



Dissertação de Mestrado

Influência do Comportamento Semi-Rígido de Placas de Base e de Ligações Viga-Coluna na Resposta Dinâmica de Pórticos de Aço

Autor: Fernanda da Rocha de Carvalho Lopes

Orientador: Prof. José Guilherme Santos da Silva
Co-orientadores: Prof. Pedro Colmar Gonçalves da Silva Vellasco
Prof. Luciano Rodrigues Ornelas de Lima

Centro de Tecnologia e Ciências
Faculdade de Engenharia
PGECIV – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Março de 2008

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ/REDE SIRIUS/CTC/B

L684	<p>Lopes, Fernanda da Rocha de Carvalho. Influência do comportamento semi-rígido de placas de base e de ligações viga-coluna na resposta dinâmica de pórticos de aço{Rio de Janeiro} 2008/ Fernanda da Rocha de Carvalho Lopes. – 2008. 164 f. : il.</p> <p>Orientador: José Guilherme Santos da Silva. Co-orientador: Pedro Colmar Gonçalves da Silva Vellasco e Luciano Rodrigues Ornelas de Lima. Dissertação (mestrado) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia. Bibliografia: f. 114-118</p> <p>1. Análise estrutural (Engenharia). 2. Ligações metálicas. 3. Estruturas metálicas. 4. Métodos dos elementos finitos. I. Silva, José Guilherme S. da. II. Vellasco, Pedro Colmar G. da Silva. III. Lima, Luciano R. Ornelas de. IV. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Faculdade de Engenharia. V. Título.</p> <p>CDU 624.014.2</p>
------	---

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta tese.

Assinatura

Data

Influência do Comportamento Semi-Rígido de Placas de Base e de Ligações Viga-Coluna na Resposta Dinâmica de Pórticos de Aço

Fernanda da Rocha de Carvalho Lopes

Dissertação apresentada ao PGE CIV – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Ênfase: Estruturas.

Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada

Prof. José Guilherme Santos da Silva, DSc – Presidente/Orientador
Departamento de Engenharia Mecânica – UERJ

Prof. Pedro Colmar Gonçalves da Silva Vellasco, PhD
Departamento de Estruturas e Fundações – UERJ

Prof. Luciano Rodrigues Ornelas de Lima, DSc
Departamento de Estruturas e Fundações – UERJ

Prof. Paulo Batista Gonçalves, DSc
Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Francisco José da Cunha Pires Soeiro, PhD
Departamento de Engenharia Mecânica – UERJ

Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Março de 2008.

Ao Rafael, com todo o meu amor e carinho.

Agradecimentos

Aos meus professores do Programa de Pós-graduação, pelos conhecimentos transmitidos durante o curso.

Ao meu orientador, Prof. José Guilherme Santos da Silva, que me acompanha desde a época da graduação, por compartilhar seus conhecimentos ao longo desses anos de convivência, por seu apoio no desenvolvimento deste trabalho, orientando quanto ao encaminhamento do estudo e à análise dos resultados obtidos e por sua ajuda na organização do texto.

Aos co-orientadores deste trabalho, Prof. Pedro C. G. da S. Vellasco e Prof. Luciano R. Ornelas de Lima, que fazem parte da minha vida acadêmica desde a graduação, contribuindo para o meu interesse pela análise estrutural, agradeço as contribuições na elaboração do tema, a ajuda nas revisões do texto e os materiais fornecidos para pesquisa do assunto.

Aos colegas de curso que compartilharam a tensão de um curso de mestrado e todas as implicações emocionais que advém dele, obrigada pelo companheirismo e pelos estudos em grupo, onde surgiam conversas que ultrapassavam os limites acadêmicos, transformando-se em momentos de pura descontração, ajudando no alívio das tensões do dia-a-dia.

Aos funcionários do laboratório de computação do PGECIV, por mantê-lo sempre em condições de uso, inclusive pela tolerância quando o trabalho avançava sobre o horário de funcionamento.

Em especial, agradeço à minha família, meu marido, meus pais e irmãos, pelo apoio durante todo esse tempo de curso, compreendendo minhas ausências e minha falta de tempo para quase tudo.

“A percepção do desconhecido é a mais fascinante das experiências. O homem que não tem os olhos abertos para o mistério passará pela vida sem ver nada.”

Albert Einstein

Resumo

Lopes, Fernanda da Rocha de Carvalho; Silva, José Guilherme Santos da (Orientador); Vellasco, Pedro C. G. da S. (Co-orientador); Lima, Luciano R. O. de (Co-orientador). **Influência do Comportamento Semi-Rígido de Placas de Base e de Ligações Viga-Coluna na Resposta Dinâmica de Pórticos de Aço**. Rio de Janeiro, 2008. 164p. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Tradicionalmente, na análise e dimensionamento de estruturas de aço, assume-se que as ligações viga-coluna são rígidas ou flexíveis (rotuladas). Por outro lado, é de conhecimento geral que a grande maioria das ligações viga-coluna apresenta um comportamento intermediário, ou seja, semi-rígido. Inúmeros trabalhos de pesquisa têm sido desenvolvidos nos últimos vinte e cinco anos, de forma a estudar o comportamento desse tipo de ligação.

Um dos principais objetivos desta investigação é o de propor uma metodologia de análise que represente de forma apropriada a influência do comportamento semi-rígido de placas de base e de ligações viga-coluna, sobre a resposta dinâmica (linear e não-linear) de estruturas de aço. Outra contribuição desta dissertação diz respeito à investigação do comportamento dinâmico (linear e não-linear) de pórticos de aço, a partir da consideração de ligações viga-coluna simétricas e não-simétricas e especialmente das placas de base.

A análise estrutural é desenvolvida com base no emprego do programa de elementos finitos ANSYS [27]. Nos modelos em elementos finitos foram considerados os efeitos de não-linearidade geométrica (efeitos de segunda ordem), o comportamento não-linear das placas de base e das ligações viga-coluna e, bem como, o efeito de histerese que ocorre quando a estrutura é submetida a cargas cíclicas.

Os resultados alcançados indicaram que o fenômeno físico da ressonância não ocorre no que se refere à resposta dinâmica dos modelos semi-rígidos não-lineares. A ressonância não ocorre na resposta dos modelos devido ao fato de que, na análise dinâmica não-linear, o efeito de histerese presente nas ligações (placas de base e viga-coluna), essencialmente com comportamento não-linear, provoca um amortecimento na resposta dinâmica da estrutura.

Palavras-chave

Ligações Viga-Coluna, Ligações Semi-Rígidas, Ligações Simétricas e Assimétricas; Placas de Base, Análise Não-Linear, Vibração Forçada, Análise Dinâmica, Método dos Elementos Finitos, Modelo Computacional, Normas Européias.

Abstract

Lopes, Fernanda da Rocha de Carvalho, Silva, José Guilherme Santos da (Advisor); Vellasco, Pedro C. G. da S. (Co-advisor); Lima, Luciano R. O. de (Co-advisor). **Influence of the Semi-rigid Behaviour of Column Base Plates and Beam-to-column Joints on the Dynamic Response of Steel Frames.** Rio de Janeiro, 2008. 164p. MsC. Dissertation – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Traditionally, the steel portal frame design assumes that beam-to-column connections are rigid or pinned. Despite these facts, it is largely recognized that the great majority of joints does not exhibit such idealized behaviour. These connections are called semi-rigid, and their design should be performed according to their actual structural behaviour. Extensive research has been performed over the past twenty-five years to estimate the actual behaviour of such joints.

One of the main objectives of this work is to propose an analysis methodology to properly represent the influence of the semi-rigid behaviour of base plates and beam-to-column joints on the dynamical response of steel structures (linear and non-linear). Another important investigated issue concerned the assessment of the steel frames dynamical behaviour (linear and non-linear) due to the presence of symmetrical and non-symmetrical beam-to-column semi-rigid joints and, especially, the column base plates.

The structural analysis was made with the aid of the ANSYS [27] finite element program. The finite element model included geometric non-linearity, column base plates and beam-to-column non-linear behaviour and considered the influence of non-linear and hysteretic moment versus rotation curve of the joints.

The results indicated that the resonance physical phenomenon was not reached in the nonlinear semi-rigid frames dynamic response. The resonance did not occurred in these systems due to the hysteretic damping induced by the energy dissipation of the non-linear hysteretic loops at the non-linear joints.

Key-words

Beam-to-Column Joints, Semi-Rigid Joints, Symmetrical and Non-symmetrical Joints, Column Base Plates, Nonlinear Analysis, Forced Vibration, Dynamic Analysis, Finite Elements Method, Computational Model, European Codes.

Lista de Figuras

Figura 2.1 – Classificação das ligações de acordo com sua rigidez.	26
Figura 2.2 – Propriedades para dimensionamento de uma ligação, [9].	28
Figura 2.3 – Classificação das ligações quanto à rigidez, [9].	30
Figura 2.4 – Classificação das ligações quanto à resistência, [4-16].	32
Figura 2.5 – Curvas momento <i>versus</i> rotação de alguns tipos de ligações comumente utilizadas.	35
Figura 2.6 – Cantoneira simples de alma (1).	35
Figura 2.7 – Cantoneira dupla de alma (2).	35
Figura 2.8 – Placa de extremidade a cisalhamento (3).	36
Figura 2.9 – Cantoneiras de topo e assento (4).	36
Figura 2.10 – Cantoneiras de topo e assento com dupla cantoneira de alma (5).	36
Figura 2.11 – Placa de extremidade (6).	37
Figura 2.12 – T-STUB (7).	37
Figura 2.13 – Algumas representações matemáticas da curva momento <i>versus</i> rotação.	38
Figura 2.14 – Diagrama Força-Deslocamento representativo de uma componente genérica.	40
Figura 2.15 – Modelagem da ligação por zonas críticas, [5].	41
Figura 2.16 – Modelo mecânico de uma ligação com placa de extremidade estendida, [9].	41
Figura 2.17 – Modelo mecânico para placa de base, [31-32].	42
Figura 2.18 – Rigidez à rotação como função do momento aplicado.	44
Figura 3.1 – Planta baixa do pavimento tipo, [16-26].	46
Figura 3.2 – Vigas do pavimento tipo, [16-26].	47
Figura 3.3 – Vigas da cobertura, [16-26].	47
Figura 3.4 – Planta de localização dos pórticos da estrutura, [16].	48
Figura 3.5 – Pórticos planos sem contraventamento.	48
Figura 3.6 – Seção transversal típica dos perfis das colunas e vigas.	49
Figura 3.7 – Vigas do pavimento tipo.	51
Figura 3.8 – Vigas da cobertura.	51
Figura 3.9 – Ligação avaliada por Carvalho, [4].	52
Figura 3.10 – Curvas momento <i>versus</i> rotação da ligação viga-coluna, [4].	53
Figura 3.11 - Curva momento <i>versus</i> rotação obtida por Kontoleon <i>et al.</i> , [28].	54
Figura 3.12 – Elemento finito BEAM23, [27].	55
Figura 3.13 – Elemento finito LINK1, [27].	55
Figura 3.14 – Elemento finito COMBIN39, [27].	56
Figura 3.15 – Curva momento <i>versus</i> rotação multilinear.	56
Figura 3.16 – Modelos de ligação viga-coluna.	57
Figura 3.17 – Modelos de ligação coluna-base.	57
Figura 3.18 – Algoritmo utilizado para simular o fenômeno de histerese, [29].	59
Figura 4.1 – Variação da 1. ^a frequência natural obtida para os pórticos do Grupo 1.	63
Figura 4.2 – Variação da 1. ^a frequência natural obtida para os pórticos do Grupo 2.	63

Figura 4.3 - Variação da 1. ^a freqüência natural obtida para os pórticos do Grupo 3.....	63
Figura 4.4 - Variação da 1. ^a freqüência natural obtida para os pórticos do Grupo 4.....	63
Figura 4.5 – Pórticos planos contraventados.....	65
Figura 4.6 – Variação da 1. ^a freqüência natural obtida para os pórticos do Grupo 1.....	68
Figura 4.7 – Variação da 1. ^a freqüência natural obtida para os pórticos do Grupo 2.....	68
Figura 4.8 – Variação da 1. ^a freqüência natural obtida para os pórticos do Grupo 3.....	68
Figura 4.9 – Variação da 1. ^a freqüência natural obtida para os pórticos do Grupo 4.....	68
Figura 4.10 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 2. Ligações viga-coluna rígidas.....	70
Figura 4.11 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 2. Ligações viga-coluna semi-rígidas ($0,50S_{j,ini}$).....	71
Figura 4.12 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 2. Ligações viga-coluna flexíveis.....	72
Figura 4.13 – Variação da 1. ^a freqüência natural obtida para os pórticos do Grupo 1.....	76
Figura 4.14 – Variação da 1. ^a freqüência natural obtida para os pórticos do Grupo 2.....	76
Figura 4.15 – Variação da 1. ^a freqüência natural obtida para os pórticos do Grupo 3.....	76
Figura 4.16 – Variação da 1. ^a freqüência natural obtida para os pórticos do Grupo 4.....	76
Figura 4.17 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 2. Ligações viga-coluna rígidas.....	77
Figura 4.18 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 2. Ligações viga-coluna semi-rígidas ($0,50S_{j,ini}$).....	78
Figura 4.19 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 2. Ligações viga-coluna flexíveis.....	79
Figura 5.1 – Idealização de um sistema com um grau de liberdade: (a) Componentes básicos; (b) Diagrama de corpo livre.....	84
Figura 5.2 – Esquema de aplicação do carregamento nos grupos de pórticos.....	87
Figura 5.3 – Localização dos deslocamentos e esforços obtidos na análise estática.....	88
Figura 5.4 – Ponto de aplicação das cargas nos pórticos do Grupo 1.....	92
Figura 5.5 – Ponto de aplicação das cargas nos pórticos do Grupo 2.....	93
Figura 5.6 – Ponto de aplicação das cargas nos pórticos do Grupo 3.....	93
Figura 5.7 – Ponto de aplicação das cargas nos pórticos do Grupo 4.....	93
Figura 5.8 – Fator de amplificação do deslocamento horizontal no ponto A. Grupo 1.....	97
Figura 5.9 – Fator de amplificação do momento no apoio C. Grupo 1.....	97
Figura 5.10 – Fator de amplificação da reação F_x no apoio C. Grupo 1.....	97
Figura 5.11 – Fator de amplificação da reação F_y no apoio C. Grupo 1.....	97
Figura 5.12 – Fator de amplificação do deslocamento horizontal no ponto A. Grupo 1.....	100
Figura 5.13 – Fator de amplificação do momento no apoio C. Grupo 1.....	101
Figura 5.14 – Fator de amplificação da reação F_x no apoio C. Grupo 1.....	101
Figura 5.15 – Fator de amplificação da reação F_y no apoio C. Grupo 1.....	102
Figura 5.16 – Ciclo histerético das ligações viga-coluna do Grupo 1.....	103
Figura 5.17 – Fator de amplificação do deslocamento horizontal no ponto A. Grupo 2.....	105
Figura 5.18 – Fator de amplificação do deslocamento horizontal no ponto A. Grupo 1.....	106
Figura 5.19 – Fator de amplificação do momento no apoio C. Grupo 1.....	107
Figura 5.20 – Fator de amplificação da reação F_x no apoio C. Grupo 1.....	107

Figura 5.21 – Fator de amplificação da reação F_y no apoio C. Grupo 1.....	108
Figura 5.22 – Fator de amplificação do deslocamento horizontal no ponto A. Grupo 2.....	109
Figura A.1 - Solução referente a uma única iteração	120
Figura A.2 - Iteração seguinte	121
Figura A.3 - Inserção incremental das forças	121
Figura A.4 - Método de Newton-Raphson sem atualização da matriz de rigidez.....	122
Figura A.5 - Exemplo de sistema não-linear geométrico com 1GL	124
Figura A.6 - Equilíbrio do sistema	124
Figura A.7 - Esquema de integração com variação linear da aceleração	126
Figura B.1 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 1. Ligações viga-coluna rígidas.....	131
Figura B.2 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 1. Ligações viga-coluna semi-rígidas (0,50S _{j,ini}).	132
Figura B.3 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 1. Ligações viga-coluna flexíveis.	133
Figura B.4 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 3. Ligações viga-coluna rígidas.....	134
Figura B.5 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 3. Ligações viga-coluna semi-rígidas (0,50S _{j,ini}).	135
Figura B.6 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 3. Ligações viga-coluna flexíveis.	136
Figura B.7 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 4. Ligações viga-coluna rígidas.....	137
Figura B.8 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 4. Ligações viga-coluna semi-rígidas (0,50S _{j,ini}).	138
Figura B.9 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 4. Ligações viga-coluna flexíveis.	139
Figura B.10 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 1. Ligações viga-coluna rígidas.....	140
Figura B.11 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 1. Ligações viga-coluna semi-rígidas (0,50S _{j,ini}).	141
Figura B.12 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 1. Ligações viga-coluna flexíveis.	142
Figura B.13 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 3. Ligações viga-coluna rígidas.....	143
Figura B.14 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 3. Ligações viga-coluna semi-rígidas (0,50S _{j,ini}).	144
Figura B.15 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 3. Ligações viga-coluna flexíveis.	145
Figura B.16 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 4. Ligações viga-coluna rígidas.....	146
Figura B.17 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 4. Ligações viga-coluna semi-rígidas (0,50S _{j,ini}).	147
Figura B.18 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 4. Ligações viga-coluna flexíveis.	148
Figura C.1 – Fator de amplificação do deslocamento horizontal no ponto A. Grupo 2.	149
Figura C.2 – Fator de amplificação do momento no apoio C. Grupo 2.	149
Figura C.3 – Fator de amplificação da reação F_x no apoio C. Grupo 2.	150
Figura C.4 – Fator de amplificação da reação F_y no apoio C. Grupo 2.	150
Figura C.5 – Fator de amplificação do deslocamento horizontal no ponto A. Grupo 3.	150
Figura C.6 – Fator de amplificação do momento no apoio C. Grupo 3.	151

Figura C.7 – Fator de amplificação da reação F_x no apoio C. Grupo 3.	151
Figura C.8 – Fator de amplificação da reação F_y no apoio C. Grupo 3.	151
Figura C.9 – Fator de amplificação do deslocamento horizontal no ponto A. Grupo 4.	152
Figura C.10 – Fator de amplificação do momento no apoio C. Grupo 4.	152
Figura C.11 – Fator de amplificação da reação F_x no apoio C. Grupo 4.	152
Figura C.12 – Fator de amplificação da reação F_y no apoio C. Grupo 4.	153
Figura C.13 – Fator de amplificação do momento no apoio C. Grupo 2.	153
Figura C.14 – Fator de amplificação da reação F_x no apoio C. Grupo 2.	154
Figura C.15 – Fator de amplificação da reação F_y no apoio C. Grupo 2.	154
Figura C.16 – Fator de amplificação do deslocamento horizontal no ponto A. Grupo 3.	155
Figura C.17 – Fator de amplificação do momento no apoio C. Grupo 3.	155
Figura C.18 – Fator de amplificação da reação F_x no apoio C. Grupo 3.	156
Figura C.19 – Fator de amplificação da reação F_y no apoio C. Grupo 3.	156
Figura C.20 – Fator de amplificação do deslocamento horizontal no ponto A. Grupo 4.	157
Figura C.21 – Fator de amplificação do momento no apoio C. Grupo 4.	157
Figura C.22 – Fator de amplificação da reação F_x no apoio C. Grupo 4.	158
Figura C.23 – Fator de amplificação da reação F_y no apoio C. Grupo 4.	158
Figura C.24 – Fator de amplificação do momento no apoio C. Grupo 2.	159
Figura C.25 – Fator de amplificação da reação F_x no apoio C. Grupo 2.	159
Figura C.26 – Fator de amplificação da reação F_y no apoio C. Grupo 2.	160
Figura C.27 – Fator de amplificação do deslocamento horizontal no ponto A. Grupo 3.	160
Figura C.28 – Fator de amplificação do momento no apoio C. Grupo 3.	161
Figura C.29 – Fator de amplificação da reação F_x no apoio C. Grupo 3.	161
Figura C.30 – Fator de amplificação da reação F_y no apoio C. Grupo 3.	162
Figura C.31 – Fator de amplificação do deslocamento horizontal no ponto A. Grupo 4.	162
Figura C.32 – Fator de amplificação do momento no apoio C. Grupo 4.	163
Figura C.33 – Fator de amplificação da reação F_x no apoio C. Grupo 4.	163
Figura C.34 – Fator de amplificação da reação F_y no apoio C. Grupo 4.	164

Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Variação no detalhe do nó e economia no custo de fabricação, [25].	28
Tabela 2.2 – Critérios de projeto para ligações.	34
Tabela 2.3 – Identificação das componentes da ligação.	42
Tabela 2.4 – Coeficiente modificador de rigidez η .	44
Tabela 3.1 – Propriedades geométricas dos elementos dos pórticos do Grupo 1.	50
Tabela 3.2 – Propriedades geométricas dos elementos dos pórticos do Grupo 2.	50
Tabela 3.3 – Propriedades geométricas dos elementos dos pórticos do Grupo 3.	50
Tabela 3.4 – Propriedades geométricas dos elementos dos pórticos do Grupo 4.	50
Tabela 4.1 – Parametrização da rigidez inicial ($S_{j,ini}$) da placa de base	62
Tabela 4.2 – Freqüência fundamental (f_{01}) dos grupos de pórticos.	63
Tabela 4.3 – Parametrização da rigidez inicial ($S_{j,ini}$) da ligação viga-coluna	64
Tabela 4.4 – Freqüências naturais dos pórticos do Grupo 1.	66
Tabela 4.5 – Freqüências naturais dos pórticos do Grupo 2.	66
Tabela 4.6 – Freqüências naturais dos pórticos do Grupo 3.	67
Tabela 4.7 – Freqüências naturais dos pórticos do Grupo 4.	67
Tabela 4.8 – Freqüências naturais dos pórticos do Grupo 1.	73
Tabela 4.9 – Freqüências naturais dos pórticos do Grupo 2.	73
Tabela 4.10 – Freqüências naturais dos pórticos do Grupo 3.	73
Tabela 4.11 – Freqüências naturais dos pórticos do Grupo 4.	74
Tabela 4.12 – Freqüências naturais dos pórticos do Grupo 1.	74
Tabela 4.13 – Freqüências naturais dos pórticos do Grupo 2.	75
Tabela 4.14 – Freqüências naturais dos pórticos do Grupo 3.	75
Tabela 4.15 – Freqüências naturais dos pórticos do Grupo 4.	75
Tabela 4.16 – Freqüências naturais dos pórticos do Grupo 1.	80
Tabela 4.17 – Freqüências naturais dos pórticos do Grupo 2.	80
Tabela 4.18 – Freqüências naturais dos pórticos do Grupo 3.	81
Tabela 4.19 – Freqüências naturais dos pórticos do Grupo 4.	81
Tabela 4.20 – Comparação dos valores de freqüências naturais dos pórticos do Grupo 1.	81
Tabela 4.21 – Comparação dos valores de freqüências naturais dos pórticos do Grupo 2.	82
Tabela 4.22 – Comparação dos valores de freqüências naturais dos pórticos do Grupo 3.	82
Tabela 4.23 – Comparação dos valores de freqüências naturais dos pórticos do Grupo 4.	82
Tabela 5.1 – Valores das cargas estáticas aplicadas nos grupos de pórticos.	87
Tabela 5.2 – Resultados da análise estática do Grupo 1.	89
Tabela 5.3 – Resultados da análise estática do Grupo 2.	89
Tabela 5.4 – Resultados da análise estática do Grupo 3.	90
Tabela 5.5 – Resultados da análise estática do Grupo 4.	90
Tabela 5.6 – Valores das freqüências excitação do carregamento dinâmico.	92
Tabela 5.7 – Valores de α e β utilizados nos grupos de pórticos.	95

Lista de Abreviaturas

UERJ	Universidade do Estado do Rio de Janeiro
CTC	Centro de Tecnologia e Ciências
FEN	Faculdade de Engenharia
PGECIV	Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil
Eurocode	European Committee for Standardisation
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas

Lista de Símbolos

E	módulo de elasticidade do material
Δ_f	deslocamento correspondente à ruptura
Δ_y	deslocamento correspondente ao início da plastificação
b_f	largura da mesa
d	altura da alma
e_c	espessura do cordão de solda
EI_b	rigidez à flexão da viga conectada
ϕ_0	rotação na ligação
f_{01}	freqüência fundamental
F_c	força limite
η	coeficiente modificador da rigidez
h	altura do perfil
I_b	momento de inércia da viga
I_c	momento de inércia da coluna
I_{xx}	momento de inércia do perfil no eixo x
K	matriz de rigidez
K_b	valor médio de I_b/L_b para todas as vigas no topo do pavimento
K_c	valor médio de I_c/L_c para todas as colunas do pavimento
K_e	rigidez elástica
k_i	rigidez elástica do componente
K_p	rigidez plástica
L_b	vão da viga conectada
L_c	vão da coluna
M	matriz de massa
$M_{b,pl,Rd}$	momento resistente de cálculo da viga
$M_{c,pl,Rd}$	momento resistente de cálculo da coluna
$M_{j,Rd}$	momento resistente de cálculo da ligação
M_u	momento último
S_j	rigidez secante
$S_{j,ini}$	rigidez inicial à rotação
t_f	espessura da mesa
t_w	espessura da alma
v	vetor dos deslocamentos

$\omega_{t,0}$	freqüência natural do sistema estrutural
z	braço de alavanca
θ	ângulo de fase
ξ	taxa de amortecimento estrutural
ϕ_{Cd}	capacidade de rotação
μ	relação entre as rizezas ($S_{j,ini} / S_j$)
\ddot{v}	vetor das acelerações
ϕ_i	vetor dos deslocamentos nodais
Δt	intervalo de tempo

Sumário

1. Introdução	20
1.1. Considerações Iniciais	20
1.2. Revisão Bibliográfica	20
1.3. Motivação e Objetivos	24
1.4. Escopo do Trabalho	25
2. Ligações Semi-Rígidas	26
2.1. Generalidades.....	26
2.2. Classificação das Ligações segundo o Eurocode [9]	29
2.2.1. Classificação Quanto a Rigidez à Rotação.....	29
2.2.1.1. Ligações Nominalmente Rotuladas	29
2.2.1.2. Ligações Rígidas.....	30
2.2.1.3. Ligações Semi-Rígidas	31
2.2.2. Classificação Quanto à Resistência.....	31
2.2.2.1. Ligações Nominalmente Rotuladas	31
2.2.2.2. Ligações Completamente Resistentes.....	32
2.2.2.3. Ligações Parcialmente Resistentes	32
2.3. Critérios de Análise e Dimensionamento	33
2.4. Tipos de Ligações	34
2.5. Modelagem Computacional das Ligações Semi-Rígidas.....	38
2.5.1. Representação Matemática	38
2.5.2. Modelagem Numérica	39
2.5.3. Modelagem Experimental.....	39
2.6. Análise e Dimensionamento de Ligações pelo Eurocode 3 [9].....	40
2.6.1. Generalidades	40
2.6.2. Método das Componentes	41
2.6.2.1. Determinação da Resistência e da Rigidez à Rotação da Ligação	43
3. Modelos Estruturais	45
3.1. Introdução	45
3.2. Descrição dos Modelos Estruturais	45

3.2.1. Arquitetura	45
3.2.2. Superestrutura.....	46
3.2.2.1. Propriedades Físicas da Edificação	49
3.2.2.2. Propriedades Geométricas dos Pórticos.....	49
3.3. Ligações Viga-coluna	52
3.4. Ligações no apoio.....	53
3.5. Modelo em Elementos Finitos	54
3.6. Hipóteses Simplificadoras	57
3.7. Tipos de Análise	58
4. Análise de Autovalores e Autovetores.....	60
4.1. Introdução	60
4.2. Parametrização da rigidez das ligações dos modelos.....	61
4.2.1. Generalidades	61
4.3. Parametrização da ligação no apoio (placa de base).....	62
4.3.1. Resultados da Análise de Autovalor e Autovetor.....	63
4.4. Parametrização da rigidez inicial à rotação da ligação viga-coluna.....	64
4.4.1. Resultados dos Grupos de Pórticos Não-contraventados	66
4.4.1.1. Grupos de pórticos com apoios semi-rígidos (placas de base semi-rígidas)	66
4.4.1.2. Grupos de pórticos com apoios rígidos (bases engastadas)	73
4.4.2. Resultados dos Grupos de Pórticos Contraventados	74
4.4.2.1. Grupos de pórticos com apoios semi-rígidos (placas de bases semi-rígidas)	74
4.4.2.2. Grupos de pórticos com apoios rígidos (bases engastadas).....	80
4.4.3. Comparação dos Resultados Obtidos	81
5. Avaliação da Resposta Dinâmica dos Modelos.....	84
5.1. Introdução	84
5.2. Análise Estática	86
5.2.1. Generalidades	86
5.2.2. Apresentação dos resultados da Análise Estática	87
5.3. Definição das Ações Dinâmicas e do Amortecimento Estrutural.....	91
5.3.1. Generalidades	91
5.3.2. Modelagem da Carga Dinâmica de Vento	91
5.3.3. Modelagem do Amortecimento Estrutural.....	93
5.4. Análise Dinâmica Linear.....	95

5.4.1. Generalidades	95
5.4.2. Apresentação dos resultados da Análise Dinâmica Linear.....	96
5.5. Análise Dinâmica Não-linear	98
5.5.1. Generalidades	98
5.5.2. Grupos de Pórticos com Taxa de Amortecimento (ξ) igual a 1,5%	99
5.5.3. Grupos de Pórticos com Taxa de Amortecimento (ξ) igual a 10%	105
6. Considerações Finais.....	110
6.1. Introdução	110
6.2. Conclusões Alcançadas	111
6.3. Sugestões Para Trabalhos Futuros.....	113
Referências Bibliográficas	114
Anexo A Métodos Numéricos Clássicos	119
A.1. Método de Newton-Raphson	119
A.1.1. Critérios de convergência	122
A.1.2. Exemplo de aplicação para o método de Newton-Raphson	123
A.2. Método de Newmark [34]	125
Anexo B Modos de Vibração dos Grupos de Pórticos.....	130
B.1. Grupos de Pórticos Não-contraventados com Apoios Semi-rígidos.....	131
B.2. Grupos de Pórticos Contraventados com Apoios Semi-rígidos	140
Anexo C Resultados da Análise Dinâmica.....	149
C.1. Análise Dinâmica Linear	149
C.2. Análise Dinâmica Não-linear com Taxa de Amortecimento igual a 1,5%	153
C.3. Análise Dinâmica Não-linear com Taxa de Amortecimento igual a 10%	159

1. Introdução

1.1. Considerações Iniciais

O desenvolvimento de projetos estruturais tem como premissa obter soluções seguras aliadas à melhor relação custo-benefício. A busca por aperfeiçoamento dos métodos de cálculo tem sido notória e o surgimento de novos materiais, em consonância com técnicas inovadoras de construção, tem trazido aos ambientes de pesquisa, na área de Engenharia Civil, uma demanda por estudos do comportamento de construções cada vez mais esbeltas.

A avaliação da rigidez de uma ligação tem sido objeto de estudos de diversos pesquisadores, com relatos na bibliografia datados do início do século XX. Wilson e Moore [1], que em 1917, na Universidade de Illinois, realizaram testes para determinar a rigidez de ligações viga-coluna rebitadas em estruturas metálicas, são considerados os pioneiros no estudo das ligações semi-rígidas.

A partir da década de 80, a difusão da filosofia dos Estados Limites Últimos como alternativa para a avaliação da segurança estrutural contribuiu significativamente para que as ligações fossem classificadas de acordo com parâmetros mais realísticos de rigidez e resistência. Como consequência, a prática de análise estrutural incorporou os conceitos do comportamento semi-rígido na tentativa de melhor representar o comportamento global das estruturas.

1.2. Revisão Bibliográfica

São apresentados, a seguir, resumos de trabalhos científicos relacionados com o assunto em estudo, ilustrando ao leitor o desenvolvimento do tema e a importância verificada por diversos pesquisadores quanto à determinação de parâmetros adequados de projeto baseados em análises representativas do comportamento real das estruturas.

Chui e Chan [2], em 1996, propuseram um algoritmo baseado no método de elementos finitos para análise da flexibilidade das ligações de pórticos planos, considerando-se a não-linearidade geométrica das mesmas, bem como incorporando o amortecimento devido ao comportamento histerético das ligações sujeitas a cargas cíclicas, conforme confirmado nos estudos desenvolvidos por Nade e Astaneh [3], em 1991. O estudo foi baseado na análise elástica, ignorando o comportamento plástico. Verificou-se

que a flexibilidade da ligação afeta significativamente a resposta global da estrutura, concluindo que estruturas sob ação de cargas dinâmicas não devem ser demasiadamente rígidas e a consideração de ligações semi-rígidas não-lineares propicia a incorporação do fenômeno da histerese como uma forma importante de amortecimento capaz de estabilizar e alterar significativamente o comportamento estrutural.

Carvalho *et al.* [4-5] desenvolveu um tipo de ligação semi-rígida constituída de cantoneiras duplas na alma e uma cantoneira inferior de apoio para utilização em edifícios padronizados, com quatro pavimentos, para habitações populares. Foram realizados ensaios experimentais, em escala real, obtendo curvas momento *versus* rotação, capacidade última e evolução das tensões a serem utilizadas no entendimento do comportamento estrutural deste tipo de ligação. Investigando os modelos analíticos propostos para o comportamento de ligações semi-rígidas, identifica o modelo exponencial de três parâmetros de Kishi e Chen [6] como o mais adequado para a modelagem do comportamento estrutural da ligação estudada.

