento dos veículos).

Na Tabela 5.5 apresentam-se os cinco primeiros modos de vibração livre do ME-I, sendo, portanto, os modos de vibração referentes às cinco primeiras frequências naturais da mesma estrutura, citadas nas Tabelas 5.1 e 5.2.

Em todas as hipóteses constatou-se que ocorreram pouquíssimas alterações nos modos de vibração da estrutura. Não houve alteração no primeiro modo de vibração e as poucas alterações ocorreram no segundo e terceiro modos. Assim apresentam-se aqui apenas os modos que sofreram alteração devido à inserção do carregamento na estrutura.

Para as hipóteses dos comboios de veículos TB-12, apenas uma alterou o modo de vibração natural da estrutura. O comboio 08-TB12-020, composto de 8 (oito) veículos do tipo TB-12 deslocando-se com velocidade constante de 20km/h. Tal constatação evidencia a suscetibilidade das estruturas quando encontram situações de extremo carregamento, nem tanto pela velocidade dos veículos mais leves, mas principalmente pelo peso dos veículos atuando sobre a estrutura ainda que em baixa velocidade. Isto deve-se à introdução da rigidez dos veículos no sistema estrutural.

Para o comboio 8-TB12-020, encontram-se os modos de vibração demonstrados na Tabela 5.6. Pode-se observar que na realidade, não houve alteração dos modos de vibração, e sim a supressão do 2º modo, que passou a ter seu máximo deslocamento no veículo e não na ponte. Assim o modo que era o terceiro da vibração natural passou a ser o segundo de vibração forçada (ponte carregada), e assim sucessivamente.

Tabela 5.5 – Modos de vibração do ME-I

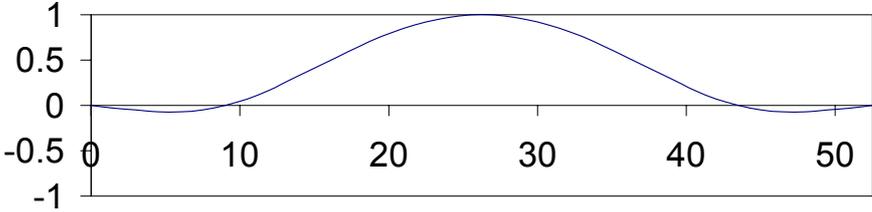
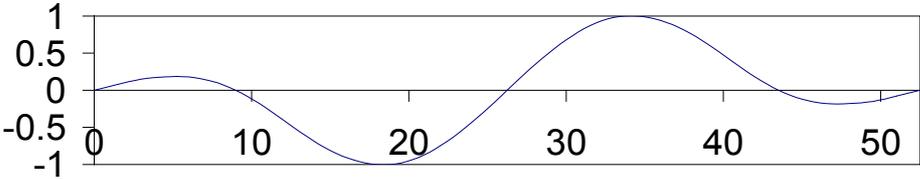
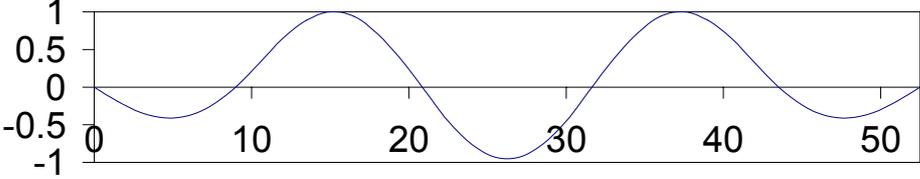
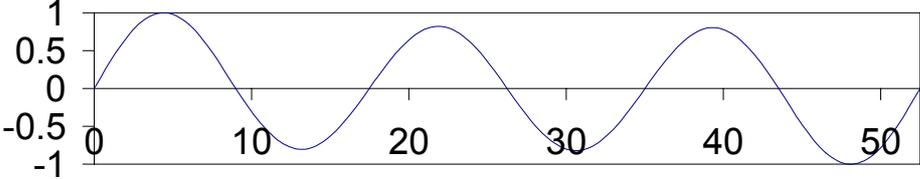
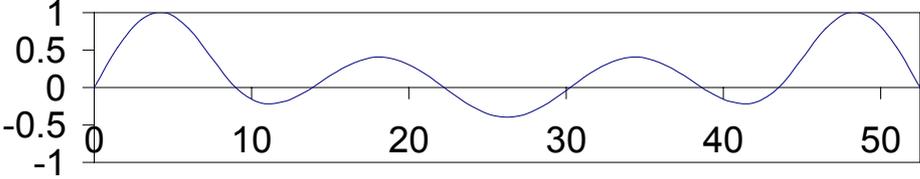
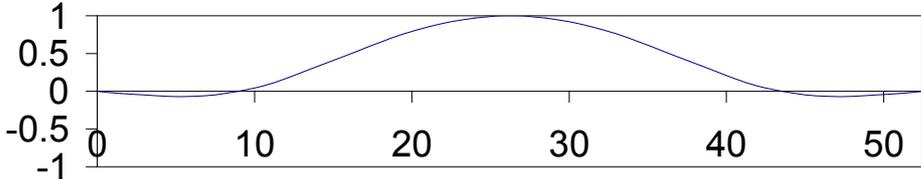
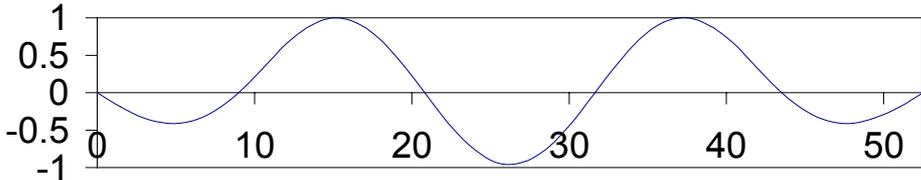
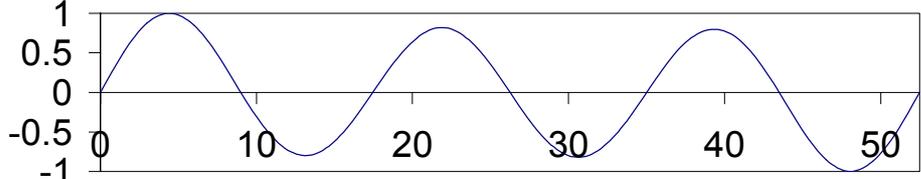
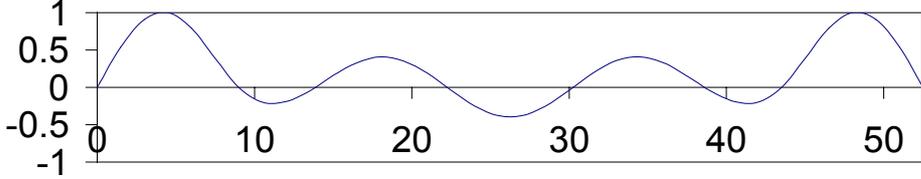
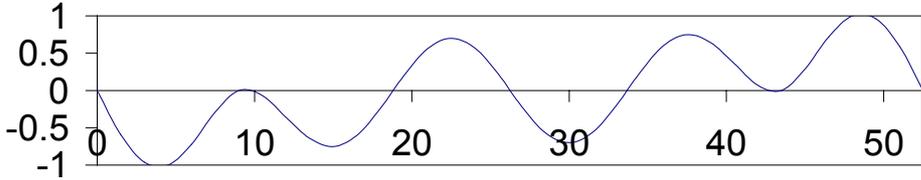
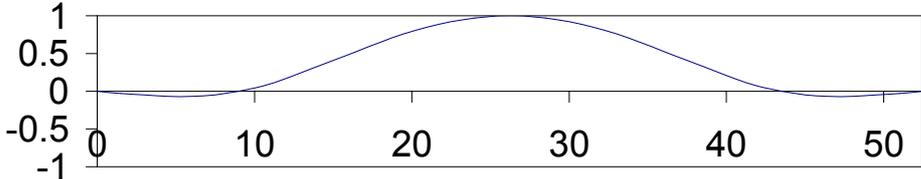
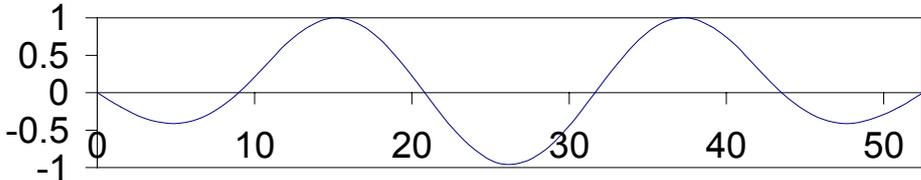
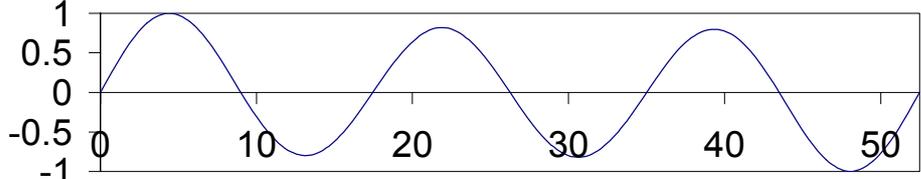
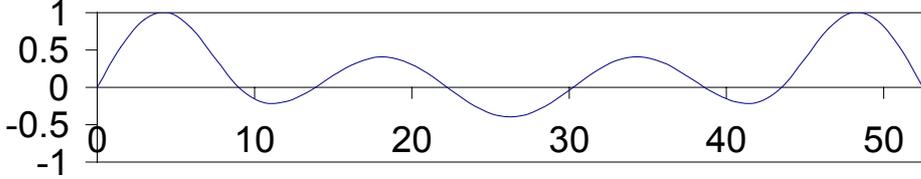
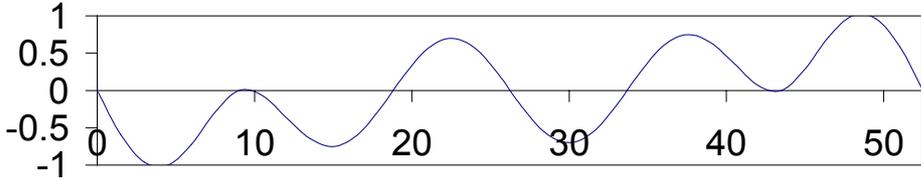
Modo de Vibração	ME-I Descarregado
Φ_1	
Φ_2	
Φ_3	
Φ_4	
Φ_5	

Tabela 5.6 – Modos de vibração do ME-I, comboio 8-TB-12-020

Modo de Vibração	ME-I Comboio 8-TB12-020
Φ_1	
Φ_2	
Φ_3	
Φ_4	
Φ_5	

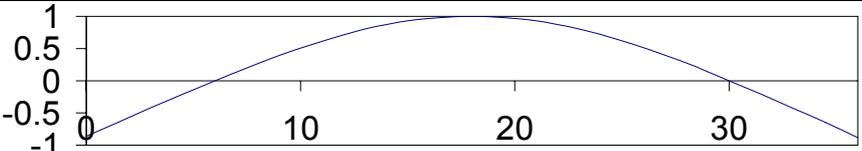
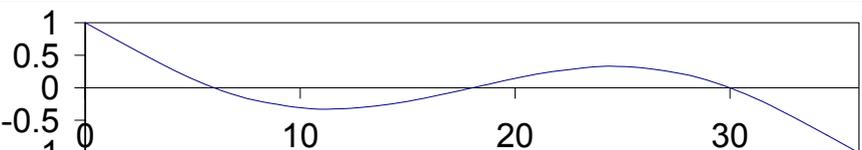
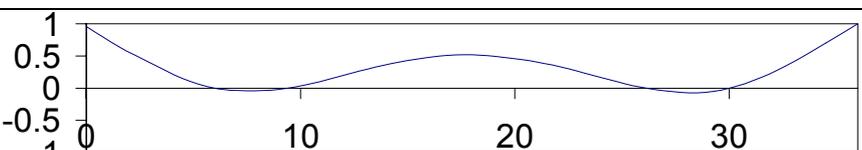
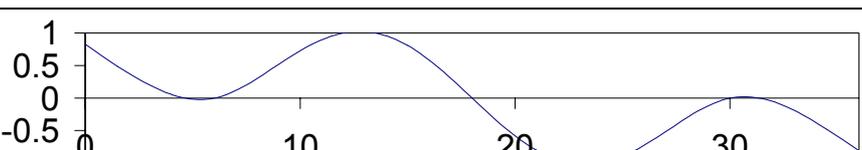
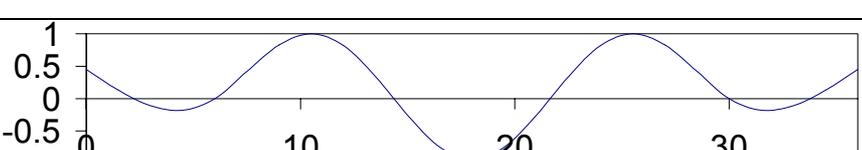
Nas análises com os comboios compostos por veículos TB-45, de maior rigidez que os TB-12, notaram-se as mesmas alterações notadas nas análises dos comboios de veículos TB-12.. A Tabela 5.7 demonstra os cinco primeiros modos de vibração.

Tabela 5.7 – Modos de Vibração do ME-I, comboio 8-TB-45-020

Modo de Vibração	ME-I Comboio 8-TB45-020
Φ_1	
Φ_2	
Φ_3	
Φ_4	
Φ_5	

Considerando-se agora o Modelo Estrutural II (ME-II), faz-se a determinação também dos seus cinco primeiros modos de vibração, a exemplo do modelo anterior. Na Tabela 5.8 apresentam-se os cinco primeiros modos de vibração livre do ME-II.

Tabela 5.8– Modos de Vibração Natural do ME-II

Modo de Vibração	ME-II Descarregado
Φ_1	
Φ_2	
Φ_3	
Φ_4	
Φ_5	

Os modos apresentados foram determinados tanto para a situação de vibração livre (ponte descarregada) quanto para a vibração livre carregada (matriz de rigidez alterada pelo carregamento dos veículos).

Na Tabela 5.8 apresentam-se os cinco primeiros modos de vibração livre do ME-II, que são os modos de vibração referentes às cinco primeiras frequências naturais da mesma estrutura, citadas nas Tabelas 5.3 e 5.4.

Em todas as hipóteses constatou-se que não houve alteração nos modos de vibração da estrutura. Portanto, esta ponte sendo menos rígida que a anteriormente estudada, oferece uma característica interessante de manter seus modos de vibração de forma independente da carga a que está submetida.

Todos os modos de vibração, portanto, são ilustrados na Tabela 5.8. Tanto os modos de vibração livre quanto os de vibração livre quando adicionadas as rigidezes dos veículos, posto que não apresentam diferenças significativas de forma.

O mesmo efeito obtido com o carregamento da estrutura pelo comboio de veículos TB-12 foi observado quando do carregamento com veículos TB-45. O que demonstra que o comportamento dos modos de vibração, neste caso, não varia com a rigidez do conjunto, já que a mudança de tais aspectos resultaram em modos de vibração similares.

6. Análise Paramétrica

6.1. Generalidades

Neste capítulo serão analisadas várias hipóteses possíveis de carregamento atuantes sobre as duas estruturas em estudo. Variam-se diversos parâmetros, tais como tipo de veículo que trafega sobre a pista (TB-12 ou TB-45) [34], velocidade do comboio e o conseqüente espaçamento entre veículos, bem como a qualidade da pista, a fim de simular os efeitos provenientes da falta de manutenção do pavimento.

Serão utilizados para as análises, os Modelos Estruturais I e II (ME-I e ME-II), conforme foram descritos nas Figuras 4.1 a 4.5 e nas Figuras 4.6 a 4.8, respectivamente. Sobre estas estruturas simula-se o carregamento de uma diversidade de comboios, conforme apresentado nas Figuras 4.10 a 4.19. Cada possibilidade de número de veículos foi associada a uma velocidade e um espaçamento entre veículos atribuídos empiricamente pela observação do trânsito.

No que tange à análise estática realizada pelo programa GDYNABT [36], esta considera o carregamento correspondente a uma sucessão de veículos, igualmente espaçados, deslocando-se sobre a ponte, em apenas um sentido, e os passeios e áreas entre e aos lados destes veículos, completamente descarregados. Ressalta-se que esta metodologia é distinta daquela empregada pela Norma Brasileira [1], como será exposto ao longo deste capítulo.

A análise dinâmica do sistema veículo-ponte considera uma sucessão de veículos, igualmente espaçados, deslocando-se com velocidade constante sobre o tabuleiro das pontes e com interação entre os pneus destes veículos e as irregularidades superficiais, ou seja, é levado em conta o peso móvel das viaturas e, também, o efeito dinâmico proveniente das irregularidades da pista.

O objetivo deste capítulo é o de comparar os fatores de amplificação dinâmicos máximos médios (FAD), obtidos a partir da metodologia de análise aplicada nesta dissertação, como uma continuação de desenvolvimentos anteriores de Silva [22] e Almeida [33], com aquela adotada pela Norma Brasileira de Pontes em Concreto Armado e Protendido [1]. Pretende-se efetivamente quantificar e avaliar os valores dessas amplificações em comparação com o coeficiente de impacto determinado pela Norma [1].

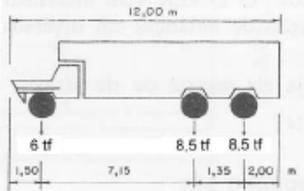
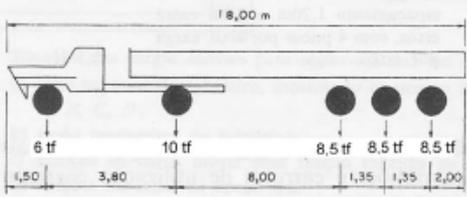
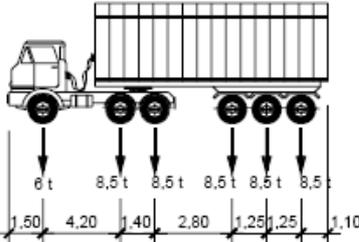
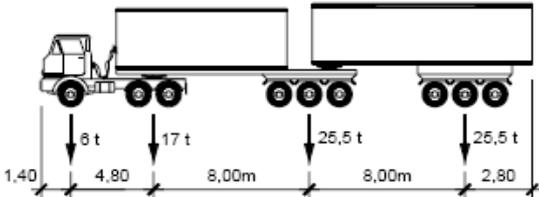
Descrição	Peso total (kN)	Carga distribuída com a hipótese a (kN/m ²)	Carga distribuída com a hipótese b (kN/m ²)
a) Caminhão com dois eixos traseiros (comprimento de 12,0m) 	230	7,4	2,4
b) Carreta com três eixos traseiros (comprimento de 18,0m) 	415	8,8	3,6
c) Caminhão tipo basculante com 6 eixos (comprimento de 13,5m)  <p>O peso do veículo corresponde a soma dos valores máximos por eixo, mas ultrapassa o limite legal por unidade, que é 450 kN</p>	485	13,8	4,9
d) Bi-trem de 74 tf com 9 eixos (comprimento de 25,0m) 	740	11,4	5,4

Figura 6.2 – Caminhões e carretas de uso freqüente no Brasil [37]

Após essas considerações preliminares apresentam-se os valores indicados pela norma NBR 7187 [1]. Segundo a norma em questão, em pontes rodoviárias, a carga móvel é constituída por um veículo e por cargas q e q' uniformemente distribuídas, como mostrado na Figura 6.3.