Em 1997, Kishi *et al.* [7] publicou uma avaliação analítica da classificação das ligações viga-coluna proposta no Eurocode 3 [9]. Foi apresentada uma análise numérica extensa, com base em dados experimentais, tratando as ligações inicialmente como um elemento individual e posteriormente como parte de um sistema semi-rígido. O estudo teve como objetivo definir os limites de flexibilidade/rigidez dos tipos de ligações. Observou-se que uma mesma ligação, de acordo com a classificação do Eurocode 3 [9], pode ser considerada como semi-rígida ou flexível de acordo com a carga a que está sujeita.

No mesmo ano, Chui e Chan [10] desenvolveram um estudo numérico para investigar a influência da ligação na variação da vibração e da deflexão de estruturas de aço nas condições de serviço. Para tanto, adotaram ligações semi-rígidas incorporando valores de rigidez medidos em laboratório. Os testes mostraram que a adoção de ligações semi-rígidas pode proporcionar vantagens econômicas quando comparadas aos casos com ligações rígidas ou rotuladas, uma vez que há uma melhor distribuição dos esforços na estrutura e a diminuição de elementos de contraventamento.

Lui e Lopes [11], também em 1997, estudaram a resposta dinâmica de um pórtico de aço semi-rígido simples, utilizando um modelo computacional, representando a flexibilidade das ligações através de molas rotacionais, adotando uma curva momento-rotação bilinear. A não-linearidade geométrica da ligação e da estrutura foi considerada adotando funções de estabilidade na formulação da matriz de rigidez da estrutura. Foram realizadas análises dinâmicas considerando vibração livre, vibração forçada e a carga sísmica. As curvas de resposta da estrutura foram deslocadas para escalas de frequências mais baixas devido à influência das ligações semi-rígidas, da não-linearidade geométrica e da consideração de colunas inelásticas.

Em 1999, Barsan e Chiorean [12], apresentaram um método computacional de avaliação elasto-plástica de pórticos de aço semi-rígidos, baseado na análise inelástica de segunda ordem (análise na zona plástica).

Também em 1999, Lima *et al.* [13] apresentou um trabalho de pesquisa referente à utilização de ligações semi-rígidas parafusadas na alma da coluna, segundo o seu eixo de menor inércia. Os autores realizaram um programa experimental para a verificação de alguns parâmetros estruturais como as curvas momento-rotação deste tipo de ligação, distribuição de tensões e mecanismos de colapso. Modelos numéricos em elementos finitos também foram analisados para possibilitar estudos paramétricos. Foi proposto um modelo de dimensionamento com base no modelo analítico do Eurocode 3 [9] para cálculo da rigidez da ligação, incluindo a rigidez da alma da coluna, e nas observações feitas a partir da análise numérica.

Kim e Choi [14], em 2001, publicaram um trabalho onde se propõe uma análise avançada do comportamento de pórticos de aço espaciais semi-rígidos utilizando o conceito de rótula plástica. As ligações semi-rígidas têm comportamento não-linear e verificou-se a influência da combinação dos efeitos da não-linearidade geométrica e do material no comportamento e na resistência dos pórticos do estudo.

Em 2002, Sekulovic *et al.* [15] apresentou uma análise dinâmica de pórticos de aço planos a fim de estimar a influência da flexibilidade não-linear e amortecimento viscoso das ligações na resposta dinâmica da estrutura. Foram consideradas não-linearidades geométrica da estrutura e do material constituinte da ligação. As ligações foram representadas através de molas rotacionais não-lineares instaladas nas extremidades das vigas, incorporando ainda os efeitos do amortecimento. A matriz de rigidez foi obtida através da solução analítica de equações de segunda ordem, de modo que cada viga correspondesse a um elemento finito. Foi avaliada apenas a influência do momento fletor na deformação da ligação, sendo desprezados os efeitos dos esforços normal e cortante. Com base nos resultados das análises, notou-se que a flexibilidade das ligações influencia significativamente o comportamento dinâmico dos pórticos. Quanto maior a flexibilidade da ligação, menor a rigidez global da estrutura. O modelo linear da ligação é inadequado para a análise dinâmica uma vez que não pode representar o comportamento histerético da mesma sujeita a cargas cíclicas.

Brito Jr. [16] propôs o dimensionamento de pórticos planos de aço considerando a adoção de ligações viga-coluna semi-rígidas segundo o Eurocode 3 [9]. Verificou-se que a consideração do comportamento semi-rígido da ligação influencia significativamente na distribuição de esforços na estrutura, deslocamentos e estabilidade da mesma, conduzindo a soluções estruturais bastante distintas de acordo com a rigidez considerada.

Sophianopoulos [17], em 2003, trata da determinação do efeito da flexibilidade das ligações nas características de vibração livre de pórticos de aço planos, no regime elástico. As ligações semi-rígidas foram modeladas conforme prescrito pelo Eurocode 3 [9] e foi adotada uma fórmula simples para o equilíbrio dos momentos na ligação.

Ainda em 2003, van Keulen *et al.* [18] investigou a aplicação das aproximações da curva momento-rotação da ligação recomendadas pelo Eurocode 3 [9], utilizando o método da metade da rigidez secante inicial. O método de modelagem simplificado estudado substitui as características não-lineares típicas da curva momento-rotação por uma aproximação bi-linear. Foram feitas comparações com resultados de análises de segunda ordem de pórticos de aço e verificou-se que a aproximação proposta pode ser aplicada a estruturas regulares, de poucos pavimentos, obtendo resultados satisfatórios. Para edifícios altos, com arranjo arquitetônico mais complexo, a análise deve adotar modelos mais refinados para a representação do comportamento das ligações.

Na tese apresentada em 2003, por Lima [19], é estudado o comportamento de ligações com placa de extremidade em estruturas submetidas às ações de momento fletor e força axial, quando o esforço normal extrapola o limite empírico de 5% da resistência plástica da viga proposto pelo Eurocode 3 [9]. Foram realizados quinze ensaios experimentais e desenvolvido um modelo mecânico para avaliação da resistência à flexão, rigidez inicial e capacidade de rotação da ligação. Os resultados obtidos experimentalmente foram comparados com os definidos pela metodologia de cálculo proposta pelo Eurocode 3 [9]. Concluiu-se que o limite empírico de 5% da resistência plástica da viga para o esforço normal máximo permitido, proposto pelo Eurocode 3 [9], pode fornecer valores contra a segurança, uma vez que não se faz distinção entre tração e compressão para a aplicação desse esforço normal.

Ashraf *et al.* [20] publicou, em 2004, uma investigação a respeito dos parâmetros que influenciam no deslocamento lateral de pórticos de aço regulares e não-contraventados. Propôs uma equação para determinar o deslocamento lateral de pórticos semi-rígidos, sem a necessidade de recorrer a métodos numéricos. Foi estabelecida uma relação entre o deslocamento de pórticos semi-rígidos e o seu correspondente rígido. As análises foram realizadas utilizando um programa computacional de elementos finitos, representando as ligações através de molas rotacionais.

Um estudo realizado por Cabrero e Bayo [21] foi publicado em 2005, apresentando um método para análise elástica e plástica de estruturas de aço com ligações do tipo placas de extremidade estendida. Propõem o desenvolvimento, na prática diária de projeto, de soluções com a consideração do comportamento semi-rígido da ligação, possibilitando projetos mais econômicos quando da utilização de valores ótimos de rigidez.

Em 2006, foi publicada uma investigação, realizada por Vellasco *et al.* [24], com base no uso de ligações semi-rígidas em um edifício residencial de quatro pavimentos. Os resultados da análise paramétrica indicam uma mudança significativa na distribuição dos momentos fletores nas vigas quando comparados às soluções com ligações rígidas e rotuladas. A análise ainda leva em consideração a influência da rigidez da ligação na estabilidade lateral dos pórticos contraventados e não-contraventados, propiciando uma redução na quantidade de elementos de contraventamento. Verificou-se que a adoção de ligações semi-rígidas pode proporcionar uma economia de 15% em termos de peso de aço na estrutura, uma vez que se observa uma distribuição mais homogênea dos esforços, inclusive com diminuição dos valores máximos.

Castro *et al.* [22-23] desenvolveu um estudo acerca da resposta de pórticos de aço com ligações semi-rígidas, quando submetidos a carregamentos dinâmicos. Para tal, foi utilizado um elemento de mola rotacional não-linear capaz de considerar os efeitos da não-linearidade das ligações viga-coluna. O modelo computacional foi calibrado através da comparação de dados obtidos em uma série de análises numéricas com os resultados de estudos disponíveis na literatura técnica sobre o assunto. Com a consideração do comportamento não-linear das ligações viga-coluna, o fenômeno da ressonância não ocorreu quando os pórticos semi-rígidos são submetidos à carga dinâmica com frequência de excitação próxima à frequência fundamental dos sistemas estruturais. Concluiu-se que as ligações viga-coluna com comportamento não-linear propiciam a dissipação de energia da excitação por meio do fenômeno da histerese presente nas mesmas.

1.3. Motivação e Objetivos

O objetivo desta dissertação é o de investigar o comportamento dinâmico (linear e não-linear) de estruturas de aço (pórticos de aço), através da consideração da semi-rigidez das ligações estruturais viga-coluna e das placas de base (ligações coluna-base). Para tal, a modelagem computacional considera, neste trabalho, o caráter simétrico e assimétrico das ligações viga-coluna.

A metodologia de análise desenvolvida nesta dissertação considera, ao longo das análises numéricas, os seguintes efeitos: não linearidade geométrica (efeito de segunda ordem), não-linearidade das ligações estruturais viga-coluna e placas de base (elemento de mola rotacional não-linear) e, ainda, o fenômeno de histerese, presente nas ligações.

Ao longo do estudo, uma variação do amortecimento estrutural é considerada, de forma a investigar a participação da taxa de amortecimento na resposta dinâmica não-linear dos modelos investigados.

1.4. Escopo do Trabalho

Apresenta-se, no desenvolvimento desta dissertação, uma avaliação da resposta de pórticos de aço com ligações semi-rígidas quando submetidos à ação de forças dinâmicas. São realizadas análises estática e dinâmica não-lineares considerando o efeito das ligações viga-coluna e placas de base (ligação coluna-base) semi-rígidas na resposta global da estrutura. No presente capítulo, encontram-se as considerações iniciais e informações quanto aos trabalhos desenvolvidos no meio científico sobre o comportamento das ligações entre elementos estruturais. Também são apresentados os principais objetivos deste trabalho.

No capítulo dois, é apresentado o embasamento teórico para avaliação da resistência de ligações semi-rígidas, bem como os parâmetros propostos pela norma técnica disponível, Eurocode 3 [9], na classificação das mesmas.

Os modelos estruturais utilizados nas análises e a modelagem computacional, desenvolvida através do programa de elementos finitos Ansys [27], são descritos no capítulo três. Expõem-se, inclusive, as hipóteses simplificadoras incluídas na modelagem e os tipos de análises realizadas ao longo do trabalho.

Inicialmente, é desenvolvida uma análise paramétrica de autovalor e autovetor dos modelos estruturais, variando-se a rigidez inicial das ligações viga-coluna entre os extremos rígido e flexível. São considerados modelos não-contraventados e, em seguida, com a adoção de um sistema de contraventamento em “X”. Os resultados obtidos são apresentados no capítulo quatro.

No capítulo cinco, é apresentada a análise dinâmica transiente, através da qual é avaliada a resposta da estrutura, ao longo do tempo, quando submetida ao carregamento dinâmico proposto. É considerado o efeito das não-linearidades geométrica e do comportamento das ligações viga-coluna, incluindo-se o efeito de histerese inerente às mesmas. A fim de permitir uma análise comparativa, são apresentados os resultados da análise estática linear e não-linear, obtendo-se, assim, os fatores de amplificação para o deslocamento translacional horizontal e esforços desenvolvidos na estrutura.

Por fim, no capítulo seis, são apresentadas as conclusões obtidas, com considerações sobre os resultados encontrados, além de se propor temas para novos estudos relacionados com mesmo assunto.

2. Ligações Semi-Rígidas

2.1. Generalidades

Considerando a análise estrutural convencional, pressupõe-se uma estrutura aporticada como sendo um conjunto de barras unidimensionais interligadas, considerando-se as ligações entre os elementos como pontos nodais. Desta maneira, costumava-se idealizar o comportamento dos nós, classificando-os como rígidos ou rotulados, no que diz respeito às rotações relativas entre os elementos e à transmissão do momento fletor entre as barras. Neste procedimento, os nós que mantêm a continuidade rotacional, não modificando o ângulo relativo entre os elementos após a atuação do carregamento, são classificados como rígidos, ocorrendo, assim, a transmissão total de momento fletor, Figura 2.1 (a). Os nós onde não há transmissão de momento fletor são classificados como rotulados e não há continuidade rotacional entre os elementos, Figura 2.1(b).

Em estruturas de aço, as ligações desempenham papel fundamental, influenciando todo o dimensionamento estrutural. A escolha do tipo de ligação determinará a distribuição das tensões nos elementos e o conhecimento do seu comportamento real poderá garantir dimensionamentos mais arrojados, gerando conseqüente economia de materiais e, especialmente, mais garantia quanto à segurança do projeto.

Considerando a grande variedade de ligações e os efeitos que as mesmas podem introduzir na estrutura, a simples classificação das ligações como rígidas ou flexíveis não reflete o seu comportamento real, sendo necessária a inserção de um tipo intermediário: as chamadas ligações semi-rígidas. Desta forma, pode-se definir ligações semi-rígidas como sendo aquelas com comportamento intermediário ao das ligações idealizadas como rígidas ou flexíveis quanto à continuidade rotacional e à transmissão de momentos fletores, Figura 2.1(c).

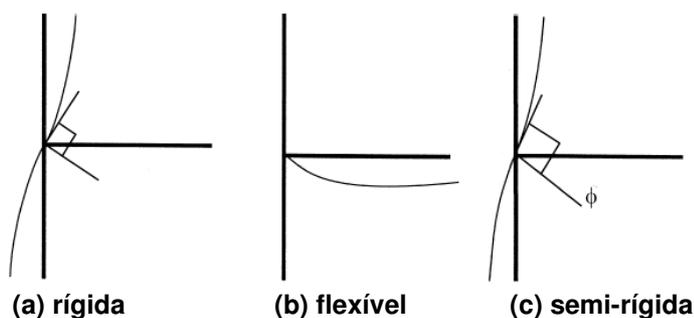


Figura 2.1 – Classificação das ligações de acordo com sua rigidez.

Para os casos de estruturas mais simples, com poucos elementos estruturais e sob a ação de cargas de pequena magnitude, os modelos simplificados das ligações utilizados na prática de projeto apresentam resultados satisfatórios. Porém, quando se trata de estruturas mais complexas, submetidas a carregamentos mais elevados, a adoção do comportamento semi-rígido das ligações propicia dimensionamentos mais realistas, permitindo economia de custo e maior confiabilidade na segurança do projeto.

Na literatura técnica dos últimos anos, observam-se diversos estudos sobre o comportamento dos elementos de ligação, propondo modelos capazes de caracterizar a resposta da ligação para vários tipos de carregamento. A possibilidade de incorporar o conceito de projetos semi-rígidos permite o dimensionamento mais racional de estruturas de aço, proporcionando diminuição dos custos de fabricação e montagem, uma vez que há grande liberdade de detalhamento das ligações dentro dos limites extremos: rígido e flexível. A ligação, apesar de ter uma representação pequena no peso final da estrutura, representa uma considerável parcela nos custos de fabricação e montagem da mesma. A otimização do detalhamento de ligações é um dos critérios utilizados para ser obter economia no custo global das estruturas de aço.

O Eurocode 3 [9] impõe limites para que a ligação seja considerada rígida, de acordo com as características dos elementos constituintes da mesma. Através do Eurocode 3 [9] pode-se classificar a ligação a partir da determinação do momento fletor resistente e da rigidez inicial da ligação. Para se otimizar um nó da estrutura, seu detalhe pode ser modificado passo a passo, alterando a sua configuração geométrica sem modificar sua característica de nó rígido. A variação do detalhamento pode ser feita, por exemplo, diminuindo o número de parafusos ou até eliminando chapas de enrijecimento desnecessárias.

Na análise estrutural, uma ligação pode ser representada por uma mola rotacional que faz a ligação entre as linhas médias dos membros que chegam a um nó da estrutura conforme é apresentado na Figura 2.2 (a) a (c). O projeto de uma ligação deve definir três propriedades básicas:

- Momento resistente ($M_{j,Rd}$);
- Rigidez inicial à rotação ($S_{j,ini}$) e
- Capacidade de rotação (ϕ_{Cd}).

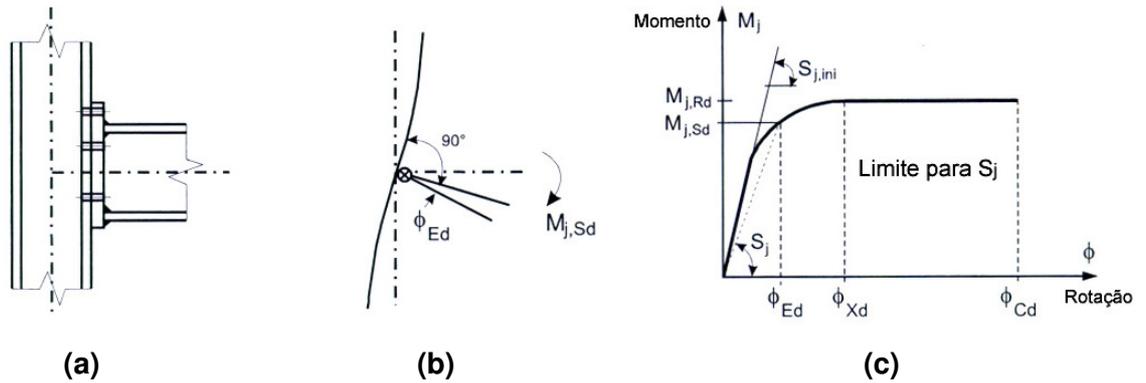
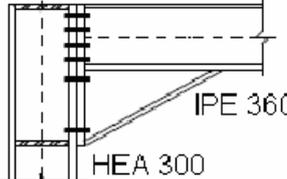
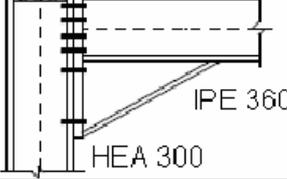
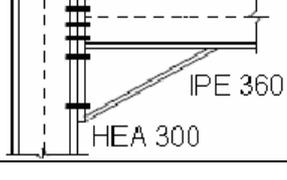


Figura 2.2 – Propriedades para dimensionamento de uma ligação, [9].

Na tentativa de se avaliar o custo de fabricação de uma ligação, Weynand *et al.* [25] investigou a variação de detalhes de um mesmo nó rígido, conforme apresentado na Tabela 2.1, onde $M_{j,Rd}$ corresponde ao momento resistente de cálculo e $S_{j,ini}$ representa a rigidez inicial à rotação da ligação.

Tabela 2.1 – Variação no detalhe do nó e economia no custo de fabricação, [25].

Varição do detalhe	$M_{j,Rd}$ (kN.m)	$S_{j,ini}$ (kN.m/rad)	Classificação	Custos de fabricação relativos (*)	Economia
	281,6	144.971	Rígido	100%	–
	255,0	92.706	Rígido	87%	13%
	250,6	89.022	Rígido	73%	27%
(*) Custo de fabricação do nó relativo à configuração inicial					

É possível notar que pequenas variações no detalhamento da ligação propiciam economia no custo de fabricação sem, contudo, alterar significativamente as características resistentes da mesma.

2.2. Classificação das Ligações segundo o Eurocode [9]

Conforme dito anteriormente, tradicionalmente, na análise estrutural, as ligações são supostas infinitamente rígidas (modelagem rígida) ou perfeitamente rotuladas (modelagem flexível). Uma das inovações do Eurocode 3 [9] é permitir uma modelagem semicontínua segundo a qual uma ligação é modelada por uma mola rotacional caracterizada por uma curva momento *versus* rotação não-linear. Dependendo das propriedades do nó envolvidas na análise estrutural, o sistema de classificação pode requerer um ou mais critérios. O Eurocode 3 [9] fornece regras para avaliar a rigidez e a resistência de ligações estruturais, tomando partido destas características.

Atualmente, a caracterização da curva momento *versus* rotação de uma ligação baseia-se na avaliação de suas propriedades de resistência à flexão, rigidez à rotação e ductilidade (capacidade de deformação plástica sem ruptura).

De acordo com a análise estrutural realizada na estrutura, as ligações devem ser classificadas segundo a rigidez à rotação e/ou a resistência ao momento fletor. Para uma análise global elástica, as ligações devem ser classificadas de acordo com sua rigidez inicial rotacional, $S_{j,ini}$. Para uma análise global rígido-plástica, as ligações devem ser classificadas de acordo com sua resistência ao momento fletor. Já para uma análise elasto-plástica, as ligações devem ser classificadas tanto pela rigidez rotacional quanto pela resistência ao momento fletor.

2.2.1. Classificação Quanto a Rigidez à Rotação

Este tipo de classificação leva em conta a rigidez lateral da estrutura para classificar as ligações, que podem ser classificadas como nominalmente rotuladas, rígidas, ou semi-rígidas.

2.2.1.1. Ligações Nominalmente Rotuladas

São ligações capazes de transferir as forças cortantes e eventualmente forças normais provenientes da viga e da coluna. Além disso, elas devem ser capazes de se deformarem sem o desenvolvimento de momentos significativos, que possam afetar a resistência das colunas a elas conectadas, como mostra a Figura 2.3.

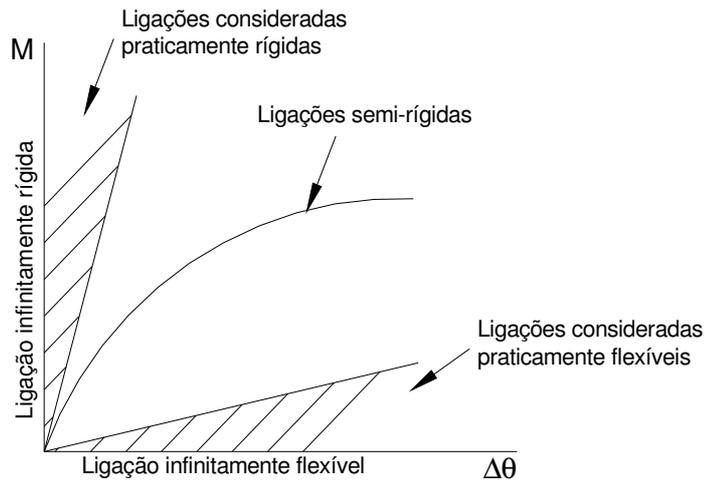


Figura 2.3 – Classificação das ligações quanto à rigidez, [9].

Uma ligação deve ser classificada como nominalmente rotulada se:

$$S_{j,ini} \leq \frac{0,5 E I_b}{L_b} \quad (2.1)$$

Onde:

$S_{j,ini}$ é a rigidez inicial à rotação da ligação;

$E I_b$ é rigidez à flexão da viga conectada;

L_b é o vão da viga conectada.

2.2.1.2. Ligações Rígidas

Estas ligações transmitem todos os esforços nela impostos com deformações insignificantes, pois estas não influenciam a distribuição de esforços na estrutura e sua deformação total. Estas deformações podem ser desprezadas, segundo o Eurocode 3 [9], pois as mesmas não reduzem a resistência da estrutura em mais que 5%.

Uma ligação deve ser classificada como rígida se:

$$S_{j,ini} \geq \frac{K_b E I_b}{L_b} \quad (2.2)$$

Onde:

$S_{j,ini}$ é a rigidez inicial à rotação da ligação;

$E I_b$ é rigidez à flexão da viga conectada;

L_b é o vão da viga conectada;

K_b é o valor médio de I_b/L_b para todas as vigas no topo do pavimento.

Sendo que $K_b=8$ para pórticos indeslocáveis, onde o contraventamento reduz os deslocamentos horizontais no mínimo em 80%, ou $K_b=25$ para pórticos deslocáveis, desde que $K_b/K_c \geq 0,1$, sendo K_c o valor médio de I_c/L_c para todas as colunas do pavimento.

2.2.1.3. Ligações Semi-Rígidas

Quando a ligação não atende nem ao critério de ligação rígida ou de rotulada, deve ser classificada como semi-rígida. Estas ligações devem ser projetadas para um grau intermediário de interação entre os elementos da estrutura baseado em sua curva momento *versus* rotação, como mostra a Figura 2.1.

2.2.2. Classificação Quanto à Resistência

Neste tipo de classificação, a ligação é avaliada segundo sua capacidade de resistência à flexão. O momento resistente característico dos elementos que compõem a ligação é utilizado como parâmetro comparativo.

2.2.2.1. Ligações Nominalmente Rotuladas

Segundo este critério, uma ligação deve ter capacidade de transmitir os esforços sem desenvolver momentos significativos. Por outro lado, sua capacidade de rotação deve ser suficiente para o desenvolvimento de todas as rótulas plásticas necessárias.

Uma ligação deve ser classificada como nominalmente rotulada se:

$$M_{j,Rd} \cdot 0,25 \times \text{menor} (M_{b,pl,Rd}; M_{c,pl,Rd}) \quad (2.3)$$

Onde:

$M_{j,Rd}$ é o momento resistente de cálculo da ligação;

$M_{b,pl,Rd}$ é o momento resistente de cálculo da viga;

$M_{c,pl,Rd}$ é o momento resistente de cálculo da coluna.

2.2.2.2. Ligações Completamente Resistentes

São ligações em que sua resistência de cálculo é sempre maior que a resistência do elemento conectado, representadas pelas curvas A e B da Figura 2.4. Sendo assim, a rótula plástica sempre se desenvolve na viga ou coluna e não na ligação. Neste caso, a rotação plástica depende da relação largura/espessura das chapas (placas) da seção da viga. Contudo, pode ocorrer da ligação não ser suficiente para impedir o início do escoamento que pode ocorrer ou na viga ou nos elementos da ligação (parafusos, soldas).

Ligações com enrijecimento da coluna são classificadas como completamente resistente se:

$$M_{j,Rd} \geq \text{menor} (M_{b,pl,Rd}; M_{c,pl,Rd}) \quad (2.4)$$

Quando não é considerado enrijecimento da coluna, para a ligação ser classificada como completamente resistente é necessário que:

$$M_{j,Rd} \geq \text{menor} (M_{b,pl,Rd}; 2M_{c,pl,Rd}) \quad (2.5)$$

Onde:

$M_{j,Rd}$ é o momento resistente de cálculo da ligação;

$M_{b,pl,Rd}$ é o momento resistente de cálculo da viga;

$M_{c,pl,Rd}$ é o momento resistente de cálculo da coluna.

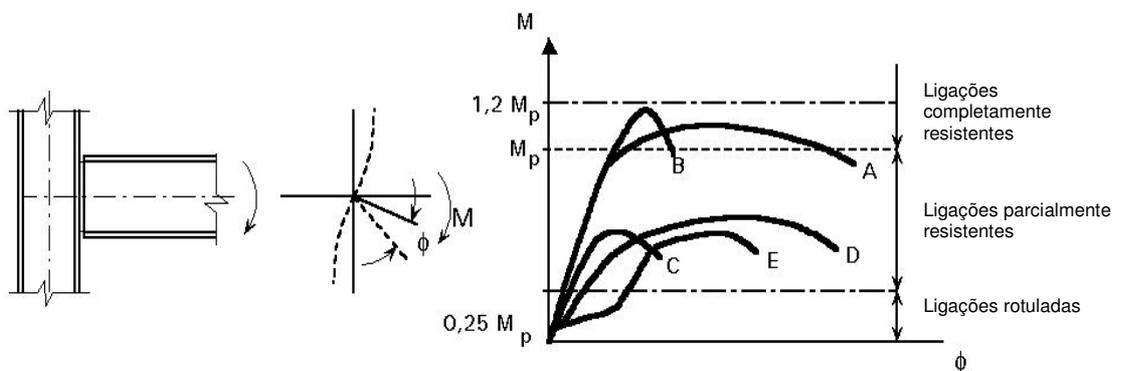


Figura 2.4 – Classificação das ligações quanto à resistência, [4-16].

2.2.2.3. Ligações Parcialmente Resistentes

São ligações em que a resistência das mesmas é menor que a resistência da viga, como mostram as curvas C, D e E da Figura 2.4, o que leva a rótula plástica a se iniciar na ligação.

2.3. Critérios de Análise e Dimensionamento

Todas as ligações devem ter uma resistência de cálculo de forma que os elementos estruturais sejam capazes de satisfazer a todos os critérios de projeto. Assim como no projeto de elementos estruturais (vigas e colunas), o projeto de ligações envolve estados limites que devem ser verificados, para os casos de combinações de cargas, obtidos pela análise global da estrutura. Nestes esforços, devem estar incluídos todos os efeitos admitidos na análise global, como os efeitos de segunda ordem e plastificação quando for o caso, e os efeitos de flexibilidade da ligação no caso de ligações semi-rígidas.

A resistência de uma ligação deve ser avaliada, entre outros aspectos, pela capacidade de resistência de cada parafuso ou solda.

Com relação às propriedades das ligações envolvidas na análise estrutural, as seguintes observações com relação à modelagem dos nós devem ser consideradas:

- a) a análise elástica deve ser baseada em uma curva momento *versus* rotação linear;
- b) a análise rígido-plástica deve ser baseada no momento resistente de projeto da ligação, onde esta deve desenvolver uma suficiente capacidade de rotação;
- c) a análise elasto-plástica deve ser baseada em uma análise considerando-se a não linearidade da curva momento *versus* rotação, caracterizada por três propriedades estruturais: resistência à flexão, rigidez à rotação e capacidade de rotação.

Tais observações estão ligadas ao tipo de análise escolhida para toda a estrutura, ou seja, que a hipótese adotada na análise global da estrutura e dos seus membros deve ser consistente com o tipo de comportamento considerado para as ligações.

Dependendo das ligações, os sistemas estruturais podem ser classificados como:

- Simples: os nós são considerados incapazes de transmitir momentos, permitindo rotação livre;
- Contínuos: todos os extremos dos membros (vigas, colunas) que convergem em um nó são sujeitos à mesma rotação e aos mesmos deslocamentos, isto é, o comportamento da ligação não é levado em consideração;
- Semicontínuos: o cálculo é baseado na deformação característica dos nós, sendo necessário considerar o comportamento da ligação.

A Tabela 2.2, extraída do Eurocode 3 [9], mostra que os tipos de ligações desejadas dependem do método de análise global usado para cada tipo de estrutura.

Tabela 2.2 – Critérios de projeto para ligações.

Tipo de Estrutura	Método de Análise global	Tipos de Ligação
Simple	Nós rotulados	Rotulada (Resistência ou rigidez)
Contínua	Elástica	Rígida
		Rotulada
		Resistência total
	Rígido-Plástica	Rotulada
		Resistência total – Rígido
		Rotulada
Semi-Contínua	Elástica	Semi-Rígida
		Rígida
		Rotulada
	Rígido-Plástica	Resistência Parcial
		Resistência Total
		Rotulada
	Elasto-Plástica	Resistência parcial - Semi-rígida
		Resistência parcial - Rígida
		Resistência total - Semi-rígida
		Resistência total - Rígida
		Rotulada

2.4. Tipos de Ligações

O comportamento de uma estrutura depende das características dos seus elementos e suas ligações viga-coluna. Desta forma, o detalhamento da ligação deve estar relacionado com as necessidades de rigidez, resistência, ductilidade, facilidade de fabricação e montagem, filosofia de detalhamento da fábrica e criatividade do projetista.

Na Figura 2.5 estão representadas as curvas momento *versus* rotação de algumas ligações viga-coluna clássicas, indicando seus respectivos comportamentos não-lineares. Pode-se notar que há uma infinidade de possibilidades no que se refere ao tipo de ligação, limitadas apenas pela criatividade e bom senso do projetista.

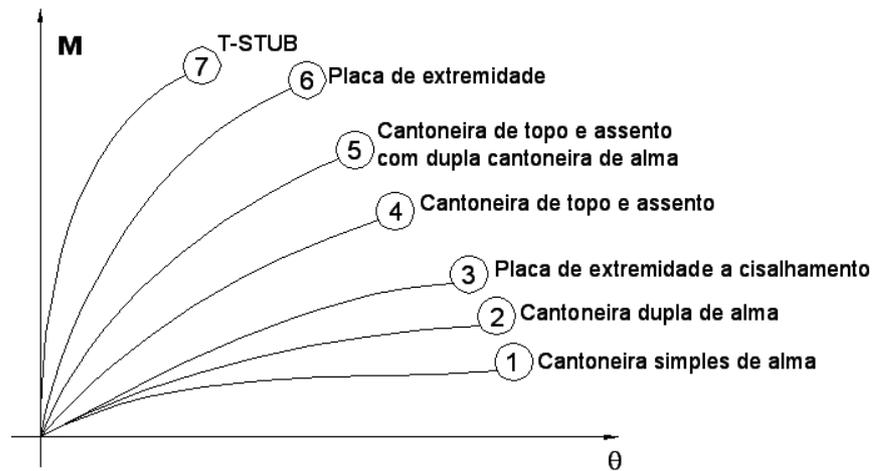


Figura 2.5 – Curvas momento *versus* rotação de alguns tipos de ligações comumente utilizadas.

Nas figuras a seguir, Figura 2.6 a Figura 2.12, podem ser observadas as configurações das ligações cujas curvas momento *versus* rotação estão indicadas na Figura 2.5.

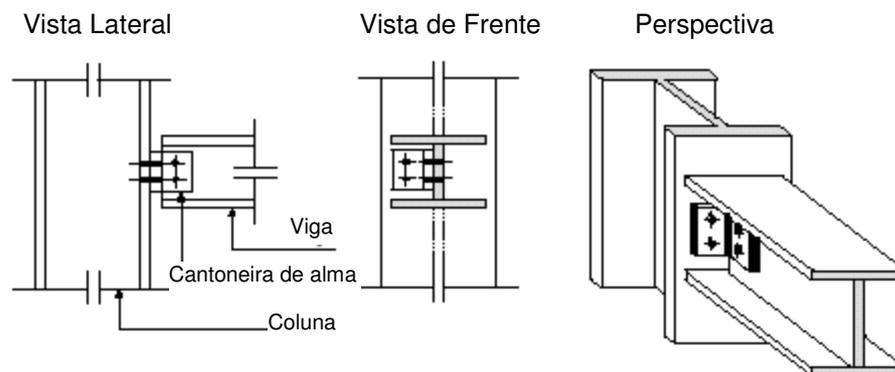


Figura 2.6 – Cantoneira simples de alma (1).

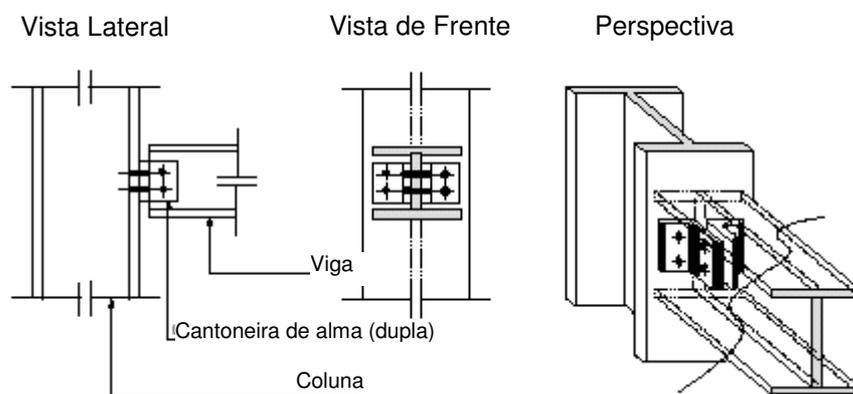


Figura 2.7 – Cantoneira dupla de alma (2).

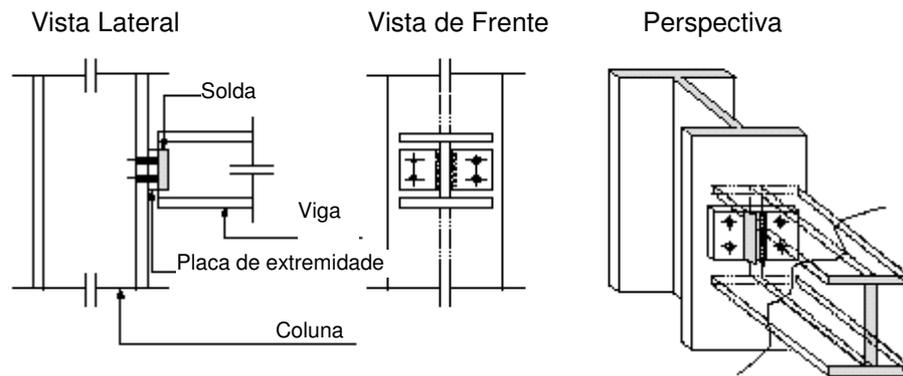


Figura 2.8 – Placa de extremidade a cisalhamento (3).

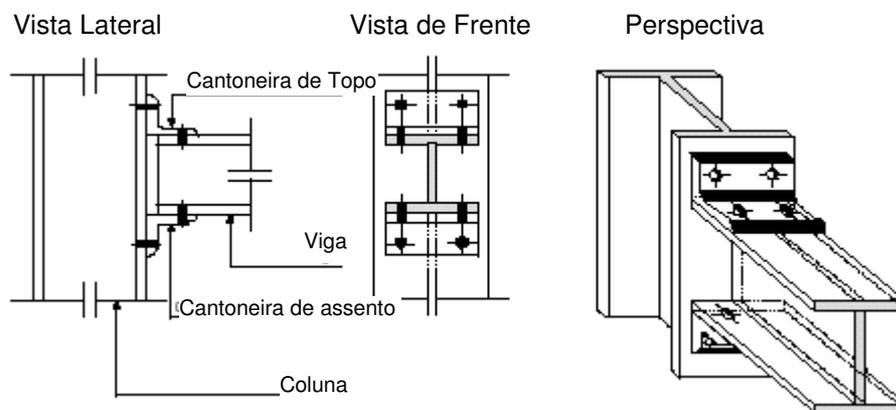


Figura 2.9 – Cantoneiras de topo e assento (4).

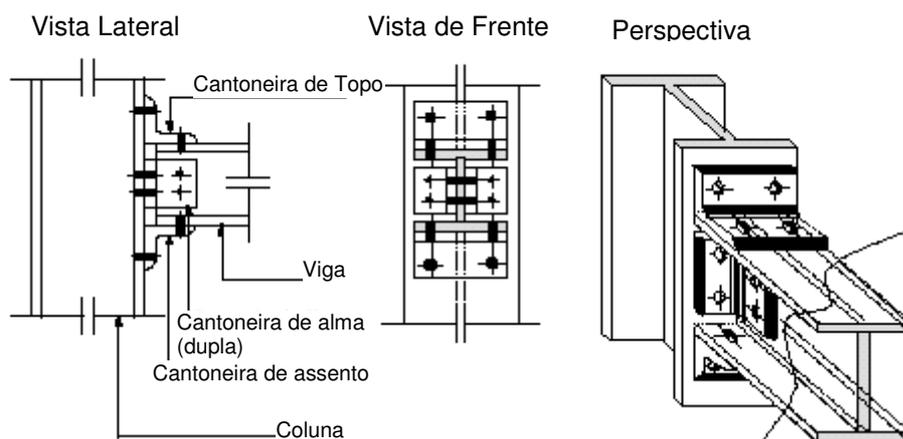


Figura 2.10 – Cantoneiras de topo e assento com dupla cantoneira de alma (5).

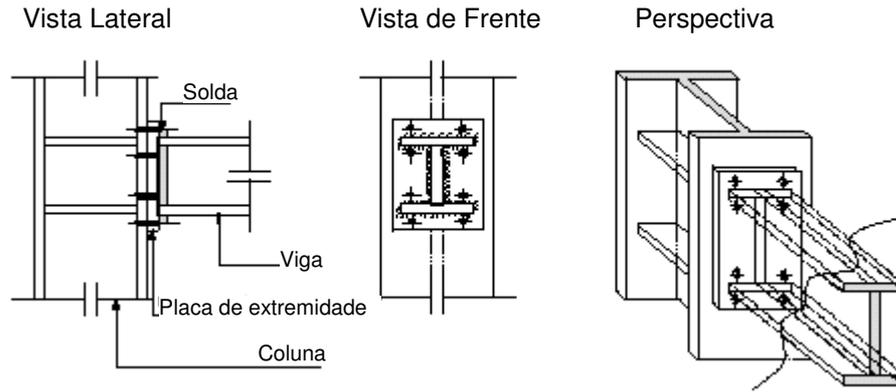


Figura 2.11 – Placa de extremidade (6).

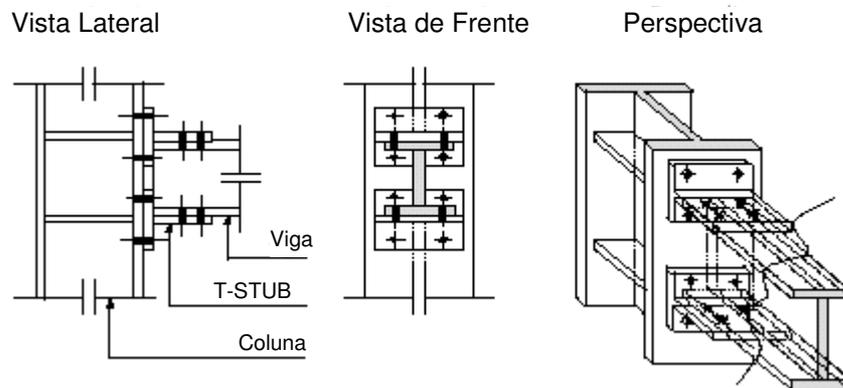


Figura 2.12 – T-STUB (7).

A caracterização das curvas momento *versus* rotação depende dos seguintes fatores:

- tipo e tamanho dos parafusos;
- distância dos parafusos à face da coluna;
- espessura das cantoneiras e placas de ligação;
- altura da viga e da ligação;
- presença ou não de enrijecedores nas colunas;
- se a ligação é na mesa ou na alma da coluna;
- se a ligação é na mesa ou na alma da viga;
- espessura da mesa ou alma da coluna;
- tensão de escoamento da viga, da coluna e do material dos componentes da ligação, etc.

2.5. Modelagem Computacional das Ligações Semi-Rígidas

O conhecimento da curva momento *versus* rotação de uma ligação é imprescindível para que sua influência possa ser considerada na análise estrutural. O nível de sofisticação da modelagem do comportamento da ligação adotada depende muito do tipo de análise estrutural global a ser utilizada.

Toda modelagem geralmente é acompanhada por uma representação matemática da curva momento *versus* rotação para que esta possa ser usada como dado de entrada em programas de análise estrutural. A seguir serão apresentados alguns dos métodos mais utilizados na modelagem das ligações semi-rígidas.

2.5.1. Representação Matemática

A representação matemática da curva momento *versus* rotação pode ser feita por diferentes relações. O grau de sofisticação da representação depende da capacidade computacional do programa de computador para análise de estruturas com ligações semi-rígidas, os quais freqüentemente oferecem uma aproximação bilinear, mas também outras representações também podem ser usadas, como mostra a Figura 2.13.

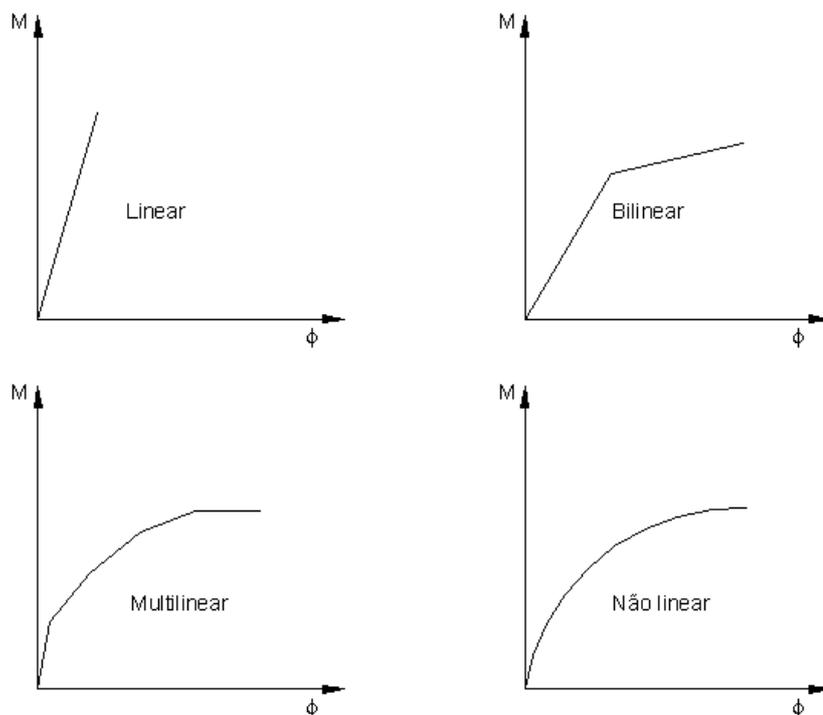


Figura 2.13 – Algumas representações matemáticas da curva momento *versus* rotação.

A escolha da representação matemática depende do nível de refinamento desejado para a curva momento *versus* rotação e também da influência deste nível e refinamento na resposta da estrutura. A representação mais simples é a linear, que superestima a rigidez da ligação para grandes rotações. Uma melhora significativa é obtida através da representação bilinear, apesar de não ser capaz de considerar mudanças contínuas de rigidez na curva. Esta representação é recomendada pelo Eurocode 3 [9], para análise global elasto-plástica (sem consideração de rigidez pós-limite). Quando se deseja superar estas aproximações, modelos trilineares e multilíneares podem ser utilizados. Por fim, um alto grau de precisão pode ser obtido por meio do uso de uma curva não-linear.

2.5.2. Modelagem Numérica

Devido a sua versatilidade, o método dos elementos finitos permite a modelagem de diversos problemas de engenharia. Este método apresenta uma ferramenta adequada para conduzir investigações e realizar a calibração de modelos. Essa técnica parece, em princípio, ser a ferramenta mais satisfatória para avaliar a resposta da ligação. Contudo, apesar do progresso contínuo, algumas das exigências necessárias para uma simulação precisa são ainda hoje insatisfatórias, devido à falta de conhecimento das várias interações complexas entre os diversos elementos da ligação. Alguns dos tipos mais usuais de modelagem numérica podem ser encontrados em Chan & Chui [2].

2.5.3. Modelagem Experimental

A caracterização do comportamento semi-rígido através da representação matemática da curva momento *versus* rotação da ligação, feita pelos modelos propostos, deve ser realizada em conjunto com os resultados obtidos com a modelagem experimental. Testes experimentais são necessários para assegurar a representação matemática proposta, avaliar as diferenças nos resultados, calibrá-la e validá-la.

2.6. Análise e Dimensionamento de Ligações pelo Eurocode 3 [9]

2.6.1. Generalidades

O dimensionamento das ligações, segundo o Eurocode 3 [9], é baseado no modelo mecânico ou modelo de molas, também chamado de Método das Componentes, onde a resposta global da ligação depende de cada um de seus elementos. Consiste na modelagem de uma ligação através de uma associação de molas (componentes) e bielas rígidas. A resposta global da ligação é atingida através da resposta de cada uma das suas componentes básicas, por meio de leis não-lineares para os elementos de molas. Estas componentes caracterizam-se por uma curva força *versus* deslocamento que pode ser aproximada por uma relação bilinear, como descrito na Figura 2.14, onde K_e é a rigidez elástica; K_p , a rigidez plástica; F_c é a força limite; Δ_y , o deslocamento correspondente ao início da plastificação e Δ_f é o deslocamento correspondente à ruptura. Entretanto, o Eurocode 3 [9] considera que as componentes presentes na ligação não possuem rigidez pós-limite, ou seja, apresentam comportamento elasto-plástico perfeito.

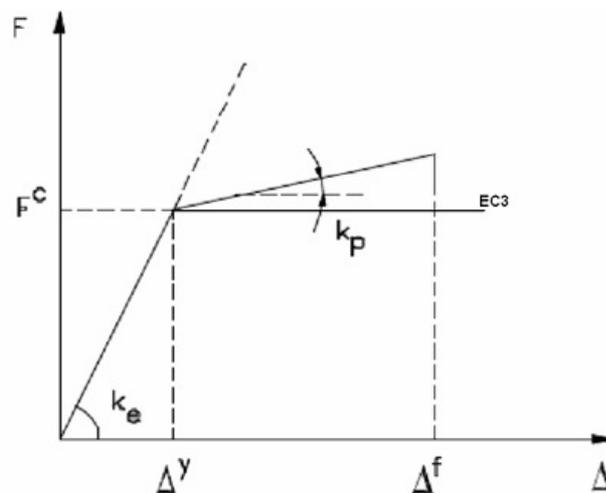


Figura 2.14 – Diagrama Força-Deslocamento representativo de uma componente genérica.

O Eurocode 3 [9] propõe modelos para nós nominalmente rotulados, nós rígidos e nós semi-rígidos. Para nós nominalmente rotulados somente a resistência ao cortante e a capacidade de rotação devem ser verificados. Em nós rígidos devem ser avaliados o momento resistente e o cortante resistente, podendo ser completamente resistente ou parcialmente resistente. No caso de ligações completamente resistentes, a capacidade de rotação somente precisa ser avaliada se uma análise global plástica é adotada. Em caso de

nós semi-rígidos e/ou parcialmente resistentes devem ser verificadas a resistência, a rigidez e a capacidade de rotação.

Diversos tipos de ligações podem ser considerados através da utilização do Método das Componentes preconizado pelo Eurocode 3 [9].

2.6.2. Método das Componentes

As ligações em estruturas de aço apresentam diversos tipos de detalhamentos alternativos, pelo que os modelos de análise diferem pela geometria da ligação. No entanto, todos os modelos de análise compreendem as mesmas características básicas: uma zona tracionada, uma zona de compressão e uma em corte, como mostra a Figura 2.15.

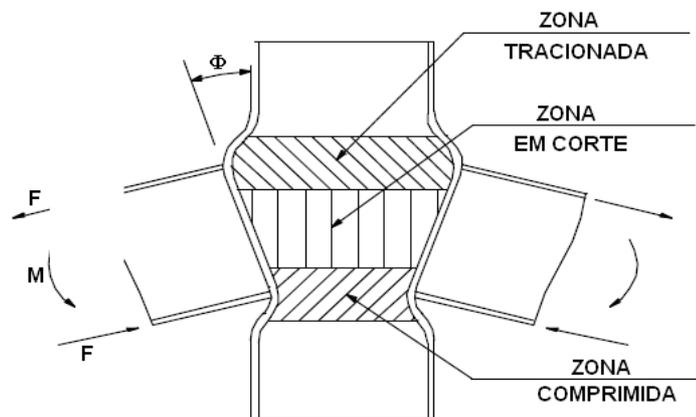


Figura 2.15 – Modelagem da ligação por zonas críticas, [5].

Uma ligação analisada através do Método das Componentes pode ser decomposta em elementos que reproduzem o comportamento das suas partes, em termos de resistência e deformabilidade. Um exemplo de ligação viga-coluna, de acordo com o Eurocode 3 [9], é ilustrado na Figura 2.16.

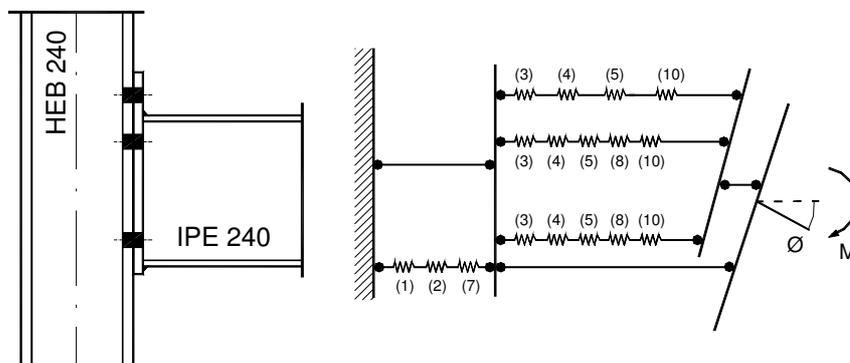


Figura 2.16 – Modelo mecânico de uma ligação com placa de extremidade estendida, [9].

A Tabela 2.3 lista as componentes de cada uma destas zonas de acordo o Eurocode 3 [9].

Tabela 2.3 – Identificação das componentes da ligação.

Componentes na trajetória à compressão	Componentes na trajetória à tração	Componentes na trajetória ao corte
<ul style="list-style-type: none"> Alma da coluna em compressão (2) Mesa da viga em compressão (7) 	<ul style="list-style-type: none"> Alma da coluna à tração (3) Mesa da coluna a flexão (4) Placa de extremidade a flexão (5) Alma da viga a tração (8) Parafusos à tração (10) 	<ul style="list-style-type: none"> Alma da coluna ao corte (1)
(*) Número correspondente ao Eurocode 3 [9]		

Este exemplo considera uma ligação do tipo placa de extremidade estendida para mostrar o funcionamento do modelo mecânico de molas.

Para aplicação do Método das Componentes às placas de base (ligações coluna-base de apoio), as componentes devem ser determinadas de acordo com os elementos envolvidos na ligação, tais como a coluna conectada, chumbadores, a placa em contato com a base de concreto e o bloco de fundação. Na Figura 2.17 é apresentado o modelo mecânico para aplicação do método das componentes à placa de base.

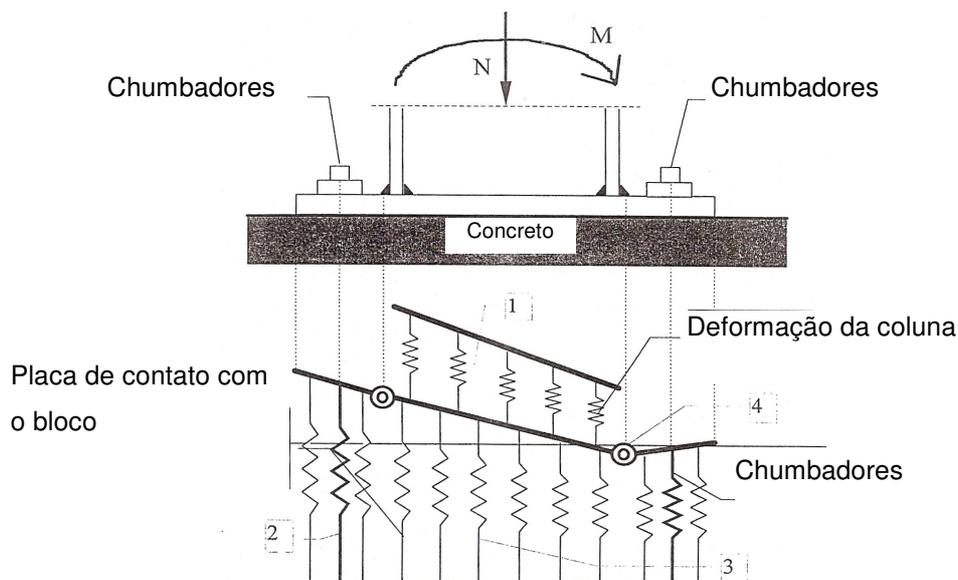


Figura 2.17 – Modelo mecânico para placa de base, [31-32].

Em resumo, pelo método proposto no Eurocode 3 [9], os seguintes passos devem ser seguidos:

- Listar as componentes ativas na ligação examinada;
- Avaliação da relação força-deslocamento de cada componente e
- Montagem dos componentes para avaliação da curva momento *versus* rotação de toda a ligação através de um arranjo de molas em série ou em paralelo.

2.6.2.1. Determinação da Resistência e da Rigidez à Rotação da Ligação

Como o Eurocode 3 [9] não considera a ação do esforço normal em conjunto com os esforços de cisalhamento e flexão nas ligações, para que a norma possa ser usada, o esforço normal nos membros que compõem a ligação deve ser inferior a 5% da resistência plástica dos mesmos.

A resistência da ligação será, para o projeto plástico, limitado pela menor das resistências das componentes em cada linha considerada pelo seu respectivo braço de alavanca:

$$M_{j,Rd} = M_{Pl,Rd} = \sum_{i=1}^{nb} \text{mín}(F_{Rd,i}) * h_i \quad (2.6)$$

Já para o projeto elástico, tem-se:

$$M_{j,Ed} = \frac{2}{3} M_{j,Rd} \quad (2.7)$$

A rigidez do modelo obtida é limitada através da substituição dos conjuntos de molas associados em série e/ou em paralelo por molas equivalentes de modo a simplificar o modelo.

A rigidez inicial de uma ligação pode ser obtida, segundo o Eurocode 3 [9], por:

$$S_{j,ini} = \frac{\sum z^2}{\mu \sum \frac{1}{k_i}} \quad (2.8)$$

Onde,

k_i é a rigidez elástica do componente;

z é o braço de alavanca;

μ é a relação entre as rizezas ($S_{j,ini} / S_j$).

Já a rigidez secante é dada por:

$$S_j = \frac{S_{j,ini}}{\eta} \quad (2.9)$$

Onde,

η é coeficiente modificador da rigidez, cujos valores são mostrados a seguir na Tabela 2.4.

Tabela 2.4 – Coeficiente modificador de rigidez η .

Tipo de ligação	Ligação viga-Coluna	Outros tipos de ligação
Soldada	2	3
Placa de extremidade aparafusada	2	3
Cantoneira de mesa aparafusada	2	3,5

A consideração da rigidez inicial das ligações é verdadeira quando o nível de momento aplicado é pequeno. Numa análise elástica, o Eurocode 3 [9], apesar de permitir o uso do valor da rigidez secante S_j , Figura 2.18 (b), indica a utilização da rigidez inicial $S_{j,ini}$ desde que o valor do momento aplicado na ligação não ultrapasse $2/3$ da sua capacidade resistente, Figura 2.18 (a).

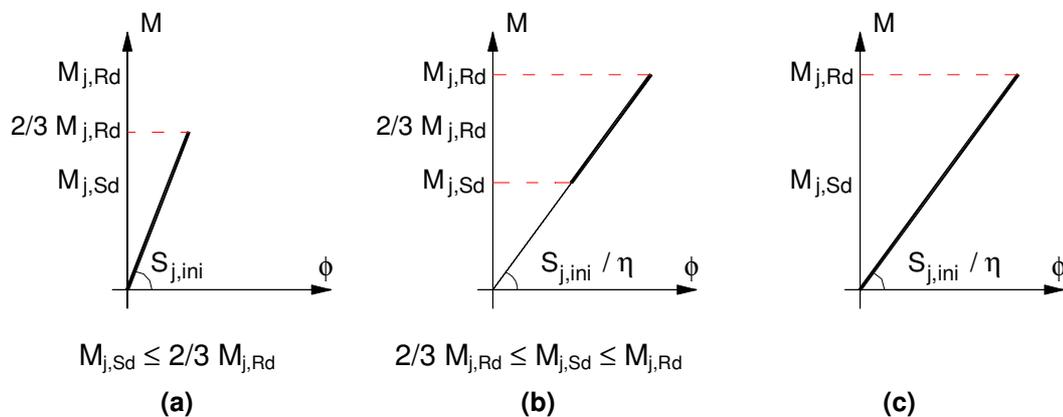


Figura 2.18 – Rigidez à rotação como função do momento aplicado.

Este capítulo apresentou uma breve abordagem sobre a caracterização das ligações entre os elementos que compõem as estruturas de aço. O próximo capítulo aborda a descrição do modelo estrutural utilizado para o desenvolvimento das análises propostas na presente dissertação. É realizada uma breve apresentação dos elementos finitos empregados na modelagem computacional através do programa Ansys [27].

3. Modelos Estruturais

3.1. Introdução

Neste capítulo são descritas as considerações estruturais e os parâmetros de projeto adotados, de modo a definir os modelos usados para estudo. Será feita uma breve apresentação do projeto que serviu de base para elaboração dos modelos, assim como das hipóteses de cálculo que serão consideradas. Ainda serão descritos os modelos computacionais desenvolvidos a fim de possibilitar as análises, através do programa de elementos finitos Ansys [27], que foram realizadas ao longo do trabalho.

3.2. Descrição dos Modelos Estruturais

3.2.1. Arquitetura

As estruturas analisadas têm como base o projeto arquitetônico de modelos padrões de edifícios residenciais populares da USIMINAS [26].

Trata-se de um projeto de quatro pavimentos, com dezesseis unidades por edificação. Cada unidade possui área total de 46,69m² (42,54m² de área útil), divididos entre sala, dois quartos, uma pequena circulação, um banheiro, cozinha e área de serviço, Figura 3.1.

O edifício é composto de pavimento térreo, três pavimentos tipo, cobertura e reservatório elevado. A construção apresenta um pé direito constante de 2,80m entre os respectivos andares.

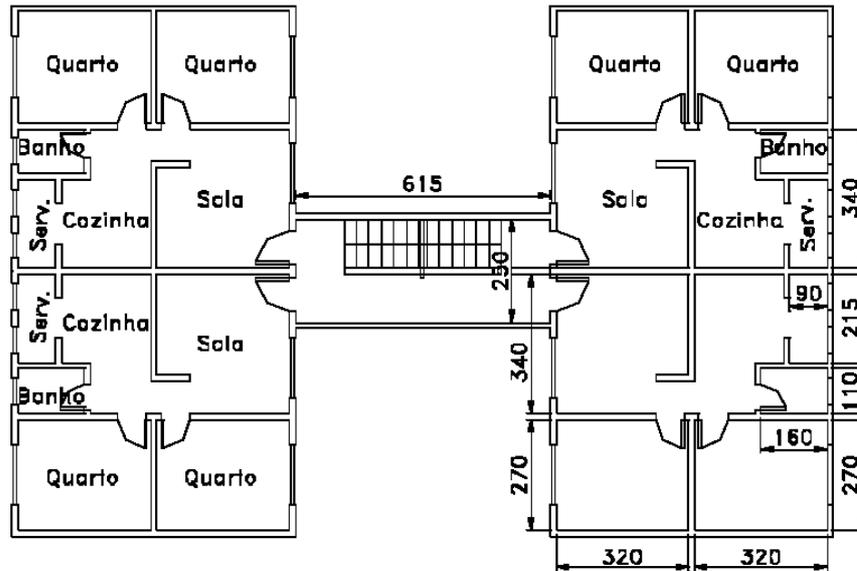


Figura 3.1 – Planta baixa do pavimento tipo, [16-26].

3.2.2. Superestrutura

O projeto de arquitetura preconiza uma estrutura modulada dividida em dois blocos com as colunas distribuídas segundo duas direções ortogonais formando duas malhas de 6,70m x 12,80m. Um dos blocos é ligado ao outro através de uma estrutura de vigamentos com vão a vencer de 6,30m. Cada bloco é composto por um conjunto de seis colunas formando um total de doze por edificação. O lançamento estrutural é apresentado nas Figura 3.2 e Figura 3.3.

Conforme lançamento estrutural, as vigas podem se apoiar em outras vigas ou em colunas. Quando ocorre viga sobre viga, a ligação é considerada rotulada, enquanto nos apoios sobre colunas a ligação poderá ser considerada rígida, rotulada ou semi-rígida.

As colunas e vigas possuem seção transversal na forma de perfil “I” soldado simétrico de fabricação padronizada da USIMINAS e/ou normalizados pela ABNT.

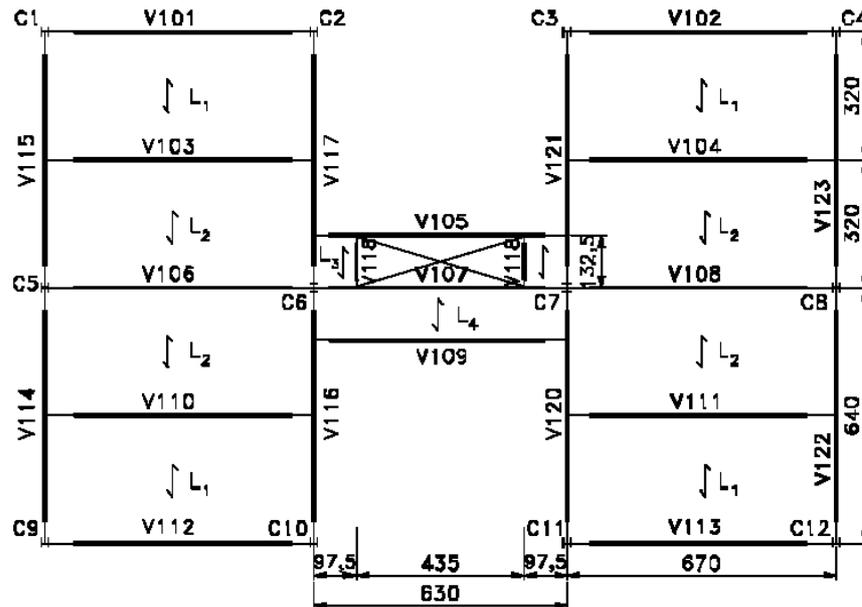


Figura 3.2 – Vigas do pavimento tipo, [16-26].

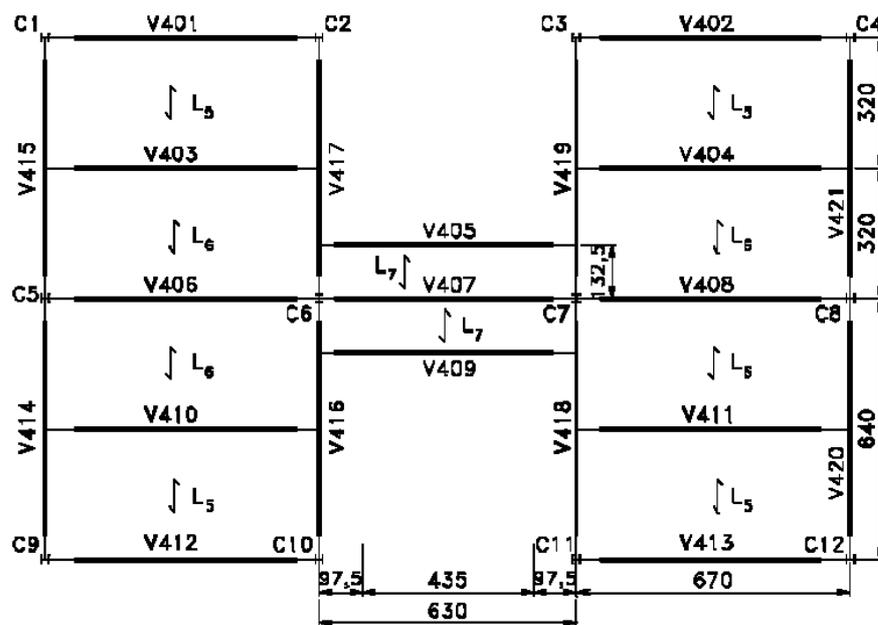


Figura 3.3 – Vigas da cobertura, [16-26].