A carga q é aplicada em todas as faixas da pista de rolamento, nos acostamentos e afastamentos, descontando-se apenas a área ocupada pelo veículo. A

carga q' é aplicada nos passeios. Essas cargas são fictícias, e procuram levar em consideração a ação de multidão e de outros veículos mais leves ou mais afastados das zonas onde as cargas produzem maiores esforços solicitantes, com um esquema de carregamento que facilita o cálculo.



Figura 6.3 – Trem tipo da NBR 7188 [34]

Assim, por exemplo, ao pesquisar-se o máximo momento fletor em uma determinada seção de uma viga contínua, o veículo é colocado no tramo desta seção, colocando-se ainda as cargas q e q' nos tramos onde essas cargas provoquem aumento desse momento, conforme apresenta-se na Figura 6.4. Transversalmente essas cargas se estenderão até onde possam contribuir para aumentar esse momento.

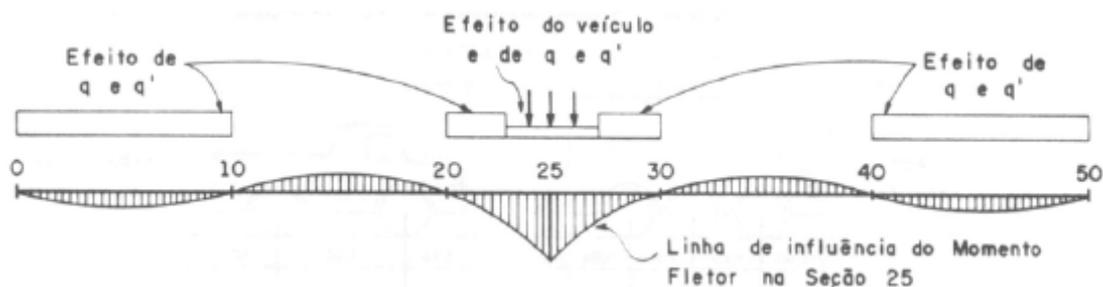


Figura 6.4 – Esquema de carregamento para cálculo do momento máximo da seção 25 [37]

Para efeito de escolha das cargas móveis, a norma NBR 7188 [34] divide as pontes rodoviárias em três classes, discriminadas a seguir:

- Classe 45: na qual a base do sistema é um veículo-tipo de 450 kN de peso total;
- Classe 30: na qual a base do sistema é um veículo tipo de 300 kN de peso total;
- Classe 12: na qual a base do sistema é um veículo tipo de 120 kN de peso total.

Na Tabela 6.1 apresentam-se o peso do veículo e os valores das cargas q e q' para cada uma das classes de pontes.

Tabela 6.1 – Esquema de carregamento para cálculo do momento máximo da ponte

Classe da Ponte	Veículo Peso Total (kN)	Carga Uniformemente Distribuída	
		q (em toda a pista)	q' (em toda a pista)
		kN/m ²	kN/m ²
45	450	5	3
30	300	5	3
12	120	4	3

Comparando os valores da carga distribuída q com os valores das cargas distribuídas observa-se que o valor de q corresponderia a uma situação normal de utilização das pontes. Naturalmente, uma situação de congestionamento sobre as pontes pode levar a valores de cargas distribuídas equivalentes superiores.

Considerando uma situação de congestionamento em que o espaçamento entre veículos consecutivos seria cerca de 2 m, as cargas equivalentes dos casos mais críticos, caminhão basculante de 450 kN (Figura 6.5) e Bi-trem de 740 kN (Figura 6.2), a carga distribuída equivalente chegaria à casa dos 8,0 kN/m². Esta situação de congestionamento, só com veículos pesados e carregados com as cargas máximas, teria uma probabilidade muito baixa, o que permite considerar como uma situação de combinação excepcional.

A Figura 6.5 apresenta os veículos utilizados na NBR 7188 [34] para dimensionamento de estruturas rodoviárias, dos quais foram utilizados os veículos Classe 12 e Classe 45. O veículo Classe 12 é considerado como o mais freqüente no trânsito brasileiro, enquanto o Classe 45 é o atual dimensionante de projeto da maioria das obras de arte brasileiras.

Na Tabela 6.2 são apresentados elementos de informações complementares que não estão descritas na Figura 6.5. Esses elementos são de fundamental conhecimento para que se possa modelar correta e detalhadamente a forma de carregamento da estrutura.

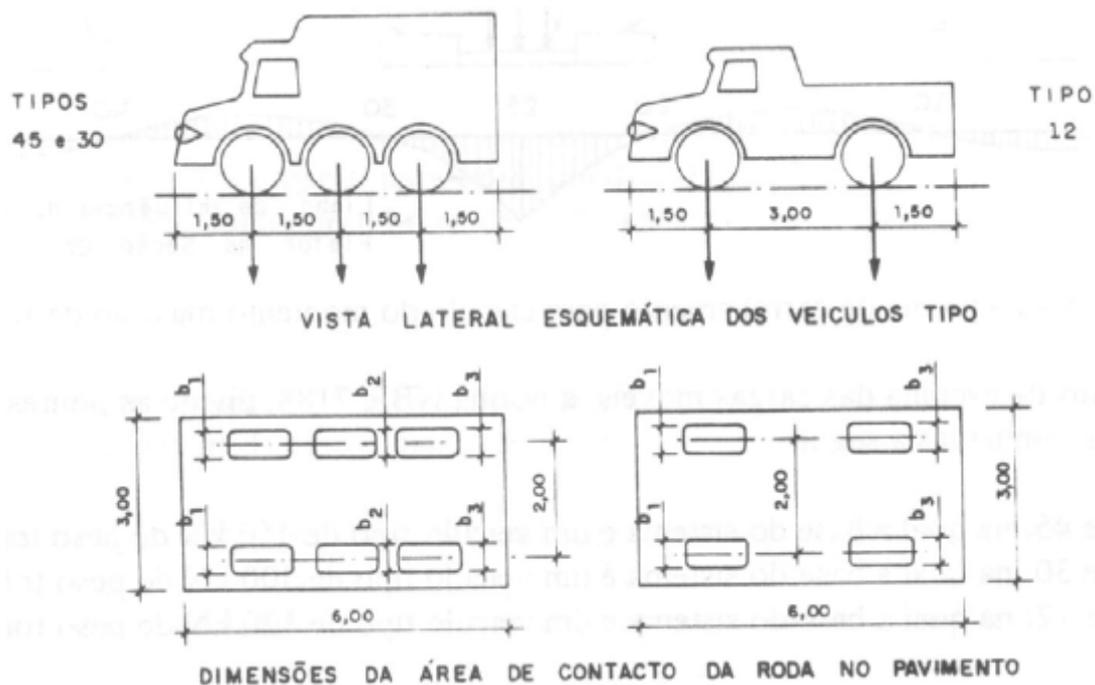


Figura 6.5 – Características dos veículos-tipo [34]

Tabela 6.2 - Características dos veículos-tipo [34]

Item	Unidade	Tipo 45	Tipo 30	Tipo 12
Quantidade de eixos	eixo	3	3	2
Peso total do veículo	kN	450	300	120
Peso de cada roda dianteira	kN	75	50	20
Peso de cada roda intermediária	kN	75	50	-
Peso de cada roda traseira	kN	75	50	40
Largura de contato b1 - roda dianteira	m	0,50	0,40	0,30
Largura de contato b2 - roda intermediária	m	0,50	0,40	-
Largura de contato b3 - roda traseira	m	0,50	0,40	0,30
Comprimento de contato da roda	m	0,20	0,20	0,20
Distância entre eixos	m	1,50	1,50	3,00
Distância entre centros das rodas de cada eixo	m	2,00	2,00	2,00

Usualmente no estudo das estruturas supõe-se que as cargas sejam aplicadas de maneira que sua intensidade cresça gradualmente desde zero até o valor total, no entanto as cargas móveis reais nas pontes são aplicadas bruscamente.

A simples consideração de cargas estáticas não corresponderia à realidade em virtude das oscilações provocadas pelos veículos e causadas pela ação das molas,

irregularidades da pista, força centrífuga causada e deformação da ponte sob a ação das cargas.

A análise de todos estes efeitos deve ser feita pela teoria da Dinâmica das Estruturas, e resulta bastante trabalhosa; daí levar-se em conta na prática, o efeito dinâmico das cargas móveis de maneira global, dando a elas um acréscimo e considerando-as como se fossem aplicadas estaticamente.

Esse acréscimo é dado por um coeficiente γ , chamado coeficiente de impacto, ou coeficiente de amplificação dinâmica, não menor que 1, pelo qual são multiplicadas as cargas que têm ação dinâmica.

$$F_{\text{dinâmico}} \cong \gamma \cdot F_{\text{estático}} \quad (6.1)$$

É importante observar que o efeito dinâmico das cargas atuantes é tanto maior quanto mais leve for a estrutura em relação a essas cargas. Isto é diretamente salientado pela seguinte expressão encontrada na literatura técnica [37]:

$$\gamma = 1 + \frac{0,4}{1 + 0,2 \cdot L} + \frac{0,6}{1 + 4G/Q} \quad (6.2)$$

Onde: L é o vão em metros;

G é a carga permanente e;

Q a carga móvel máxima para a estrutura em estudo.

A partir dessa observação, conclui-se imediatamente que a influência do efeito dinâmico das cargas deve decrescer à medida que aumentar o vão da ponte, pois nesse caso o peso G da estrutura vai aumentando mais rapidamente do que a carga correspondente Q. De fato, observações experimentais mostram que se deve dar ao coeficiente de impacto variação sensivelmente hiperbólica, tendendo assintoticamente a 1 ao aumentar o vão L, como mostrado na Figura 6.6 [37].

Ao contrário, em pontes pequenas o coeficiente de impacto é maior. Assim, na expressão (6.2), o coeficiente γ cresce para 2 ao diminuir-se o vão L e a relação G/Q entre o peso G da estrutura e a carga Q que produz o efeito dinâmico. A Figura 6.6 [37] compara os resultados obtidos experimentalmente (a esquerda) com os obtidos pela equação (6.2), a direita na Figura.

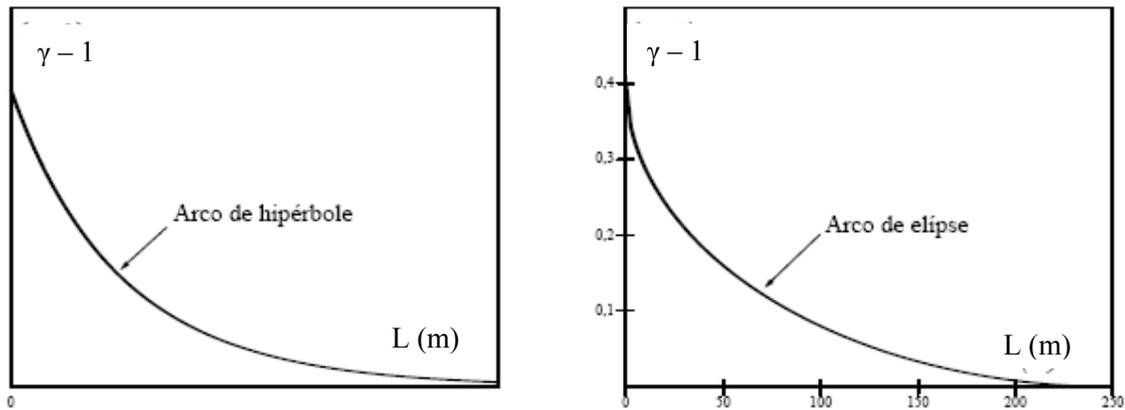


Figura 6.6 – Variação de γ em função de L [37]

Ainda em decorrência disso, vê-se que a influência da ação dinâmica das cargas há de ser maior em pontes metálicas do que em pontes de concreto, mais pesadas. A norma NBR 7187 [1] fornece a equação (6.3) para o cálculo do coeficiente de impacto.

$$\gamma = 1,4 - 0,007 \cdot L > 1 \quad (6.3)$$

Nesta equação, L é o comprimento, em metros, do vão teórico do elemento carregado, qualquer que seja o sistema estrutural. Nota-se que desta maneira a relação entre a carga permanente e a carga móvel que produz efeito dinâmico é considerada de forma indireta, através do vão L.

Em pontes rodoviárias, obtém-se $\gamma = 1,0$ para $L = 57,14$ m; considera-se que, para vãos maiores, os efeitos dinâmicos traduzidos pelo coeficiente de impacto são desprezíveis.

No caso de elementos contínuos de vãos desiguais permite-se considerar um vão ideal equivalente à média aritmética dos vãos teóricos, desde que o menor vão seja igual ou superior a 70% do maior vão. No caso de elementos em balanço, o valor de L a ser empregado na expressão corresponde a duas vezes o comprimento do balanço.

O efeito dinâmico das cargas pode ser desprezado, tomando-se o coeficiente de impacto igual a 1,0 em algumas situações, como na determinação do empuxo de terra provocado pelas cargas móveis. A razão desta recomendação da norma ocorre em virtude da atenuação dos efeitos dinâmicos através do maciço arrimado. Também é desconsiderado no cálculo das fundações. Neste caso pode-se invocar o que se disse a respeito de G/Q e do recebimento indireto, atenuado, dos efeitos dinâmicos.

Aplicando-se tais preceitos no Modelo Estrutural I (ME-I), obtém-se primeiramente o coeficiente de impacto para o vão central e para os vãos extremos pela metodologia simplificada da Norma Brasileira [1]. Assim:

$$\gamma_{\text{vão central}} = 1,4 - 0,007 \cdot L_{\text{vão central}} = 1,4 - 0,007 \cdot 34,5 = 1,16 \quad (6.4)$$

$$\gamma_{\text{vão extremo}} = 1,4 - 0,007 \cdot L_{\text{vão extremo}} = 1,4 - 0,007 \cdot 9,0 = 1,34 \quad (6.5)$$

O coeficiente de impacto do vão extremo é apenas apresentado para fins de comparação, pois os piores esforços e deslocamentos estão no vão central, onde está o foco da presente análise.

E agora para o Modelo Estrutural II (Figura 4.5) calcula-se o coeficiente de impacto para o vão central e para os balanços pela metodologia simplificada da Norma Brasileira [1]. Assim:

$$\gamma_{\text{vão central}} = 1,4 - 0,007 \cdot L_{\text{vão central}} = 1,4 - 0,007 \cdot 24,0 = 1,23 \quad (6.6)$$

$$\gamma_{\text{vão extremo}} = 1,4 - 0,007 \cdot 2 \cdot L_{\text{balanço}} = 1,4 - 0,007 \cdot 2 \cdot 6,0 = 1,32 \quad (6.7)$$

O coeficiente de impacto do balanço é apresentado para fins de correlação com os Fatores de Amplificação Dinâmicos encontrados a seguir, posto que há deslocamentos a serem verificados no extremo do balanço, e esta verificação é ponto de observação desta análise.

Após a obtenção dos coeficientes de impacto, multiplicam-se os mesmos pelos valores característicos calculados segundo a metodologia simplificada, a qual está sendo apresentada e discutida neste item da dissertação, alcançando assim, os valores de dimensionamento da estrutura para Classe 45 (veículo TB-45) [34], que são apresentados na Tabela 6.3. Tais valores serão utilizados adiante para definir o grau de variação da resposta da estrutura em função da variação da qualidade da pista.

Tabela 6.3 – Esforços e Deslocamentos Solicitantes do ME-I, pela NBR 7188

Esforços e Deslocamentos Solicitantes	Unidade	Valor
Momento Fletor Positivo Máximo	kN.m	5.373,00
Momento Fletor Negativo Máximo	kN.m	6.735,00
Esforço Cortante Máximo	kN	1.245,00
Deslocamento Máximo	mm	3,90

Dada a seção geométrica transversal em tabuleiro sobre vigas longarinas definida para a estrutura, conforme apresentado na Figura (4.4), conhecida a armadura dimensionada e os limites de norma, pode-se calcular as capacidades limites de resistência da estrutura. As capacidades portantes do Modelo Estrutural I (ME-I) são apresentadas na Tabela 6.4. Esses valores serão utilizados a seguir para definir a razão ψ , obtida pela comparação destes valores com os adquiridos nas análises dinâmicas de vários comboios possíveis, não necessariamente prováveis.

Tabela 6.4 – Esforços e Deslocamentos Portantes do ME-I

Esforços e Deslocamentos Portantes	Unidade	Valor
Momento Fletor Positivo Máximo	kN.m	5.373,00
Momento Fletor Negativo Máximo	kN.m	6.735,00
Esforço Cortante Máximo	kN	3.910,00
Deslocamento Máximo	mm	57,50

Pode-se fazer a imediata observação de que o efeito para o qual a estrutura deste viaduto é dimensionada, é o momento fletor. Como o dimensionamento da armadura é o objeto do cálculo estrutural, esta variável é a que é afinada, sendo as demais tomadas como consequência do dimensionamento.

A área da seção transversal e seu momento de inércia são bem maiores do que o necessário para resistir aos esforços e evitar deslocamentos excessivos, o que está em consonância com a necessidade de se garantir uma boa execução construtiva da obra de arte, gerando uma seção transversal coerente com a armadura necessária.

Aplicando-se os mesmos preceitos no modelo estrutural II (ME-II), obtêm-se os valores de dimensionamento da estrutura para classe 45 (veículo TB-45), que são apresentados na Tabela 6.5.

Tabela 6.5 – Esforços Solicitantes do ME-II, pela NBR7188

Esforços e Deslocamentos Solicitantes	Unidade	Valor
Momento Fletor Positivo Máximo	kN.m	6.000,00
Momento Fletor Negativo Máximo	kN.m	2.770,00
Esforço Cortante Máximo	kN	1.440,00
Deslocamento Máximo no Meio do Vão	mm	9,62
Deslocamento Máximo no Extremo do Balanço	mm	4,51

Dada a mesma concepção estrutural do ME-II, em seção geométrica transversal em tabuleiro sobre vigas longarinas definida para a estrutura, conforme apresentado na Figura 4.7, conhecida a armadura dimensionada e os limites de norma, pode-se calcular as capacidades limites de resistência da estrutura. Observa-se ainda que os deslocamentos admissíveis por norma são muito maiores do que os de cálculo.

Tais capacidades portantes do Modelo Estrutural II (ME-II) são apresentadas na Tabela 6.6. Tais valores serão também utilizados a seguir para definir a razão ψ da estrutura.

Tabela 6.6 – Capacidades Portantes do ME-II

Esforços e Deslocamentos Portantes	Unidade	Valor
Momento Fletor Positivo Máximo	kN.m	6.000,00
Momento Fletor Negativo Máximo	kN.m	2.770,00
Esforço Cortante Máximo	kN	2.334,00
Deslocamento Máximo no Meio do Vão	mm	40,00
Deslocamento Máximo no Extremo do Balanço	mm	20,00

Novamente observa-se que o efeito para o qual a estrutura é dimensionada, é o momento fletor. A área da seção transversal e seu momento de inércia são bem maiores do que os limitrofes e obtêm-se valores superiores do esforço cortante resistente, como demonstrado ser próximo a duas vezes maior esta resistência em relação ao esforço solicitado. Aqui também os deslocamentos admissíveis por norma são muito maiores do que os de cálculo.

6.3. Metodologia Empregada para a Análise Estática

Esta análise estática considera apenas o carregamento gerado pelos veículos deslocando-se sobre a ponte, em apenas um sentido, com o restante da ponte descarregada. Assim, é simulado o deslocamento dos veículos sobre o tabuleiro da ponte, segundo a velocidade e a distância entre veículos, a fim de refletir de modo mais realista o trânsito da carga sobre a estrutura. A Figura 6.7 ilustra a metodologia de aplicação das cargas sobre as obras de arte.

Entretanto, apesar de se considerar a mobilidade da carga, não é considerado nenhum efeito oriundo do caráter dinâmico da carga. Desta forma, obtêm-se para cada instante, os esforços e deslocamentos em cada seção discretizada no modelo estrutural.

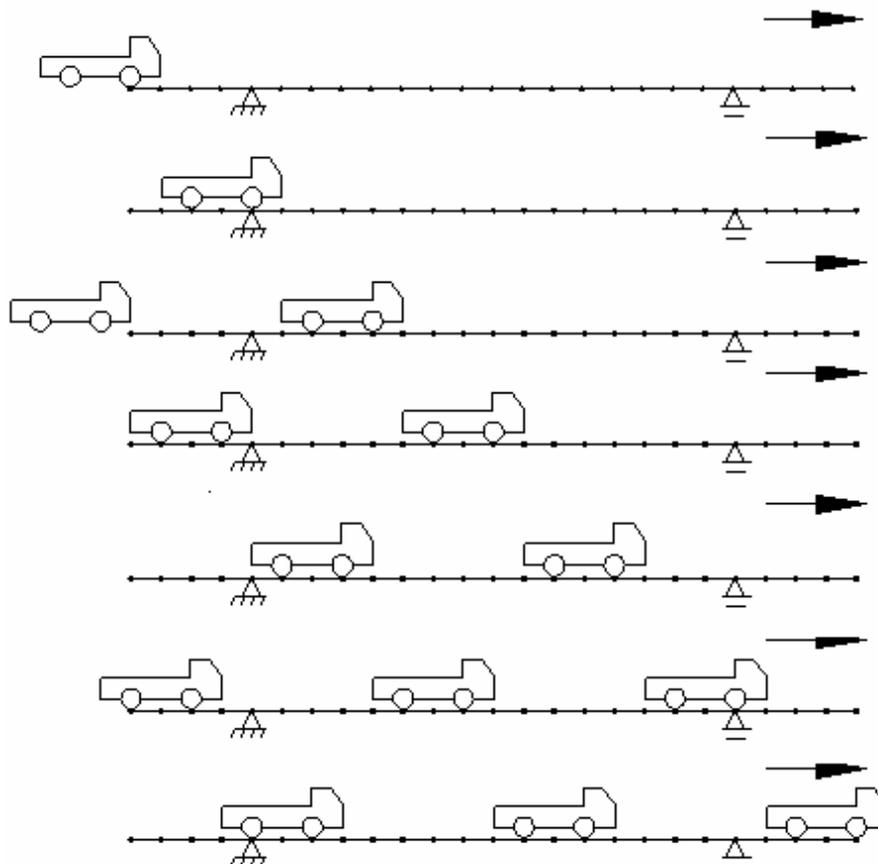


Figura 6.7– Deslocamento do comboio de três veículos TB-12 sobre o ME-II

Após a passagem completa do comboio sobre a ponte obtém-se um conjunto de efeitos máximos e os respectivos instantes em que os mesmos ocorrem. Estes instantes podem ser traduzidos em uma fotografia da posição do comboio sobre a estrutura. Em última análise, esta metodologia corresponde a gerar uma linha de influência para cada seção (cada nó discretizado).

Vale ressaltar que esta análise não inclui os valores de massa da ponte e dos veículos na matriz de massa. Assim a equação de movimento fica reduzida à equação de equilíbrio estática relacionando apenas as rigezas e os deslocamentos às forças externas aplicadas.

6.4. Resultados Obtidos na Análise Estática

Esta análise permite fazer uma comparação do ponto de vista estritamente estático entre a metodologia simplificada da NBR 7187 [1] e uma série de carregamentos possíveis tendo por base os mesmos veículos prescritos pela norma anteriormente citada.

A Norma Brasileira [1] define apenas um veículo tipo (TB-12, TB-30 ou TB-45) atuando sobre a estrutura, conforme apresentado na Figura 6.4. Assim, esta análise estática é uma extrapolação para uma condição possivelmente real de carregamento. Analisam-se aqui dois modelos estruturais dimensionados como classe 45, ou seja, no seu dimensionamento foi utilizado o carregamento por um veículo TB-45, que pesa 450kN [34].

6.4.1. Modelo Estrutural I – ME-I

Considerando-se o modelo de viga contínua, em três vãos, projetado em concreto armado com o comprimento de vão central de 34,5m e comprimento total de obra de arte de 52,5m, designado por Modelo Estrutural I (ME-I), apresentado no capítulo anterior, Figura 4.5, simula-se o tráfego de onze comboios distintos, utilizando o programa GDYNABT [36]. Os resultados para comboios de veículo TB-12 são apresentados na Tabela 6.7 para momentos fletores máximos positivos e negativos, na Tabela 6.8 para cortantes máximos e na Tabela 6.9 para deslocamentos máximos.

Tabela 6.7 – Momentos Fletores. Modelo Estrutural I. Veículos TB-12.

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Momento Positivo (kN.m)	Momento Negativo (kN.m)
8	4,5	1.727,00	2.280,00
7	6,0	1.274,00	1.727,00
6	7,5	1.029,00	1.394,00
5	10,5	773,50	1.039,00
4	15,0	573,60	754,80

Tabela 6.8 – Esforços Cortantes. Modelo Estrutural I. Veículos TB-12.

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Cortante (kN)
8	4,5	492,3
7	6,0	375,9
6	7,5	308,8
5	10,5	237,8
4	15,0	180,8

Tabela 6.9 – Deslocamentos. Modelo Estrutural I. Veículos TB-12.

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Deslocamento (mm)
8	4,5	1,503
7	6,0	1,129
6	7,5	0,910
5	10,5	0,655
4	15,0	0,467

Observa-se a coerência dos resultados obtidos pela análise estática dos momentos fletores positivos e negativos, que mantêm entre si uma relação de 1,31 a 1,35 para cada caso isolado de carregamento. Razão esta muito próxima daquela obtida pela NBR 7187 [1] que é de 1,25. Esta proporcionalidade é causada pela hiperestaticidade da estrutura, que busca naturalmente uma distribuição dos momentos fletores negativos e positivos.

Os resultados obtidos para o esforço cortante não são críticos, uma vez que a ponte foi dimensionada para o veículo tipo TB-45, e a solicitação do TB-12 é menos que um terço da do TB-45.

Esta análise dos deslocamentos provocados pelo carregamento de veículos TB-12 [34], não provoca efeito significativo na estrutura, sendo bastante inferior ao calculado e ainda menor em relação ao limite imposto pela Norma [1].

Para a análise dos comboios compostos por veículos TB-45, tomou-se a decisão de incluir mais uma possibilidade. Como este veículo é hipotético e, portanto, sua ocorrência é rara, comboios compostos exclusivamente de tal tipo de veículo são muito raros de acontecer. Assim foi incluída a possibilidade de um comboio de apenas dois veículos TB-45 [34], com 30m de espaçamento entre os veículos, carregando a estrutura. Os resultados para comboios de veículo TB-45 [34] são apresentados na Tabela 6.10 para momentos fletores máximos positivos e negativos, na Tabela 6.11 para cortantes máximos e na Tabela 6.12 para deslocamentos máximos.

Tabela 6.10 – Momentos Fletores. Modelo Estrutural I. Veículos TB-45.

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Momento Positivo (kN.m)	Momento Negativo (kN.m)
8	4,5	6.330,00	8.510,00
7	6,0	4.788,00	6.497,00
6	7,5	3.839,00	5.257,00
5	10,5	2.933,00	3.916,00
4	15,0	2.174,00	2.844,00
2	30,0	1.839,00	2.014,00

Tabela 6.11 – Esforços Cortantes. Modelo Estrutural I. Veículos TB-45.

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Cortante (kN)
8	4,5	1.660,00
7	6,0	1.298,00
6	7,5	1.080,00
5	10,5	836,30
4	15,0	642,20
2	30,0	461,20

Tabela 6.12 – Deslocamentos. Modelo Estrutural I. Veículos TB-45.

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Deslocamento (mm)
8	4,5	5,644
7	6,0	4,239
6	7,5	3,418
5	10,5	2,458
4	15,0	1,754
2	30,0	1,351

Observa-se a mesma coerência dos resultados de análise estática de momentos fletores que foi demonstrada para os comboios de veículos TB-12, exceção feita ao

último comboio, de apenas dois veículos, onde a razão entre momento fletor negativo e positivo é próxima a 1,10. Isto porque os veículos de tal comboio nunca estão simultaneamente no mesmo tramo da viga, o que isola os efeitos de seu carregamento, aproximando um do outro os módulos dos momentos fletores.

Nota-se ainda que o comboio composto por oito veículos já ultrapassa o valor indicado pela análise da Norma Brasileira [1] já considerando o coeficiente de impacto. O que demonstra que a classe da ponte não indica a sua resistência a um carregamento completo de veículos que determinam sua classe, como no caso de um congestionamento. Vale ressaltar ainda que se está carregando apenas metade da ponte nesta análise estática, e se supõe a mesma totalmente carregada pela hipótese da NBR 7187 [1].

Na análise de esforço cortante nota-se, a exemplo do ocorrido na análise de momento fletor, que o cálculo simplificado pela Norma Brasileira [1] não abrange um possível carregamento de um comboio denso deslocando-se a baixa velocidade sobre o tabuleiro. Entretanto, o dimensionamento da seção agrega uma reserva de resistência ao esforço cortante (Tabela 6.4), devido à excessiva área de concreto na seção transversal, que é necessária para garantir a qualidade da concretagem, à resistência do tabuleiro quando solicitado como laje, etc.

O mesmo raciocínio pode ser aplicado para o deslocamento, onde apesar dos resultados obtidos pela análise estática proposta já serem superiores aqueles obtidos pela metodologia da NBR 7187 [1], acaba por ser pouco significativo, pois o limite estabelecido para o deslocamento da estrutura é muito superior aos valores obtidos pela análise estática (Tabela 6.4).

6.4.2. Modelo Estrutural II – ME-II

Considerando-se agora o Modelo Estrutural II (ME-II), em viga biapoiada com balanços nas extremidades, de comprimento total de 36,0m, como apresentado na Figura 4.6, simula-se o tráfego de dez comboios distintos, utilizando o programa GDYNABT [36].

Os resultados para comboios de veículo TB-12 são apresentados na Tabela 6.13 para momentos fletores máximos positivos e negativos, na Tabela 6.14 para cortantes máximos e na Tabela 6.15 para deslocamentos máximos no meio do vão central e no extremo do balanço.

Tabela 6.13 – Momentos Fletores. Modelo Estrutural II. Veículos TB-12.

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Momento Positivo (kN.m)	Momento Negativo (kN.m)
6	4,5	1.903,00	720,00
5	6,0	1.350,00	540,00
4	7,5	1.106,00	540,00
3	10,5	823,30	539,90
2	15,0	833,20	540,00

Tabela 6.14 – Esforços Cortantes. Modelo Estrutural II. Veículos TB-12.

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Cortante (kN)
6	4,5	370,60
5	6,0	292,50
4	7,5	237,30
3	10,5	180,00
2	15,0	180,00

Tabela 6.15 – Deslocamentos. Modelo Estrutural II. Veículos TB-12.

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Deslocamento (mm)	
		Vão Central	Balanço
6	4,5	3,586	2,857
5	6,0	2,564	2,035
4	7,5	2,081	1,664
3	10,5	1,481	1,198
2	15,0	1,526	1,559

Aqui pode-se notar uma situação típica de estruturas isostáticas, onde a variação do número de veículos não causa interferência no momento fletor negativo. Dada a estrutura ser isostática, apenas o comboio de seis veículos é capaz de carregar o balanço com mais de um veículo e incrementar o momento fletor negativo na seção do apoio que é obtido exclusivamente pela carga e sua distribuição ao longo do trecho em

balanço da estrutura. A partir deste ponto, todos os demais comboios, mesmo com a redução do número de veículos, não reduz o momento fletor negativo e as diferenças encontradas são de origem meramente numérica.

Os resultados obtidos para o esforço cortante não são críticos, uma vez que a ponte foi dimensionada para o veículo tipo TB-45, e a solicitação do TB-12 é menos que um terço da do TB-45, a exemplo do observado para o modelo estrutural anterior.

Da mesma forma a análise de deslocamento devido ao carregamento de veículos TB-12 tampouco provoca efeito significativo na estrutura, sendo bastante inferior ao calculado para a estrutura e ainda menor em relação ao limite imposto pela Norma [1].

Passando-se à análise do carregamento de comboios de veículos tipo TB-45, pode-se observar que os resultados são apresentados na Tabela 6.16 para momentos fletores máximos positivos e negativos, na Tabela 6.17 para cortantes máximos e na Tabela 6.18 para deslocamentos máximos no meio do vão central e no extremo do balanço.

Tabela 6.16 – Momentos Fletores. Modelo Estrutural II. Veículos TB-45.

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Momento Positivo (kN.m)	Momento Negativo (kN.m)
6	4,5	7.107,00	2.276,00
5	6,0	5.188,00	2.025,00
4	7,5	4.166,00	2.025,00
3	10,5	4.517,00	2.025,00
2	15,0	2.957,00	2.025,00

Tabela 6.17 – Esforços Cortantes. Modelo Estrutural II. Veículos TB-45.

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Cortante (kN)
6	4,5	1.265,00
5	6,0	984,90
4	7,5	844,80
3	10,5	844,60
2	15,0	459,70

Tabela 6.18 – Deslocamentos. Modelo Estrutural II. Veículos TB-45.

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Deslocamento (mm)	
		Vão Central	Balanço
6	4,5	13,500	10,790
5	6,0	9,695	7,728
4	7,5	7,883	6,347
3	10,5	8,472	6,824
2	15,0	5,234	5,013

Novamente nota-se que há coerência com os resultados obtidos na análise estática de momentos fletores que foi demonstrada para os comboios de veículos tipo TB-12.

Nota-se ainda que o comboio composto por seis veículos já carrega a ponte com momento fletor positivo superior ao indicado pela análise da Norma Brasileira [1] já considerando o coeficiente de impacto. O que demonstra novamente que a classe da ponte não indica a sua resistência a um carregamento de comboio daquele veículo que determina sua classe.

Porém, para esta estrutura isostática, a resposta do momento fletor negativo contempla um carregamento de seis veículos TB-45 sobre a ponte.

Mais uma vez a análise de esforço cortante mostra, a exemplo do ocorrido na de momento fletor, que o cálculo simplificado pela Norma Brasileira [1] não abrange um possível carregamento de um comboio denso se deslocando a baixa velocidade sobre o tabuleiro. Entretanto, o dimensionamento da seção novamente agrega uma reserva de resistência ao esforço cortante (Tabela 6.6), pelas mesmas razões apresentadas anteriormente.

O mesmo raciocínio pode ser aplicado para o deslocamento, onde apesar da análise estática proposta já fornecer valores superiores aos obtidos pela metodologia da NBR 7187 [1], acaba por se tornar pouco significativo em relação ao limite de deslocamento da estrutura (Tabela 6.6).

6.5. Resultados Encontrados na Análise Dinâmica

6.5.1. Generalidades e Métodos

Desenvolve-se uma análise paramétrica com o objetivo de se avaliar os efeitos dinâmicos provenientes das irregularidades superficiais existentes no tabuleiro sobre o comportamento das pontes rodoviárias e suas conseqüências sobre as atitudes correntes de projeto. A metodologia de análise é desenvolvida no domínio do tempo de acordo com um modelo estatístico [9] e [10], conforme explicado em detalhes no capítulo três desta dissertação.

O modelo matemático é concebido de forma a simular o conjunto do veículo e do tabuleiro, denominado neste trabalho de sistema veículo-ponte. Simula-se o tabuleiro das obras de arte por uma viga modelada com base em elementos finitos de barra unidimensionais e discretizada com massas concentradas e flexibilidade distribuída.

São considerados dois modelos distintos para representar os veículos do comboio na análise paramétrica, com dois ou três eixos, todos simulados por sistemas de massas, molas e amortecedores e descritos por graus de liberdade à translação e rotação no plano.

As irregularidades da pista são definidas por um modelo matemático não-determinístico, com base na densidade espectral do perfil do pavimento, obtida experimentalmente [9]. São empregados três tipos de pavimentos, associados a pistas de qualidade excelente, média e ruim [10].

O carregamento sobre a superestrutura das pontes é constituído por uma sucessão infinita de veículos, igualmente espaçados e deslocando-se com velocidade constante sobre o tabuleiro. Este tipo de simulação do carregamento dinâmico aponta para a obtenção da resposta das pontes na fase permanente, de interesse especial para análises de fadiga dessas estruturas.

São estudadas as respostas dos modelos estruturais, com base em tabuleiros isostáticos e hiperestáticos de concreto armado, com e sem balanços, em seção do tipo múltiplo "T", em termos de deslocamentos e esforços nas seções onde ocorrem os efeitos máximos.

6.5.2. Comportamento Geral do Sistema

Neste item são avaliados os efeitos de irregularidades superficiais no tabuleiro sobre o comportamento de pontes rodoviárias submetidas à passagem de veículos no domínio do tempo. Deste modo, realiza-se um estudo paramétrico com base na variação dos sistemas estruturais (ME-I e ME-II), da velocidade e espaçamento entre veículos e da qualidade do pavimento.

Convém chamar a atenção do leitor para o fato de que, em termos qualitativos, as respostas dinâmicas dos modelos analisados, ao longo do tempo, basicamente, possuem o mesmo aspecto. Assim sendo, de forma a limitar o espaço, são apresentadas apenas as respostas no tempo para pistas com qualidade excelente, obtidas com base no emprego de um dos comboios de veículos do tipo TB-12 para cada modelo estrutural apresentado, tomando-se sempre por referência o comboio que gerar maiores amplificações dinâmicas no sistema.

6.5.2.1. Modelo Estrutural I – ME-I

Considerando-se o modelo de viga hiperestática, em três vãos, projetado em concreto armado com o comprimento total de 52,5m, designado por Modelo Estrutural I (ME-I), apresentado na Figura 4.4, simula-se o tráfego de um comboio de 5 (cinco) veículos tipo TB-12 [34], utilizando o programa GDYNABT [36].

Os resultados obtidos para a resposta dinâmica do sistema veículo-ponte, ao longo do tempo, são apresentados nas Figuras 6.8 a 6.11, para momentos fletores positivos (nó central do vão central), momentos fletores negativos (nó sobre o apoio esquerdo do vão central), reações verticais do apoio esquerdo do vão central e deslocamentos no meio do vão central, respectivamente.