O sistema de estabilização do edifício, face às ações horizontais, poderá ser feito através da formação de pórticos rígidos, semicontínuos ou contraventados. O sentido das colunas foi escolhido de modo a otimizar o sistema de estabilização quando na adoção de pórticos não-contraventados. Sendo assim, o sistema estrutural é composto por pórticos com duas, três ou quatro colunas, conforme apresentado na Figura 3.4.

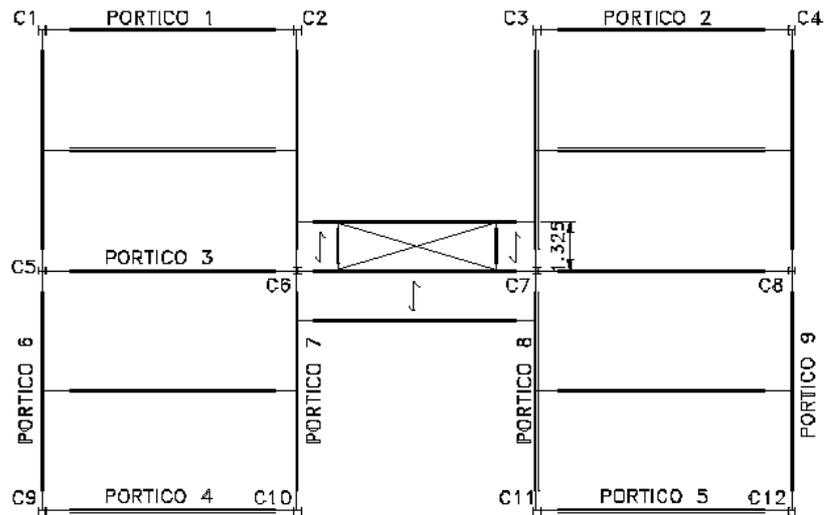
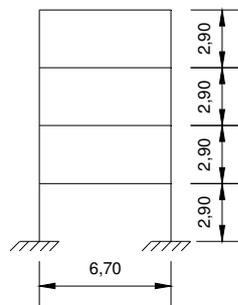
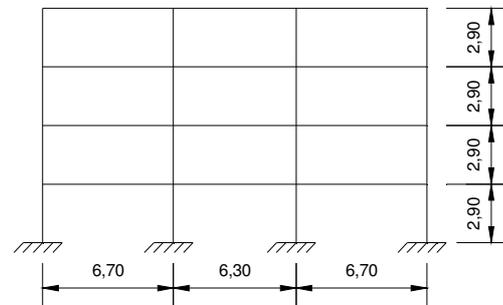


Figura 3.4 – Planta de localização dos pórticos da estrutura, [16].

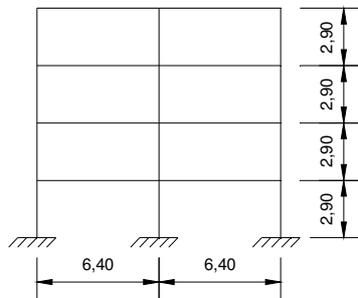
Por possuir uma característica modular, a estrutura foi então dividida em pórticos planos, agrupados em quatro grupos, de acordo com suas características geométricas. Segundo observa-se na Figura 3.5, os pórticos 1, 2, 4 e 5 estão agrupados no Grupo 1, enquanto o pórtico 3 está representado pelo Grupo 2. Os pórticos 6, 7, 8 e 9, aparentemente iguais, foram separados em dois grupos por possuírem vigas com propriedades geométricas diferentes, sendo, então, o Grupo 3 representativo dos pórticos 6 e 9, e o Grupo 4 englobando os pórticos 7 e 8.



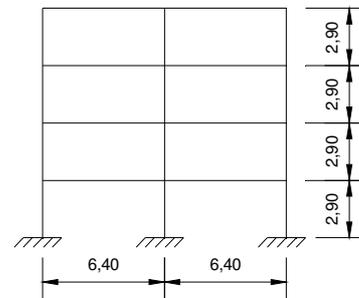
(a) GRUPO 1 – Pórticos 1, 2, 4 e 5



(b) GRUPO 2 – Pórtico 3



(c) GRUPO 3 – Pórticos 6 e 9



(d) GRUPO 4 – Pórticos 7 e 8

Figura 3.5 – Pórticos planos sem contraventamento.

3.2.2.1. Propriedades Físicas da Edificação

O aço estrutural utilizado para os perfis estruturais possui as características mecânicas correspondentes ao ASTM A36 e limite de escoamento de 250MPa.

A resistência média do concreto das lajes será de $f_{ck}=20\text{MPa}$ e para as fundações de 15MPa, todos os concretos com peso específico de 25kN/m^3 . As lajes têm um peso específico de $16,65\text{kN/m}^3$ devido ao enchimento de tijolo. Os parafusos serão de alta resistência mecânica, ASTM A325, e para barras redondas, o SAE1020.

As alvenarias não foram consideradas como estruturais. Para fechamentos externos e internos foi tomada como base para a análise uma alvenaria cerâmica de espessura 10 cm mais 5 cm de revestimento total.

3.2.2.2. Propriedades Geométricas dos Pórticos

Conforme citado no item 3.2.2, o projeto original da USIMINAS utiliza perfis “I” soldados simétricos, Figura 3.6, para as vigas e colunas e suas propriedades geométricas são apresentadas da Tabela 3.1 a Tabela 3.4. Quando adotado o sistema de contraventamento, o elemento utilizado será barra metálica com uma área de $3,40\text{ cm}^2$ na seção transversal.

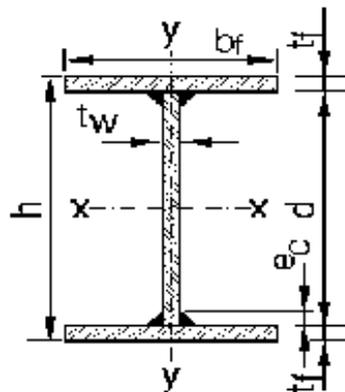


Figura 3.6 – Seção transversal típica dos perfis das colunas e vigas.

Onde:

- h = altura do perfil;
- d = altura da alma;
- b_f = largura da mesa;
- t_w = espessura da alma;
- t_f = espessura da mesa;
- e_c = espessura do cordão de solda.

Tabela 3.1 – Propriedades geométricas dos elementos dos pórticos do Grupo 1.

Tipo de perfil / Localização	Área (cm ²)	I _{xx} (cm ⁴)	h (mm)	t _w (mm)	t _f (mm)	b _f (mm)
CVS 300×57 (Colunas)	72,0	11725	300	8,0	12,5	200
VEE 250×35 (Vigas)	44,2	5298	250	4,75	9,5	175

Tabela 3.2 – Propriedades geométricas dos elementos dos pórticos do Grupo 2.

Tipo de perfil / Localização	Área (cm ²)	I _{xx} (cm ⁴)	h (mm)	t _w (mm)	t _f (mm)	b _f (mm)
CVS 350×136 (Colunas Térreo e 1º pav.)	173	36673	350	16	25	250
CVS 350×73 (Colunas 2º pav. e 3º pav.)	93,4	20524	350	9,5	12,5	250
VEE 300×50 (Vigas ext. pav. tipo)	63,1	11162	300	4,75	12,5	200
VEE 250×35 (Demais vigas)	44,2	5298	250	4,75	9,50	175

Tabela 3.3 – Propriedades geométricas dos elementos dos pórticos do Grupo 3.

Tipo de perfil / Localização	Área (cm ²)	I _{xx} (cm ⁴)	h (mm)	t _w (mm)	t _f (mm)	b _f (mm)
CVS 300×57 (Colunas externas)	72,0	11725	300	8,0	12,5	200
CVS 350×136 (Colunas internas Térreo e 1º pav.)	173	36673	350	16	25	250
CVS 350×73 (Colunas internas 2º pav. e 3º pav.)	93,4	20524	350	9,5	12,5	250
VEE 250×35 (Vigas)	44,2	5298	250	4,75	9,5	175

Tabela 3.4 – Propriedades geométricas dos elementos dos pórticos do Grupo 4.

Tipo de perfil / Localização	Área (cm ²)	I _{xx} (cm ⁴)	h (mm)	t _w (mm)	t _f (mm)	b _f (mm)
CVS 300×57 (Colunas externas)	72,0	11725	300	8,0	12,5	200
CVS 350×136 (Colunas internas Térreo e 1º pav.)	173	36673	350	16	25	250
CVS 350×73 (Colunas internas 2º pav. e 3º pav.)	93,4	20524	350	9,5	12,5	250
VEE 300×50 (Vigas pav. tipo)	63,1	11162	300	4,75	12,5	200
VEE 250×35 (Vigas cobertura)	44,2	5298	250	4,75	9,5	175

Da Figura 3.7 a Figura 3.8 estão esquematicamente representadas as localizações das vigas dos pavimentos tipo e de cobertura, respectivamente.

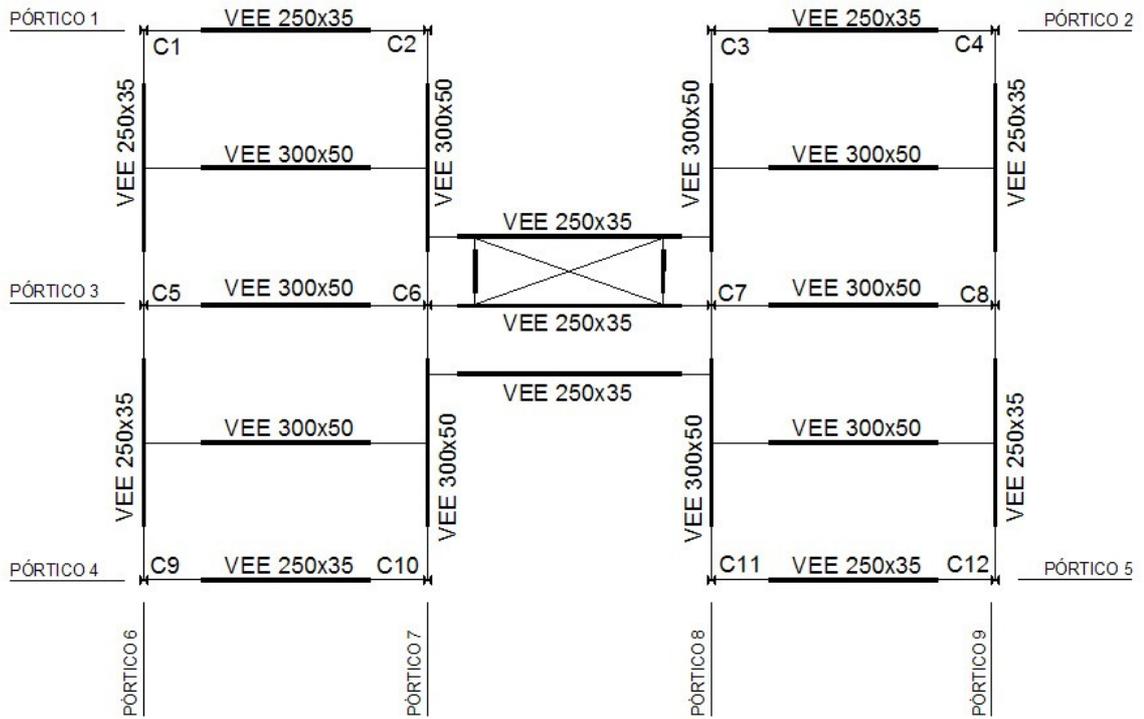


Figura 3.7 – Vigas do pavimento tipo.

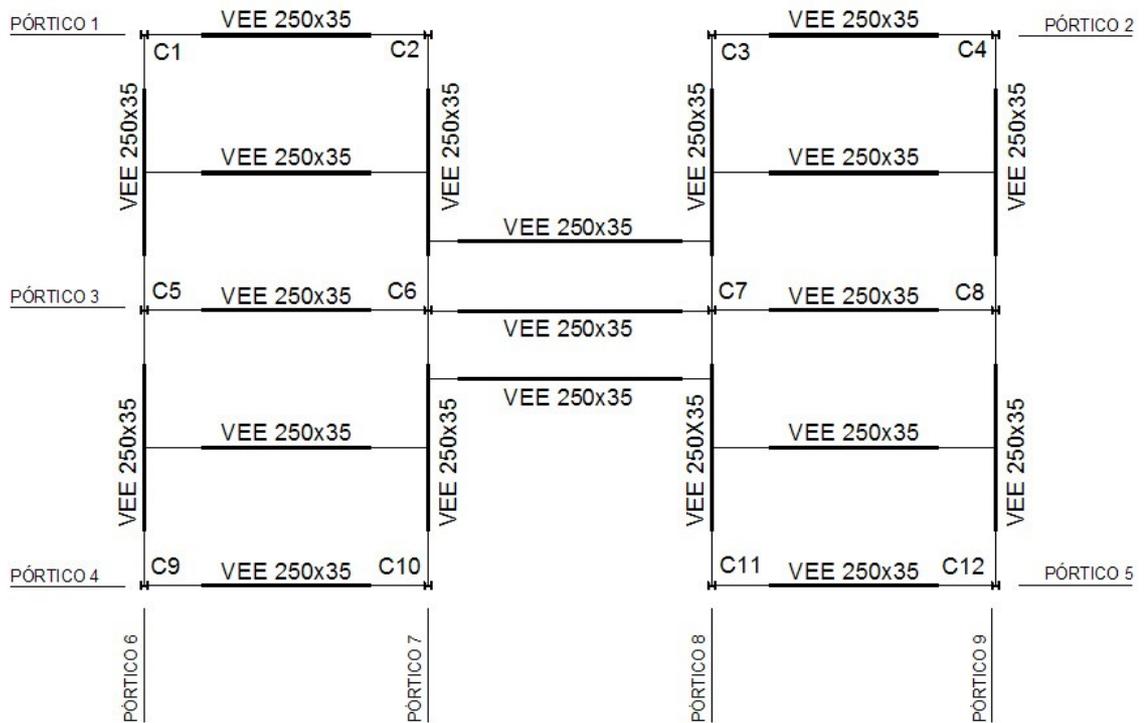
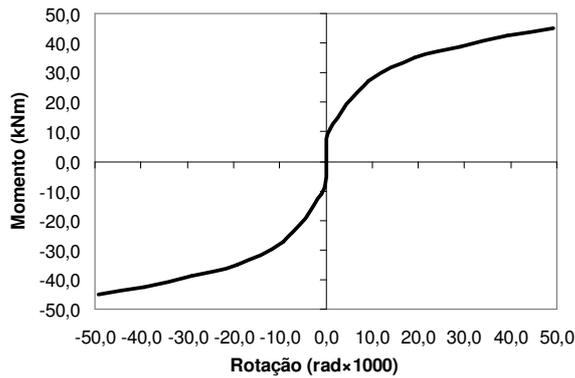
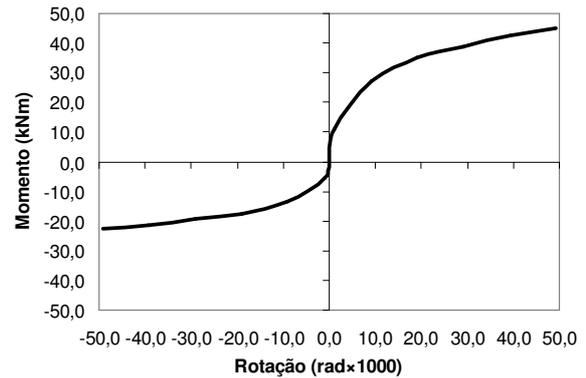


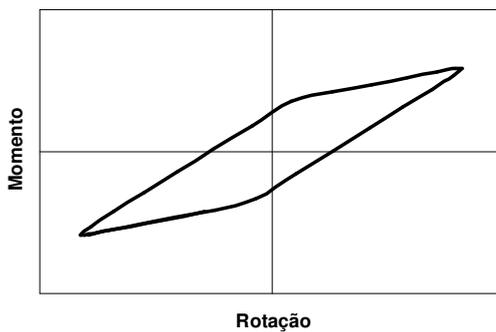
Figura 3.8 – Vigas da cobertura.



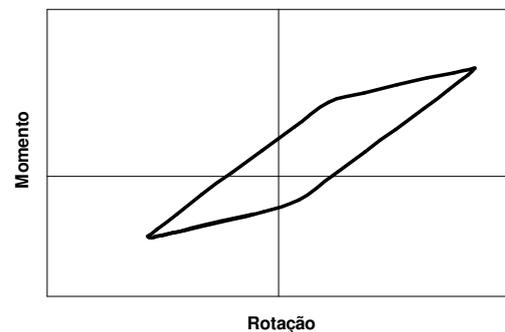
(a) Ligação viga-coluna simétrica



(b) Ligação viga-coluna assimétrica



(c) Ciclo histerético da ligação viga-coluna simétrica



(d) Ciclo histerético da ligação viga-coluna assimétrica

Figura 3.10 – Curvas momento *versus* rotação da ligação viga-coluna, [4].

A ligação assimétrica apresenta uma área de ciclo histerético menor que a ligação simétrica, representando, assim, uma redução na capacidade de absorção de energia.

3.4. Ligações no apoio

Os modelos de pórticos tiveram duas considerações nas ligações de apoio: base engastada e placa de base semi-rígida, com curvas momento *versus* rotação (Figura 3.11) baseadas na análise paramétrica desenvolvida por Kontoleon *et al.* [28], que simulou o comportamento da ligação coluna-base variando o carregamento axial (N) aplicado. A placa de base considerada possui espessura de 25 mm. As ligações no apoio foram consideradas simétricas.

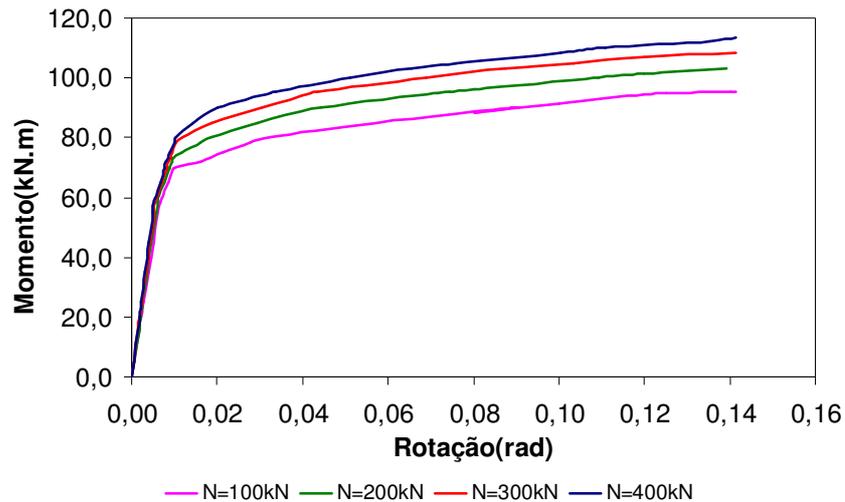


Figura 3.11 - Curva momento *versus* rotação obtida por Kontoleon *et al.*, [28].

3.5. Modelo em Elementos Finitos

O método dos elementos finitos prevê a divisão do domínio de integração em um número finito de pequenas regiões denominadas elementos finitos, interconectadas entre si através de um número discreto de pontos nodais. Dessa forma, o meio contínuo é transformado em discreto, formando uma malha de elementos finitos, utilizando as variáveis nodais como parâmetros. Para cada região (ou elemento) estabelece-se um comportamento local aproximado, de tal forma que as incógnitas do problema em qualquer ponto do elemento podem ser definidas em função das mesmas incógnitas nos pontos nodais do elemento. Dessa forma, é montado um funcional para cada elemento finito que, somado aos dos demais elementos, formam o funcional para todo o domínio. Minimizando o funcional do problema, obtido das somas das contribuições de cada elemento finito, chega-se a um sistema total de equações cuja solução permite conhecer os valores dos parâmetros nodais, que podem ser deslocamentos, forças internas, ou ambos, dependendo da formulação do método dos elementos finitos que se utiliza.

Para o desenvolvimento das análises da estrutura proposta, os modelos de pórticos foram discretizados através do programa computacional de elementos finitos ANSYS [27], que pode ser utilizado nas mais diversas classes de problemas de engenharia.

O programa ANSYS [27] permite a realização de vários tipos de análises estruturais diferentes. Os primeiros parâmetros desconhecidos, representados pelos graus de liberdade nodais, que são calculados em uma análise estrutural, são deslocamentos e rotações. Outras quantidades, como deformações, tensões e força de reação, são derivadas dos

deslocamentos nodais. Ao longo deste trabalho, serão realizadas as análises estática, modal e dinâmica transiente.

Para a análise de uma estrutura, o ANSYS [27] divide o procedimento em três etapas: “Preprocessor”, “Solution” e “Postprocessor”. Na primeira etapa, “Preprocessor”, é feita a modelagem da estrutura, a definição do tipo de elemento estrutural (vigas, barras, placas, etc.), das constantes características do elemento e do tipo de material relacionado ao mesmo, são numerados os nós e as barras. Na segunda etapa, “Solution”, definem-se os tipos de forças atuantes na estrutura e suas condições de apoio e o tipo de análise que se deseja realizar. Concluída a análise da estrutura, inicia-se a terceira etapa, “Postprocessor”, onde são apresentados os resultados obtidos na análise realizada na etapa anterior.

As estruturas para análise neste trabalho foram discretizadas através dos elementos finitos disponíveis na biblioteca do ANSYS [27], conforme explicitado a seguir.

Os modelos computacionais gerados tiveram as vigas e colunas simuladas por um elemento finito bidimensional denominado BEAM23 [27], Figura 3.12, que possui três graus de liberdade por nó: translação nas direções x (UX) e y (UY) e rotação em torno do eixo z (ROTZ). São considerados os esforços normal e de flexão e o efeito de segunda ordem.

Quando adotado o sistema de pórticos contraventados, as barras de contraventamento são modeladas através do elemento finito unidimensional do tipo LINK1 [27], Figura 3.13, possuindo apenas um grau de liberdade por nó, translação na direção x (UX), onde pode ser considerada a deformação axial ao longo do eixo x local.

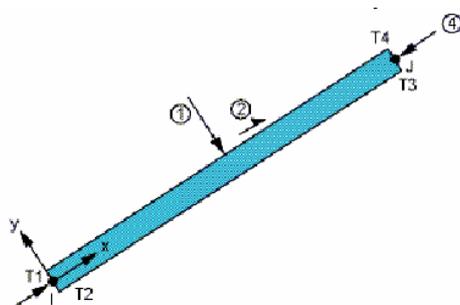


Figura 3.12 – Elemento finito BEAM23, [27].

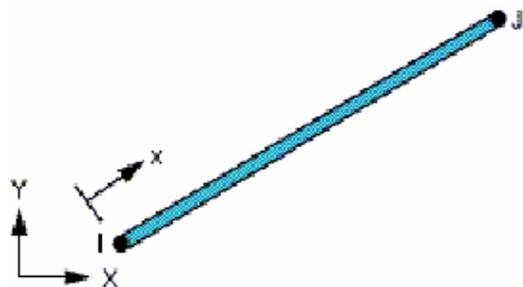


Figura 3.13 – Elemento finito LINK1, [27].

Para simular o comportamento das ligações semi-rígidas, foi adotado um elemento finito de mola rotacional, COMBIN39 [27], Figura 3.14, que incorpora os efeitos da não-linearidade geométrica e de histerese. As curvas momento *versus* rotação das ligações viga-coluna, Figura 3.10, e placa de base, Figura 3.11, são implementadas através de uma curva de característica multilinear, conforme exemplifica a Figura 3.15.

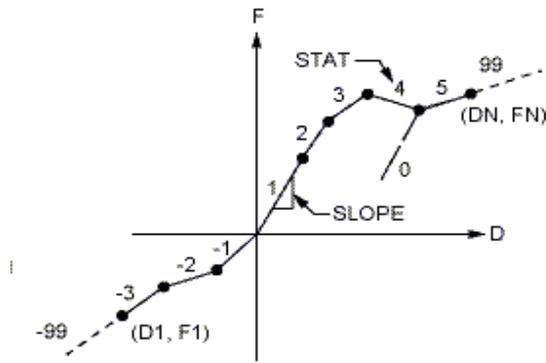


Figura 3.14 – Elemento finito COMBIN39, [27].

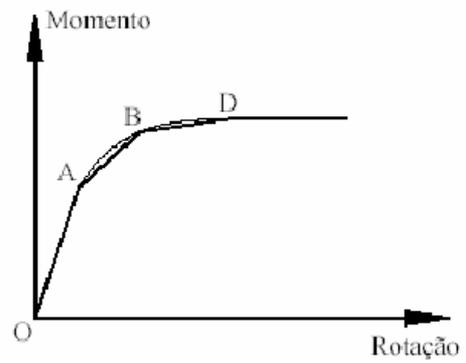


Figura 3.15 – Curva momento *versus* rotação multilinear.

As ligações nos modelos computacionais são criadas a partir da superposição de nós, sendo que um nó pertence à viga e outro à coluna, no caso de ligações viga-coluna, e um nó pertence à coluna e outro à fundação, no caso de ligações coluna-base. A ligação entre esses elementos, viga com coluna e coluna com bloco de fundação, é feita através do acoplamento entre os referidos nós. De acordo com as restrições impostas, são geradas ligações rígidas, flexíveis e semi-rígidas. Para ligações rígidas, o acoplamento é realizado nas direções x e y e rotação em torno do eixo z , não ocorrendo deslocamentos ou rotações relativas entre viga e coluna e impedindo translações verticais e horizontais e rotação em torno do eixo z no caso dos apoios. Para a simulação de ligações rotuladas, os nós são acoplados apenas nas direções x e y , ficando assim liberada a rotação. No caso das ligações semi-rígidas, para os nós das vigas e colunas é feito o acoplamento nas direções x e y e inserido, entre os nós, o elemento de mola COMBIN39, Figura 3.14, que incorpora a semi-rigidez da ligação. Nos apoios, assim como nas ligações viga-coluna, é inserido o elemento finito de mola rotacional entre os nós da coluna e da base, sendo os mesmos acoplados nas direções x e y . É atribuída restrição à rotação no nó representativo da fundação [18]. Na Figura 3.16 e na Figura 3.17 estão representados os desenhos esquemáticos da referida modelagem das ligações viga-coluna e coluna-base, respectivamente.

O modelo computacional adotado na presente dissertação foi calibrado a partir da comparação de resultados obtidos através do programa Ansys [27] com a literatura técnica disponível sobre o assunto no trabalho desenvolvido por Castro [23].

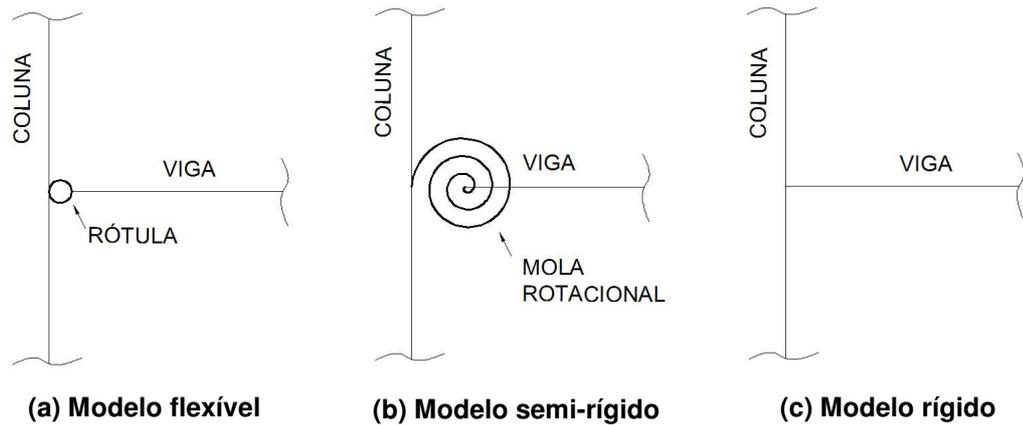


Figura 3.16 – Modelos de ligação viga-coluna.

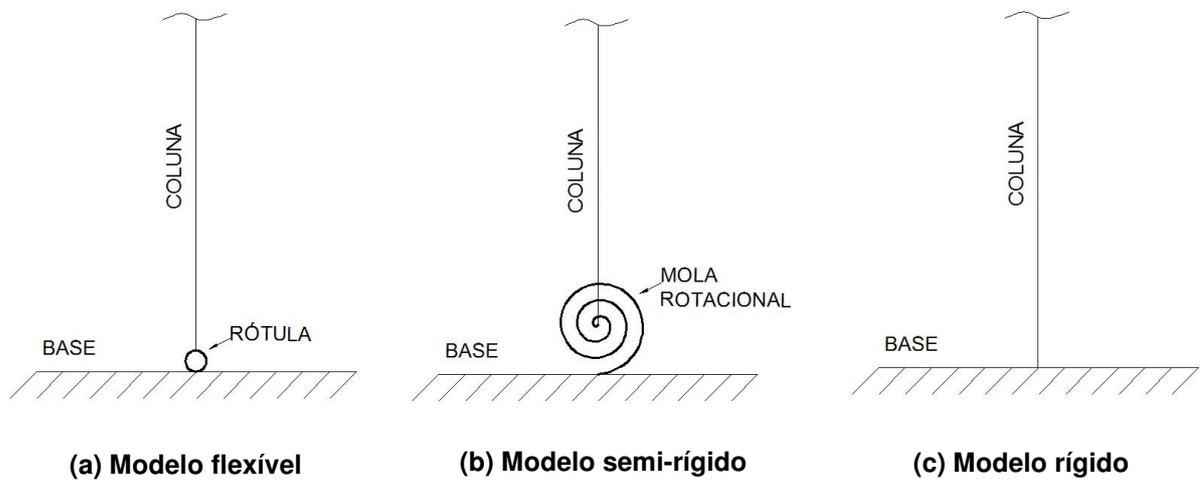


Figura 3.17 – Modelos de ligação coluna-base.

3.6. Hipóteses Simplificadoras

Para a implementação computacional do modelo matemático, mediante o emprego do método dos elementos finitos, são adotadas as seguintes hipóteses simplificadoras:

- assume-se a hipótese clássica de Bernoulli na qual se considera que a seção transversal dos elementos permanece plana e normal ao eixo baricêntrico destes, antes e após as deformações. Os efeitos de empenamento e distorção das seções não são considerados nesta modelagem;
- considera-se que as tensões impostas não causam plastificação na seção transversal dos elementos. Todavia, efeitos de segunda ordem são levados em conta na análise;

- c) o material é considerado como possuindo um comportamento elástico e isotrópico. As não-linearidades são provenientes da flexibilidade das ligações e das modificações na geometria do modelo;
- d) considera-se que a rigidez das ligações pode ser aproximada de forma conveniente por funções matemáticas;
- e) o elemento de mola rotacional, representativo das ligações, possui comprimento zero;
- f) postula-se que a curva momento *versus* rotação utilizada na análise dinâmica de todos os modelos estudados é a mesma utilizada na análise estática.

3.7. Tipos de Análise

Conforme citado no item 3.5, ao longo do presente estudo, foram realizadas análises do tipo estática, modal e dinâmica transiente. Na análise estática, foram determinados deslocamentos, rotações, esforços internos e reações de apoio sob condições de carga estática aplicada sobre os modelos. Através da análise modal (análise de autovalor e autovetor), foram obtidas as frequências naturais (autovalor) e os modos de vibração (autovetor) dos sistemas estruturais. Com a análise dinâmica transiente é determinada a resposta das estruturas de estudo sob a ação de cargas variáveis no tempo.

São realizadas análises estática e dinâmica linear e não-linear, sendo que as não-linearidades incluem os efeitos de grandes deformações e da não-linearidade do elemento de mola rotacional que simula o efeito das ligações viga-coluna e coluna-base.

Na análise estática, a resposta dos sistemas estruturais foi obtida utilizando o método proposto por Newton-Raphson [27]. No que tange a análise de autovalores e autovetores foi empregado o algoritmo proposto por Lanczos [27]. Para a obtenção da resposta dinâmica dos modelos foi adotado o método de Newmark [27-34]. Os métodos numéricos de Newton-Raphson [27] e Newmark [27-34] estão relacionados no Anexo A.

Para a consideração do fenômeno de histerese foi adotado o algoritmo proposto por Chan *et al.* [29], descrito a seguir.

Caso a estrutura esteja sendo carregada ($M \times \Delta M > 0$), o momento na ligação será aquele obtido na curva momento *versus* rotação adotada. Se em algum momento ocorrer o descarregamento da estrutura ($M \times \Delta M < 0$), a curva de compressão a ser adotada será inicialmente uma reta paralela à rigidez inicial da curva de tração, sendo então adotada a curva de tração da ligação para o descarregamento da estrutura. Caso ocorra um recarregamento da estrutura ($M \times \Delta M > 0$), o momento na ligação será aquele obtido na curva momento *versus* rotação adotada. A Figura 3.18 ilustra o algoritmo adotado.