Os gráficos a seguir, Figuras 6.8 a 6.11 apresentam no eixo das abscissas o Fator de Amplificação Dinâmico (FAD), dado pela relação entre o valor da grandeza dinâmica e seu correspondente valor estático máximo, a cada instante t , onde t é o tempo decorrido na análise dinâmica, e no eixo das ordenadas a relação t/t_1 , onde t_1 é o tempo de travessia de um veículo do comboio a uma determinada velocidade.

Todos os gráficos referem-se ao comboio de 5 veículos tipo TB-12 [34] e qualidade de pista excelente, visto que todos os gráficos apresentam basicamente a mesma configuração qualitativa, apenas variando de um para outro as amplitudes dos Fatores de Amplificação Dinâmicos. Para esta análise específica foi utilizada apenas uma amostra de irregularidade superficial, de forma a ilustrar o comportamento geral do sistema veículo-ponte.

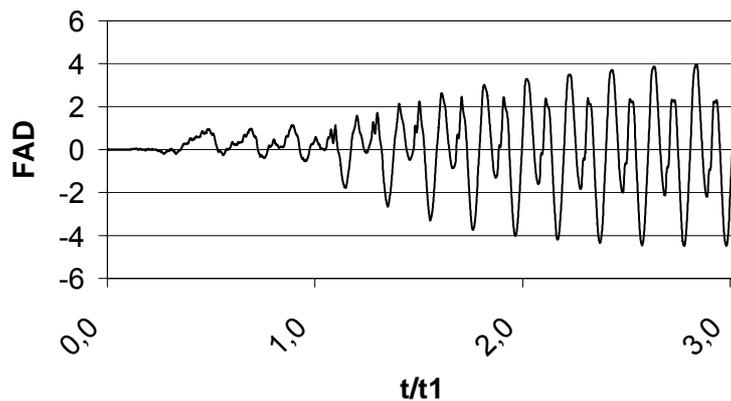


Figura 6.8 – Momento Fletor Positivo na seção central do ME-I para o Comboio de 5 veículos TB-12 [34]

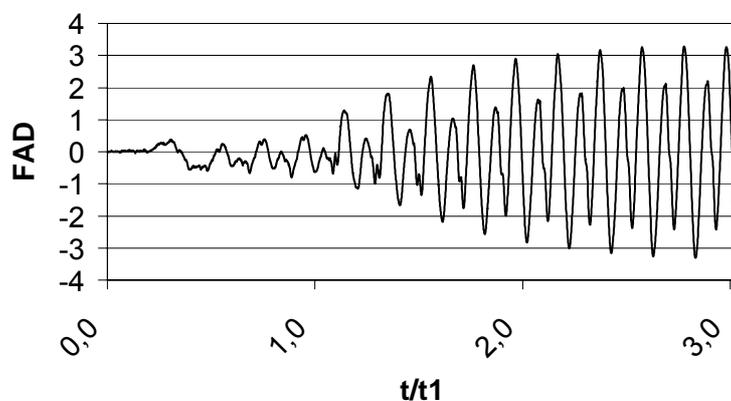


Figura 6.9 – Momento Fletor Negativo na seção de apoio do ME-I para o Comboio de 5 veículos TB-12 [34]

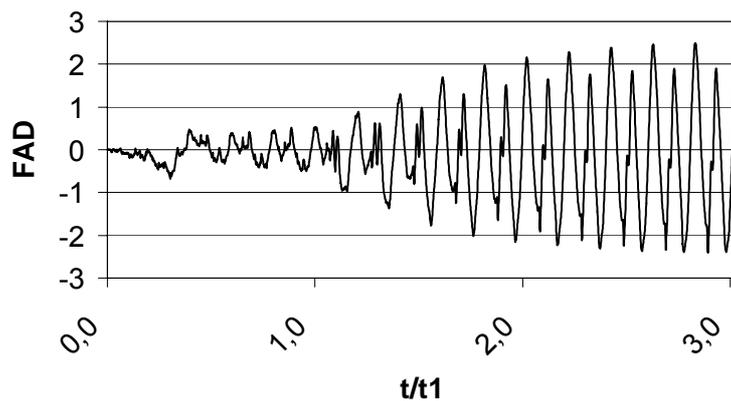


Figura 6.10 – Esforço Cortante na seção de apoio do ME-I para o Comboio de 5 veículos TB-12 [34]

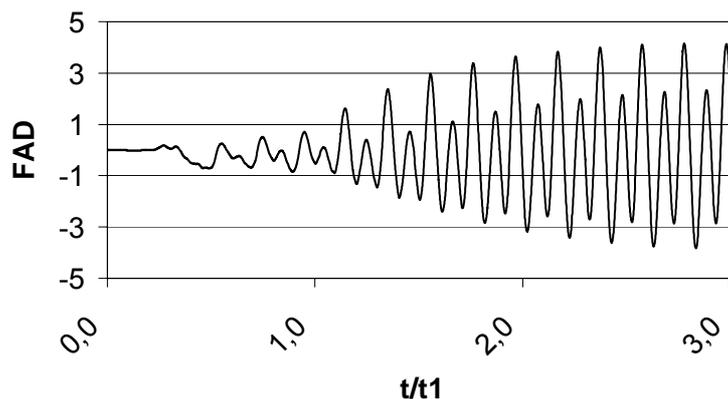


Figura 6.11 –Deslocamento na seção central do ME-I para o Comboio de 5 veículos TB-12

Inicialmente, pode-se relembrar os resultados obtidos de pesquisas anteriores [22] e [33], onde foi demonstrado que as amplificações para pontes rodoviárias em geral, devidas ao efeito da mobilidade dos veículos não são muito elevadas, sendo próximas da unidade ($FAD \approx 1$).

Analisando-se os gráficos das Figuras 6.8 a 6.11, nota-se, inicialmente, que aquelas amplificações crescem drasticamente, até 400%, se considerarmos, ainda, o efeito dinâmico produzido pelas irregularidades da pista correspondentes a um pavimento de qualidade excelente.

Claramente, constata-se que as ações devidas às irregularidades da pista são mais severas que as da mobilidade da carga, chegando mesmo a ultrapassar com boa margem as produzidas pela presença estática dos veículos.

Verifica-se, também, que os valores máximos da resposta do sistema veículo-ponte ocorrem na fase permanente dos gráficos, Figuras 6.8 a 6.11, onde observa-se a nítida predominância de um período de 0,44 s ($T_0=0,44s$), associado a uma frequência de travessia dos veículos (ou de excitação) igual a 2,26Hz ($f_t=2,26Hz$). Este período de 0,44s correspondente ao tempo de travessia entre dois veículos subseqüentes do comboio, ou seja: $T_0= L_{ev}/v$, onde L_{ev} representa o espaçamento entre veículos subseqüentes do comboio, neste caso 13,5m, e v corresponde a velocidade dos veículos, conforme mostrado na Figura 4.10. A frequência de 2,26Hz corresponde, praticamente, a primeira frequência natural do sistema, f_{01} (2,30Hz), indicando que este comboio em particular provoca ressonância, no que tange a esta frequência do sistema veículo-viga ($f_t = f_{01}$).

Constata-se na fase transiente de todos os gráficos, a sucessiva entrada na ponte dos veículos do comboio, pelas mudanças bruscas da curva nos instantes em que esses veículos encontram-se na posição correspondente à distância que os separa dos veículos anteriores. Assim sendo, as curvas representativas da resposta

do sistema deslocam-se para a direita com amplificações bem mais elevadas, até que as pontes estejam completamente carregadas e os sistemas atinjam a fase permanente da resposta.

Pode-se observar que a fase transiente do sistema, para este caso específico de carregamento, estende-se até o instante em que o último veículo do segundo comboio passa sobre o último nó da estrutura, ou seja, quando o tempo t é igualado ao dobro do tempo t_1 que o carregamento leva para ocupar plenamente a estrutura. Após esse tempo de carregamento inicial a fase permanente predomina na estrutura, onde pode-se então observar as respostas do sistema.

Por fim, verifica-se que amplificação das ações devidas apenas à qualidade da pista de rolamento já são mais severas que o coeficiente de impacto preconizado na NBR 7187 [1], chegando a atingir valores da ordem de 4 (quatro). O que implica um FAD de 5 (cinco) quando adiciona-se a amplificação das ações devida ao peso dos veículos, em contraposição a um coeficiente de impacto [1] de no máximo 1,4 e, para esta ponte, foi calculado em 1,16.

6.5.2.2. Modelo Estrutural II – ME-II

Considerando-se agora o Modelo Estrutural II (ME-II), constituído por um vão central de 24,00m e dois balanços de 6,00m, isostático, como ilustrado na Figura 4.5, simula-se o tráfego de um comboios de 6 (seis) veículos tipo TB-12, lembrando que este comboio foi escolhido por se tratar daquele que gerou valores de Fator de Amplificação Dinâmico (FAD) mais significativos, e que toda esta simulação foi feita utilizando-se o programa GDYNABT [36].

Os resultados para comboios são apresentados nas Figuras 6.12 a 6.16 para momentos fletores positivos (nó central do vão central), momentos fletores negativos (nó sobre o apoio esquerdo do vão central), reações verticais do apoio esquerdo do vão central, deslocamentos no meio do vão central e deslocamentos translacionais verticais do nó de extremidade do balanço, respectivamente.

Todos os gráficos referem-se ao comboio de 6 (seis) veículos do tipo TB-12, previsto pela Norma Brasileira NBR 7188 [34] e qualidade de pista excelente, visto que todos os gráficos apresentam basicamente a mesma aparência do ponto de vista qualitativo dos resultados, variando de um para outro os valores das amplitudes dos Fatores de Amplificação Dinâmicos (FAD's). Assim para não tornar massiva a apresentação de resultados que serviriam apenas para ilustrar a repetição da configuração de resposta dinâmica do sistema veículo-ponte, foram suprimidos os demais gráficos.

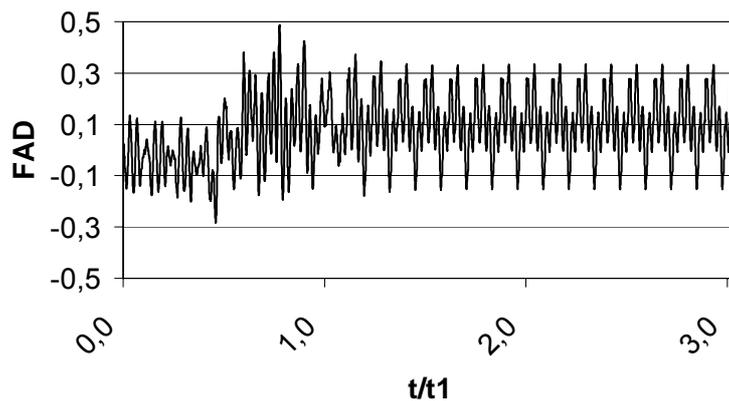


Figura 6.12 – Momento Fletor Positivo na seção central do ME-II para o Comboio de 6 veículos TB-12

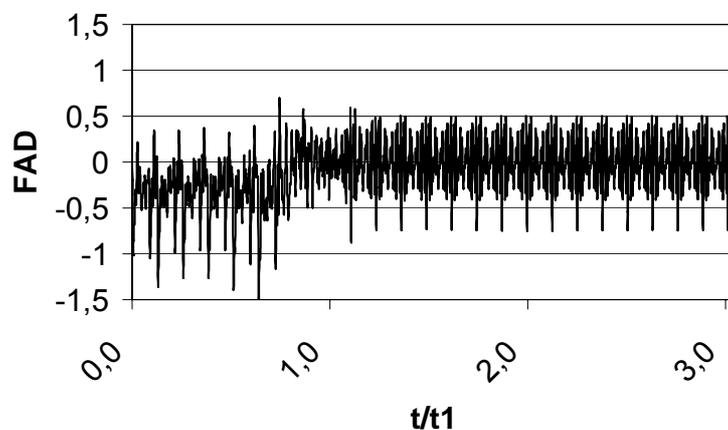


Figura 6.13 – Momento Fletor Negativo na seção de apoio do ME-II para o Comboio de 6 veículos TB-12

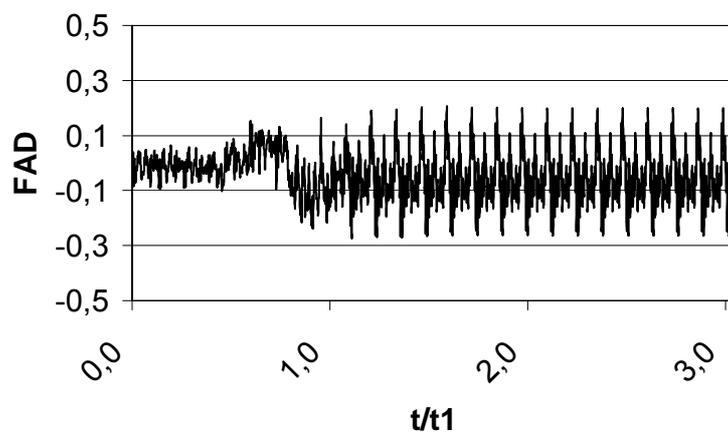


Figura 6.14 – Esforço Cortante na seção de apoio do ME-II para o Comboio de 6 veículos TB-12

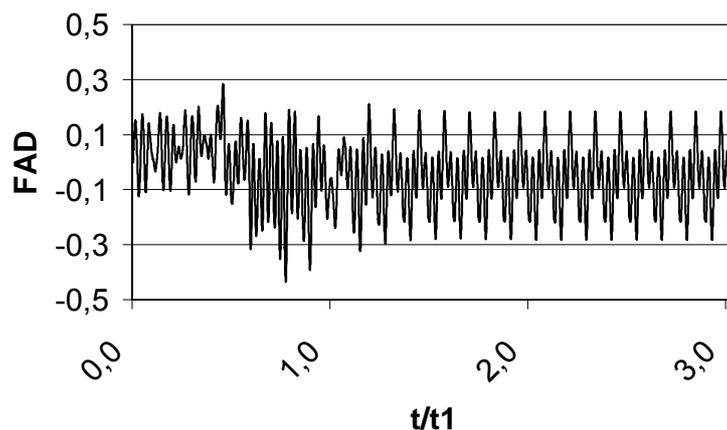


Figura 6.15 – Deslocamento na seção central do ME-II para o Comboio de 6 veículos TB-12

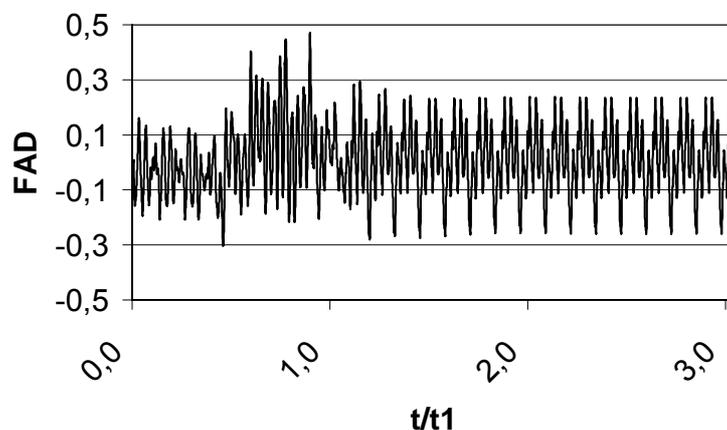


Figura 6.16 – Deslocamento na seção de extremidade do balanço do ME-II para o Comboio de 6 veículos TB-12

Constata-se que as ações devidas às irregularidades da pista podem atingir valores mais severos que as da mobilidade da carga, chegando mesmo a ultrapassar com alguma margem, as produzidas pela presença estática dos veículos.

Verifica-se, também, que os valores máximos da resposta do sistema veículo-ponte ocorrem na transição da fase transiente para a fase permanente dos gráficos, Figuras 6.12 a 6.16, sendo na fase permanente onde observa-se a nítida predominância de um período de 0,81s ($T_0=0,81s$), associado a uma frequência de travessia dos veículos (ou de excitação) igual a 1,23Hz ($f_t=1,23Hz$). Este período de 0,81s correspondente ao tempo de travessia entre dois veículos subseqüentes do comboio, ou seja: $T_0 = L_{ev}/v$, onde L_{ev} representa o espaçamento entre veículos subseqüentes do comboio, neste caso 7,5m, e v corresponde a velocidade dos veículos, conforme mostrado na Figura 4.12. Neste caso, pode-se observar que esta

freqüência não está associada a nenhuma freqüência natural do sistema veículo-ponte, não resultando, portanto, em uma situação de ressonância.

Observa-se nos gráficos, a sucessiva entrada de veículos na ponte, dadas as mudanças bruscas da curva nos instantes em que esses veículos encontram-se na posição correspondente à distância que os separa dos veículos anteriores. Assim sendo, as curvas representativas da resposta do sistema deslocam-se para a direita com ampliações bem mais elevadas, até que as pontes estejam completamente carregadas e os sistemas atinjam a fase permanente da resposta.

Pode-se observar que a fase transiente do sistema termina no momento em que o último veículo do primeiro comboio passa sobre o último nó da estrutura, ou seja, quando o tempo t é igualado ao tempo t_1 que o carregamento leva para ocupar plenamente a estrutura. Após esse tempo de carregamento inicial, a fase permanente predomina na estrutura, onde observam-se as respostas do sistema. Nota-se que as ampliações são significativas, ainda que considerando apenas o efeito dinâmico produzido pela irregularidade da pista.

Finalmente, verifica-se que os fatores de amplificação das ações devidas apenas às irregularidades das pistas não são mais severos que o coeficiente de impacto preconizado na NBR 7187 [1], entretanto quando adiciona-se a amplificação das ações devida ao peso dos veículos chega-se a valores de até 1,90 em contraposição a um coeficiente de impacto [1] de no máximo 1,4 e que no presente caso foi calculado em 1,23 para os efeitos no vão central e em 1,32 para o deslocamento na extremidade do balanço.

6.5.3. Análise Estatística dos Resultados

Passa-se agora para a análise estatística. É feita a apresentação de tabelas mostrando os efeitos máximos médios para as seções principais dos modelos estruturais (seção no meio do vão central, seção de apoio e seção de extremo de balanço), considerando-se as pontes com a superfície do tabuleiro irregular utilizando uma qualidade de pista excelente e apenas os fatores de amplificação dinâmicos relativos às irregularidades da pista, desta forma a introdução do FAD relativo à parcela da massa dos veículos é feita pela soma de uma unidade ao FAD relativo às irregularidades, obtendo-se desta forma o FAD total.

As Tabelas 6.19 a 6.27 apresentam os resultados da análise com base nos valores do fator de amplificação máximo médio, FAD, definido pela relação entre os efeitos dinâmicos máximos médios, $E[R]$, e os efeitos estáticos; onde R representa uma variável genérica da resposta do sistema. São apresentadas, ainda, a média

quadrática, $E[R^2]$, a variância, σ_R^2 , e o desvio padrão, σ_R , todos associados à resposta do sistema.

Na presente análise, calculam-se os valores do Fator de Amplificação Dinâmico Máximo Médio (FAD), a partir de uma média dos valores das amplificações máximas, obtidas com base na travessia de cada comboio de veículos sobre o tabuleiro das obras de arte, considerando-se par tal cinqüenta amostras de irregularidades distintas [22] e [33]. Tal procedimento será adotado ao longo do restante de toda a dissertação.

Calcula-se a média estatística dos valores máximos da resposta na fase permanente, $E[R]$, em valor absoluto, utilizando-se a expressão:

$$E[R] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r_i \quad (6.8)$$

onde R é uma variável genérica da resposta do sistema e N o número de irregularidades utilizadas na análise. Obtém-se, ainda, a variância, σ_R^2 , e o desvio padrão, σ_R :

$$\sigma_R^2 = E[R^2] - \{E[R]\}^2 \quad (6.9)$$

$$\sigma_R = \sqrt{\sigma_R^2} = \sqrt{E[R^2] - \{E[R]\}^2} \quad (6.10)$$

onde $E[R^2]$ representa a média quadrática da resposta do sistema veículo-viga, sendo obtida pela expressão:

$$E[R^2] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r_i^2 \quad (6.11)$$

São apresentados apenas os resultados para os comboios de veículos TB-12, por serem os mais freqüentes no trânsito brasileiro e o pavimento de qualidade excelente, pois, conforme será demonstrado a seguir, as demais qualidades de pavimento geram esforços excessivamente altos para os padrões de projeto.

6.5.3.1. Modelo Estrutural I - ME-I

Considerando-se o modelo de viga hiperestática de 52,5m, dividida, em três vãos, sendo o vão central de 34,5m, designado por Modelo Estrutural I (ME-I), ilustrado na Figura 4.4, simula-se o tráfego de cinco comboios de veículos tipo TB-12 distintos, utilizando o programa GDYNABT [36].

Os resultados para comboios são apresentados na Tabela 6.19 para momentos fletores positivos (nó central do vão central), na Tabela 6.20 para momentos fletores negativos (nó sobre o apoio esquerdo do vão central), na Tabela 6.21 para esforços cortantes na seção sobre o apoio esquerdo do vão central e na Tabela 6.22 para deslocamentos no meio do vão central.

Tabela 6.19 – Momentos Fletores Positivos. Modelo Estrutural I.

Veículos TB-12. Análise Estatística

Comboio	FAD	E[M] (kN.m)	E[M ²] (kN ² .m ²)	σ_M^2 (kN ² .m ²)	$\sqrt{\sigma_M^2}$ (kN.m)	$\frac{\sqrt{\sigma_M^2}}{E[M]}$
4 veículos 120km/h	1,64	3.108,60	9,79E+06	1,24E+05	352,00	11%
5 veículos 110km/h	2,09	2.165,80	5,07E+06	3,76E+05	613,00	28%
6 veículos 100km/h	0,73	1.749,30	3,10E+06	4,02E+04	201,00	11%
7 veículos 80km/h	0,60	4.254,25	1,85E+07	4,47E+05	212,00	5%
8 veículos 20km/h	0,57	1.720,80	3,05E+06	8,53E+04	292,00	17%

Tabela 6.20 – Momentos Fletores Negativos. Modelo Estrutural I.

Veículos TB-12. Análise Estatística

Comboio	FAD	E[M] (kN.m)	E[M ²] (kN ² .m ²)	σ_M^2 (kN ² .m ²)	$\sqrt{\sigma_M^2}$ (kN.m)	$\frac{\sqrt{\sigma_M^2}}{E[M]}$
4 veículos 120km/h	1,35	3.648,00	1,33E+07	3,27E+04	181,00	5%
5 veículos 110km/h	1,94	2.245,10	5,18E+06	1,41E+05	376,00	17%
6 veículos 100km/h	0,60	2.648,60	7,02E+06	9,43E+03	97,10	4%
7 veículos 80km/h	0,56	4.675,50	2,19E+07	1,82E+04	135,00	3%
8 veículos 20km/h	0,55	1.887,00	3,58E+06	2,21E+04	149,00	8%

Tabela 6.21 – Esforços Cortantes. Modelo Estrutural I.

Veículos TB-12. Análise Estatística

Comboio	FAD	E[Q] (kN)	E[Q ²] (kN ²)	σ_Q^2 (kN ²)	$\sqrt{\sigma_Q^2}$ (kN)	$\frac{\sqrt{\sigma_Q^2}}{E[Q]}$
4 veículos 120km/h	1,23	3.648,00	4,15E+05	5,15E+03	72,00	11%
5 veículos 110km/h	1,57	2.245,10	2,48E+05	9,44E+03	97,10	20%
6 veículos 100km/h	0,79	2.648,60	3,13E+05	3,70E+03	60,90	11%
7 veículos 80km/h	0,63	4.675,50	9,08E+05	2,92E+03	54,00	6%
8 veículos 20km/h	0,52	1.887,00	1,92E+05	3,39E+03	58,30	13%

Tabela 6.22 – Deslocamentos. Modelo Estrutural I.

Veículos TB-12. Análise Estatística

Comboio	FAD	E[V] (mm)	E[V ²] (mm ²)	σ_V^2 (mm ²)	$\sqrt{\sigma_V^2}$ (mm)	$\frac{\sqrt{\sigma_V^2}}{E[V]}$
4 veículos 120km/h	1,40	2,56	6,56	0,006	0,080	3%
5 veículos 110km/h	1,93	1,47	2,17	0,009	0,095	6%
6 veículos 100km/h	0,52	1,27	1,62	0,007	0,084	7%
7 veículos 80km/h	0,47	3,27	10,70	0,007	0,084	3%
8 veículos 20km/h	0,49	1,26	1,59	0,002	0,049	4%

Observa-se ainda que todas as tabelas apresentam os resultados, referentes à resposta do sistema veículo-viga, com base na geração de 50 amostras de irregularidades definidas segundo o modelo não-determinístico, conforme o capítulo três desta dissertação.

Dentro do propósito desta análise, focalizam-se, agora, os valores dos fatores de amplificação máximos médios, FAD, que representam a relação entre os efeitos dinâmicos máximos médios e os efeitos estáticos, Tabelas 6.19 a 6.22.

Verifica-se, novamente, que as ações dinâmicas provenientes exclusivamente das irregularidades superficiais com qualidade da pista excelente, Tabelas 6.19 a 6.22, representam parcela considerável na resposta do sistema veículo-ponte, chegando mesmo a ultrapassar, em determinados casos, as produzidas pela mobilidade da carga [22, 33] e, também, as ações estáticas devidas ao peso das viaturas. O problema cresce de importância no caso de irregularidades superficiais com qualidade da pista ruim, conforme foi verificado ao logo desta investigação e será apresentado no item 6.5.4 deste capítulo.

Os fatores de amplificação que incluem os efeitos da mobilidade da carga e das irregularidades da pista de qualidade excelente, atuando em conjunto, crescem consideravelmente com relação aos devidos, exclusivamente, ao efeito da mobilidade da carga, indicando, mais uma vez, a importância da consideração dos efeitos dinâmicos provenientes das irregularidades superficiais, em pista de qualidade inferior, sobre o comportamento dos tabuleiros rodoviários.

6.5.3.2. Modelo Estrutural II – ME-II

Considerando-se agora o Modelo Estrutural II (ME-II), viga isostática com balanços, constituído por um vão central de 24,0m e dois balanços de 6,0m, como apresentado no Capítulo 4, Figura 4.5, simula-se o tráfego de cinco comboios distintos de veículos TB-12, utilizando o programa GDYNABT [36].

Os resultados para comboios de veículos TB-12 são apresentados nas Tabelas 6.23 a 6.27 para momentos fletores positivos (nó central do vão central), para momentos fletores negativos (nó sobre o apoio esquerdo do vão central), para esforços cortantes na seção sobre o apoio esquerdo do vão central, para deslocamentos no meio do vão central e para deslocamentos no extremo do balanço, respectivamente.

Tabela 6.23 – Momentos Fletores Positivos. Modelo Estrutural II.

Veículos TB-12. Análise Estatística

Comboio	FAD	E[M] (kN.m)	E[M ²] (kN ² .m ²)	σ_M^2 (kN ² .m ²)	$\sqrt{\sigma_M^2}$ (kN.m)	$\frac{\sqrt{\sigma_M^2}}{E[M]}$
2 veículos 120km/h	1,05	2.854,50	8,29E+06	1,42E+05	377,00	13%
3 veículos 110km/h	0,98	1.890,00	3,71E+06	1,38E+05	372,00	20%
4 veículos 100km/h	0,45	1.437,80	2,08E+06	1,68E+04	130,00	9%
5 veículos 80km/h	0,35	1.234,95	1,55E+06	2,00E+04	142,00	11%
6 veículos 20km/h	0,45	1.416,44	2,05E+06	3,94E+04	198,00	14%

Tabela 6.24 – Momentos Fletores Negativos. Modelo Estrutural II.

Veículos TB-12. Análise Estatística

Comboio	FAD	E[M] (kN.m)	E[M ²] (kN ² .m ²)	σ_M^2 (kN ² .m ²)	$\sqrt{\sigma_M^2}$ (kN.m)	$\frac{\sqrt{\sigma_M^2}}{E[M]}$
2 veículos 120km/h	0,83	1.224,00	1,51E+06	1,30E+04	114,00	9%
3 veículos 110km/h	0,94	1.134,00	1,31E+06	2,72E+04	165,00	15%
4 veículos 100km/h	0,62	1.026,00	1,12E+06	6,35E+04	79,70	8%
5 veículos 80km/h	0,56	1.025,81	1,06E+06	9,89E+03	99,40	10%
6 veículos 20km/h	0,79	972	9,95E+05	5,05E+04	225,00	23%

Tabela 6.25 – Esforços Cortantes. Modelo Estrutural II.

Veículos TB-12. Análise Estatística

Comboio	FAD	E[Q] (kN)	E[Q ²] (kN ²)	σ_Q^2 (kN ²)	$\sqrt{\sigma_Q^2}$ (kN)	$\frac{\sqrt{\sigma_Q^2}}{E[Q]}$
2 veículos 120km/h	1,82	481,78	2,34E+05	2,15E+03	46,40	10%
3 veículos 110km/h	1,08	380,25	1,47E+05	2,07E+03	45,40	12%
4 veículos 100km/h	0,56	379,68	1,45E+05	7,00E+02	26,50	7%
5 veículos 80km/h	0,46	414,00	1,77E+05	5,51E+03	23,40	6%
6 veículos 20km/h	0,46	612,00	3,86E+05	1,17E+04	34,30	6%

Tabela 6.26 – Deslocamentos no Vão Central. Modelo Estrutural II.

Veículos TB-12. Análise Estatística

Comboio	FAD	E[v] (mm)	E[v ²] (mm ²)	σ_v^2 (mm ²)	$\sqrt{\sigma_v^2}$ (mm)	$\frac{\sqrt{\sigma_v^2}}{E[v]}$
2 veículos 120km/h	1,14	4,30	18,50	0,010	0,100	2%
3 veículos 110km/h	0,93	3,33	11,09	0,001	0,033	1%
4 veículos 100km/h	0,39	3,12	9,74	0,006	0,075	2%
5 veículos 80km/h	0,31	2,07	4,29	0,005	0,071	3%
6 veículos 20km/h	0,44	2,59	6,71	0,002	0,044	2%

Tabela 6.27 – Deslocamentos no Extremo do Balanço Modelo Estrutural II.

Veículos TB-12. Análise Estatística

Comboio	FAD	$E[v]$ (mm)	$E[v^2]$ (mm ²)	σ_v^2 (mm ²)	$\sqrt{\sigma_v^2}$ (mm)	$\frac{\sqrt{\sigma_v^2}}{E[v]}$
2 veículos 120km/h	0,96	3,71	13,77	0,006	0,077	2%
3 veículos 110km/h	0,88	2,85	8,13	0,008	0,087	3%
4 veículos 100km/h	0,40	2,66	7,08	0,004	0,066	2%
5 veículos 80km/h	0,33	1,92	3,69	0,004	0,060	3%
6 veículos 20km/h	0,49	2,96	8,77	0,008	0,092	3%

Concentra-se agora a atenção do leitor sobre os valores do fator de amplificação máximo médio, FAD, que representa a relação entre os efeitos dinâmicos máximos médios e os efeitos estáticos, descritos nas Tabelas 6.23 a 6.27.

Nota-se, novamente, que as ações dinâmicas provenientes exclusivamente das irregularidades superficiais com qualidade da pista excelente, Figura 3.8, representam uma parcela significativa na resposta do sistema veículo-ponte, chegando mesmo a ultrapassar, em determinados casos, as produzidas pela mobilidade da carga. A questão torna-se de maior relevância no caso de qualidade de pista ruim, conforme foi verificado ao longo desta investigação e será apresentado no item 6.5.4 deste capítulo.

Os FAD's que incluem os efeitos da mobilidade da carga e das irregularidades da pista de qualidade excelente, atuando em conjunto, crescem consideravelmente com relação aos devidos, exclusivamente, ao efeito da mobilidade da carga, indicando, mais uma vez, a importância de se levar em conta os efeitos dinâmicos provenientes das irregularidades superficiais, em pista de qualquer qualidade, sobre o comportamento dos tabuleiros rodoviários.

6.5.4. Variação do Fator de Amplificação Dinâmico (FAD) de acordo com a Qualidade do Pavimento

6.5.4.1. Modelo Estrutural I – ME-I

Considerando-se o modelo de viga contínua, em três vãos, projetado em concreto armado com o comprimento de vão central de 34,5m e comprimento total de obra de arte de 52,5m, designado por Modelo Estrutural I (ME-I), Figura 4.4, simula-se o tráfego de onze comboios distintos, utilizando o programa GDYNABT [36].

Os Fatores de Amplificação Dinâmicos (FAD's) para comboios de veículo TB-12 são apresentados na Tabela 6.28 para momentos fletores máximos positivos, na Tabela 6.29 para momentos fletores máximos negativos, na Tabela 6.30 para cortantes máximos e na Tabela 6.31 para deslocamentos máximos.

Destaca-se que o Fator de Amplificação Dinâmico Máximo Médio (FAD) é definido pela relação entre os efeitos dinâmicos máximos médios (esforços e deslocamentos) e os efeitos estáticos na seção do sistema estrutural considerada na análise. Para tal, são consideradas cinquenta amostras de irregularidades superficiais distintas, como já explicado anteriormente.

É conveniente utilizar-se o Fator de Amplificação Dinâmico Máximo Médio (FAD), já que o mesmo exprime uma quantidade integral, no tempo e no espaço, que pode bem representar as diversas variações e singularidades do problema em estudo; isto porque existe uma afinidade destacada entre a definição do FAD e a metodologia utilizada, na prática de projeto, para cálculo das diversas grandezas determinantes do dimensionamento. Assim, o FAD pode prestar-se a uma crítica às recomendações da NBR 7187 [1].

Vale ressaltar que o momento fletor máximo positivo encontra-se no meio do vão central e que o momento fletor máximo negativo encontra-se sobre o segundo apoio deste modelo estrutural. Assim por se tratarem de pontos diferentes, possuem FAD's distintos também.

Tabela 6.28 – Momentos Positivos. Modelo Estrutural I.**Veículos TB-12. Análise de FAD**

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Velocidade (km/h)	FAD		
			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim
8	4,5	20	1,80	3,21	5,42
7	6,0	80	1,70	3,34	5,67
6	7,5	100	1,70	3,88	6,77
5	10,5	110	5,50	9,11	17,23
4	15,0	120	3,00	6,30	14,54

Tabela 6.29 – Momentos Negativos. Modelo Estrutural I.**Veículos TB-12. Análise de FAD**

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Velocidade (km/h)	FAD		
			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim
8	4,5	20	1,60	2,90	4,79
7	6,0	80	1,30	2,93	4,86
6	7,5	100	1,90	3,24	5,48
5	10,5	110	4,50	7,44	13,87
4	15,0	120	2,50	7,77	11,61

Tabela 6.30 – Esforços Cortantes. Modelo Estrutural I.**Veículos TB-12. Análise de FAD**

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Velocidade (km/h)	FAD		
			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim
8	4,5	20	1,30	2,85	4,71
7	6,0	80	1,30	3,19	5,38
6	7,5	100	1,80	3,75	6,51
5	10,5	110	4,00	7,73	14,45
4	15,0	120	2,40	6,13	11,26

Tabela 6.31 – Deslocamentos. Modelo Estrutural I.

Veículos TB-12. Análise de FAD

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Velocidade (km/h)	FAD		
			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim
8	4,5	20	1,70	2,95	4,91
7	6,0	80	1,30	2,87	4,75
6	7,5	100	1,40	3,06	5,11
5	10,5	110	5,00	8,67	16,34
4	15,0	120	2,70	6,65	12,31

Observando-se os valores dos FAD's mostrados nas Tabelas 6.28 a 6.31, percebe-se, claramente, o nível bastante elevado das amplificações existentes sobre as obras de arte rodoviárias analisadas, mesmo considerando-se pavimentos de qualidade excelente, algo difícil de encontrar-se nas rodovias e pontes do país. Percebe-se que à medida que a qualidade do pavimento diminui essas amplificações aumentam drasticamente, denotando que o problema em questão é grave e que o coeficiente de impacto da norma brasileira de pontes [1] necessita de uma revisão.

Como já é conhecido da comunidade científica que estuda o problema [22, 23, 27, 31, 35], o FAD não é função exclusiva da velocidade e/ou do número de veículos, pois podem ser observados níveis de amplificações distintos com a variação destes parâmetros, conforme é ilustrado nas Tabelas 6.28 a 6.31.

Na realidade o FAD depende de uma possível condição de ressonância que ocorre quando a frequência proveniente da excitação (comboio de veículos) é igual ou mesmo próxima de uma das frequências naturais do sistema veículo-ponte. Sob essas condições, o tabuleiro atingirá uma situação em que predomina a fase permanente da resposta, que incorpora repetições de valores extremos, de interesse direto para uma análise de fadiga do material [38].

Os casos investigados nesta dissertação o tabuleiro das obras de arte não foi colocado propositalmente em ressonância com a excitação dinâmica proveniente das viaturas, o que demonstra que essas amplificações, bastante elevadas, podem surgir, correntemente, em situações reais da prática de projeto. Percebe-se, também, que essas amplificações (deslocamentos e esforços) variam de acordo com o número de veículos do comboio, velocidade dos veículos e qualidade da pista.

Por outro lado, constata-se que a linha das Tabelas 6.28 a 6.31, correspondente ao comboio de cinco veículos com velocidade de 110km/h certamente

encontra-se associada a uma condição de ressonância em relação ao sistema veículo-ponte, conforme verificação feita ($f_t = f_{02}$), pois apresenta as maiores amplificações da presente análise (Veículos TB-12).

Deste modo, a amplificação máxima média no ME-I, Figura 4.4, considerando-se um pavimento de qualidade excelente e somente para os comboios TB-12 considerados nesta análise, Tabelas 6.28 a 6.31, ocorre quando a velocidade dos veículos é igual a 110 km/h. Estes valores de amplificação são iguais a 5,5 para o momento fletor positivo, 4,5 para o momento fletor negativo, 4,0 para o esforço cortante e 5,0 para o deslocamento translacional vertical. Portanto, como mencionado anteriormente, essas amplificações são muito elevadas.

A causa de tal magnitude referente as amplificações foi abordada e analisada anteriormente no item 6.5.3, onde mostrou-se a proximidade do valor da frequência de carregamento e do valor da frequência natural do sistema veículo-ponte, denotando-se desta forma uma situação de ressonância ($f_t = f_{02}$).