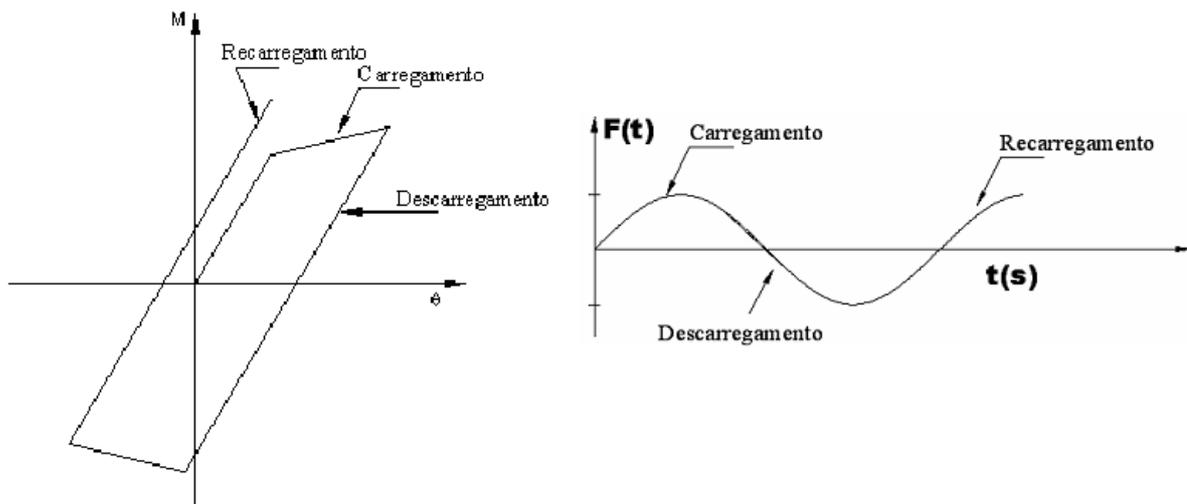


Figura 3.18 – Algoritmo utilizado para simular o fenômeno de histerese, [29].

Foi apresentada, neste capítulo, uma descrição do modelo estrutural adotado nas análises realizadas no presente estudo, incluindo-se suas características geométricas e as considerações utilizadas na modelagem computacional do mesmo. O capítulo seguinte contém a análise de autovalores e autovetores dos grupos de pórticos (Figura 3.5), considerando uma parametrização da rigidez inicial das ligações viga-coluna e coluna-base (placa de base no apoio).

4. Análise de Autovalores e Autovetores

4.1. Introdução

A dinâmica das estruturas estuda as modificações ocorridas na quantidade de movimento dos sistemas elásticos. Como exemplos de ações capazes de modificar a quantidade de movimento de uma estrutura podem ser citados a ação de um motor sobre sua base, a ação dos ventos ou das ondas do mar em estruturas, ações dos terremotos ou explosões, impacto de cargas móveis sobre sistemas estruturais, etc.

Sabe-se que graus de liberdade são coordenadas que definem como se encontram as configurações do sistema a qualquer instante. Um modo de vibração é uma configuração do sistema segundo a qual este pode oscilar, mantendo-se constante a relação entre os deslocamentos dos diversos pontos da estrutura [30].

A análise modal clássica, ou análise de vibração livre sem amortecimento, pode ser definida pela extração de autovalores e autovetores, refletindo o comportamento dinâmico básico da estrutura, e constitui uma indicação de como a mesma responderá ao carregamento dinâmico.

Nesta análise não há atuação de forças externas, a estrutura vibra livremente. Assim, tem-se que para um sistema estrutural qualquer submetido à vibração livre não amortecida, com vários graus de liberdade, pode ser escrita uma equação matricial de movimento tal que,

$$M\ddot{v} + Kv = 0 \quad (4.1)$$

Onde, M é a matriz de massa, K é a matriz de rigidez, \ddot{v} é o vetor das acelerações e v é o vetor dos deslocamentos.

O problema geral de vibração livre pode ser considerado como um sistema de vários graus de liberdade em movimento harmônico simples, representado por

$$v(t) = \phi_i \text{sen}(\omega_{0i}t + \theta) \quad (4.2)$$

Onde, ϕ_i representa o vetor dos deslocamentos nodais, e θ é o ângulo de fase [30].

Derivando-se a equação 4.2 duas vezes, obtém-se,

$$\ddot{v} = -\omega_{0i}^2 \phi_i \text{sen}(\omega_{0i} t + \theta) = -\omega_{0i}^2 v \quad (4.3)$$

Substituindo-se as equações 4.2 e 4.3 na equação 4.1, tem-se,

$$-\omega_{0i}^2 M \phi_i \text{sen}(\omega_{0i} t + \theta) + K \phi_i \text{sen}(\omega_{0i} t + \theta) = 0 \quad (4.4)$$

e uma vez que o termo seno é arbitrário, podendo o mesmo ser omitido, a equação 4.4 pode ser reescrita como

$$[K - \omega_{0i}^2 M] \phi_i = 0 \quad (4.5)$$

Multiplicando-se os termos da equação acima por M^{-1} , obtém-se,

$$[M^{-1}K - \omega_{0i}^2 I] \phi_i = 0 \quad (4.6)$$

Uma vez que ϕ_i não pode ser nulo, uma solução não trivial somente é possível se o seu determinante for nulo. Assim,

$$\|M^{-1}K - \omega_{0i}^2 I\| = 0 \quad (4.7)$$

A equação 4.7 é conhecida como “equação característica” e suas raízes são os valores característicos, ou autovalores, e correspondem ao quadrado das freqüências naturais de um sistema estrutural, ω_{0i}^2 . A cada uma dessas raízes corresponde um vetor característico, ϕ_i , ou autovetor, que representa o modo de vibração do referido sistema.

4.2. Parametrização da rigidez das ligações dos modelos

4.2.1. Generalidades

Para a análise proposta neste capítulo, que consiste na avaliação dos autovalores (freqüências naturais) e autovetores (modos de vibração) dos pórticos em estudo, apresentados no capítulo três, Figura 3.5, foram obtidos dados comparativos variando-se a

rigidez inicial ($S_{j,ini}$) das ligações viga-coluna e coluna-base (placa de base) de forma a contemplar as três classificações das mesmas: ligações rígidas, ligações semi-rígidas e ligações flexíveis. As ligações consideradas na análise desenvolvida foram apresentadas no capítulo três, itens 3.3 e 3.4, referentes à ligação viga-coluna avaliada por Carvalho [4] e à ligação com placa de base do estudo realizado por Kontoleon *et al.* [28], respectivamente.

4.3. Parametrização da ligação no apoio (placa de base)

A parametrização da rigidez da ligação coluna-base (placa de base) de todos os modelos analisados nesta dissertação, foi feita considerando uma rigidez inicial ($S_{j,ini}$) igual a 10.000kNm/rad, valor este baseado nos dados do trabalho apresentado por Kontoleon *et al.* [28]. As curvas momento *versus* rotação para as ligações no apoio (placa de base semi-rígida) foram adotadas, para os pórticos considerados nesta investigação, de acordo com o esforço normal presente nas colunas dos mesmos, segundo o estudo paramétrico desenvolvido por [28]. Porém, todas as curvas indicaram valores de rigidez inicial ($S_{j,ini}$) semelhantes, aproximadamente igual a 10.000kNm/rad, sendo este valor considerado ao longo das análises. Destaca-se, ainda, que a rigidez inicial de todas as ligações viga-coluna, ao longo desta investigação, foi mantida com valor igual a 11.000kNm/rad, baseada na ligação de Carvalho [4], a fim de representar o comportamento dos modelos com ligações viga-coluna semi-rígidas mais próximas da situação rotulada. A parametrização da rigidez das placas de base dos pórticos de aço estudados está representada na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Parametrização da rigidez inicial ($S_{j,ini}$) da placa de base

Rigidez à rotação (kNm/rad)	M_u (kNm)	ϕ_0 (rad×1000)
$S_{j,ini} = \infty$ (Rígido)	-	0
4,00 $S_{j,ini} = 40.000$	50	1,25
2,00 $S_{j,ini} = 20.000$	50	2,50
1,00 $S_{j,ini} = 10.000$	50	5,00
0,50 $S_{j,ini} = 5.000$	50	10,00
0,25 $S_{j,ini} = 2.500$	50	20,00
$S_{j,ini} = 0$ (Flexível)	0	∞

4.3.1. Resultados da Análise de Autovalor e Autovetor

Na Tabela 4.2, estão os valores da primeira frequência natural (f_{01}), em Hz, dos grupos de pórticos, de acordo com a variação da rigidez inicial à rotação das placas de base, apresentada na Tabela 4.1, mantendo-se o mesmo valor para a rigidez à rotação das ligações viga-coluna ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$).

Tabela 4.2 – Frequência fundamental (f_{01}) dos grupos de pórticos.

Grupos de Pórticos	Rígida	Semi-rígido (variação de $S_{j,ini}$)					Flexível
		4,00	2,00	1,00	0,50	0,25	
1	3,81	3,58	3,42	3,20	2,97	2,78	2,46
2	2,97	2,86	2,77	2,64	2,48	2,32	2,02
3	3,72	3,30	3,12	2,94	2,78	2,65	2,38
4	3,77	3,34	3,17	3,00	2,84	2,71	2,46

São apresentadas, a seguir, as curvas referentes à variação da primeira frequência natural (f_{01}) de acordo com a rigidez rotacional adotada na placa de base. Nos gráficos da Figura 4.1 a Figura 4.4, a abscissa representa a variação da rigidez da placa de base e na ordenada estão os valores da frequência fundamental, em Hz.

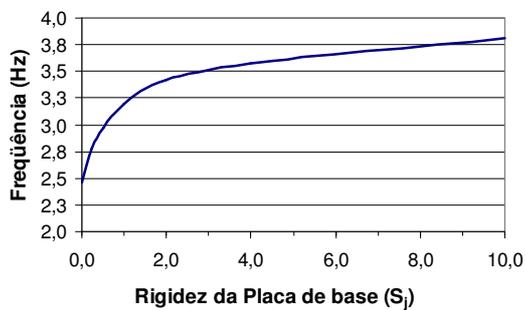


Figura 4.1 – Variação da 1.ª frequência natural obtida para os pórticos do Grupo 1.

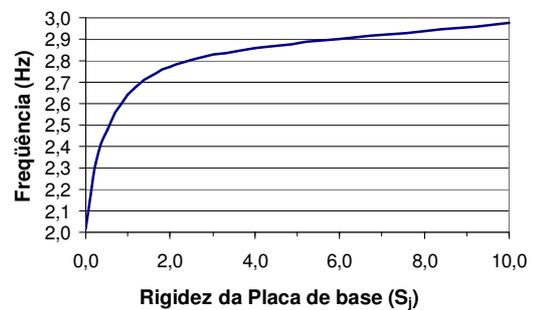


Figura 4.2 – Variação da 1.ª frequência natural obtida para os pórticos do Grupo 2.

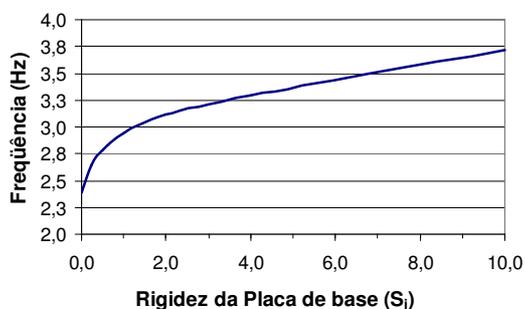


Figura 4.3 - Variação da 1.ª frequência natural obtida para os pórticos do Grupo 3.

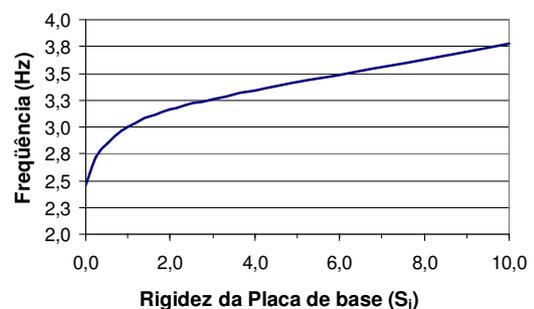


Figura 4.4 - Variação da 1.ª frequência natural obtida para os pórticos do Grupo 4.

Pode-se observar nos gráficos apresentados anteriormente o comportamento não-linear da curva, correspondente a frequência fundamental dos pórticos *versus* rigidez inicial, $S_{j,ini}$, das placas de base, até cerca de $2,5S_{j,ini}$, para todos os modelos investigados. Ressalta-se, ainda, que essas curvas, Figura 4.1 a Figura 4.4, não apresentam uma estabilização (linearização do gráfico). A partir do valor de rigidez citado anteriormente, $2,5S_{j,ini}$ (Tabela 4.1), a ligação representativa das placas de base dos modelos apresenta um comportamento próximo ao linear até a consideração de engaste perfeito (ou seja: $S_{j,ini} > 2,5$ até $S_{j,ini} = 10$).

4.4. Parametrização da rigidez inicial à rotação da ligação viga-coluna

A rigidez inicial à rotação ($S_{j,ini}=50.000\text{kNm/rad}$) do modelo de ligação viga-coluna adotado, [4], foi parametrizada conforme apresentado na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Parametrização da rigidez inicial ($S_{j,ini}$) da ligação viga-coluna

Rigidez à rotação (kNm/rad)	M_u (kNm)	ϕ_0 (rad \times 1000)
$S_{j,ini} = \infty$ (Rígido)	-	0
4,00 $S_{j,ini} = 200.000$	50	0,250
2,00 $S_{j,ini} = 100.000$	50	0,500
1,75 $S_{j,ini} = 87.500$	50	0,571
1,50 $S_{j,ini} = 75.000$	50	0,667
1,25 $S_{j,ini} = 62.500$	50	0,800
1,00 $S_{j,ini} = 50.000$	50	1,000
0,875 $S_{j,ini} = 43.750$	50	1,143
0,75 $S_{j,ini} = 37.500$	50	1,333
0,625 $S_{j,ini} = 31.250$	50	1,600
0,50 $S_{j,ini} = 25.000$	50	2,000
0,375 $S_{j,ini} = 18.750$	50	2,667
0,25 $S_{j,ini} = 12.500$	50	4,000
0,20 $S_{j,ini} = 10.000$	50	5,000
0,125 $S_{j,ini} = 6.250$	50	8,000
0,10 $S_{j,ini} = 5.000$	50	10,000
0,0625 $S_{j,ini} = 3.125$	50	16,000
0,05 $S_{j,ini} = 2.500$	50	20,000
$S_{j,ini}=0$ (Flexível)	0	∞

Para a avaliação proposta, as ligações no apoio foram consideradas inicialmente semi-rígidas (placas de base semi-rígidas), mantido o mesmo valor de rigidez inicial

($S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$), durante a análise paramétrica das ligações viga-coluna. Em nova análise, as ligações nos apoios foram tomadas como rígidas (bases engastadas), em todos os modelos propostos. Como já citado no item 4.3, foram adotadas curvas momento *versus* rotação para as ligações no apoio (placa de base semi-rígida) de acordo com o esforço normal presente nas colunas dos pórticos, [28].

Na seqüência, foi avaliada a possibilidade de contraventar os pórticos com o intuito de tornar o sistema mais rígido, proporcionando maior estabilidade horizontal. Assim, obedecendo às imposições arquitetônicas, foi proposto um sistema de contraventamento em forma de “X” nas faces sem abertura e na forma de “K” caso contrário. No entanto, foi verificado, nas análises de vibração livre, que o contraventamento em “K” não é eficiente. Desta forma, visando ainda produzir mais dados para base de comparação, todos os pórticos foram também analisados como sendo contraventados em “X”, segundo esquema mostrado na Figura 4.5. Assim como no caso dos pórticos não-contraventados, foram adotados apoios semi-rígidos e apoios rígidos.

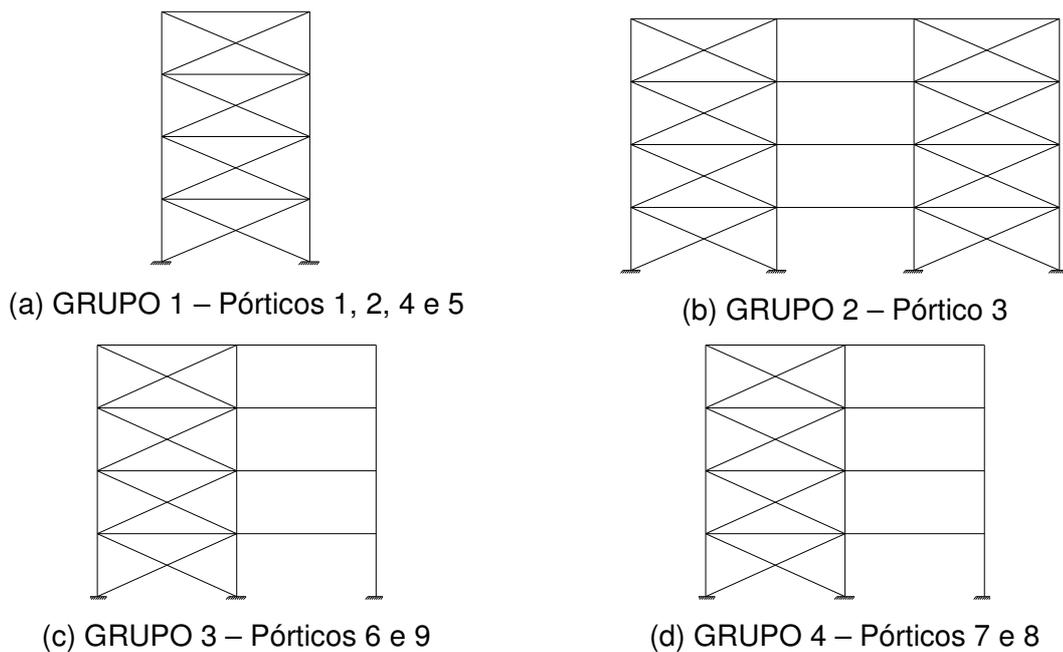


Figura 4.5 – Pórticos planos contraventados.

Os resultados obtidos na análise modal estão apresentados nas tabelas e gráficos na seqüência do texto, relacionados às frequências naturais, e nas figuras representativas dos seis primeiros modos de vibração. Por se tratar de inúmeros modelos, serão apresentados apenas os modos de vibração referentes às ligações viga-coluna rígidas, flexíveis e uma semi-rígida ($0,5S_{j,ini} = 25.000 \text{ kNm/rad}$) para cada caso.

Com o intuito de facilitar a leitura e avaliação dos dados, os resultados serão apresentados de acordo com os casos considerados neste capítulo, que podem ser agrupados da seguinte forma:

- Grupos de pórticos não-contraventados: com apoios semi-rígidos (placas de base semi-rígidas: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$) e com apoios rígidos (base engastada);
- Grupos de pórticos contraventados: com apoios semi-rígidos (placas de base semi-rígidas: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$) e com apoios rígidos (base engastada).

4.4.1. Resultados dos Grupos de Pórticos Não-contraventados

4.4.1.1. Grupos de pórticos com apoios semi-rígidos (placas de base semi-rígidas)

As frequências naturais obtidas a partir da análise de autovalor e autovetor desenvolvida com os modelos de pórticos, considerando a parametrização da rigidez rotacional da ligação viga-coluna (Tabela 4.3), são apresentadas da Tabela 4.4 a Tabela 4.7.

Tabela 4.4 – Frequências naturais dos pórticos do Grupo 1.

Freq. (Hz)	Rígido	Semi-rígido (variação de $S_{j,ini}$)								Flexível
		2,00	1,75	1,50	1,00	0,75	0,50	0,20	0,10	
f_{01}	3,86	3,77	3,75	3,73	3,67	3,61	3,50	3,12	2,75	1,33
f_{02}	14,45	14,23	14,19	14,14	13,97	13,82	13,54	12,63	11,76	9,32
f_{03}	31,97	31,76	31,72	31,67	31,51	31,37	30,54	27,56	24,90	18,25
f_{04}	33,75	32,94	32,80	32,62	32,04	31,50	31,10	28,39	25,33	18,44
f_{05}	36,27	35,17	34,99	34,75	33,98	33,28	32,05	28,62	25,48	18,45
f_{06}	37,27	36,01	35,81	35,54	34,67	33,89	32,53	28,89	25,62	18,46

Tabela 4.5 – Frequências naturais dos pórticos do Grupo 2.

Freq. (Hz)	Rígido	Semi-rígido (variação de $S_{j,ini}$)								Flexível
		2,00	1,75	1,50	1,00	0,75	0,50	0,20	0,10	
f_{01}	3,65	3,49	3,46	3,43	3,31	3,22	3,05	2,57	2,18	0,88
f_{02}	10,36	10,04	9,99	9,92	9,71	9,51	9,17	8,18	7,31	4,59
f_{03}	19,40	18,99	18,93	18,84	18,56	18,31	17,87	16,61	15,55	12,88
f_{04}	25,87	25,66	25,62	25,57	25,41	25,25	24,96	23,94	22,86	18,40
f_{05}	27,72	27,54	27,51	27,47	27,34	27,23	27,03	25,85	24,30	18,40
f_{06}	29,66	29,38	29,33	29,26	28,97	28,56	27,86	26,31	24,51	20,73

Tabela 4.6 – Frequências naturais dos pórticos do Grupo 3.

Freq. (Hz)	Rígido	Semi-rígido (variação de $S_{j,ini}$)								Flexível
		2,00	1,75	1,50	1,00	0,75	0,50	0,20	0,10	
f_{01}	3,65	3,58	3,57	3,55	3,49	3,44	3,35	3,02	2,68	1,21
f_{02}	12,80	12,63	12,60	12,56	12,43	12,30	12,08	11,29	10,47	7,60
f_{03}	26,49	26,35	26,32	26,29	26,18	26,08	25,89	25,21	24,47	19,97
f_{04}	30,99	30,59	30,53	30,44	30,14	29,86	29,35	27,61	25,90	20,10
f_{05}	33,48	32,74	32,62	32,46	31,94	31,46	30,62	28,10	25,93	20,20
f_{06}	33,94	33,28	33,17	33,03	32,55	32,10	31,31	28,78	26,48	20,22

Tabela 4.7 – Frequências naturais dos pórticos do Grupo 4.

Freq. (Hz)	Rígido	Semi-rígido (variação de $S_{j,ini}$)								Flexível
		2,00	1,75	1,50	1,00	0,75	0,50	0,20	0,10	
f_{01}	3,93	3,79	3,77	3,74	3,64	3,55	3,40	2,92	2,50	1,00
f_{02}	13,05	12,74	12,69	12,62	12,41	12,21	11,85	10,76	9,77	6,83
f_{03}	25,01	24,79	24,75	24,70	24,54	24,39	24,11	23,20	22,33	19,81
f_{04}	30,84	30,46	30,39	30,31	30,02	29,76	29,27	27,60	25,85	20,09
f_{05}	34,11	33,28	33,14	32,96	32,38	31,86	30,95	28,29	26,03	20,17
f_{06}	35,44	34,46	34,30	34,10	33,45	32,88	31,93	29,37	27,48	23,30

A partir da análise dos valores das frequências naturais dos grupos de pórticos, observa-se a redução dos valores das frequências com a diminuição da rigidez da ligação viga-coluna. A diferença entre a primeira frequência natural com ligações rígidas e a primeira frequência com a consideração de ligações flexíveis é de aproximadamente 65%, chegando a mais de 70% nos pórticos dos grupos 2 e 4. Ressalta-se, assim, o papel preponderante da rigidez da ligação viga-coluna no comportamento global da estrutura, influenciando de maneira significativa os resultados obtidos numa análise dinâmica básica no caso dos pórticos não-contraventados.

Na seqüência do texto, são apresentados os gráficos representativos da variação da primeira frequência natural (f_{01}) dos modelos de pórticos segundo a parametrização da rigidez da ligação viga-coluna adotada (Tabela 4.3). A variação da rigidez da ligação está definida na abscissa dos gráficos da Figura 4.6 a Figura 4.9, enquanto que a ordenada indica a frequência fundamental, em Hz.

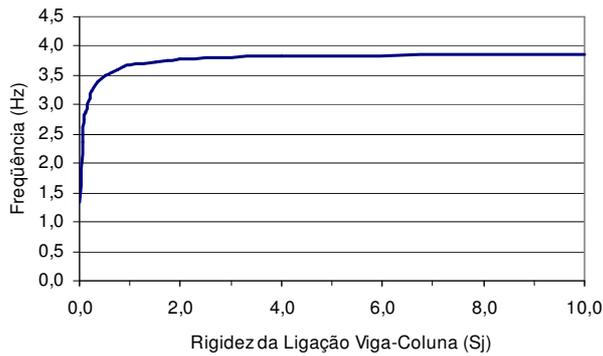


Figura 4.6 – Variação da 1.ª frequência natural obtida para os pórticos do Grupo 1.

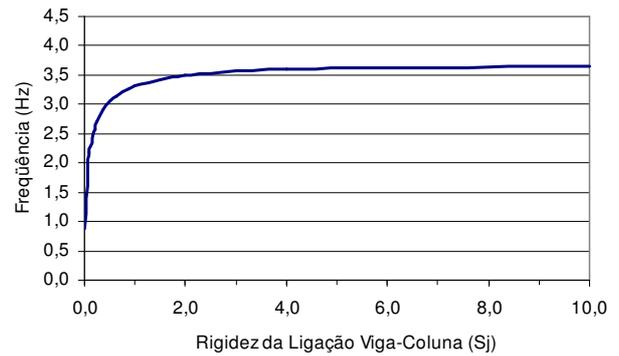


Figura 4.7 – Variação da 1.ª frequência natural obtida para os pórticos do Grupo 2.

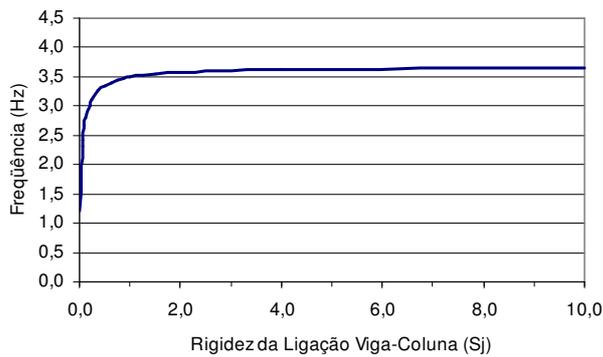


Figura 4.8 – Variação da 1.ª frequência natural obtida para os pórticos do Grupo 3.

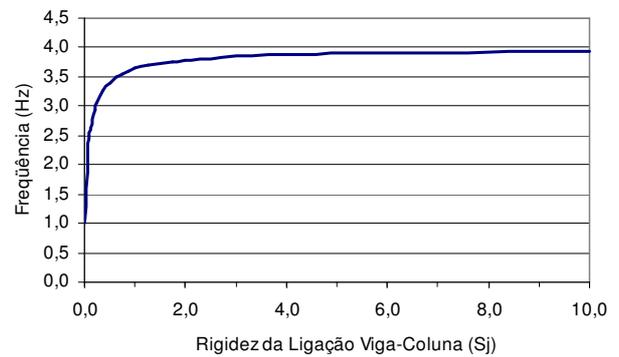


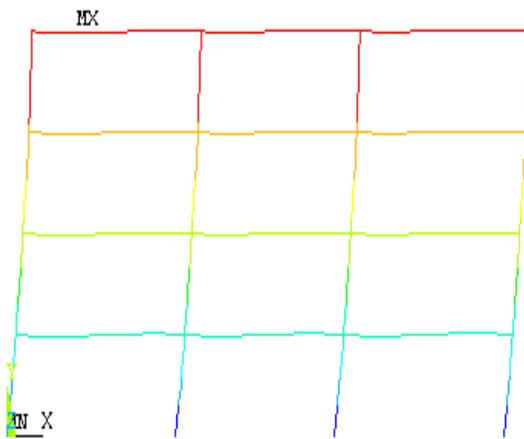
Figura 4.9 – Variação da 1.ª frequência natural obtida para os pórticos do Grupo 4.

Observando-se os gráficos da Figura 4.6 a Figura 4.9, nota-se que a variação da frequência fundamental apresenta comportamento altamente não-linear até a rigidez da ligação viga-coluna considerada igual a $2,0 S_{j,ini}$ e a partir daí é verificado um comportamento com pouca variação, quase constante em todos os grupos de pórticos. Os valores de frequência também são semelhantes, sendo pouco mais elevados nos pórticos dos Grupos 1 e 4.

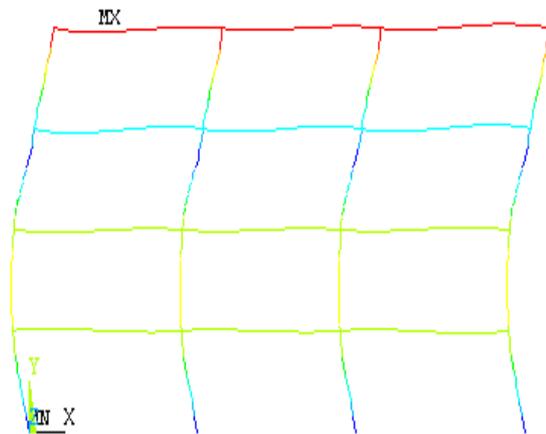
Como dito anteriormente, para a análise paramétrica realizada foi produzido um grande número de modelos, a fim de contemplar as variações da rigidez inicial da ligação viga-coluna proposta no item 4.2. Sendo os pórticos divididos em quatro grupos e a rigidez da ligação viga-coluna variando de rígida a flexível, conforme a parametrização apresentada na Tabela 4.3, soma-se um total de 76 modelos de pórticos não-contraventados. Os modos de vibração obtidos, referentes às seis frequências naturais de cada grupo de pórticos, são semelhantes quando comparados grupos de pórticos com o mesmo valor de rigidez na ligação viga-coluna.

Para representar o comportamento dos grupos de pórticos analisados, uma vez que se tem grande número de modos de vibração, foram selecionados os seis primeiros modos de vibração dos pórticos do Grupo 2, apresentados da Figura 4.10 a Figura 4.12, podendo

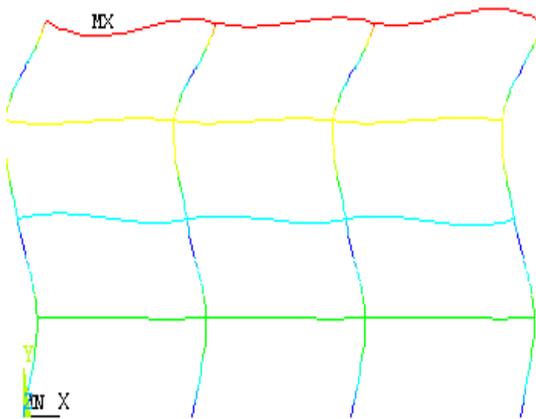
esses ser considerados como representativos dos demais grupos de pórticos. São mostrados os seis modos de vibração para os pórticos com ligações viga-coluna rígidas, semi-rígidas ($0,5S_{j,ini}=25.000\text{kNm/rad}$) e flexíveis. No Anexo B, estão os modos de vibração referentes aos Grupos 1, 3 e 4. Os modelos são não-contraventados e foram consideradas placas de base semi-rígidas ($S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$), como exposto no início no presente capítulo.



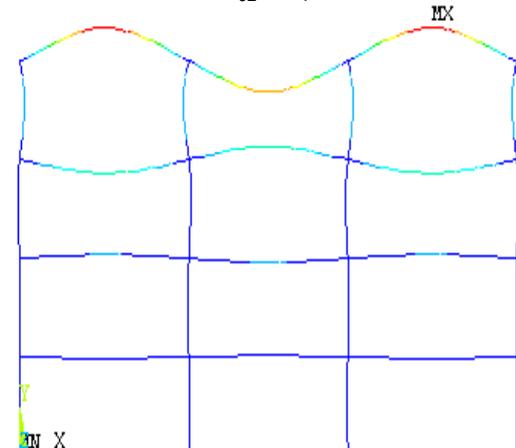
(a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{01}=3,654$ Hz.



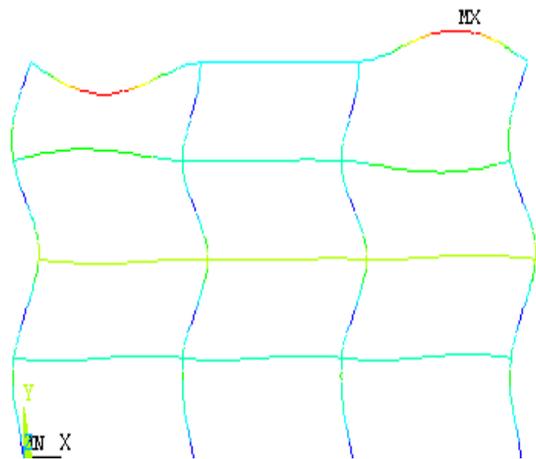
(b) Modo de vibração referente à segunda frequência natural: $f_{02}=10,962$ Hz.



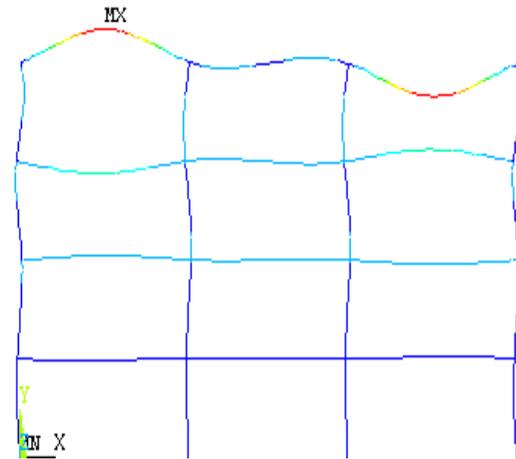
(c) Modo de vibração referente à terceira frequência natural: $f_{03}=19,404$ Hz.



(d) Modo de vibração referente à quarta frequência natural: $f_{04}=25,874$ Hz.



(e) Modo de vibração referente à quinta frequência natural: $f_{05}=27,718$ Hz



(f) Modo de vibração referente à sexta frequência natural: $f_{06}=29,660$ Hz

Figura 4.10 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 2. Ligações viga-coluna rígidas.

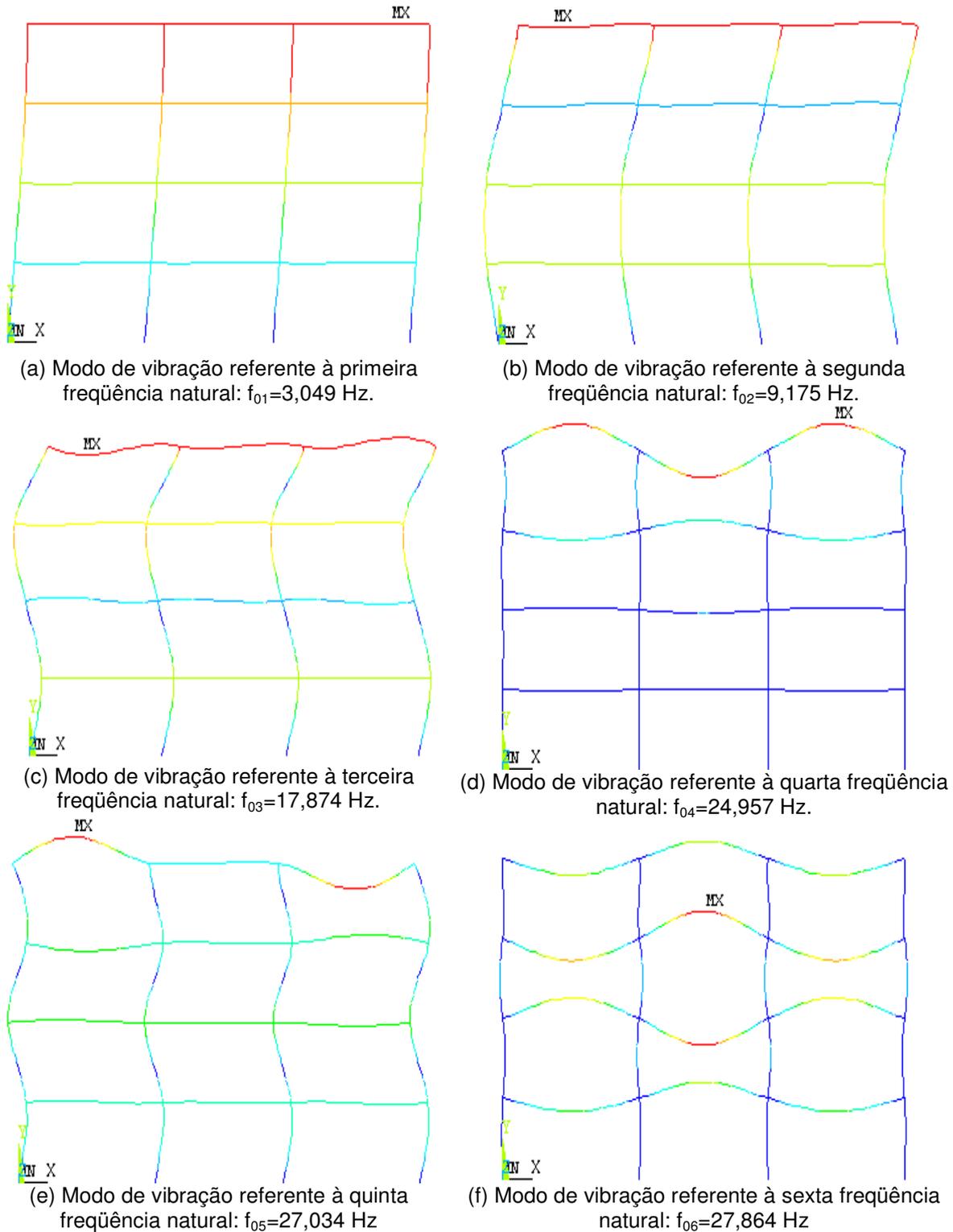
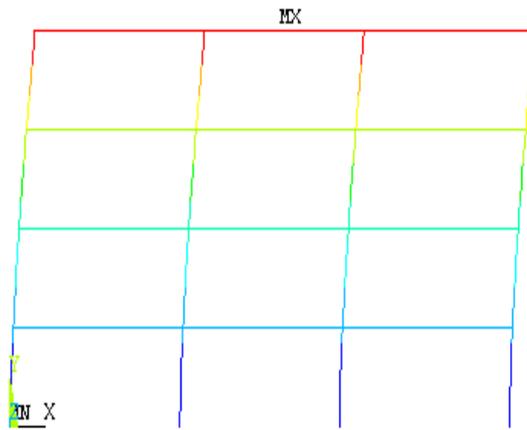
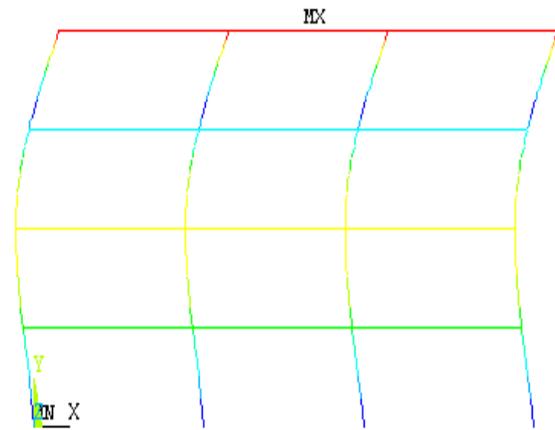


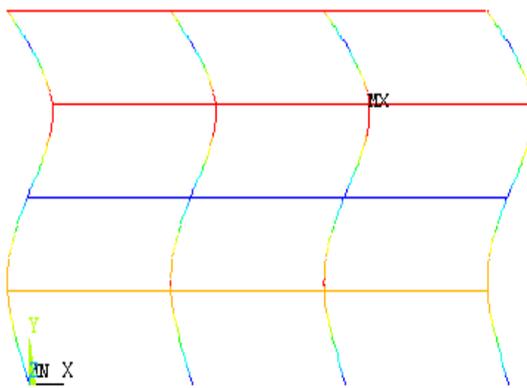
Figura 4.11 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 2. Ligações viga-coluna semi-rígidas ($0,50S_{j,ini}$).



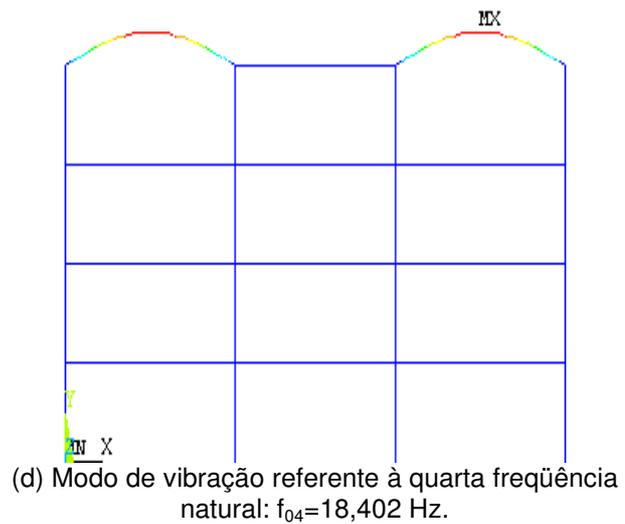
(a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{01}=0,879$ Hz.



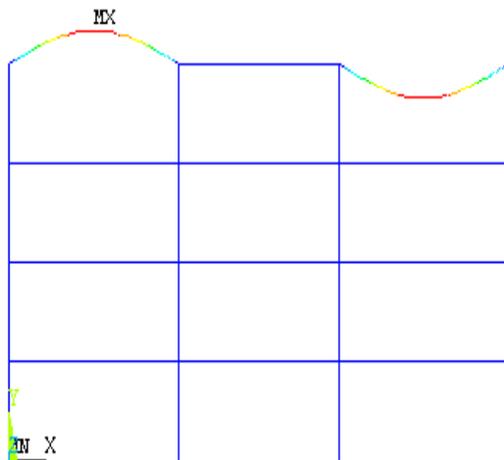
(b) Modo de vibração referente à segunda frequência natural: $f_{02}=4,591$ Hz.



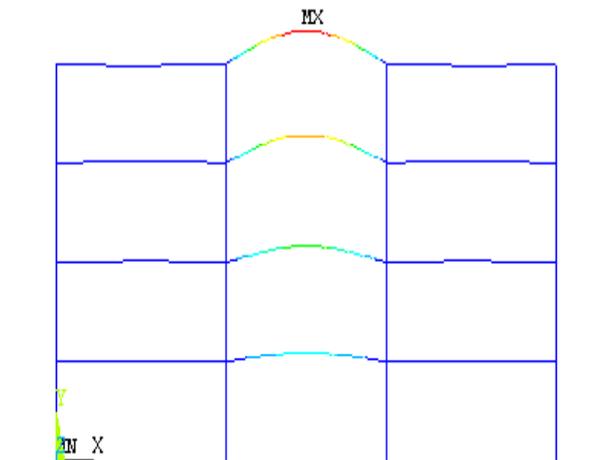
(c) Modo de vibração referente à terceira frequência natural: $f_{03}=12,878$ Hz.



(d) Modo de vibração referente à quarta frequência natural: $f_{04}=18,402$ Hz.



(e) Modo de vibração referente à quinta frequência natural: $f_{05}=18,404$ Hz



(f) Modo de vibração referente à sexta frequência natural: $f_{06}=20,725$ Hz

Figura 4.12 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 2. Ligações viga-coluna flexíveis.

Pode-se notar que a configuração do primeiro e do segundo modo de vibração são semelhantes, independentemente da rigidez da ligação viga-coluna. Observa-se que a

diminuição da rigidez da ligação faz com que as deformações concentrem-se nas vigas, praticamente não ocorrendo vibrações nas colunas.

4.4.1.2. Grupos de pórticos com apoios rígidos (bases engastadas)

Da Tabela 4.8 a Tabela 4.11 estão os valores das seis primeiras frequências naturais dos grupos de pórticos não-contraventados de acordo com a variação da rigidez inicial da ligação viga-coluna apresentada na Tabela 4.3.

Tabela 4.8 – Frequências naturais dos pórticos do Grupo 1.

Freq. (Hz)	Rígido	Semi-rígido (variação de $S_{j,ini}$)								Flexível
		2,00	1,75	1,50	1,00	0,75	0,50	0,20	0,10	
f_{01}	4,61	4,51	4,49	4,47	4,39	4,32	4,19	3,76	3,34	1,82
f_{02}	16,83	16,58	16,54	16,48	16,30	16,13	15,83	14,84	13,90	11,37
f_{03}	33,75	32,94	32,80	32,63	32,04	31,50	30,55	27,56	24,90	18,25
f_{04}	36,08	35,32	35,13	34,89	34,10	33,38	32,14	28,42	25,34	18,44
f_{05}	36,45	35,88	35,84	35,58	34,70	33,92	32,56	28,65	25,50	18,45
f_{06}	37,32	36,05	35,85	35,80	35,32	34,49	33,06	28,93	25,64	18,46

Tabela 4.9 – Frequências naturais dos pórticos do Grupo 2.

Freq. (Hz)	Rígido	Semi-rígido (variação de $S_{j,ini}$)								Flexível
		2,00	1,75	1,50	1,00	0,75	0,50	0,20	0,10	
f_{01}	4,19	3,99	3,96	3,91	3,78	3,67	3,47	2,92	2,48	1,07
f_{02}	11,64	11,28	11,22	11,14	10,89	10,67	10,28	9,15	8,18	5,27
f_{03}	20,56	20,19	20,13	20,05	19,80	19,57	19,17	17,98	16,97	14,38
f_{04}	25,88	25,66	25,62	25,57	25,41	25,25	24,96	23,94	22,86	18,40
f_{05}	28,92	28,72	29,68	28,64	28,47	28,32	27,93	25,88	24,31	18,40
f_{06}	30,29	29,79	28,68	29,54	29,07	28,65	28,01	26,35	24,53	20,72

Tabela 4.10 – Frequências naturais dos pórticos do Grupo 3.

Freq. (Hz)	Rígido	Semi-rígido (variação de $S_{j,ini}$)								Flexível
		2,00	1,75	1,50	1,00	0,75	0,50	0,20	0,10	
f_{01}	4,38	4,23	4,21	4,18	4,08	3,99	3,84	3,39	3,02	1,74
f_{02}	14,78	14,45	14,40	14,33	14,10	13,89	13,54	12,50	11,64	9,35
f_{03}	28,63	28,31	28,25	28,17	27,89	27,61	27,07	25,34	23,91	19,97
f_{04}	31,77	31,04	30,93	30,80	30,37	30,02	29,23	26,42	24,50	20,10
f_{05}	33,58	32,72	32,49	32,20	31,31	30,58	29,68	27,28	25,05	20,20
f_{06}	34,21	33,23	33,17	33,09	32,57	31,74	30,45	27,53	25,17	20,22

Tabela 4.11 – Frequências naturais dos pórticos do Grupo 4.

Freq. (Hz)	Rígido	Semi-rígido (variação de $S_{j,ini}$)								Flexível
		2,00	1,75	1,50	1,00	0,75	0,50	0,20	0,10	
f_{01}	4,46	4,30	4,28	4,25	4,15	4,06	3,90	3,45	3,07	1,77
f_{02}	15,04	14,71	14,65	14,58	14,35	14,14	13,78	12,72	11,85	9,51
f_{03}	29,13	28,80	28,74	28,66	28,37	28,09	27,54	25,78	24,33	20,32
f_{04}	32,32	31,59	31,47	31,33	30,90	30,54	29,74	26,88	24,93	20,45
f_{05}	34,17	33,29	33,06	32,76	31,86	31,11	30,20	27,75	25,48	20,55
f_{06}	34,81	33,81	33,75	33,67	33,13	32,30	30,98	28,01	25,61	20,57

Os grupos de pórticos apresentaram maiores valores de frequências naturais quando comparados aos valores obtidos para o caso em que as ligações coluna-base foram consideradas como semi-rígidas, uma vez que a consideração de bases engastadas torna os pórticos mais rígidos.

4.4.2. Resultados dos Grupos de Pórticos Contraventados

Os grupos de pórticos foram contraventados em forma de “X”, conforme apresentando na Figura 4.5, visando produzir mais dados comparativos. Dessa forma, foram gerados 76 modelos de acordo com a variação da rigidez da ligação viga-coluna adotada. Assim como no caso dos grupos de pórticos não-contraventados, apresentados no item 4.4.1, as ligações nos apoios foram consideradas semi-rígidas (Placas de base semi-rígidas: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$), em primeira análise, e posteriormente adotada a consideração de bases engastadas.

4.4.2.1. Grupos de pórticos com apoios semi-rígidos (placas de bases semi-rígidas)

Os valores das seis primeiras frequências naturais dos pórticos dos Grupos 1 a 4 estão agrupados da Tabela 4.12 a Tabela 4.15, respectivamente.

Tabela 4.12 – Frequências naturais dos pórticos do Grupo 1.

Freq. (Hz)	Rígido	Semi-rígido (variação de $S_{j,ini}$)								Flexível
		2,00	1,75	1,50	1,00	0,75	0,50	0,20	0,10	
f_{01}	10,05	10,03	10,02	10,02	10,00	9,98	9,95	9,86	9,78	9,61
f_{02}	30,59	30,52	30,51	30,49	30,44	30,40	30,31	27,56	24,90	18,25
f_{03}	33,74	32,93	32,80	32,62	32,03	31,50	30,54	28,39	25,33	18,44
f_{04}	36,27	35,17	34,99	34,75	33,98	33,28	32,05	28,62	25,48	18,45
f_{05}	37,26	36,00	35,80	35,53	34,66	33,88	32,53	28,89	25,62	18,46
f_{06}	37,95	36,62	36,40	36,12	35,20	34,39	32,97	30,05	29,81	29,26

Tabela 4.13 – Frequências naturais dos pórticos do Grupo 2.

Freq. (Hz)	Rígido	Semi-rígido (variação de $S_{j,ini}$)								Flexível
		2,00	1,75	1,50	1,00	0,75	0,50	0,20	0,10	
f_{01}	8,24	8,17	8,16	8,15	8,10	8,07	8,01	7,86	7,76	7,59
f_{02}	22,66	22,52	22,50	22,47	22,37	22,29	22,16	21,80	21,54	18,40
f_{03}	25,88	25,66	25,62	25,57	25,41	25,25	24,96	23,94	22,86	18,40
f_{04}	29,29	29,03	28,99	28,93	28,72	28,53	27,87	25,85	24,30	20,73
f_{05}	30,30	29,66	29,56	29,42	28,97	28,57	28,16	26,31	24,51	20,86
f_{06}	32,39	31,41	31,25	31,04	30,39	29,81	28,85	26,80	24,72	20,87

Tabela 4.14 – Frequências naturais dos pórticos do Grupo 3.

Freq. (Hz)	Rígido	Semi-rígido (variação de $S_{j,ini}$)								Flexível
		2,00	1,75	1,50	1,00	0,75	0,50	0,20	0,10	
f_{01}	7,98	7,95	7,94	7,94	7,91	7,89	7,86	7,74	7,64	7,37
f_{02}	23,59	23,52	23,51	23,49	23,44	23,39	23,29	22,99	22,69	19,97
f_{03}	30,34	29,97	29,91	29,82	29,55	29,28	28,81	27,19	25,57	20,10
f_{04}	33,48	32,74	32,62	32,46	31,94	31,46	30,62	28,10	25,93	20,20
f_{05}	33,62	33,01	32,90	32,77	32,32	31,90	31,15	28,73	26,48	20,22
f_{06}	35,31	34,47	34,33	34,15	33,56	33,01	32,06	29,14	26,62	20,22

Tabela 4.15 – Frequências naturais dos pórticos do Grupo 4.

Freq. (Hz)	Rígido	Semi-rígido (variação de $S_{j,ini}$)								Flexível
		2,00	1,75	1,50	1,00	0,75	0,50	0,20	0,10	
f_{01}	7,61	7,54	7,53	7,51	7,47	7,43	7,36	7,17	7,03	6,75
f_{02}	22,53	22,38	22,36	22,33	22,23	22,14	21,98	21,51	21,12	20,09
f_{03}	30,59	30,20	30,13	30,05	29,76	29,49	29,00	27,37	25,73	20,14
f_{04}	34,11	33,28	33,14	32,96	32,38	31,86	30,95	28,28	26,03	20,34
f_{05}	34,40	33,70	33,58	33,42	32,91	32,45	31,64	29,31	27,48	23,30
f_{06}	37,00	35,88	35,70	35,47	34,72	34,06	32,87	29,66	27,49	23,48

Analisando-se os valores das frequências naturais apresentadas, Tabela 4.12 a Tabela 4.15, conclui-se que a adoção do contraventamento proporcionou um aumento significativo dos mesmos, em torno de 50%, quando comparados aos pórticos não-contraventados, Tabela 4.4 a Tabela 4.7, chegando a um incremento de quase 90% nos pórticos do Grupo 2 com ligações viga-coluna flexíveis. A variação entre as frequências fundamentais dos pórticos com ligações viga-coluna rígidas e flexíveis reduziu-se bastante, ficando abaixo de 10% na maioria dos grupos de pórticos. O uso do contraventamento, é possível afirmar, contribuiu para o aumento da rigidez global dos pórticos, como previsto, proporcionando menor variação nas respostas dos grupos de pórticos de acordo com a variação da rigidez da ligação viga-coluna.

A variação da frequência fundamental dos modelos de pórticos contraventados de acordo com rigidez da ligação viga-coluna apresenta-se nos gráficos seguintes, Figura 4.13 a Figura 4.16.

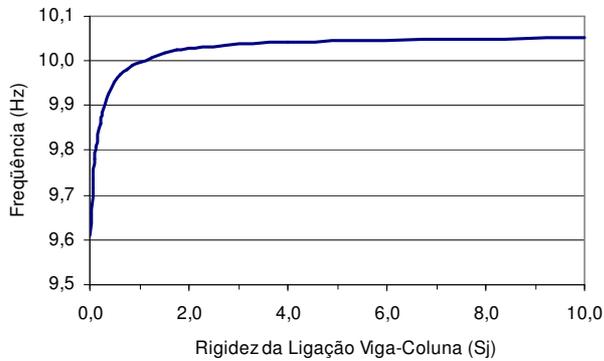


Figura 4.13 – Variação da 1ª frequência natural obtida para os pórticos do Grupo 1.

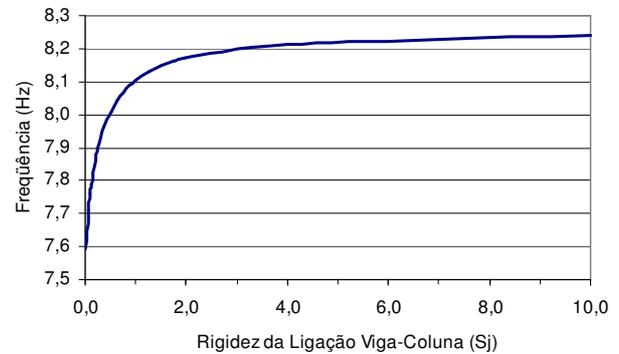


Figura 4.14 – Variação da 1ª frequência natural obtida para os pórticos do Grupo 2.

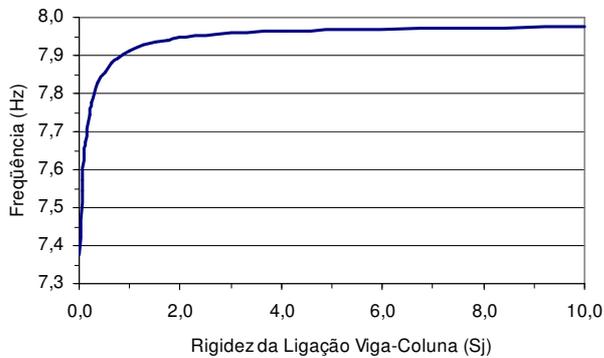


Figura 4.15 – Variação da 1ª frequência natural obtida para os pórticos do Grupo 3.

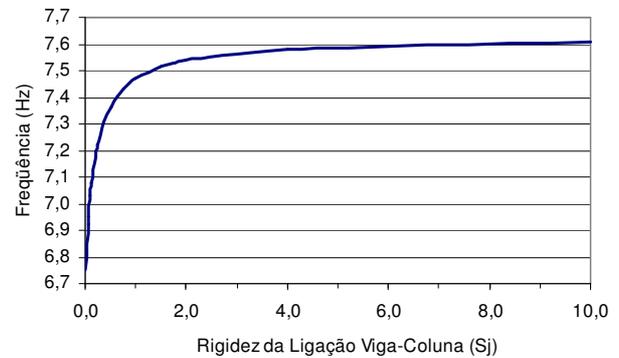
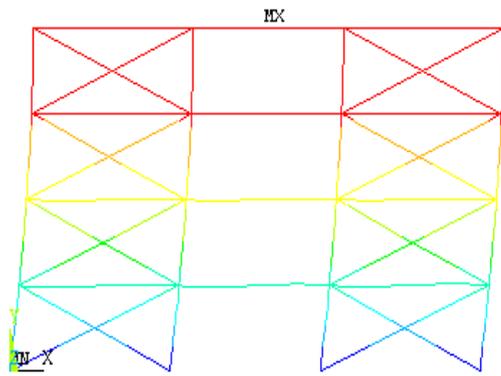


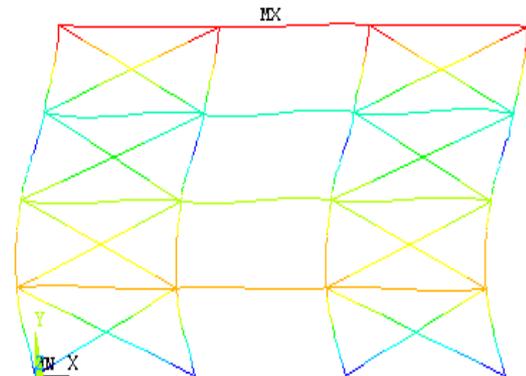
Figura 4.16 – Variação da 1ª frequência natural obtida para os pórticos do Grupo 4.

Como no caso dos pórticos não-contraventados, a partir observação das curvas de variação da primeira frequência natural, Figura 4.13 a Figura 4.16, nota-se, também, o comportamento altamente não-linear até a rigidez da ligação viga-coluna em torno de $4,0S_{j,ini}$. Os pórticos do Grupo 1 apresentaram valores de frequência fundamental mais elevados, enquanto que nos Grupos 2 a 4, os valores são semelhantes. O sistema de contraventamento adotado propiciou uma menor variação nos valores das frequências entre os casos com ligações viga-coluna rígidas e flexíveis.

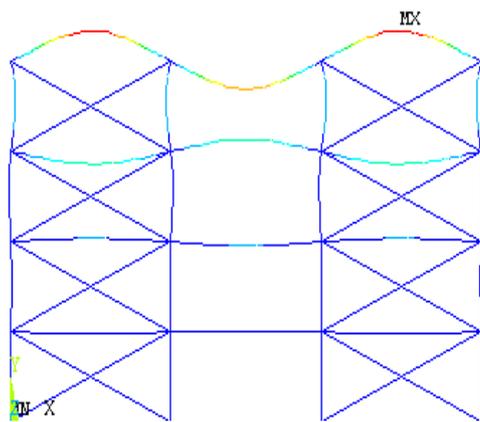
A seguir, estão representados os modos de vibração associados às seis primeiras frequências naturais dos pórticos do Grupo 2, considerando os mesmos contraventados. Os modos de vibração mostrados da Figura 4.17 a Figura 4.19 são obtidos considerando ligações viga-coluna rígidas, flexíveis e um caso semi-rígido ($0,5S_{j,ini}$), assim como exposto no item 4.4.1, referente aos grupos de pórticos não-contraventados. Os modos de vibração dos demais grupos de pórticos estão relacionados no Anexo B.



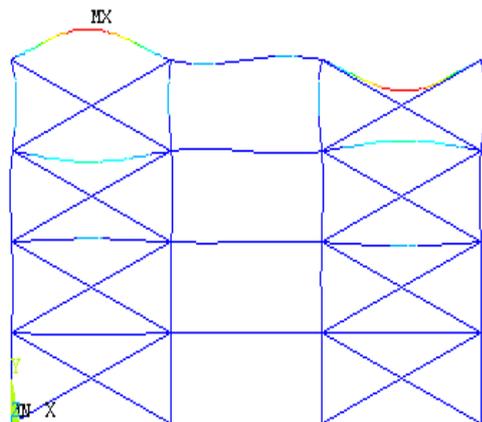
(a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{01}=8,242$ Hz.



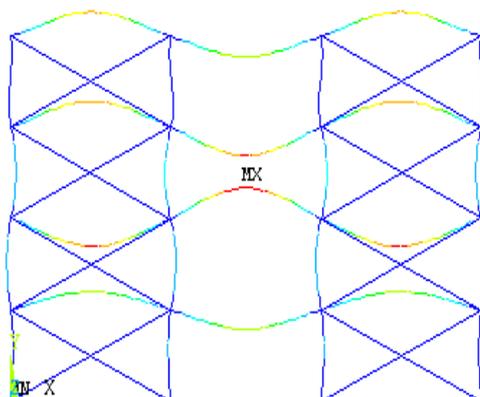
(b) Modo de vibração referente à segunda frequência natural: $f_{02}=22,660$ Hz.



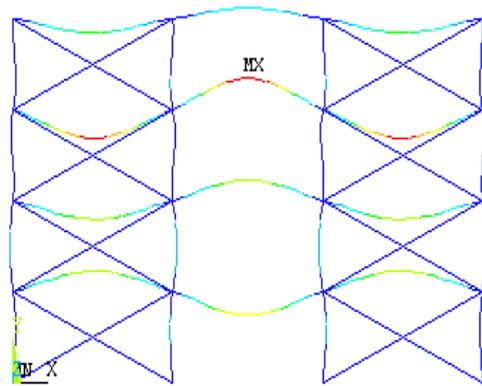
(c) Modo de vibração referente à terceira frequência natural: $f_{03}=25,875$ Hz.



(d) Modo de vibração referente à quarta frequência natural: $f_{04}=29,296$ Hz.

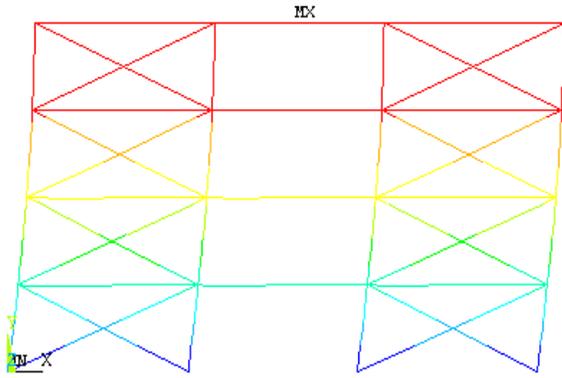


(e) Modo de vibração referente à quinta frequência natural: $f_{05}=30,300$ Hz.

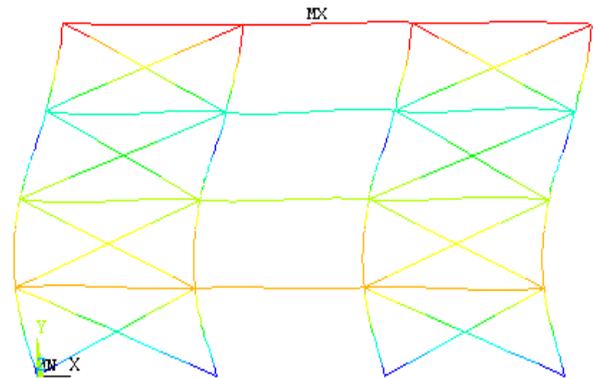


(f) Modo de vibração referente à sexta frequência natural: $f_{06}=32,393$ Hz.

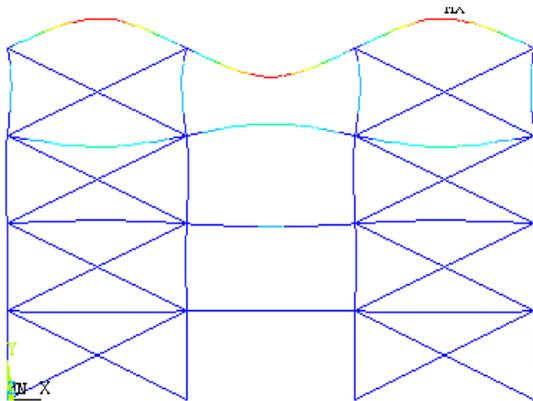
Figura 4.17 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 2. Ligações viga-coluna rígidas.



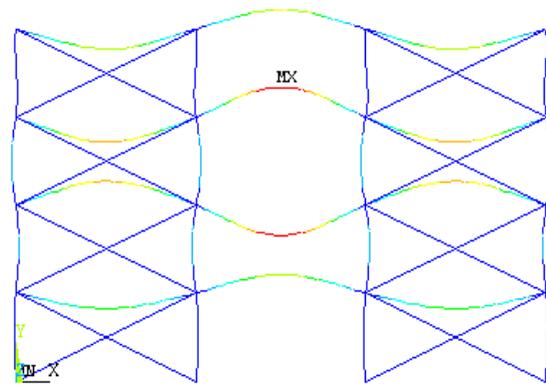
(a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{01}=8,104$ Hz.



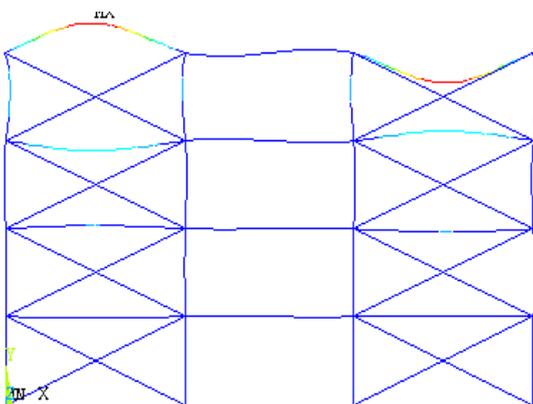
(b) Modo de vibração referente à segunda frequência natural: $f_{02}=22,374$ Hz.



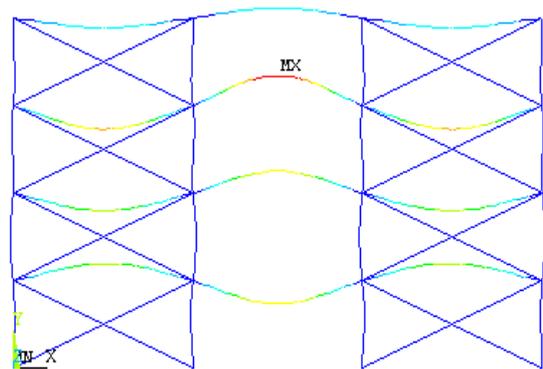
(c) Modo de vibração referente à terceira frequência natural: $f_{03}=25,406$ Hz.



(d) Modo de vibração referente à quarta frequência natural: $f_{04}=28,724$ Hz.