São apresentadas, na seqüência do texto, as Tabelas 6.32 a 6.35, referentes aos valores dos FAD's obtidos mediante o emprego dos comboios de veículos TB-45. Evidentemente, a análise dos resultados, basicamente, é a mesma, modificando-se apenas o peso e o número de eixos dos veículos.

Tendo em vista que a análise estática dos esforços resultantes da passagem dos comboios TB-45 já eleva sobremaneira os valores de cálculo e que os FAD's para qualidade de pista excelente também sobrepujam os valores estabelecido para coeficiente de impacto do modelo estrutural em questão, são analisados apenas o FAD's para qualidade de pista excelente e apenas o comboio de dois veículos TB-45, que foi o comboio que menos carregou a estrutura, foi analisado para as qualidades de pista média e ruim.

Tabela 6.32 – Momentos Positivos. Modelo Estrutural I.

Veículos TB-45. Análise de FAD

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Velocidade (km/h)	FAD		
			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim
8	4,5	20	1,30	-	-
7	6,0	80	1,80	-	-
6	7,5	100	1,70	-	-
5	10,5	110	2,80	-	-
4	15,0	120	2,30	-	-
2	30,0	120	2,73	7,92	14,84

Tabela 6.33 – Momentos Negativos. Modelo Estrutural I.**Veículos TB-45. Análise de FAD**

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Velocidade (km/h)	FAD		
			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim
8	4,5	20	1,20	-	-
7	6,0	80	1,80	-	-
6	7,5	100	1,50	-	-
5	10,5	110	2,60	-	-
4	15,0	120	2,30	-	-
2	30,0	120	2,30	8,74	16,48

Tabela 6.34 – Esforços Cortantes. Modelo Estrutural I.**Veículos TB-45. Análise de FAD**

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Velocidade (km/h)	FAD		
			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim
8	4,5	20	1,30	-	-
7	6,0	80	1,50	-	-
6	7,5	100	1,70	-	-
5	10,5	110	2,80	-	-
4	15,0	120	2,70	-	-
2	30,0	120	2,70	6,72	12,44

Tabela 6.35 – Deslocamentos. Modelo Estrutural I.**Veículos TB-45. Análise de FAD**

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Velocidade (km/h)	FAD		
			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim
8	4,5	20	1,20	-	-
7	6,0	80	1,40	-	-
6	7,5	100	1,70	-	-
5	10,5	110	2,90	-	-
4	15,0	120	2,00	-	-
2	30,0	120	2,00	8,75	16,50

Analisando-se os valores dos Fatores de Amplificação Dinâmicos Máximos Médios mostrados nas Tabelas 6.32 a 6.35, percebe-se, claramente, o elevado nível de amplificação atuante nas obras de arte rodoviárias analisadas, ainda que considerando-se apenas os pavimentos de qualidade excelente. Percebe-se que com a deterioração do pavimento essas amplificações aumentam exponencialmente, denotando que o problema em questão é grave.

Estudos recentes da comunidade científica que estuda o problema [22, 23, 27, 31, 35], já demonstram que o FAD não é função exclusiva da velocidade e/ou do número de veículos, pois podem ser observados níveis de amplificações distintos com a variação destes parâmetros, fato que é reiterado pelos resultados apresentados nas Tabelas 6.32 a 6.35.

Vale ressaltar que nos casos investigados nesta dissertação o sistema estrutural das obras de arte não foi colocado propositalmente em ressonância com a excitação dinâmica proveniente da passagem dos comboios de veículos, o que demonstra que essas amplificações, bastante elevadas, podem surgir, corriqueiramente, em situações da prática de projeto. No modelo estrutural (ME-I), por exemplo, para os comboios de veículos TB-45 [34] empregados na presente análise, a condição de ressonância não ocorre.

Percebe-se, também, que essas amplificações, tanto de deslocamentos quanto de esforços, variam de acordo com os parâmetros analisados, ou seja, o número de veículos do comboio, velocidade dos veículos e qualidade da pista. Dentre os comboios de veículos TB-45, o comboio de cinco veículos com velocidade de 110km/h, já não encontra-se associada a uma condição de ressonância em relação ao sistema veículo-ponte, como estava o comboio de cinco veículos TB-12, pois a primeira frequência natural do sistema veículo-ponte é diferente em função do veículo ser um TB-12 ou um TB-45, dadas suas distintas características de massa, rigidez e amortecimento. Assim o comboio de cinco veículos apresenta a mesma ordem de grandeza de amplificações das demais análises (Veículos TB-45).

Deste modo, a amplificação máxima média ME-I, Figura 4.4, considerando-se um pavimento de qualidade excelente e somente para os comboios TB-45 considerados nesta análise, Tabelas 6.32 a 6.35, ocorre quando a velocidade dos veículos é igual a 110 km/h. Estes valores de amplificação são iguais a 2,8 para o momento fletor positivo, 2,6 para o momento fletor negativo, 2,8 para o esforço cortante e 2,9 para o deslocamento translacional vertical. Portanto, como mencionado anteriormente, essas amplificações são muito elevadas.

6.5.4.2. Modelo Estrutural II – ME-II

Considerando-se, agora, o modelo de viga biapoiada, projetado em concreto armado com o comprimento de vão central de 24m, dois balanços extremos de 6m cada e comprimento total de obra de arte de 36m, designado por Modelo Estrutural II (ME-II), apresentado na Figura 4.5, simula-se o tráfego de dez comboios distintos, utilizando o programa GDYNABT [36]. Repete-se, novamente, que são empregadas cinquenta amostras de irregularidades superficiais distintas [22 e 33].

Os Fatores de Amplificação Dinâmicos (FAD's) para comboios de veículo TB-12 são apresentados na Tabela 6.36 para momentos fletores máximos positivos, na Tabela 6.37 para momentos fletores máximos negativos, na Tabela 6.38 para cortantes máximos, na Tabela 6.39 para deslocamentos máximos no meio do vão central e na Tabela 6.40 para deslocamentos máximos na extremidade do balanço.

Tabela 6.36 – Momentos Positivos. Modelo Estrutural II.

Veículos TB-12. Análise de FAD

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Velocidade (km/h)	FAD		
			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim
6	4,5	20	1,50	2,80	3,59
5	6,0	80	1,40	2,42	2,83
4	7,5	100	1,30	4,59	3,59
3	10,5	110	1,50	4,85	7,70
2	30,0	120	1,70	5,21	8,43

Tabela 6.37 – Momentos Negativos. Modelo Estrutural II.

Veículos TB-12. Análise de FAD

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Velocidade (km/h)	FAD		
			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim
6	4,5	20	1,70	7,04	12,06
5	6,0	80	2,10	4,12	8,25
4	7,5	100	1,90	9,64	8,64
3	10,5	110	1,90	5,82	9,64
2	30,0	120	1,80	4,52	7,04

Tabela 6.38 – Esforços Cortantes. Modelo Estrutural II.**Veículos TB-12. Análise de FAD**

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Velocidade (km/h)	FAD		
			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim
6	4,5	20	1,3	2,92	3,84
5	6,0	80	1,3	5,96	9,91
4	7,5	100	1,6	9,88	8,88
3	10,5	110	2,3	6,09	10,18
2	30,0	120	3,4	6,16	10,31

Tabela 6.39 – Deslocamentos na Seção Central. Modelo Estrutural II.**Veículos TB-12. Análise de FAD**

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Velocidade (km/h)	FAD		
			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim
6	4,5	20	1,2	2,77	3,55
5	6,0	80	1,3	2,21	2,43
4	7,5	100	1,5	4,08	3,08
3	10,5	110	1,4	4,66	7,32
2	30,0	120	1,7	5,42	8,84

Tabela 6.40 – Deslocamentos no Extremo do Balanço. Modelo Estrutural II.**Veículos TB-12. Análise de FAD**

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Velocidade (km/h)	FAD		
			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim
6	4,5	20	1,3	2,96	3,93
5	6,0	80	1,4	2,72	3,43
4	7,5	100	1,6	4,89	3,89
3	10,5	110	1,6	5,60	9,19
2	30,0	120	1,9	6,21	10,42

Por observação dos valores dos FAD's mostrados nas Tabelas 6.36 a 6.40, percebem-se níveis bastante elevados de amplificações sobre as obras de arte

rodoviárias estudadas, mesmo considerando-se pavimentos de qualidade excelente, do mesmo modo como na ponte anterior.

Percebe-se que à medida que a qualidade do pavimento decai, essas amplificações aumentam significativamente, denotando que o problema em questão é relevante. Na realidade o FAD depende da razão entre a frequência proveniente da excitação (comboio de veículos) e as frequências naturais do sistema veículo-ponte, quanto mais próxima for esta relação da unidade, maiores serão as amplificações, o que indica uma situação de possível ressonância.

Sob essas condições, o tabuleiro atingirá uma situação tal em que predomina a fase permanente da resposta, que incorpora repetições de valores extremos, interessantes para uma análise de fadiga do material [38].

Lembra-se, novamente, que nos casos investigados nesta dissertação o tabuleiro das obras de arte não foi colocado propositalmente em ressonância com a excitação dinâmica proveniente das viaturas, o que demonstra que essas amplificações, bastante elevadas, podem surgir, correntemente, em situações reais da prática de projeto, independentemente de uma situação de ressonância.

Essas amplificações de deslocamentos e esforços variam de acordo com o número de veículos do comboio, velocidade dos veículos e qualidade da pista, que foram parâmetros variados, gerando várias respostas distintas.

Assim, a amplificação máxima no ME-II, Figura 4.5, considerando-se um pavimento de qualidade excelente e somente para os comboios TB-12 considerados nesta análise, Tabelas 6.36 a 6.40, ocorre quando a velocidade dos veículos é igual a 120 km/h. Estes valores de amplificação são iguais a 1,7 para o momento fletor positivo, 1,8 para o momento fletor negativo, 3,4 para o esforço cortante, 1,7 para o deslocamento translacional vertical na seção central e 1,9 para o deslocamento na seção de extremidade do balanço. Portanto, como mencionado anteriormente, essas amplificações são muito elevadas.

São apresentadas, na seqüência do texto, as Tabelas 6.41 a 6.45, referentes aos valores dos FAD's para momentos fletores positivos, momentos fletores negativos, esforços cortantes, deslocamentos na seção central e deslocamentos no extremo do balanço, respectivamente, obtidos mediante o emprego dos comboios de veículos TB-45. A análise dos resultados, basicamente, é a mesma, modificando-se apenas o peso e o número de eixos das viaturas dos comboios.

Tendo em vista que a análise estática dos esforços resultantes da passagem dos comboios TB-45 já eleva sobremaneira os valores de cálculo e que os FAD's para qualidade de pista excelente também superam os valores estabelecidos para coeficiente de impacto do modelo estrutural em questão, são analisados apenas o

FAD's para qualidade de pista excelente, sendo apenas o comboio de dois veículos TB-45 analisado para as qualidades de pista média e ruim.

Tabela 6.41 – Momentos Positivos. Modelo Estrutural II.

Veículos TB-45. Análise de FAD

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Velocidade (km/h)	FAD		
			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim
6	4,5	20	1,20	-	-
5	6,0	80	1,30	-	-
4	7,5	100	1,40	-	-
3	10,5	110	2,20	-	-
2	30,0	120	1,90	6,27	10,53

Tabela 6.42 – Momentos Negativos. Modelo Estrutural II.

Veículos TB-45. Análise de FAD

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Velocidade (km/h)	FAD		
			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim
6	4,5	20	1,70	-	-
5	6,0	80	2,30	-	-
4	7,5	100	1,70	-	-
3	10,5	110	4,00	-	-
2	30,0	120	2,10	5,28	8,56

Tabela 6.43 – Esforços Cortantes. Modelo Estrutural II.

Veículos TB-45. Análise de FAD

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Velocidade (km/h)	FAD		
			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim
6	4,5	20	1,30	-	-
5	6,0	80	1,60	-	-
4	7,5	100	1,70	-	-
3	10,5	110	2,40	-	-
2	30,0	120	3,00	8,28	14,57

Tabela 6.44 – Deslocamentos na Seção Central. Modelo Estrutural II.

Veículos TB-45. Análise de FAD

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Velocidade (km/h)	FAD		
			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim
6	4,5	20	1,20	-	-
5	6,0	80	1,30	-	-
4	7,5	100	1,60	-	-
3	10,5	110	2,40	-	-
2	30,0	120	1,90	6,69	11,40

Tabela 6.45 – Deslocamentos no Extremo do Balanço. Modelo Estrutural II.

Veículos TB-45. Análise de FAD

Número de Veículos	Espaçamento entre Veículos (m)	Velocidade (km/h)	FAD		
			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim
6	4,5	20	1,20	-	-
5	6,0	80	1,30	-	-
4	7,5	100	1,80	-	-
3	10,5	110	2,80	-	-
2	30,0	120	2,00	7,62	13,25

Nota-se nas Tabelas 6.41 a 6.45, o elevado grau de amplificação dinâmica nas pontes rodoviárias analisadas, ainda que utilizando-se pavimentos de qualidade excelente. Percebe-se que conforme a deterioração do pavimento se desenvolve, essas amplificações aumentam substancialmente, denotando que a questão é grave.

O FAD depende de uma possível condição de ressonância que ocorre quando a frequência proveniente da excitação (comboio de veículos) é igual ou mesmo próxima da frequência fundamental do sistema veículo-ponte. Portanto, nos casos investigados nesta dissertação o tabuleiro das obras de arte não foi colocado propositalmente em ressonância com a excitação dinâmica proveniente das viaturas, o que demonstra que essas amplificações, bastante elevadas, podem surgir em situações reais.

Sob essas condições, o tabuleiro atingirá uma situação em que predomina a fase permanente da resposta, que incorpora repetições de valores extremos, de interesse direto para uma análise de fadiga do material [38].

Observa-se, ainda, que as amplificações (deslocamentos e esforços) variam de acordo com o número de veículos do comboio, velocidade dos veículos e qualidade da pista. Dentre os comboios de veículos TB-45, o comboio de três veículos com velocidade de 110km/h, provavelmente encontra-se associado a uma condição de ressonância em relação ao sistema veículo-ponte, pois apresenta ordem de grandeza de amplificações superior à das demais análises (Veículos TB-45).

Deste modo, a amplificação máxima no ME-II, Figura 4.5, considerando-se um pavimento de qualidade excelente e somente para os comboios TB-45 considerados nesta análise, Tabelas 6.41 a 6.45, ocorre quando a velocidade dos veículos é igual a 110 km/h. Estes valores de amplificação são iguais a 2,2 para o momento fletor positivo, 4,0 para o momento fletor negativo, 2,4 para o esforço cortante, 2,4 para o deslocamento translacional vertical na seção central e 2,8 para o deslocamento na seção de extremidade do balanço. Portanto, como mencionado anteriormente, essas amplificações são muito elevadas.

6.5.5.Verificações sobre a Prática Corrente de Projeto

6.5.5.1. Generalidades

Neste item da dissertação pretende-se confrontar os valores das amplificações dinâmicas encontradas ao longo da análise com aquelas obtidas pela metodologia simplificada preconizada pela NBR 7187 [1]. Considera-se uma razão ψ , definido como sendo a relação entre o efeito de projeto da Norma Brasileira [1] e o efeito dinâmico máximo médio (esforços e deslocamentos) obtido na investigação. Para tal, são consideradas cinquenta amostras de irregularidades superficiais distintas [22 e 33]. Desta forma é possível verificar quais os sistemas estruturais que encontram-se dimensionados de modo a resistir às cargas aplicadas.

6.5.5.2. Modelo Estrutural I – ME-I

Considerando-se primeiramente o Modelo Estrutural I, em viga hiperestática, de três vãos, conforme Figura 4.4, simula-se o tráfego de onze comboios distintos, utilizando o programa GDYNABT [36]. As Tabelas 6.46 a 6.49 apresentam, respectivamente, os valores dos momentos fletores máximos positivos, momentos fletores máximos negativos, esforços cortantes máximos e deslocamentos máximos na seção central, provenientes da análise dinâmica dos modelos considerando-se para tal a superfície irregular do tabuleiro.

Estes valores são confrontados com a razão ψ , correspondente às grandezas da reposta dinâmica do sistema veículo-ponte, sendo definido pela relação entre o efeito máximo calculado via recomendações da NBR 7187 [1] e o respectivo efeito dinâmico máximo médio oriundo da análise do sistema.

Tabela 6.46 – Momento Fletor Positivo e Razão ψ . Modelo Estrutural I.
Veículo TB-12. Análise Dinâmica

Número de Veículos	Velocidade (km/h)	Momento Positivo NBR (kN.m)	Momento Positivo Dinâmico (kN.m)			ψ		
			Qualidade da Pista			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim	Excelente	Média	Ruim
8	20	5.373,00	3.108,60	5.543,67	9.360,34	1,73	0,97	0,57
7	80		2.165,80	4.255,16	7.223,58	2,48	1,26	0,74
6	100		1.749,30	3.992,52	6.966,33	3,07	1,35	0,77
5	110		4.254,25	7.046,59	13.327,41	1,26	0,76	0,40
4	120		1.720,80	3.613,68	8.340,14	3,12	1,49	0,64

Tabela 6.47 – Momento Fletor Negativo e Razão ψ . Modelo Estrutural I.

Veículo TB-12. Análise Dinâmica

Número de Veículos	Velocidade (km/h)	Momento Negativo NBR (kN.m)	Momento Positivo Dinâmico (kN.m)			ψ		
			Qualidade da Pista			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim	Excelente	Média	Ruim
8	20	6.735,00	3.648,00	6.612,00	10.921,20	1,85	1,02	0,62
7	80		2.245,10	5.060,11	8.393,22	3,00	1,33	0,80
6	100		2.648,60	4.516,56	7.639,12	2,54	1,49	0,88
5	110		4.675,50	7.730,16	14.410,93	1,44	0,87	0,47
4	120		1.887,00	5.864,80	8.763,23	3,57	1,15	0,77

Tabela 6.48 – Esforço Cortante e Razão ψ . Modelo Estrutural I.

Veículo TB-12. Análise Dinâmica

Número de Veículos	Velocidade (km/h)	Cortante NBR (kN)	Cortante Dinâmico (kN)			ψ		
			Qualidade da Pista			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim	Excelente	Média	Ruim
8	20	1.245,00	639,99	1.403,06	2.318,73	1,95	0,89	0,54
7	80		488,67	1.199,12	2.022,34	2,55	1,04	0,62
6	100		555,84	1.158,00	2.010,29	2,24	1,08	0,62
5	110		951,20	1.838,19	3.436,21	1,31	0,68	0,36
4	120		433,92	1.108,30	2.035,81	2,87	1,12	0,61

Tabela 6.49 – Deslocamento na Seção Central e Razão ψ . Modelo Estrutural I.