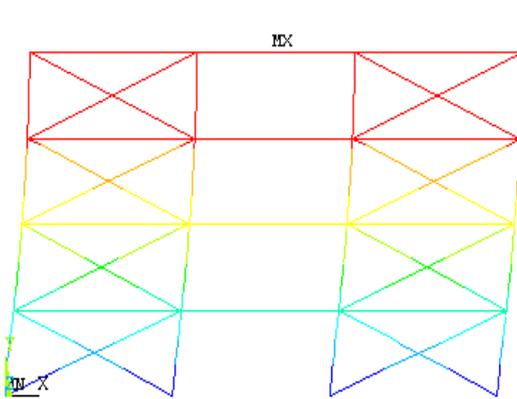


(e) Modo de vibração referente à quinta frequência natural: $f_{05}=28,970$ Hz

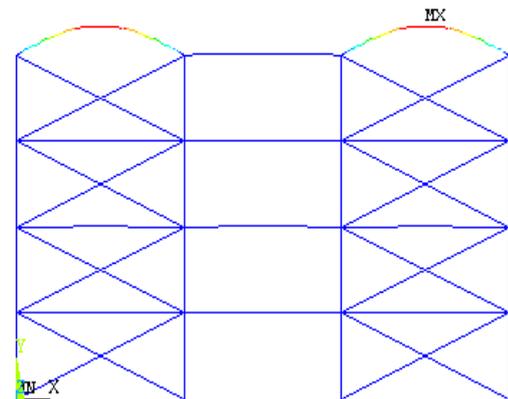


(f) Modo de vibração referente à sexta frequência natural: $f_{06}=30,388$ Hz

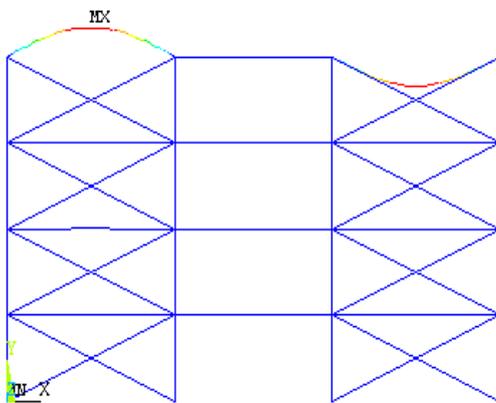
Figura 4.18 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 2. Ligações viga-coluna semi-rígidas ($0,50S_{j,ini}$).



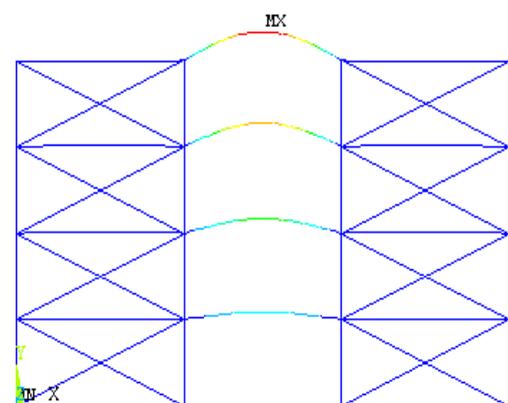
(a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{01}=7,591$ Hz.



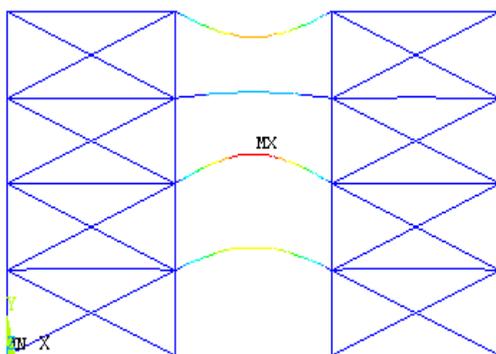
(b) Modo de vibração referente à segunda frequência natural: $f_{02}=18,402$ Hz.



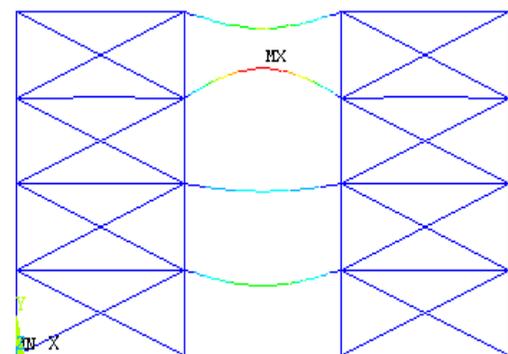
(c) Modo de vibração referente à terceira frequência natural: $f_{03}=18,404$ Hz.



(d) Modo de vibração referente à quarta frequência natural: $f_{04}=20,728$ Hz.



(e) Modo de vibração referente à quinta frequência natural: $f_{05}=20,859$ Hz



(f) Modo de vibração referente à sexta frequência natural: $f_{06}=20,871$ Hz

Figura 4.19 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 2. Ligações viga-coluna flexíveis.

O primeiro modo de vibração, assim como nos modelos não-contraventados, é semelhante em todos os grupos de pórticos, independentemente da rigidez da ligação viga-coluna. Observam-se poucas variações nos modos de vibração de cada grupo de pórticos

com a diminuição da rigidez da ligação, principalmente quando são comparadas as configurações com ligações rígidas e semi-rígidas (rigidez da ligação viga-coluna igual a $0,5S_{j,ini}$). A partir do terceiro modo de vibração, observa-se predominantemente flexão das vigas, não havendo vibração das colunas em todos os modelos. A adoção do contraventamento, como esperado, restringiu as deformações das colunas, diminuindo os deslocamentos laterais.

4.4.2.2. Grupos de pórticos com apoios rígidos (bases engastadas)

A seguir, da Tabela 4.16 a Tabela 4.19, estão os valores das frequências naturais, as seis primeiras, dos grupos de pórticos analisados com o uso do sistema de contraventamento em “X” e adoção de engaste nos apoios. Pode-se observar, quando comparados aos valores obtidos para o caso de apoios semi-rígidos, Tabela 4.12 a Tabela 4.15, que ocorre uma pequena elevação nos valores das frequências naturais. Porém, não na mesma proporção dos pórticos sem contraventamento quando avaliados os valores obtidos para os casos de apoios semi-rígidos e rígidos. O sistema de contraventamento utilizado propiciou comportamentos semelhantes dos pórticos nos dois casos.

Tabela 4.16 – Frequências naturais dos pórticos do Grupo 1.

Freq. (Hz)	Rígido	Semi-rígido (variação de $S_{j,ini}$)								Flexível
		2,00	1,75	1,50	1,00	0,75	0,50	0,20	0,10	
f_{01}	10,58	10,55	10,54	10,53	10,51	10,49	10,45	10,34	10,25	10,04
f_{02}	32,27	32,19	32,18	32,16	32,04	31,50	30,54	27,56	24,90	18,25
f_{03}	33,75	32,93	32,80	32,62	32,10	32,04	31,94	28,42	25,34	18,44
f_{04}	36,45	35,32	35,13	34,89	34,10	33,38	32,14	28,65	25,50	18,45
f_{05}	37,31	36,05	35,84	35,57	34,70	33,91	32,56	28,93	25,64	18,46
f_{06}	38,11	36,76	36,54	36,25	35,32	34,49	33,06	31,63	31,36	30,69

Tabela 4.17 – Frequências naturais dos pórticos do Grupo 2.

Freq. (Hz)	Rígido	Semi-rígido (variação de $S_{j,ini}$)								Flexível
		2,00	1,75	1,50	1,00	0,75	0,50	0,20	0,10	
f_{01}	8,59	8,50	8,49	8,47	8,45	8,37	8,30	8,12	8,00	7,80
f_{02}	23,62	23,45	23,42	23,38	23,34	23,17	23,01	22,58	22,27	18,40
f_{03}	25,88	25,66	25,62	25,58	25,51	25,25	24,96	23,94	22,86	18,40
f_{04}	29,30	29,04	28,99	28,93	28,85	28,53	27,93	25,88	24,31	20,73
f_{05}	30,46	29,79	29,68	29,54	29,35	28,65	28,16	26,35	24,53	20,86
f_{06}	32,64	31,61	31,44	31,23	30,94	29,95	28,96	26,80	24,74	20,87

Tabela 4.18 – Frequências naturais dos pórticos do Grupo 3.

Freq. (Hz)	Rígido	Semi-rígido (variação de $S_{j,ini}$)								Flexível
		2,00	1,75	1,50	1,00	0,75	0,50	0,20	0,10	
f_{01}	8,56	8,50	8,49	8,48	8,44	8,40	8,35	8,20	8,10	7,87
f_{02}	25,22	25,09	25,07	25,04	24,95	24,86	24,71	24,23	23,66	19,97
f_{03}	30,32	29,52	29,39	29,22	28,69	28,24	27,48	25,52	24,17	20,10
f_{04}	33,52	32,25	32,05	31,80	31,01	30,34	29,26	26,57	24,65	20,20
f_{05}	33,58	33,21	33,15	33,06	32,57	31,75	30,45	27,31	25,18	20,22
f_{06}	35,49	34,14	33,89	33,57	32,80	32,47	31,05	27,58	25,23	20,22

Tabela 4.19 – Frequências naturais dos pórticos do Grupo 4.

Freq. (Hz)	Rígido	Semi-rígido (variação de $S_{j,ini}$)								Flexível
		2,00	1,75	1,50	1,00	0,75	0,50	0,20	0,10	
f_{01}	8,71	8,65	8,64	8,62	8,58	8,55	8,49	8,34	8,24	8,01
f_{02}	25,66	25,53	25,51	25,48	25,38	25,30	25,14	24,65	24,07	20,32
f_{03}	30,85	30,03	29,90	29,73	29,19	28,73	27,96	25,96	24,59	20,45
f_{04}	34,10	32,81	32,61	32,35	31,55	30,87	29,77	27,03	25,08	20,55
f_{05}	34,17	33,79	33,72	33,64	33,14	32,30	30,98	27,79	25,61	20,57
f_{06}	36,11	34,74	34,48	34,15	33,37	33,04	31,59	28,06	25,67	20,57

4.4.3. Comparação dos Resultados Obtidos

Nas tabelas seguintes, Tabela 4.20 a Tabela 4.23, estão agrupados os valores de frequências naturais, as seis primeiras, obtidos dos grupos de pórticos, de modo a representar, sucintamente, os casos avaliados. É possível, assim, observar a influência da rigidez da ligação viga-coluna no comportamento dos pórticos em estudo.

Tabela 4.20 – Comparação dos valores de frequências naturais dos pórticos do Grupo 1.

Freq. (Hz)	Não-Contraventado						Contraventado					
	Com apoio semi-rígido			Com apoio rígido			Com apoio semi-rígido			Com apoio rígido		
	Rígido	Semi-rígido ($\frac{1}{2}S_{j,ini}$)	Flexível	Rígido	Semi-rígido ($\frac{1}{2}S_{j,ini}$)	Flexível	Rígido	Semi-rígido ($\frac{1}{2}S_{j,ini}$)	Flexível	Rígido	Semi-rígido ($\frac{1}{2}S_{j,ini}$)	Flexível
f_{01}	3,86	3,50	1,33	4,61	4,19	1,82	10,05	9,95	9,61	10,58	10,45	10,04
f_{02}	14,45	13,54	9,32	16,83	15,83	11,37	30,59	30,31	18,25	32,27	30,54	18,25
f_{03}	31,97	30,54	18,25	33,75	30,55	18,25	33,74	30,54	18,44	33,75	31,94	18,44
f_{04}	33,75	31,10	18,44	36,08	32,14	18,44	36,27	32,05	18,45	36,45	32,14	18,45
f_{05}	36,27	32,05	18,45	36,45	32,56	18,45	37,26	32,53	18,46	37,31	32,56	18,46
f_{06}	37,27	32,53	18,46	37,32	33,06	18,46	37,95	32,97	29,26	38,11	33,06	30,69

Tabela 4.21 – Comparação dos valores de freqüências naturais dos pórticos do Grupo 2.

Freq. (Hz)	Não-Contraventado						Contraventado					
	Com apoio semi-rígido			Com apoio rígido			Com apoio semi-rígido			Com apoio rígido		
	Rígido	Semi-rígido ($\frac{1}{2}S_{j,ini}$)	Flexível	Rígido	Semi-rígido ($\frac{1}{2}S_{j,ini}$)	Flexível	Rígido	Semi-rígido ($\frac{1}{2}S_{j,ini}$)	Flexível	Rígido	Semi-rígido ($\frac{1}{2}S_{j,ini}$)	Flexível
f ₀₁	3,66	3,05	0,88	4,19	3,47	1,07	8,24	8,01	7,59	8,59	8,30	7,80
f ₀₂	10,36	9,18	4,59	11,64	10,28	5,27	22,66	22,16	18,40	23,62	23,01	18,40
f ₀₃	19,40	17,87	12,88	20,56	19,17	14,38	25,88	24,96	18,40	25,88	24,96	18,40
f ₀₄	25,87	24,96	18,40	25,88	24,96	18,40	29,29	27,87	20,73	29,30	27,93	20,73
f ₀₅	27,72	27,03	18,40	28,92	27,93	18,40	30,30	28,16	20,86	30,46	28,16	20,86
f ₀₆	29,66	27,86	20,73	30,29	28,01	20,72	32,39	28,85	20,87	32,64	28,96	20,87

Tabela 4.22 – Comparação dos valores de freqüências naturais dos pórticos do Grupo 3.

Freq. (Hz)	Não-Contraventado						Contraventado					
	Com apoio semi-rígido			Com apoio rígido			Com apoio semi-rígido			Com apoio rígido		
	Rígido	Semi-rígido ($\frac{1}{2}S_{j,ini}$)	Flexível	Rígido	Semi-rígido ($\frac{1}{2}S_{j,ini}$)	Flexível	Rígido	Semi-rígido ($\frac{1}{2}S_{j,ini}$)	Flexível	Rígido	Semi-rígido ($\frac{1}{2}S_{j,ini}$)	Flexível
f ₀₁	3,65	3,35	1,21	4,38	3,84	1,74	7,98	7,86	7,37	8,56	8,35	7,87
f ₀₂	12,80	12,08	7,60	14,78	13,54	9,35	23,59	23,29	19,97	25,22	24,71	19,97
f ₀₃	26,49	25,89	19,97	28,63	27,07	19,97	30,34	28,81	20,10	30,32	27,48	20,10
f ₀₄	30,99	29,35	20,10	31,77	29,23	20,10	33,48	30,62	20,20	33,52	29,26	20,20
f ₀₅	33,48	30,62	20,20	33,58	29,68	20,20	33,62	31,15	20,22	33,58	30,45	20,22
f ₀₆	33,94	31,31	20,22	34,21	30,45	20,22	35,31	32,06	20,22	35,49	31,05	20,22

Tabela 4.23 – Comparação dos valores de freqüências naturais dos pórticos do Grupo 4.

Freq. (Hz)	Não-Contraventado						Contraventado					
	Com apoio semi-rígido			Com apoio rígido			Com apoio semi-rígido			Com apoio rígido		
	Rígido	Semi-rígido ($\frac{1}{2}S_{j,ini}$)	Flexível	Rígido	Semi-rígido ($\frac{1}{2}S_{j,ini}$)	Flexível	Rígido	Semi-rígido ($\frac{1}{2}S_{j,ini}$)	Flexível	Rígido	Semi-rígido ($\frac{1}{2}S_{j,ini}$)	Flexível
f ₀₁	3,93	3,40	1,00	4,46	3,90	1,77	7,61	7,36	6,75	8,71	8,49	8,01
f ₀₂	13,05	11,85	6,83	15,04	13,78	9,51	22,53	21,98	20,09	25,66	25,14	20,32
f ₀₃	25,01	24,11	19,81	29,13	27,54	20,32	30,59	29,00	20,14	30,85	27,96	20,45
f ₀₄	30,84	29,27	20,09	32,32	29,74	20,45	34,11	30,95	20,34	34,10	29,77	20,55
f ₀₅	34,11	30,95	20,17	34,17	30,20	20,55	34,40	31,64	23,30	34,17	30,98	20,57
f ₀₆	35,44	31,93	23,30	34,81	30,98	20,57	37,00	32,87	23,48	36,11	31,59	20,57

Comparando os valores apresentados nas tabelas anteriores, Tabela 4.20 a Tabela 4.23, nota-se claramente a redução dos valores das freqüências naturais dos grupos de

pórticos quando consideradas placas de base semi-rígidas nos apoios ao invés da suposição de base engastada (apoio rígido), indicando a coerência da modelagem adotada, uma vez que a diminuição da rigidez global da estrutura, mantendo-se a mesma massa, acarreta, conseqüentemente, uma redução das freqüências naturais, especialmente da freqüência fundamental da estrutura.

Observando-se os valores das freqüências fundamentais dos grupos de pórticos não-contraventados, os pórticos do Grupo 1 tiveram uma redução de 16%, em média, nos valores da freqüência fundamental, quando considerada placa de base semi-rígida, sendo a maior redução para os pórticos com ligações viga-coluna flexíveis, 27%. Nos pórticos dos Grupos 2 e 4, a redução foi de 12% aproximadamente, sendo que o modelo com ligações viga-coluna flexíveis apresentou redução de 43% no valor da freqüência fundamental no Grupo 4. Para os grupos de pórticos do grupo 3, a influência da placa de base na resposta representou a menor diferença média, em torno de 12%. Já para os pórticos contraventados, considerando a primeira freqüência natural, a diferença ficou abaixo de 5% para os pórticos dos Grupos 1 e 2, sendo que para os do Grupo 3 alcançou 6%. A maior diferença foi observada no Grupo 4, onde a adoção de placa de base semi-rígida, em substituição a consideração de apoio rígido, representou uma redução de 15% na freqüência fundamental quando consideradas ligações viga-coluna flexíveis. O sistema de contraventamento, como já observado, proporcionou menor variação das freqüências fundamentais dos pórticos, entre os casos de ligações viga-coluna rígidas a flexíveis, quando comparadas à situação dos grupos de pórticos sem contraventamento.

A consideração de placas de base semi-rígidas, como esperado e exposto acima, representou uma redução das freqüências naturais dos pórticos, sendo mais significativa quando considerados pórticos não-contraventados, indicando modificações consideráveis na resposta dinâmica básica das estruturas em estudo.

No capítulo seguinte, será apresentada a análise dinâmica realizada nos grupos de pórticos, inclusive com os dados obtidos na análise estática dos mesmos de modo a desenvolver uma comparação entre os efeitos da ação das cargas dinâmicas e os esforços estáticos considerados no dimensionamento da estrutura.

5. Avaliação da Resposta Dinâmica dos Modelos

5.1. Introdução

Os problemas abordados na análise dinâmica de estruturas diferem da análise estática em dois importantes aspectos. A primeira diferença está na consideração do carregamento aplicado ser variável com o tempo, característica inerente ao problema dinâmico, o que acarreta a resposta da estrutura também variável no tempo. Nota-se claramente que o problema dinâmico não possui uma solução simples, como no caso da consideração estática do carregamento, demandando uma análise mais complexa que a análise estática. A segunda e principal diferença entre os problemas estático e dinâmico reside no desenvolvimento de forças de inércia, relacionadas às acelerações geradas nos elementos da estrutura por ação das forças variáveis no tempo, sendo necessário incorporar a variável *tempo* nas equações de equilíbrio.

Um sistema dinâmico apresenta um movimento oscilatório, caracterizado pela troca sucessiva de energia potencial em cinética, e vice-versa. A resposta do sistema assume um caráter repetitivo e as amplitudes dos deslocamentos chegam a ultrapassar, em muitos casos, os valores correspondentes à consideração de ação estática.

O número de graus de liberdade dinâmicos de uma estrutura pode ser definido como o número de coordenadas de deslocamento capazes de representar os efeitos de todas as forças de inércia sob a configuração da estrutura [30].

O comportamento dinâmico de cada grau de liberdade da estrutura pode ser representado por um sistema corpo-mola, como indicado na Figura 5.1.

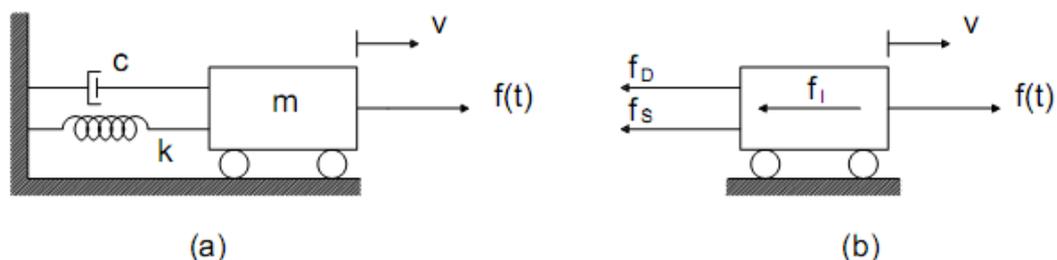


Figura 5.1 – Idealização de um sistema com um grau de liberdade: (a) Componentes básicos; (b) Diagrama de corpo livre.

A equação do movimento para o sistema da Figura 5.1 (a) pode ser formulada diretamente pelo equilíbrio direto das forças atuantes na estrutura. Como mostrado na Figura 5.1(b), as forças atuantes são a força aplicada $f(t)$ e três forças resultantes do movimento: força de inércia f_i , amortecimento f_D e a força elástica f_S . A equação do movimento então é meramente uma expressão do equilíbrio dessas forças, isto é:

$$m\ddot{v} + c\dot{v} + kv = f(t) \quad (5.1)$$

onde m , c e k são a massa, a constante de amortecimento e a rigidez do corpo, respectivamente, \ddot{v} , \dot{v} e v são a aceleração, a velocidade e o deslocamento do corpo, respectivamente. E $f(t)$ é a força externa aplicada. Para sistemas com vários de graus de liberdade, a equação 5.1 pode ser reescrita na forma matricial:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\} \quad (5.2)$$

A análise dinâmica de um sistema estrutural linear pode ser realizada a partir do processo de superposição modal, sendo a sua resposta descrita em função de suas formas modais. Para a composição da resposta é possível utilizar uma parcela reduzida dos modos de vibração, o que, sem dúvida, reduz o custo computacional associado à análise.

No entanto, sistemas cujas propriedades mecânicas não podem ser consideradas constantes no decorrer da análise são ditos não-lineares, não sendo válida, portanto a análise dinâmica pelo método da superposição modal.

O sistema estrutural constituído pelos grupos de pórticos pode ser classificado como altamente não-linear e, portanto, não pode ser analisado segundo o método da superposição modal. É necessária, então, a integração passo a passo das equações de movimento de forma acoplada.

A maior parte das técnicas de análise não-linear propõe processos de integração por etapas. A resposta aproximada é obtida a partir de uma série de pequenos intervalos de tempo incrementais, Δt , geralmente com tamanho definido em função da precisão requerida e da capacidade computacional disponível. As condições de equilíbrio dinâmico são estabelecidas no início e no fim de cada intervalo, e o movimento do sistema durante o intervalo de tempo é avaliado aproximadamente com base de um mecanismo de resposta determinado, que geralmente ignora a falta de equilíbrio que pode desenvolver durante o intervalo. A natureza não-linear do sistema é explicitada a partir do cálculo das novas propriedades do estado deformado atual para cada incremento do intervalo de tempo. A resposta completa é obtida usando-se a velocidade e o deslocamento encontrados no fim de um intervalo de tempo como as condições iniciais para o intervalo seguinte. Assim, o

processo pode continuar em cada etapa do carregamento pelo tempo desejado. O comportamento não-linear é aproximado como sucessão de sistemas lineares pré-determinados.

A integração das equações de movimento pode ser realizada a partir de algoritmos de solução clássicos, como os métodos de Newmark [34] e Wilson- θ [30]. No presente estudo, foi utilizado o método de Newmark [34] implementado no programa Ansys [27]. No Anexo A, item A.2, encontra-se uma breve descrição do método.

5.2. Análise Estática

5.2.1. Generalidades

A fim de se avaliar o comportamento dinâmico das estruturas, foram obtidos os dados referentes à análise estática para mensurar os fatores de amplificação produzidos. Como já mencionado no capítulo três, item 3.7, foi realizada análise estática linear e não-linear, considerando o efeito de segunda ordem.

Nos modelos estudados, foram adotadas ligações viga-coluna simétricas e não-simétricas, apresentadas no capítulo três, item 3.3, em análises distintas, considerando o mesmo valor de rigidez inicial ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$) para todos os grupos de pórticos, a fim de representar o comportamento dos modelos com ligações viga-coluna semi-rígidas mais próximas da situação rotulada, como já citado no capítulo quatro. Ressalta-se que a consideração de ligações viga-coluna assimétricas é aplicada apenas no caso da análise não-linear. Com relação às características dos apoios, inicialmente adotou-se apoios rígidos (engaste) e, em seguida, semi-rígidos (placas de base semi-rígidas). Para a consideração de placas de base semi-rígidas, o valor da rigidez inicial ($S_{j,ini}$) considerado foi de 10.000kNm/rad . Dessa forma, os resultados obtidos podem ser assim agrupados:

- Grupos de pórticos com ligações viga-coluna semi-rígidas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$) e simétricas: com apoios rígidos (engaste) e com apoios semi-rígidos (placas de base semi-rígidas, $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).
- Grupos de pórticos com ligações viga-coluna semi-rígidas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$) e assimétricas: com apoios rígidos (engaste) e com apoios semi-rígidos (placas de base semi-rígidas, $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).

5.2.2. Apresentação dos resultados da Análise Estática

O esquema de carregamento considerado nos grupos de pórticos está representado na Figura 5.2, enquanto na Tabela 5.1 pode ser verificado o valor das cargas aplicadas.

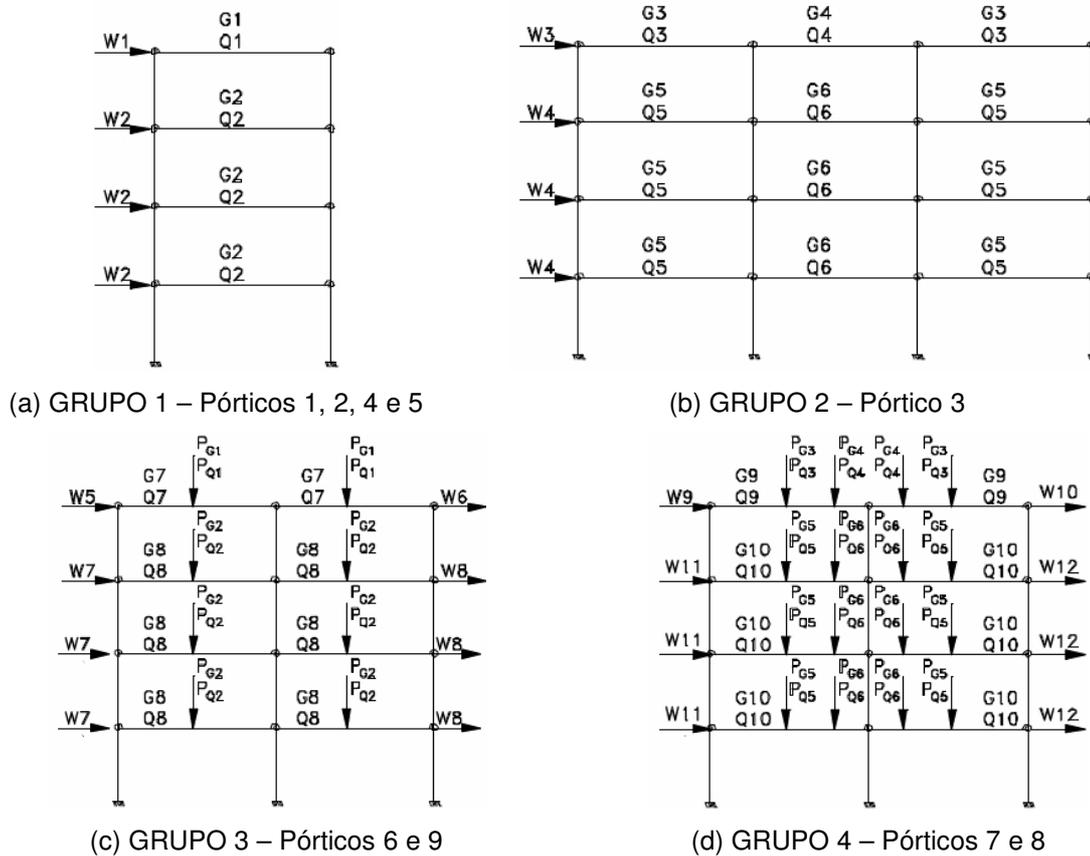


Figura 5.2 – Esquema de aplicação do carregamento nos grupos de pórticos.

Tabela 5.1 – Valores das cargas estáticas aplicadas nos grupos de pórticos.

Carga	Grupo 1			Grupo 2						
	G1	G2	G3	G4	G5	G6				
Permanente	7,00	12,28	11,40	3,63	22,96	7,05				
Carga	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6				
Acidental	0,80	2,40	1,60	0,70	4,80	4,60				
Efeito do Vento	W1		W2		W3		W4			
	2,78		5,67		5,67		11,34			
Carga	Grupo3				Grupo4					
	G7	G8	P _{G1}	P _{G2}	G9	G10	P _{G3}	P _{G4}	P _{G5}	P _{G6}
Permanente	2,50	3,75	38,19	48,24	2,50	3,75	38,19	13,61	48,24	20,48
Carga	Q7	Q8	P _{Q1}	P _{Q2}	Q9	Q10	P _{Q3}	P _{Q4}	P _{Q5}	P _{Q6}
Acidental	0,00	0,00	5,36	16,08	0,00	0,00	5,36	1,10	16,08	12,60
Efeito do Vento	W5	W6	W7	W8	W9	W10	W11	W12		
	2,33	0,63	4,66	1,26	4,52	1,23	9,05	2,45		

Onde, G e Q em kN/m e P e W em kN.

Pode-se observar na Figura 5.3 a localização dos pontos onde foram obtidos os dados resultantes da análise estática: os deslocamentos translacional e rotacional na parte superior dos pórticos (ponto A), o momento fletor no apoio C e as reações de apoio dos modelos avaliados na presente dissertação. Os valores obtidos serviram de base para a comparação com os dados relacionados à análise dinâmica linear e não-linear, que será exposta a partir do item 5.4.

Da Tabela 5.2 a Tabela 5.5, estão indicados os resultados da análise estática para os grupos de pórticos do estudo. Consideram-se, como citado no parágrafo anterior, um deslocamento translacional na direção horizontal (UX) e um rotacional na direção Z (ROTZ) relacionados ao ponto superior esquerdo dos pórticos (ponto A), os momentos fletores (MZ) e as reações (reação horizontal FX e reação vertical FY) nos apoios (ligação coluna-base). Os apoios de cada grupo de pórticos estão representados pelos pontos C e D no Grupo 1, C, D, E e F no Grupo 2 e C, D e E nos Grupos 3 e 4.

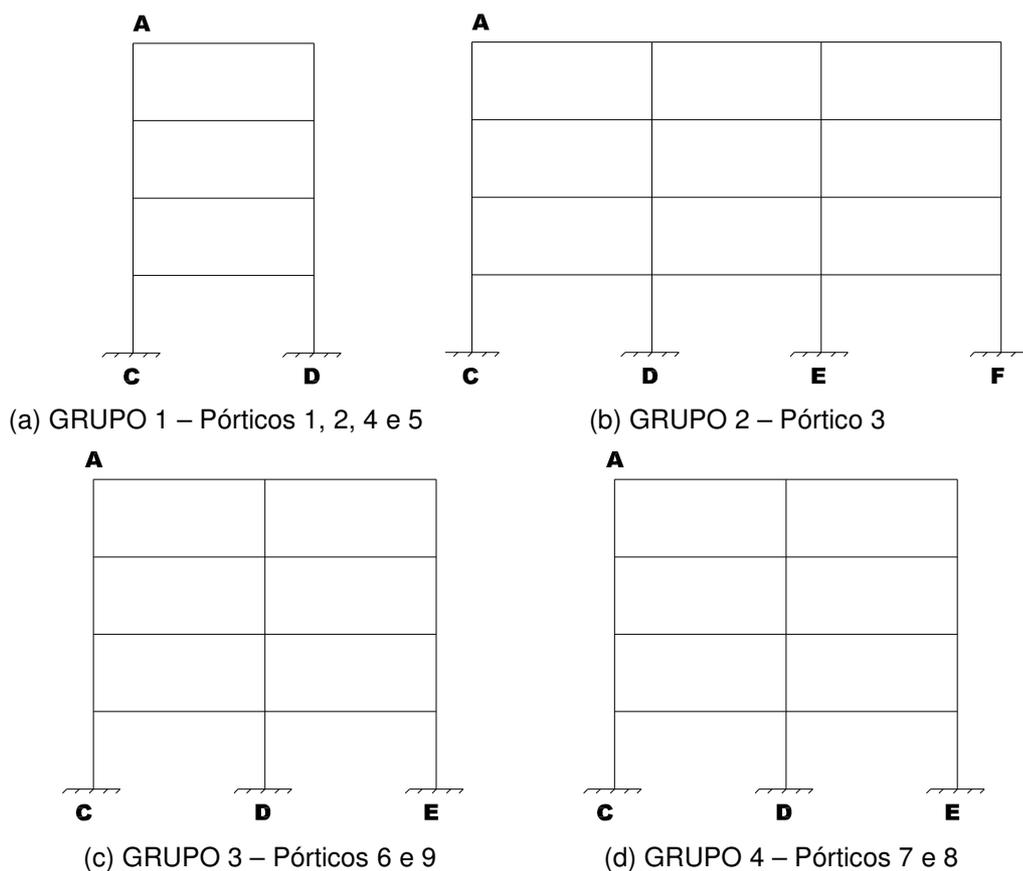


Figura 5.3 – Localização dos deslocamentos e esforços obtidos na análise estática.