Veículo TB-12. Análise Dinâmica

Número de Veículos	Velocidade (km/h)	Deslocamento NBR (mm)	Deslocamento Dinâmico (mm)			ψ		
			Qualidade da Pista			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim	Excelente	Média	Ruim
8	20	3,90	2,56	4,43	7,38	1,52	0,88	0,53
7	80		1,47	3,24	5,36	2,65	1,20	0,73
6	100		1,27	2,78	4,65	3,07	1,40	0,84
5	110		3,27	5,68	10,70	1,19	0,69	0,36
4	120		1,26	3,11	5,75	3,10	1,25	0,68

Observando-se os resultados apresentados nas Tabelas 6.46 a 6.49, percebe-se nitidamente que para pistas de qualidade excelente a razão ψ , é maior do que a unidade ($\Psi > 1$), indicando que a estrutura resiste, até com certa folga, aos esforços induzidos pela ação dinâmica dos comboios distintos trafegando sobre a superfície irregular do tabuleiro. No que tange a pavimentos de qualidade média a situação começa a se modificar, pois nos casos em que os comboios de oito e cinco veículos, que trafegam com velocidades de 20km/h e 110km/h, respectivamente, tem-se que $\Psi < 1$, o que não é recomendável.

Deve-se ressaltar que o ME-I, Figura 4.4, foi dimensionado de acordo com a NBR 7187 [1], ou seja, foram empregados veículos pesados (TB-45, 450kN) para este fim. Todavia, destaca-se, com base nos resultados mostrados na Tabela 6.46, que a parcela de resistência estrutural destinada a carga móvel é sobrepujada pelos

comboios de veículos associados ao TB-12, mesmo para pavimentos de qualidade regular. Por outro lado, como já era esperado, na medida em que a pista sofre deteriorações passando a ter uma qualidade de pavimento ruim, percebe-se que em todos os casos, associados aos comboios utilizados com uma larga faixa de velocidade (20km/h até 120km/h) os valores de Ψ são sempre inferiores a unidade ($\Psi < 1$), o que pode ser o indicativo de que os critérios da Norma Brasileira [1] devem ser revistos.

Certamente, as ações mais severas transmitidas aos tabuleiros das pontes são ocasionadas pela ocorrência de irregularidades superficiais correspondendo, em situações extremas referentes ao caso em questão, relacionadas a pavimentos de qualidade inferior, a cerca de três vezes os valores admitidos em projeto.

Pode-se adiantar uma conclusão desta investigação, no sentido de que propor recomendações de projeto para tais solicitações seria antieconômico e fora de propósito. Assim sendo, recomenda-se como uma solução importante para o problema realizar uma conservação permanente, preventiva e corretiva do pavimento dos tabuleiros das obras de arte.

Seguindo-se o mesmo procedimento, as Tabelas 6.50 a 6.53 apresentam os resultados encontrados com a utilização de comboios de veículos TB-45 [34], a saber: momentos fletores máximos positivos, momentos fletores máximos negativos, esforços cortantes máximos e deslocamentos máximos na seção central.

Os valores são confrontados com o razão ψ , correspondente às grandezas da reposta dinâmica do sistema veículo-ponte, sendo definido pela relação entre o efeito máximo calculado via recomendações da NBR 7187 [1] e o respectivo efeito dinâmico máximo médio oriundo da análise.

Tabela 6.50 – Momento Fletor Positivo e Razão ψ . Modelo Estrutural I.

Veículo TB-45. Análise Dinâmica								
Número de Veículos	Velocidade (km/h)	Momento Positivo NBR (kN.m)	Momento Positivo Dinâmico (kN.m)			ψ		
			Qualidade da Pista			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim	Excelente	Média	Ruim
8	20	5.373,00	8.229,00	-	-	0,65	-	-
7	80		8.618,40	-	-	0,62	-	-
6	100		6.526,30	-	-	0,82	-	-
5	110		8.212,40	-	-	0,65	-	-
4	120		5.000,20	-	-	1,07	-	-
2	120		5.020,47	14.564,88	27.290,76	1,07	0,37	0,20

Tabela 6.51 – Momento Fletor Negativo e Razão ψ . Modelo Estrutural I.

Veículo TB-45. Análise Dinâmica

Número de Veículos	Velocidade (km/h)	Momento Negativo NBR (kN.m)	Momento Negativo Dinâmico (kN.m)			ψ		
			Qualidade da Pista			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim	Excelente	Média	Ruim
8	20	6.735,00	10.212,00	-	-	0,66	-	-
7	80		11.694,60	-	-	0,58	-	-
6	100		7.885,50	-	-	0,85	-	-
5	110		10.181,60	-	-	0,66	-	-
4	120		6.541,20	-	-	1,03	-	-
2	120		4.632,20	17.602,36	33.190,72	1,45	0,38	0,20

Tabela 6.52 – Esforço Cortante e Razão ψ . Modelo Estrutural I.

Veículo TB-45. Análise Dinâmica

Número de Veículos	Velocidade (km/h)	Cortante NBR (kN)	Cortante Dinâmico (kN)			ψ		
			Qualidade da Pista			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim	Excelente	Média	Ruim
8	20	1.245,00	2,158,00	-	-	0,58	-	-
7	80		1.947,00	-	-	0,64	-	-
6	100		1.836,00	-	-	0,68	-	-
5	110		2.341,64	-	-	0,53	-	-
4	120		1.733,94	-	-	0,72	-	-
2	120		1.245,24	3.099,26	5.737,33	1,00	0,40	0,22

Tabela 6.53 – Deslocamento na Seção Central e Razão ψ . Modelo Estrutural I.

Veículo TB-45. Análise Dinâmica

Número de Veículos	Velocidade (km/h)	Deslocamento NBR (mm)	Deslocamento Dinâmico (mm)			ψ		
			Qualidade da Pista			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim	Excelente	Média	Ruim
8	20	3,90	6,77	-	-	0,58	-	-
7	80		5,93	-	-	0,66	-	-
6	100		5,81	-	-	0,67	-	-
5	110		7,13	-	-	0,55	-	-
4	120		3,51	-	-	1,11	-	-
2	120		2,70	11,82	22,29	1,44	0,33	0,17

Observando-se os resultados apresentados nas Tabelas 6.50 a 6.53, percebe-se nitidamente que para pistas de qualidade excelente a razão ψ , já é menor do que a unidade ($\Psi < 1$), o que não é recomendado.

Deve-se ressaltar que o ME-I, Figura 4.4, foi dimensionado de acordo com a NBR 7187 [1], ou seja, foram empregados veículos pesados (TB-45, 450kN) para este fim. Todavia, destaca-se, com base nos resultados mostrados nas Tabelas 6.50 a 6.53, que a parcela de resistência estrutural destinada a carga móvel já é superada pelos comboios de veículos associados ao TB-45, mesmo para pavimentos de qualidade excelente.

E como é esperado, na medida em que a pista sofre deteriorações passando a ter uma qualidade de pavimento média ou ruim, percebe-se que em todos os casos, associados aos comboios utilizados com uma larga faixa de velocidade (20km/h até 120km/h) os valores de Ψ são sempre inferiores a unidade ($\Psi < 1$), o que pode ser o indicativo de que os critérios da Norma Brasileira [1] devem ser revistos.

Certamente, as ações mais severas transmitidas aos tabuleiros das pontes são ocasionadas pela ocorrência de irregularidades superficiais correspondendo, em situações extremas referentes ao caso em questão, relacionadas a pavimentos de qualidade inferior, a cerca de três vezes os valores admitidos em projeto.

Pode-se adiantar uma conclusão desta investigação, no sentido de que propor recomendações de projeto para tais solicitações seria antieconômico e totalmente fora de propósito. Assim sendo, recomenda-se como uma solução importante para o problema realizar uma conservação permanente, preventiva e corretiva.

Vale lembrar que as resistências da seção ao esforço cortante e ao deslocamento possuem valores maiores que os de cálculo, conforme apresenta-se na Tabela 6.4, dado o fato de serem os momentos fletores positivos e negativos os esforços dimensionantes da seção, assim os parâmetros críticos desta análise são os momentos positivos e negativos dinâmicos médios máximos, apresentados nas Tabelas 6.52 e 6.53, cuja supremacia sobre a capacidade resistente do sistema estrutural pode gerar problemas de deformação excessiva, abertura de fissuras quando da introdução da carga acidental e sobrecarga da armadura quando tomado o limite de tensão adequado para evitar a ruptura por fadiga [38].

6.5.5.3. Modelo Estrutural II – ME-II

Considerando-se agora o Modelo Estrutural II, em viga isostática biapoiada com balanços, conforme Figura 4.5, simula-se o tráfego de onze comboios distintos, utilizando o programa GDYNABT [36].

As Tabelas 6.54 a 6.58 apresentam, respectivamente, os valores dos momentos fletores máximos positivos, momentos fletores máximos negativos, esforços cortantes máximos, deslocamentos máximos na seção central e deslocamentos máximos na extremidade do balanço, provenientes da análise dinâmica dos modelos considerando-se para tal a superfície irregular do tabuleiro.

Estes valores são confrontados com a razão ψ , definida pela relação entre o efeito máximo calculado via recomendações da NBR 7187 [1] e o respectivo efeito dinâmico máximo médio oriundo da análise dinâmica do sistema.

Deve-se ressaltar que o ME-II, Figura 4.5, foi dimensionado de acordo com a NBR 7187 [1], onde foram empregados veículos pesados tipo TB-45, com peso total de 450kN para este fim.

Todavia, destaca-se, com base nos resultados mostrados nas Tabelas 6.54 a 6.58, que a parcela de resistência estrutural destinada a carga móvel é ultrapassada pelos comboios de veículos associados ao TB-12, mesmo para alguns pavimentos de qualidade média.

Tabela 6.54 – Momento Fletor Positivo e Razão ψ . Modelo Estrutural II.

Veículo TB-12. Análise Dinâmica

Número de Veículos	Velocidade (km/h)	Momento Positivo NBR (kN.m)	Momento Positivo Dinâmico (kN.m)			ψ		
			Qualidade da Pista			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim	Excelente	Média	Ruim
6	20	6.000,00	2.854,50	5.328,40	6.831,77	2,10	1,13	0,88
5	80		1.890,00	3.267,00	3.820,50	3,17	1,84	1,57
4	100		1.437,80	5.076,54	3.970,54	4,17	1,18	1,51
3	110		1.234,95	3.993,01	6.339,41	4,86	1,50	0,95
2	120		1.416,44	4.340,97	7.023,88	4,24	1,38	0,85

Tabela 6.55 – Momento Fletor Negativo e Razão ψ . Modelo Estrutural II.

Veículo TB-12. Análise Dinâmica

Número de Veículos	Velocidade (km/h)	Momento Negativo NBR (kN.m)	Momento Negativo Dinâmico (kN.m)			ψ		
			Qualidade da Pista			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim	Excelente	Média	Ruim
6	20	2.770,00	1.224,00	5.068,80	8.683,20	2,26	0,55	0,32
5	80		1.134,00	2.224,80	4.455,00	2,44	1,25	0,62
4	100		1.026,00	5.205,60	4.665,60	2,70	0,53	0,59
3	110		1.025,81	3.142,22	5.204,64	2,70	0,88	0,53
2	120		972,00	2.440,80	3.801,60	2,85	1,13	0,73

Tabela 6.56 – Esforço Cortante e Razão ψ . Modelo Estrutural II.

Veículo TB-12. Análise Dinâmica

Número de Veículos	Velocidade (km/h)	Cortante NBR (kN)	Cortante Dinâmico (kN)			ψ		
			Qualidade da Pista			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim	Excelente	Média	Ruim
6	20	1.440,00	481,78	1.082,15	1.423,10	2,99	1,33	1,01
5	80		380,25	1.743,30	2.898,68	3,79	0,83	0,50
4	100		379,68	2.344,52	2.107,22	3,79	0,61	0,68
3	110		414,00	1.096,20	1.832,40	3,48	1,31	0,79
2	120		612,00	1.108,80	1.855,80	2,35	1,30	0,78

Tabela 6.57 – Deslocamento na Seção Central e Razão ψ .

Modelo Estrutural II. Veículo TB-12. Análise Dinâmica

Número de Veículos	Velocidade (km/h)	Deslocamento NBR (mm)	Deslocamento Dinâmico (mm)			ψ		
			Qualidade da Pista			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim	Excelente	Média	Ruim
6	20	9,62	4,30	9,93	12,73	2,24	0,97	0,76
5	80		3,33	5,67	6,23	2,89	1,70	1,54
4	100		3,12	8,49	6,41	3,08	1,13	1,50
3	110		2,07	6,90	10,84	4,64	1,39	0,89
2	120		2,59	8,27	13,49	3,71	1,16	0,71

Tabela 6.58 – Deslocamento no Extremo do Balanço e Razão ψ .

Modelo Estrutural II. Veículo TB-12. Análise Dinâmica

Número de Veículos	Velocidade (km/h)	Deslocamento NBR (mm)	Deslocamento Dinâmico (mm)			ψ		
			Qualidade da Pista			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim	Excelente	Média	Ruim
6	20	4,51	3,71	8,46	11,23	1,21	0,53	0,40
5	80		2,85	5,54	6,98	1,58	0,81	0,65
4	100		2,66	8,14	6,47	1,69	0,55	0,70
3	110		1,92	6,71	11,01	2,35	0,67	0,41
2	120		2,96	9,68	16,24	1,52	0,47	0,28

Observando-se os resultados advindos das Tabelas 6.54 a 6.58, percebe-se nitidamente que para pistas de qualidade excelente a razão ψ , é maior do que a unidade ($\Psi > 1$), indicando que a estrutura resiste, até com certa folga, aos esforços induzidos pela ação dinâmica dos comboios distintos trafegando sobre a superfície irregular do tabuleiro. No que tange a pavimentos de qualidade média a situação começa a se modificar, pois em alguns casos tem-se que $\Psi < 1$, o que não é recomendável. Conseqüentemente, na medida em que a pista sofre deteriorações passando a ter uma qualidade de pavimento ruim, percebe-se que via de regra, utilizando uma larga faixa de velocidade (20km/h até 120km/h), os valores de Ψ são inferiores a unidade ($\Psi < 1$), o que pode ser o indicativo de que os critérios da Norma Brasileira [1] devem ser revistos.

Certamente, as ações mais severas transmitidas aos tabuleiros das pontes são ocasionadas pela ocorrência de irregularidades superficiais correspondendo, em situações extremas referentes ao caso em questão, relacionadas a pavimentos de qualidade inferior, a cerca de três vezes os valores admitidos em projeto.

Passando agora para a análise dos resultados encontrados com a utilização de comboios de veículos TB-45 [34], as Tabelas 6.59 a 6.63 apresentam, respectivamente, os valores dos momentos fletores máximos positivos, momentos fletores máximos negativos, esforços cortantes máximos, deslocamentos máximos na seção central e deslocamentos máximos na extremidade do balanço, provenientes da análise dinâmica dos modelos considerando-se para tal a superfície irregular do tabuleiro. Estes valores são confrontados com a razão ψ , definido pela relação entre o momento fletor máximo positivo calculado via recomendações da NBR 7187 [1] e o respectivo momento fletor oriundo da análise dinâmica do sistema.

Tabela 6.59 – Momento Fletor Positivo e Razão ψ .

Modelo Estrutural II. Veículo TB-45. Análise Dinâmica

Número de Veículos	Velocidade (km/h)	Momento Positivo NBR (kN.m)	Momento Positivo Dinâmico (kN.m)			ψ		
			Qualidade da Pista			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim	Excelente	Média	Ruim
6	20	6.000,00	8.528,40	-	-	0,70	-	-
5	80		6.744,40	-	-	0,89	-	-
4	100		5.832,40	-	-	1,03	-	-
3	110		9.937,40	-	-	0,60	-	-
2	120		5.618,30	18.540,39	31.137,21	1,07	0,32	0,19

Tabela 6.60 – Momento Fletor Negativo e Razão ψ .

Modelo Estrutural II. Veículo TB-45. Análise Dinâmica

Número de Veículos	Velocidade (km/h)	Momento Negativo NBR (kN.m)	Momento Negativo Dinâmico (kN.m)			ψ		
			Qualidade da Pista			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim	Excelente	Média	Ruim
6	20	6.735,00	3.869,20	-	-	0,72	-	-
5	80		4.657,50	-	-	0,59	-	-
4	100		3.442,50	-	-	0,80	-	-
3	110		8.100,00	-	-	0,34	-	-
2	120		4.252,50	10.692,00	17.334,00	0,65	0,26	0,16

Tabela 6.61 – Esforço Cortante e Razão ψ .

Modelo Estrutural II. Veículo TB-45. Análise Dinâmica

Número de Veículos	Velocidade (km/h)	Cortante NBR (kN)	Cortante Dinâmico (kN)			ψ		
			Qualidade da Pista			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim	Excelente	Média	Ruim
6	20	1.440,00	1.644,50	-	-	0,88	-	-
5	80		1.575,84	-	-	0,91	-	-
4	100		1.436,16	-	-	1,00	-	-
3	110		2.027,04	-	-	0,71	-	-
2	120		1.379,10	3.806,32	6.697,83	1,04	0,38	0,21

Tabela 6.62 – Deslocamento na Seção Central e Razão ψ .

Modelo Estrutural II. Veículo TB-45. Análise Dinâmica

Número de Veículos	Velocidade (km/h)	Deslocamento NBR (mm)	Deslocamento Dinâmico (mm)			ψ		
			Qualidade da Pista			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim	Excelente	Média	Ruim
6	20	9,62	16,20	-	-	0,59	-	-
5	80		12,60	-	-	0,76	-	-
4	100		12,61	-	-	0,76	-	-
3	110		20,33	-	-	0,47	-	-
2	120		9,94	35,02	59,51	0,97	0,27	0,16

Tabela 6.63 – Deslocamento no Extremo do Balanço e Razão ψ .

Modelo Estrutural II. Veículo TB-45. Análise Dinâmica

Número de Veículos	Velocidade (km/h)	Deslocamento NBR (mm)	Deslocamento Dinâmico (mm)			ψ		
			Qualidade da Pista			Qualidade da Pista		
			Excelente	Média	Ruim	Excelente	Média	Ruim
6	20	4,51	12,95	-	-	0,35	-	-
5	80		10,05	-	-	0,45	-	-
4	100		11,42	-	-	0,39	-	-
3	110		19,11	-	-	0,24	-	-
2	120		10,03	38,20	66,42	0,45	0,12	0,07

Observando-se os resultados apresentados nas Tabelas 6.59 a 6.63, percebe-se nitidamente que para pistas de qualidade excelente a razão ψ , já é menor do que a unidade ($\psi < 1$), o que não é recomendado.

Deve-se ressaltar que o ME-II, Figura 4.5, foi dimensionado de acordo com a NBR 7187 [1], ou seja, foram empregados veículos pesados (TB-45, 450kN) para este fim. Todavia, destaca-se, com base nos resultados mostrados nas Tabelas 6.59 a 6.63, que a parcela de resistência estrutural destinada a carga móvel é superada pela carga dos comboios de veículos associados ao TB-45, mesmo para pavimentos de qualidade excelente.

E na medida em que a pista sofre deteriorações passando a ter uma qualidade de pavimento média ou ruim, percebe-se que em todos os casos, associados aos comboios utilizados com uma larga faixa de velocidade (20km/h até 120km/h) os

valores de Ψ são sempre inferiores a unidade ($\Psi < 1$), o que pode ser o indicativo de que os critérios da Norma Brasileira [1] devem ser revistos.

Certamente, as ações mais severas transmitidas aos tabuleiros das pontes são ocasionadas pela ocorrência de irregularidades superficiais correspondendo, em situações extremas referentes ao caso em questão, relacionadas a pavimentos de qualidade inferior, a cerca de oito vezes os valores admitidos em projeto.

Para evitar tais amplificações dinâmicas, faz-se necessário garantir uma execução e manutenção do pavimento com qualidade compatível com a importância da ponte ou viaduto e, assim, evitar a deterioração de uma obra em várias vezes mais onerosa do que a simples manutenção de um pavimento.

7. Considerações Finais

7.1. Introdução

Inúmeras conclusões encontram-se distribuídas ao longo dos capítulos anteriores desta dissertação. No presente capítulo são resumidas apenas as observações mais importantes e as sugestões relativas ao tema desenvolvido, de modo a permitir a implementação de trabalhos futuros.

7.2. Conclusões Alcançadas

Ressalta-se que todos os modelos estruturais simulados são correspondentes a pontes rodoviárias isostáticas e hiperestáticas de concreto armado, com e sem balanços, em seção de múltiplas vigas "T". Esses modelos são submetidos à travessia de diversos tipos de comboios de veículos, variando-se o peso e a velocidade destes, sobre a superfície irregular do tabuleiro. A qualidade da pista das obras de arte assume valores que vão de excelente até ruim, de acordo com índices propostos por Braun [9] e [10].

No que tange à questão qualitativa dos resultados encontrados ao longo desta dissertação, tais observações podem ser estendidas a outras combinações de dimensões. Quanto aos aspectos quantitativos, é possível uma extensão desde que acompanhada por criteriosa avaliação.

Os valores dos fatores de amplificação dinâmicos máximos médios relativos a deslocamentos e esforços são muito elevados, na razão direta do decréscimo de qualidade do pavimento, devido às ações dinâmicas provenientes da interação dos pneus dos veículos dos comboios com as irregularidades da pista. Em diversos casos, essas amplificações chegam mesmo a ultrapassar com boa margem as produzidas pela presença estática dos veículos sobre as pontes.

Ao longo do trabalho foi verificado que as ações mais severas transmitidas à superestrutura das pontes são ocasionadas pela ocorrência de irregularidades superficiais ao longo da pista de rolamento, correspondendo, em situações extremas, relacionadas a pavimentos de qualidade inferior, a mais de dezessete vezes os valores admitidos em projeto (valores de deslocamentos e esforços). Tal situação é

bastante relevante e merece ser tratada com cuidado no âmbito das normas brasileiras que tratam da regulamentação desse tipo de estrutura [1].

A travessia dos comboios de veículos, representativos das viaturas existentes na Norma Brasileira [34], sobre a superfície irregular dos tabuleiros rodoviários de concreto armado, geram sobre essas obras de arte fatores de amplificação dinâmicos, correspondentes a deslocamentos e esforços, bem superiores ao valor do coeficiente de impacto preconizado na Norma de Pontes[1], exceção feita em alguns casos específicos às pistas de qualidade excelente.

Convém chamar a atenção do leitor para o fato de que, considerando-se a análise dos valores de deslocamentos e esforços (momentos fletores e esforços cortantes), sabe-se que, em termos de normas de projeto de pontes rodoviárias [1, 38], apenas os momentos fletores (positivos e negativos) são considerados grandezas dimensionantes. Os valores dos esforços cortantes e deslocamentos translacionais verticais são apenas confrontados com a resistência da seção definida no projeto e os limites impostos para os deslocamentos devidos à carga acidental, respectivamente.

Assim sendo, é comum serem encontrados valores de resistência ao esforço cortante da seção de projeto, calculados segundo a NBR 6118 [38], muito superiores àqueles esforços obtidos pela metodologia da Norma Brasileira de Pontes, NBR 7187 [1]. Tal fato repete-se em relação aos deslocamentos, pois os valores limites da norma de concreto armado, NBR 6118 [38], em diversas situações, são superiores aqueles calculados pela norma brasileira de pontes, NBR 7187 [1].

Deste modo, apesar dos valores severos encontrados para as amplificações referentes a deslocamentos e esforços, a capacidade resistente da seção de projeto dos sistemas estruturais analisados nesta dissertação, associados às pontes existentes, apresenta uma folga considerável, no que tange a deslocamentos e esforços cortantes [1,38]. Contudo, tal fato não ocorre para os momentos fletores positivos e negativos, indicando que os sistemas estruturais analisados certamente poderão vir a sofrer com a ocorrência de fissuras inesperadas e, com o passar do tempo, devido ao efeito das cargas dinâmicas (cargas móveis), os efeitos relativos à fadiga podem vir a ser determinantes na resposta do sistema estrutural.

Com base no exposto ao longo desta investigação, propor recomendações de projeto para atender as solicitações dinâmicas oriundas do efeito das irregularidades superficiais, principalmente para pavimentos de qualidade inferior, seria totalmente antieconômico e fora de propósito. Deste modo, a partir dos resultados obtidos nesta dissertação, recomenda-se como uma solução urgente para o projeto dessas obras de arte a realização de um trabalho de conservação permanente, preventivo e corretivo, de forma a assegurar que as superfícies de rolamento das pontes estejam livres de

irregularidades acentuadas, sonorizadores, quebra-molas e juntas de dilatação desniveladas.

7.3. Sugestões para Trabalhos Futuros

Para dar seqüência a esta linha de pesquisa são observadas a seguir algumas sugestões, com o objetivo de dar continuidade a esta investigação:

- Estudar os valores dos fatores de amplificação dinâmicos da resposta do sistema veículo-ponte, deslocamentos e esforços, para comboios de veículos intermediários (TB-30), de acordo com a Norma Brasileira de Pontes [1];
- Avaliar os fatores de amplificação dinâmicos gerados pela passagem de um único veículo na travessia, analisando caso a caso cada um dos tipos propostos pela NBR7188 [34];
- Estudar outras obras de arte rodoviárias além da viga reta (pontes rodoviárias estaiadas, suspensas, em arco, etc.);
- Implementar novos veículos, a fim de se avaliar outras situações de carregamento que podem vir a ocorrer na realidade prática de projeto;
- Implementar modelos tridimensionais para os veículos e, bem como, para as obras de arte, de forma a considerar o problema da interação dinâmica veículo-estrutura, de maneira ainda mais realista, considerando-se os esforços torcionais;
- Verificar as formulações apresentadas com estudo experimental de campo e de laboratório;
- Divulgar os resultados e conclusões do estudo feito para sensibilizar os órgãos e entidades vinculadas aos sistemas viários nacionais;
- Medição da qualidade da pavimentação nas pistas brasileiras, nos trechos sobre pontes e viadutos.

Referências Bibliográficas

- 1 ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, ABNT. **Projeto e Execução de Pontes de Concreto Armado e Protendido - NBR 7187**. 1987.
- 2 TRAIL-NASH, W. R. and GUPTA, R. K. **Bridge Dynamic Loading due to Road Surface Irregularities and Breaking of Vehicle**. 1980. Intl. J. Earthquake Engr. Struc. Dyn., Vol. 8, pp.83-96, 1980.
- 3 HUANG, T. and VELETOS, A. S. **Analysis of Dynamic Response of Highway Bridges**. 1970. ASCE, J. Mech. Div., Vol. 96, 1970.
- 4 CARNEIRO, R. J. F. M. **Análise de Pontes Rodoviárias sob a Ação de Cargas Móveis**. 1986. PUC - Rio - Tese de Mestrado, RJ, 1986.
- 5 INBANATHAN, B. M. J. and WIELAND, M. **Bridge Vibrations due to Vehicle Moving over Rough Surface**. 1987. ASCE, J. Struc. Engr., Vol. 113, nº 9, pp.1994-2009, 1987.
- 6 WU, J. S., LEE, M. L. and LAI, T. S. **The Dynamic Analysis of a Flat Plate under a Moving Load by the Finite Element Method**. 1987. Intl. J. Num. Meth. Engr., Vol. 24, pp.743-762, 1987.
- 7 RAMALHO, F. N. M. **Pontes Rodoviárias Submetidas a Situações Especiais de Carregamento Dinâmico**. 1988. PUC - Rio - Tese de Mestrado, RJ, 1988.
- 8 SEDLACEK, G. and DROSNER, St. **Dynamik bei Brücken**. 1990. Institut für Stahlbau, RWTH Aachen, Mies van der Rohe Str. 1, 5100, Aachen, U. Braunschweig, U. Hannover. 1990.
- 9 BRAUN, H. **Untersuchungen Von Fahrbahnunebenheiten und Anwendungen der Ergebnisse**. 1969. Von der Fakultät für Maschinenbau und Elektrotechnik der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, Dissertation, 1969.
- 10 BRAUN, H. **Untersuchungen über Fahrbahnunebenheiten**. 1966. Deutsche Kraftfahrtforschung und Strassenverkehrstechnik. 1966.
- 11 FERREIRA, K. I. I. **Avaliação do Critério para Cálculo dos Efeitos das Cargas Móveis em Pontes Rodoviárias**. 1991. PUC - Rio - Tese de Mestrado, RJ, 1991.
- 12 WANG, T. L. and HUANG, D. **Cable-Stayed Bridge Vibrations due to Road Surface Roughness**. 1992. ASCE, J. Struc. Engr., Vol. 118, nº 5, pp.1354-1374, 1992.

- 13 WANG, T. L., HUANG, D. and SHAHAWY, M. **Dynamic Response of Multigirder Bridges**. 1992. ASCE, J. Struc. Engr., Vol. 118, pp.2222-2238, 1992.
- 14 WANG, T. L., HAUNG, D. and SHAHAWY, M. **Impact Analysis of Continuous Multigirder Bridges due to Moving Vehicles**. 1992. ASCE, J. Struc. Engr., Vol. 118, nº 12, pp.3427-3443, 1992.
- 15 WANG, T. L., HUANG, D. and SHAHAWY, M. **Impact Studies of Multigirder Concrete Bridges**. 1993. ASCE, J. Struc. Engr., Vol. 119, nº 8, pp.2387-2402, 1993.
- 16 WANG, T. L., HUANG, D. and SHAHAWY, M. **Dynamic Behavior of Slant-Legged Rigid Frame Highway Bridge**. 1994. ASCE, J. Struc. Engr., Vol. 120, nº 3, pp.885-902, 1994.
- 17 CHOMPOOMING, K. and YENER, M. **The Influence of Roadway Surface Irregularities and Vehicle Deceleration on Bridge Dynamics Using the Method of Lines**, 1995. J. of Sound and Vibration, 183 (4). 567-589, 1995.
- 18 NOWAK, A. S. **Load Model for Bridge Design Code**. 1994. Can. J. Civ. ng., Vol. 21, pp. 36-49, 1994.
- 19 CHANG, D. and LEE, H. **Impact Factors for Simple-Span Highway Girder Bridges**. 1994. ASCE, J. Struc. Engr., Vol.120, nº3, pp.704-715, 1994.
- 20 ZIBDEH, H. S. and RACKWITZ, R. **Moving Loads on Beams with General Boundary Conditions**. 1996. J. of Sound and Vibration, 195 (1), 85-102, 1996.
- 21 HENCHI, K., FAFARD, M., DHATT, G. and TALBOT, M. **Dynamic Behaviour of Multi-Span Beams Under Moving Loads**. 1997. J. of Sound and Vibration, 199(1), 33-50, 1997.
- 22 SILVA, J. G. S. **Análise Dinâmica Não-Determinística de Tabuleiros de Pontes Rodoviárias com Irregularidades Superficiais**. 1996. PUC-Rio-Tese de Doutorado, RJ, 1996.
- 23 SILVA, J. G. S. **Comportamento dinâmico de pontes rodoviárias à travessia de veículos sobre a superfície irregular do pavimento**. 2002. Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño em Ingeniería, Vol.18, nº4, pp. 521-540, Espanha, 2002.
- 24 ZHANG, Q. L., VROUWENVELDER, A. and WANDNIER, J. **Dynamic Amplification Factors and EUDL of Bridges under random traffic flows**. 2001. Engineering Structures, Vol.23, pp. 663-672, 2001.

- 25 SAVIN, E. **Dynamic Amplification factor and response spectrum for the evaluation of vibrations of beams under successive moving loads.** 2001. Journal of Sound and Vibration 248(2), 267-288, 2001.
- 26 GRECO, A. and SANTINI, A. **Dynamic response o a flexural non-classically damped continuous beam under moving loadings.** 2002. Computers and Structures, Vol. 80, pp.1945 –1953, 2002.
- 27 LIU, C., HUANG, D. and WANG, T. **Analytical dynamic impact study based on correlated road roughness.** 2002. Computers and Structures, 80, 1639-1650, 2002.
- 28 AASHTO. **Standard specifications for highway bridges.** 1996. 16th ed. Washington, DC: American Association of State Highway and Transportation Officials; 1996.
- 29 AASHTO. **LRFD bridge design specifications-customary US units.** 1998. second ed. Washington, DC: American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO); 1998.
- 30 NASSIF, H. H. and LIU, M. **Analytical modeling of bridge-road-vehicle dynamic interaction system.** 2003. Journal of Vibration and Control, 10: 215-241, 2004.
- 31 LAW, S. S. and ZHU, X. Q. **Dynamic behavior of damaged concrete bridge structures under moving vehicular loads.** 2004. Artigo em impressão, 2004.
- 32 LAW, S. S. and ZHU, X. Q. **Bridge dynamic responses due to road surface roughness and braking of vehicle.** 2004. Artigo em impressão. 2004.
- 33 ALMEIDA, R. S. **Análise de Vibrações em Pontes Rodoviárias Induzidas pelo Tráfego de Veículos sobre Pavimentos Irregulares.** 2006. UERJ - Dissertação de Mestrado, RJ, 2006.
- 34 Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT. **Carga Móvel em Ponte Rodoviária e Passarela de Pedestre – NBR 7188.** Abril, 1984.
- 35 MARTHA, L. F. F-TOOL - Programa Gráfico-Interativo para Ensino de Comportamento de Estruturas. 2002. PUC - Rio, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, versão 2.11, 2002.
- 36 SILVA, J. G. S., ALMEIDA, R. S. **GDYNABT - Programa para Análise Dinâmica, no Dominio do Tempo, de estruturas de pontes rodoviaras em viga reta.** 2005. UERJ, versão 2.1, 2005.
- 37 PFEIL, W. **Pontes em Concreto Armado.** 1990. LTC, Rio de Janeiro, 1990.

- 38 Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT. **Projeto de Estruturas em Concreto Armado e Protendido – Procedimentos – NBR 6118**. Abril, 2003.
- 39 WILLIS, R. **Appendix to the Report of the Commissioners Appointed to Inquire into the Application of Iron to Railway Structures**. 1849. Stationary Office, London, 1849.
- 40 STOKES, G. **Discussion of a Differential Equation Relating to the Breaking of Railway Bridges**. 1849. Trans. Cambridge Philosophic Soc., Vol. 8, 1849.
- 41 KRILOV, A. N. **Über Die Erzwungenen Schwingungen Von Gleichförmigen Elastischen Stäben**. 1905. Mathematische Annalen, Vol. 61, 1905.
- 42 TIMOSHENKO, S. **Vibration Problems in Engineering**. 1964. 3rd Edition, D. Van Nostrand, 1964.
- 43 INGLIS, C. E. **A Mathematical Treatise on Vibrations in Railway Bridges**. 1934. Cambridge Univ. Press, London, 1934.
- 44 HILLERBORG, A. **Dynamics Influences of Smoothly Running Loads on Simply Supported Girders**. 1951. Inst. Struc. Engr. Bridge Building, Royal Inst. Tech. Stockholm, 1951.
- 45 AYRE, R. S., FORD, G. and JACOBSEN, L. S. **Transverse Vibration of a Two Span Beam under Action of a Moving Constant Force**. 1950. Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME, Vol. 17, pp.1-12, 1950.
- 46 LOONEY, C. T. **Impact on Railway Bridges**. 1944. Univ. of Illinois Bulletin, Series nº 352, 1944.
- 47 EDGERTON, R. C. and BEECROFT, G. W. **Dynamic Studies of Two Continuous Plate Girder Bridges**. 1955. Hwy. Res. Bd. Bull., nº 124, Washington D.C., pp.33-46, 1955.
- 48 SCHEFFEY, C. F. **Dynamic Load Analysis and Design of Highway Bridges**. 1955. Hwy. Res. Bd. Bull., nº 124, Washington D.C., pp.16-32, 1955.
- 49 TUNG, T. P., GOODMAN, L. E., CHEN, T. Y. and NEWMARK, N. M. **Highway Bridge Impact Problems**. 1956. Hwy. Res. Bd. Bull, nº 124, 1956.
- 50 BIGGS, J. M., SUER, H. S. and LOUW, J. M. **Vibration of Simple-Span Highway Bridges**. 1959. Trans. ASCE, Vol. 124, p.291, 1959
- 51 BIGGS, J. M. **Introduction to Structural Dynamics**. 1964. McGraw Hill, 1964.
- 52 WEN, R. K. **Dynamic Response of Beams Traversed by Two-Axle Loads**. 1960. ASCE, J. Mech. Div., Vol. 86. 1960.

- 53 STANISIC, M. M. and HARDIN, J. C. **On the Response of Beams to an Arbitrary Number of Concentrated Moving Masses**. 1969. J. Franklin Inst., Vol. 287, pp.115-123, 1969.
- 54 YOSHIDA, D. M. and WEAVER, W. **Finite Element Analysis of Beams and Plates with Moving Loads**. 1971. Pub. Intl. Assoc. Bridge Struc. Engr., Vol. 31, p.179, 1971.
- 55 DAYLEY, G., CAYWOOD, W. C. and O'CONNOR, J. S. **A General Purpose Computer Program for the Dynamic Simulation of Vehicle-Guideway Interactions**. 1973. AIAA J., Vol. 11, p.278, 1973.
- 56 SMITH, J. W. **Finite Strip Analysis of the Dynamic Response of Beam and Slab Highway Bridges**. 1973. Intl. J. Earthquake Engr. Struc. Dyn., Vol. 1, pp.357-370, 1973.
- 57 TING, E. C., GENIN, J. and GINSBERG, J. H. **A General Algorithm for the Moving Mass Problem**. 1974. J. Sound Vib., Vol. 33, p.49, 1974.
- 58 MOLA, S. **Fundamentals of Vehicle Dynamics**. 1969. Product Engineering Department, General Motors Institute, 1969.
- 59 HARRIS, C. M. and CREDE, C. E. **Shock and Vibration Handbook**. 1961. Vol. 1, 2 e 3, McGraw Hill, 1961
- 60 HEHL, M. E. **Linguagem de Programação Estruturada - FORTRAN 77**. 1986. McGraw Hill, 1986.
- 61 GERE, J. M. and WEAVER, W. **Análise de Estruturas Reticuladas**. 1981. Guanabara Dois, 1981.
- 62 IMSL LYBRARY. **Reference Manual**. 1979. Vol. 1, Chapters A to E, 1979.
- 63 NEWMARK, N. M. **A Method of Computation for Structural Dynamics**. 1959. ASCE, J. Mech. Div., Vol. 85, 1959.
- 64 PRESS, W. H., TEUKOLSKY, S. A., FLANNERY, B. P. and VETERLING, W. T. **Numerical Recipes - The Art of Scientific Computing**. 1986. Cambridge University Press, 1986.
- 65 WARBURTON, G. B. **The dynamical behaviour of structures**. 1976. 2nd ed. Pergamon Press Ltd, Oxford, 1976.