Tabela 5.2 – Resultados da análise estática do Grupo 1.

	Análise Linear		Análise Não-Linear			
	Ligação viga-coluna Simétrica		Ligação viga-coluna Simétrica		Ligação viga-coluna Assimétrica	
	Apoio rígido	Apoio Semi-rígido	Apoio rígido	Apoio Semi-rígido	Apoio rígido	Apoio Semi-rígido
DESLOCAMENTOS						
UX _A (m)	0,021	0,030	0,043	0,068	0,033	0,058
ROTZ _A (rad)	-0,002	-0,002	-0,004	-0,005	-0,003	-0,004
MOMENTOS FLETORES						
MZ _C (kNm)	24,11	19,92	39,50	34,80	34,56	31,31
MZ _D (kNm)	38,41	23,51	47,71	36,71	41,41	32,97
REAÇÕES DE APOIO						
FX _C (kN)	-2,42	-4,78	-5,33	-6,87	-5,97	-7,19
FY _C (kN)	136,14	132,95	139,37	136,26	137,89	135,41
FX _D (kN)	-17,37	-15,01	-14,46	-12,91	-13,82	-12,60
FY _D (kN)	157,59	160,75	154,36	157,47	155,83	158,31

Tabela 5.3 – Resultados da análise estática do Grupo 2.

	Análise Linear		Análise Não-Linear			
	Ligação viga-coluna Simétrica		Ligação viga-coluna Simétrica		Ligação viga-coluna Assimétrica	
	Apoio rígido	Apoio Semi-rígido	Apoio rígido	Apoio Semi-rígido	Apoio rígido	Apoio Semi-rígido
DESLOCAMENTOS						
UX _A (m)	0,022	0,028	0,059	0,080	0,049	0,070
ROTZ _A (rad)	-0,003	-0,003	-0,005	-0,006	-0,004	-0,004
MOMENTOS FLETORES						
MZ _C (kNm)	16,38	16,03	36,74	34,08	34,37	32,21
MZ _D (kNm)	32,31	21,86	44,48	36,38	40,84	34,46
MZ _E (kNm)	17,90	16,68	35,93	33,90	33,35	31,96
MZ _F (kNm)	33,45	22,26	43,89	36,05	40,07	34,17
REAÇÕES DE APOIO						
FX _C (kN)	-0,91	-3,40	-5,94	-7,66	-6,64	-7,67
FY _C (kN)	246,34	244,21	247,29	244,19	249,71	247,43
FX _D (kN)	-17,34	-15,20	-14,11	-12,16	-13,58	-12,20
FY _D (kN)	366,64	368,06	367,61	370,45	360,80	362,83
FX _E (kN)	-2,63	-4,68	-5,46	-7,31	-6,02	-7,23
FY _E (kN)	348,62	347,01	349,55	347,17	354,58	352,15
FX _F (kN)	-18,81	-16,43	-14,18	-12,56	-13,45	-12,59
FY _F (kN)	270,29	272,15	267,46	270,05	266,81	269,48

Tabela 5.4 – Resultados da análise estática do Grupo 3.

	Análise Linear		Análise Não-Linear			
	Ligação viga-coluna Simétrica		Ligação viga-coluna Simétrica		Ligação viga-coluna Assimétrica	
	Apoio rígido	Apoio Semi-rígido	Apoio rígido	Apoio Semi-rígido	Apoio rígido	Apoio Semi-rígido
DESLOCAMENTOS						
UX _A (m)	0,013	0,021	0,027	0,052	0,008	0,028
ROTZ _A (rad)	-0,004	-0,004	-0,005	-0,005	-0,002	-0,003
MOMENTOS FLETORES						
MZ _C (kNm)	-3,10	3,48	-0,34	10,71	-0,57	7,11
MZ _D (kNm)	58,50	20,06	84,13	38,22	53,94	26,35
MZ _E (kNm)	10,24	13,02	9,11	17,22	7,53	12,97
REAÇÕES DE APOIO						
FX _C (kN)	5,24	1,39	3,72	-1,82	2,58	-1,07
FY _C (kN)	138,44	135,80	147,32	144,50	145,70	143,99
FX _D (kN)	-17,44	-11,54	-18,18	-8,82	-17,22	-11,04
FY _D (kN)	323,41	323,52	309,22	308,96	308,32	308,19
FX _E (kN)	-8,52	-10,57	-6,26	-10,08	-6,08	-8,61
FY _E (kN)	150,37	152,89	155,67	158,74	158,19	160,03

Tabela 5.5 – Resultados da análise estática do Grupo 4.

	Análise Linear		Análise Não-Linear			
	Ligação viga-coluna Simétrica		Ligação viga-coluna Simétrica		Ligação viga-coluna Assimétrica	
	Apoio rígido	Apoio Semi-rígido	Apoio rígido	Apoio Semi-rígido	Apoio rígido	Apoio Semi-rígido
DESLOCAMENTOS						
UX _A (m)	0,021	0,033	0,045	0,078	0,037	0,071
ROTZ _A (rad)	-0,005	-0,005	-0,007	-0,008	-0,005	-0,006
MOMENTOS FLETORES						
MZ _C (kNm)	1,92	10,87	4,50	21,08	4,55	19,89
MZ _D (kNm)	104,18	32,94	151,38	56,46	138,53	54,95
MZ _E (kNm)	11,33	17,87	11,27	24,66	10,63	23,66
REAÇÕES DE APOIO						
FX _C (kN)	1,50	-4,33	1,08	-9,04	0,44	-8,42
FY _C (kN)	128,70	123,73	141,31	134,95	140,67	135,60
FX _D (kN)	-33,59	-23,16	-35,38	-18,33	-34,81	-19,32
FY _D (kN)	421,57	421,66	402,73	402,59	402,35	401,13
FX _E (kN)	-8,16	-12,76	-5,94	-12,88	-5,88	-12,51
FY _E (kN)	153,43	158,30	159,66	166,16	160,68	166,97

A partir da observação dos resultados obtidos para os modelos estudados, conforme indicam as tabelas anteriores, nota-se uma significativa diferença entre os valores referentes às análises estáticas linear e não-linear. Apesar de não fazer parte do escopo do presente

trabalho uma investigação aprofundada sobre as considerações estáticas dos pórticos avaliados, chama-se a atenção do leitor para a influência marcante das não-linearidades na resposta global dos sistemas estruturais, especialmente com relação aos deslocamentos translacionais.

5.3. Definição das Ações Dinâmicas e do Amortecimento Estrutural

5.3.1. Generalidades

Na frequência de ressonância, ou próximo dela, a resposta dinâmica dos modelos estruturais (deslocamentos e esforços) é bastante amplificada e, portanto, intolerável [30]. Busca-se, nesta análise, avaliar o comportamento do sistema estrutural quando submetido a uma carga dinâmica determinística senoidal com frequência igual à frequência fundamental do sistema. Os pórticos do estudo são ainda submetidos à mesma excitação com frequência do carregamento 20% superior à frequência fundamental desses modelos. A análise é dinâmica não-linear.

As variações no esquema estrutural proposto relacionam-se aos casos anteriormente descritos. Os pórticos planos foram considerados com ligações viga-coluna semi-rígidas. Inicialmente, foi adotado o comportamento simétrico da ligação e, em seguida, as análises foram realizadas com ligações assimétricas, onde a curva de ciclo histerético apresenta uma redução na área de absorção de energia, como mostrado na Figura 3.10 (d). Em cada caso, os pórticos foram avaliados ora com todos os apoios (ligações coluna-base) rígidos e ora com todos semi-rígidos. Dessa foram, para cada grupo de pórticos, foram gerados quatro modelos estruturais que foram submetidos, cada um, a dois esquemas de carregamento dinâmico: o primeiro com frequência de excitação igual à frequência fundamental do sistema estrutural considerado (f_{01}) e o segundo com frequência de excitação 20% superior à frequência fundamental ($1,20f_{01}$).

5.3.2. Modelagem da Carga Dinâmica de Vento

Para efeito da análise dinâmica transiente realizada, a carga de vento aplicada nos grupos de pórticos foi simulada, de forma simplificada, como sendo uma carga dinâmica determinística senoidal da forma,

$$F(t) = F_0 \text{ sen } (\omega t) \quad (5.3)$$

Onde o parâmetro F_0 , correspondente a amplitude da carga harmônica, assume os valores $W1$ e $W2$ para os pórticos do Grupo 1; $W3$ e $W4$ para os pórticos do Grupo 2; $W5$, $W6$, $W7$ e $W8$ para os pórticos do Grupo 3 e $W9$, $W10$, $W11$ e $W12$ para os pórticos do Grupo 4, conforme apresentado na Tabela 5.1.

A freqüência de excitação ω , de acordo com a equação 5.3, assume o valor da freqüência fundamental de cada grupo de pórticos, em rad/s, respectivamente, e, como citado anteriormente, um valor 20% superior em nova análise.

Os valores da freqüência fundamental dos grupos de pórticos analisados, utilizados para representar os valores da freqüência de excitação do carregamento senoidal, estão relacionados na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 – Valores das freqüências excitação do carregamento dinâmico.

Grupos de Pórticos	Freqüência fundamental (f_{01}), em Hz		20% acima da freqüência fundamental ($1,2 \times f_{01}$), em Hz	
	Apoio rígido (Engaste)	Apoio semi-rígido (Placa de base semi-rígida)	Apoio rígido (Engaste)	Apoio semi-rígido (Placa de base semi-rígida)
1	3,81	3,18	4,57	3,81
2	2,97	2,62	3,57	3,14
3	3,72	2,93	4,47	3,52
4	3,77	2,97	4,53	3,57

Da Figura 5.4 a Figura 5.7 estão representados os pontos de aplicação do carregamento dinâmico, simultaneamente com as cargas estática mantidas nas vigas, com valores contidos na Tabela 5.1, e a representação da carga determinística senoidal utilizada na modelagem simplificada da carga de vento. Ressalta-se que as amplitudes da carga senoidal, F_0 (equação 5.3) são assumidas como sendo os valores da carga de vento apresentados na Tabela 5.1.

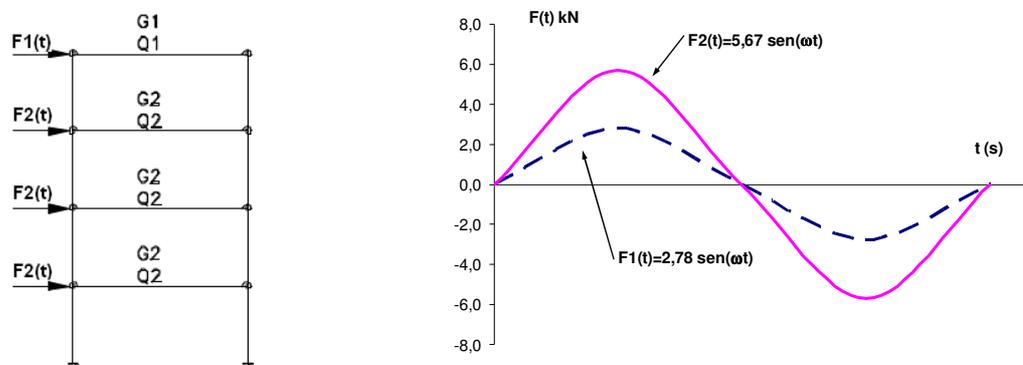


Figura 5.4 – Ponto de aplicação das cargas nos pórticos do Grupo 1.

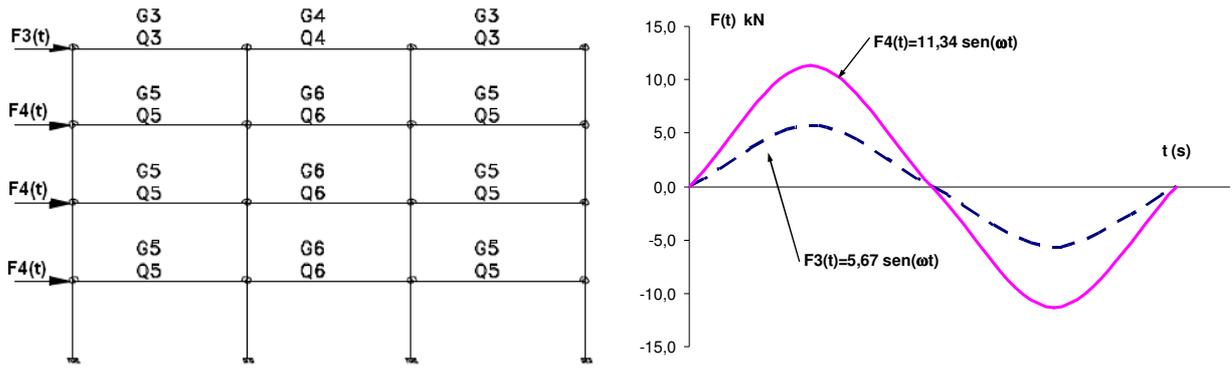


Figura 5.5 – Ponto de aplicação das cargas nos pórticos do Grupo 2.

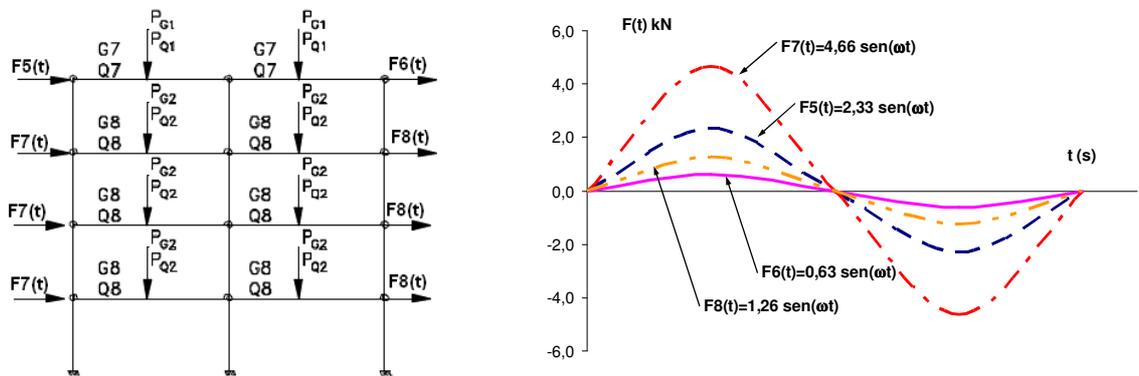


Figura 5.6 – Ponto de aplicação das cargas nos pórticos do Grupo 3.

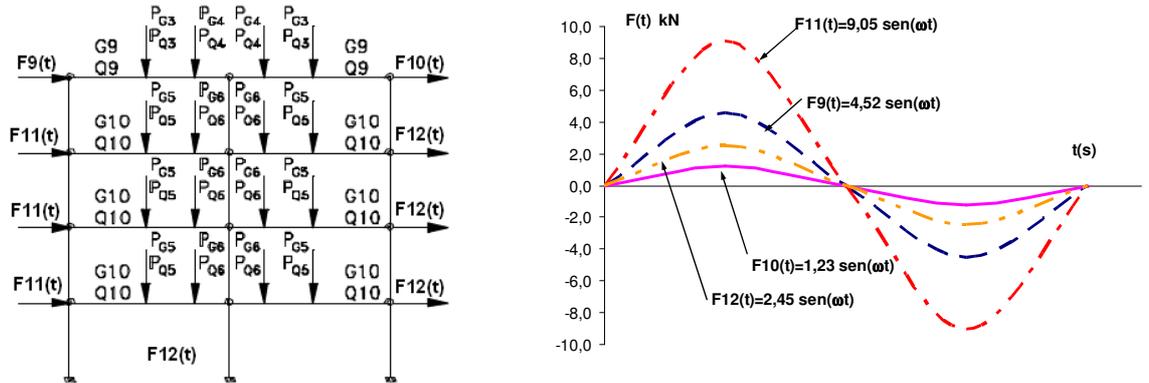


Figura 5.7 – Ponto de aplicação das cargas nos pórticos do Grupo 4.

5.3.3. Modelagem do Amortecimento Estrutural

De maneira geral, todo sistema dinâmico está sujeito a perdas de energia por amortecimento. Essa perda de energia é geralmente percebida a partir de decréscimos na amplitude dos movimentos da estrutura em estudo. Apesar de extremamente complexo, o

comportamento dinâmico amortecido pode ser representado matematicamente de forma simplificada.

As formulações clássicas para representação do amortecimento são usualmente classificadas em amortecimento viscoso, amortecimento estrutural e amortecimento de Coulomb.

O amortecimento viscoso, por ser o mais comumente utilizado e de simples aplicação, será o utilizado nas modelagens desenvolvidas na análise transiente.

O amortecimento considerado é do tipo proporcional (ou de Rayleigh), sendo a matriz de amortecimento definida a partir dos parâmetros α e β , determinados em função das taxas de amortecimento modal. Segundo essa formulação, a matriz de amortecimento do sistema $[C]$ é proporcional às matrizes de rigidez e de massa, conforme mostrado na expressão a seguir:

$$[C] = \alpha [M] + \beta [K] \quad (5.4)$$

Em termos de taxa de amortecimento modal e frequência natural circular, a expressão anterior pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\xi_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2} \quad (5.5)$$

Onde:

ξ é a taxa de amortecimento modal referente ao i -ésimo modo de vibração;

ω_i é a frequência natural circular correspondente ao modo " i " de vibração.

Isolando os parâmetros α e β da equação acima para duas frequências de vibração adotadas como referência (ω_{01} e ω_{02}), tem-se que:

$$\beta = \frac{2(\xi_2\omega_{02} - \xi_1\omega_{01})}{\omega_{02}\omega_{02} - \omega_{01}\omega_{01}} \quad (5.6)$$

$$\alpha = 2\xi_1\omega_{01} - \beta\omega_{01}\omega_{01} \quad (5.7)$$

A partir de dois valores de frequência natural é possível determinar os dois parâmetros (α e β) apresentados anteriormente. As frequências ω_{01} e ω_{02} são tomadas, geralmente, pelos extremos do espectro de projeto. A frequência ω_{01} , portanto, é a menor frequência e está associada ao modo fundamental de vibração da estrutura. Já o valor de ω_{02} é o valor de frequência além do qual há pouco interesse, seja do ponto de vista da excitação ou da resposta. Os valores das frequências ω_{01} e ω_{02} adotados foram os seguintes: ω_{01} igual à frequência fundamental da estrutura, enquanto que a frequência ω_{02} seria igual à segunda frequência natural da estrutura. O parâmetro ξ (taxa de amortecimento

modal) foi adotado como sendo constante e igual a 1,5% referente ao amortecimento inerente ao material aço. Em uma nova análise, foi considerada uma taxa de amortecimento de 10%, que pode vir a ocorrer em sistemas estruturais completamente acabados (obra completa e com acabamento), devido ao emprego do revestimento de piso das lajes de concreto, paredes de alvenaria e, bem como do material empregado no forro dos tetos, [33]. Na tabela abaixo, Tabela 5.7, estão os valores de α e β para cada grupo de pórtico de acordo com o a taxa de amortecimento, ξ , considerada.

Tabela 5.7 – Valores de α e β utilizados nos grupos de pórticos.

Grupos de Pórticos	Taxa de amortecimento (ξ) igual a 1,5%				Taxa de amortecimento (ξ) igual a 10%			
	Apoio rígido		Apoio semi-rígido		Apoio rígido		Apoio semi-rígido	
	Alpha (α)	Beta (β)	Alpha (α)	Beta (β)	Alpha (α)	Beta (β)	Alpha (α)	Beta (β)
1	0,572	$2,55 \times 10^{-4}$	0,480	$3,00 \times 10^{-4}$	3,811	$1,70 \times 10^{-3}$	3,198	$2,00 \times 10^{-3}$
2	0,424	$3,90 \times 10^{-4}$	0,486	$4,38 \times 10^{-4}$	2,829	$2,60 \times 10^{-3}$	2,499	$2,92 \times 10^{-3}$
3	0,548	$2,81 \times 10^{-4}$	0,546	$3,39 \times 10^{-4}$	3,652	$1,87 \times 10^{-3}$	2,915	$2,26 \times 10^{-3}$
4	0,550	$2,87 \times 10^{-4}$	0,554	$3,45 \times 10^{-4}$	3,668	$1,91 \times 10^{-3}$	2,932	$2,30 \times 10^{-3}$

5.4. Análise Dinâmica Linear

5.4.1. Generalidades

Como citado no item 5.3, um sistema estrutural, quando submetido a uma excitação com frequência igual, ou próxima, da sua frequência fundamental, apresenta amplificações na resposta dinâmica que podem ser inaceitáveis [30].

Para representar o fenômeno da ressonância, realizou-se a análise dinâmica linear com os modelos considerados na presente dissertação, obtendo a resposta dinâmica dos sistemas estruturais (deslocamentos, esforços e reações de apoio) nos mesmos pontos citados na análise estática, item 5.2, estando representada na Figura 5.3 a localização dos desses pontos de referência.

Assim como na análise estática linear, as ligações viga-coluna, em todos os grupos de pórticos, foram consideradas semi-rígidas, com o mesmo valor para a rigidez inicial, $S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$. As ligações no apoio, conforme apresentado no decorrer do texto, foram consideradas, primeiramente, rígidas (engaste) para todos os pórticos analisados e, em nova análise, semi-rígidas (placas de base semi-rígidas). As curvas momento *versus* rotação representativas do comportamento semi-rígido das placas de base foram apresentadas no item 3.4 do capítulo três. Foram adotadas curvas para as ligações no apoio

de acordo com o esforço normal presente nas colunas dos pórticos, [28]. Porém, todas as curvas indicaram valores da rigidez inicial ($S_{j,ini}$) semelhantes, aproximadamente 10.000kNm/rad. Assim, ao longo do texto, para as ligações no apoio (coluna-base), quando consideradas placas de base semi-rígidas, será indicado o valor de rigidez inicial igual a 10.000kNm/rad ($S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).

Os modelos estruturais em análise foram submetidos a duas situações de carregamento dinâmico, conforme apresentado no item 5.3.2: no primeiro caso, as cargas dinâmicas de cada grupo de pórticos, Figura 5.4 a Figura 5.7, foram impostas com frequência de excitação igual à frequência fundamental do modelo considerado ($f = f_{01}$); em seguida, o carregamento assume frequência 20% superior à frequência fundamental ($f = 1,20 f_{01}$). Os valores da frequência fundamental dos grupos de pórticos, e seu respectivo valor aumentado em 20%, são os relacionados na Tabela 5.6. A taxa de amortecimento adotada é igual a 1,5%.

Foi empregado o método de Newmark [34-27] para a solução do problema dinâmico, onde foi adotado um intervalo de integração das equações de movimento do sistema igual a 10^{-5}s ($\Delta t=10^{-5}\text{s}$).

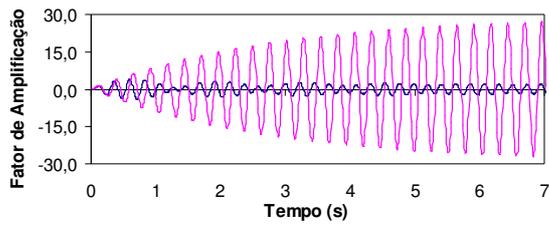
5.4.2. Apresentação dos resultados da Análise Dinâmica Linear

A análise dinâmica apresentada neste item foi realizada para todos os grupos de pórticos estudados (Grupos 1, 2, 3 e 4, conforme Figura 5.3). São apresentados os gráficos referentes ao Grupo 1, Figura 5.3 (a), estando os demais resultados, relacionados aos Grupos 2, 3 e 4, disponíveis no Anexo C.

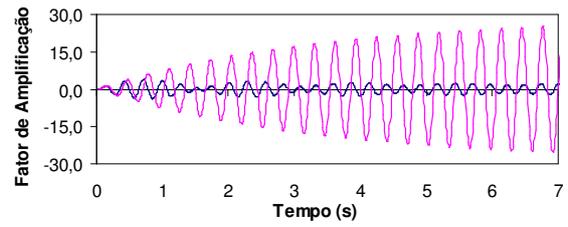
Ressalta-se que a resposta dinâmica do modelo estrutural é apresentada em função do fator de amplificação, F_A , que é definido pela razão entre o efeito dinâmico (deslocamentos, esforços e reações de apoio) e seu correspondente estático. Os gráficos seguintes, apresentados da Figura 5.8 a Figura 5.11, apresentam na abscissa o tempo em segundos e na ordenada, o fator de amplificação referente ao efeito dinâmico considerado.

É importante destacar, também, que em cada um dos gráficos estão duas curvas de amplificação: uma referente à frequência de ressonância ($f = f_{01}$) e outra associada à frequência da excitação com valor 20% superior à frequência fundamental do grupo de pórticos ($f = 1,20 f_{01}$).

A ação dinâmica senoidal foi aplicada sobre os modelos durante 20s, porém os resultados são apresentados nos gráficos até um tempo de 7s, uma vez que a partir deste ponto a resposta apresenta um comportamento similar (repetitivo ao longo do tempo).



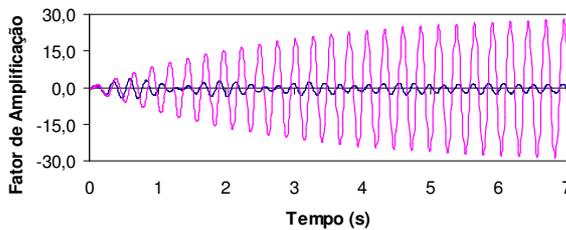
(a) Apoio rígido (Engaste)



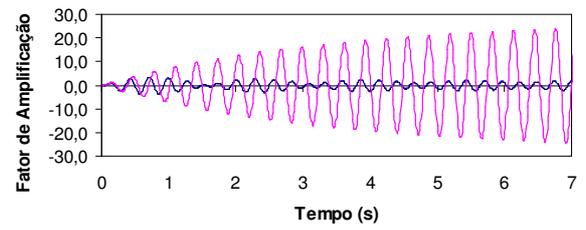
(b) Apoio semi-rígido (Placa de base semi-rígida; $S_{j,ini}=10.000kNm/rad$)

(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$

Figura 5.8 – Fator de amplificação do deslocamento horizontal no ponto A. Grupo 1.



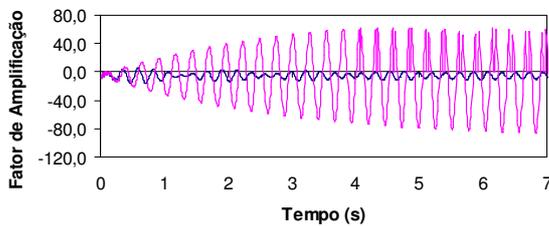
(a) Apoio rígido (Engaste)



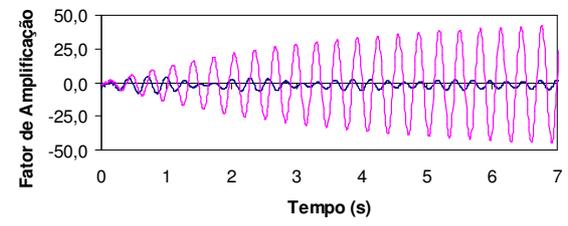
(b) Apoio semi-rígido (Placa de base semi-rígida; $S_{j,ini}=10.000kNm/rad$)

(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$

Figura 5.9 – Fator de amplificação do momento no apoio C. Grupo 1.



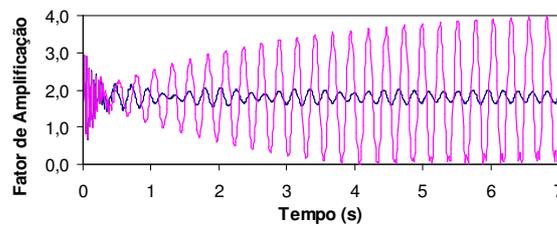
(a) Apoio rígido (Engaste)



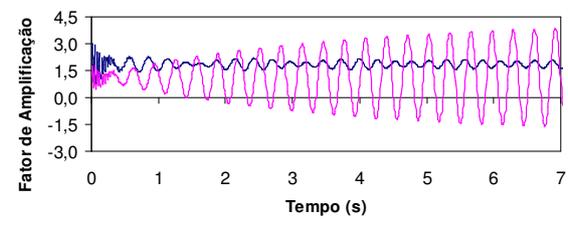
(b) Apoio semi-rígido (Placa de base semi-rígida; $S_{j,ini}=10.000kNm/rad$)

(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$

Figura 5.10 – Fator de amplificação da reação F_x no apoio C. Grupo 1.



(a) Apoio rígido (Engaste)



(b) Apoio semi-rígido (Placa de base semi-rígida; $S_{j,ini}=10.000kNm/rad$)

(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$

Figura 5.11 – Fator de amplificação da reação F_y no apoio C. Grupo 1.

Nota-se, a partir da observação dos gráficos mostrados anteriormente (Figura 5.8 a Figura 5.11), que ocorre uma amplificação significativa da resposta do modelo avaliado, quando submetido à excitação com frequência igual à fundamental do pórtico ($f = f_{01}$), indicando o comportamento característico do fenômeno físico da ressonância.

Porém, quando a frequência de excitação é tomada com valor 20% superior à frequência fundamental ($f = 1,20 f_{01}$), as amplificações são drasticamente reduzidas. Este comportamento, ilustrado da Figura 5.8 a Figura 5.11, no que tange ao Grupo 1, foi absolutamente similar, como era esperado, quando os demais sistemas estruturais, associados aos Grupos 2, 3 e 4, foram analisados. Os gráficos representativos da resposta no tempo, referentes aos Grupos 2, 3 e 4 encontram-se disponíveis no Anexo C desta dissertação.

5.5. Análise Dinâmica Não-linear

5.5.1. Generalidades

Para preceder-se a análise dinâmica não-linear, o método de Newmark [34-27] foi, novamente, utilizado para resolução das equações de equilíbrio dinâmico. Foi adotado um intervalo de integração das equações de movimento do sistema igual a 10^{-5} s ($\Delta t = 10^{-5}$ s) para as análises numéricas dos pórticos dos Grupos 1, 3 e 4, enquanto que para o pórtico do Grupo 2 este intervalo de integração foi tomado como sendo igual a 5×10^{-6} s ($\Delta t = 5 \times 10^{-6}$ s).

São considerados na presente análise os efeitos da não-linearidade geométrica dos modelos, a não-linearidade das ligações viga-coluna e das placas de base e, também, o efeito de histerese presente nas ligações estruturais. Ressalta-se que toda a metodologia de análise, no que diz respeito ao valor empregado para a rigidez inicial, $S_{j,ini}$, das ligações estruturais viga-coluna e placas de base, e, bem como, simulação das condições de suporte dos pórticos foi considerada a mesma da análise dinâmica linear.

O presente estudo foi dividido com base na consideração de taxas de amortecimento distintas. Primeiramente foi considerada uma taxa de amortecimento igual a 1,5% ($\xi = 0,015$) para todos os grupos de pórticos, simulando o amortecimento do material (aço) [33]. Em seguida, esta taxa de amortecimento foi adota como sendo igual a 10% ($\xi = 0,10$), de forma a simular numericamente uma situação real passível de ocorrer em estruturas completamente acabadas [33].

A carga dinâmica senoidal foi aplicada durante um tempo de 20s e a resposta dinâmica dos pórticos é apresentada em função do fator de amplificação, F_A , como citado

inicialmente, o qual é definido pela razão entre o efeito dinâmico (deslocamentos e esforços) e seu correspondente efeito estático.

5.5.2. Grupos de Pórticos com Taxa de Amortecimento (ξ) igual a 1,5%

Neste item da dissertação são apresentadas as curvas representativas da resposta dos modelos, ao longo do tempo, sob o efeito das cargas dinâmicas de vento, simuladas como uma carga senoidal (item 5.3.2). Do mesmo modo como investigado na análise dinâmica linear, foram consideradas duas freqüências de excitação distintas. Primeiramente, os pórticos foram submetidos à força dinâmica com freqüência de excitação igual à freqüência fundamental de cada um dos pórticos do estudo ($f = f_{01}$). Em outra análise, o carregamento dinâmico foi simulado com freqüência 20% superior à freqüência fundamental já considerada ($f = 1,20 f_{01}$).

Assim sendo, da Figura 5.12 a 5.16 apresentam-se os resultados obtidos para o modelo de pórtico referente ao Grupo 1, Figura 5.3(a), sendo representativo, em termos qualitativos, dos demais grupos de pórticos, cujos demais resultados foram agrupados no Anexo C deste volume. A resposta dinâmica da estrutura está associada ao deslocamento translacional horizontal no ponto A (UX_A), ao momento fletor no apoio C (MZ_C) e às reações horizontal (FX_C) e vertical (FY_C), também no apoio C.

Observando-se, inicialmente, os gráficos das Figura 5.12 a Figura 5.15, pode-se notar que não ocorre o fenômeno físico da ressonância, caracterizado pelo aumento da amplitude dos deslocamentos e esforços ao longo do tempo, mesmo aplicando-se sobre os modelos uma carga dinâmica com freqüência de excitação igual à freqüência fundamental dos pórticos ($f = f_{01}$). Percebe-se que o fator de amplificação, associado aos deslocamentos translacionais, tende a se manter constante ao longo do tempo, na fase permanente, de forma distinta dos modelos lineares, tradicionalmente empregados na prática corrente de projeto de estruturas de aço.

Tal fato é relevante tratando-se de um problema comumente encontrado na análise de estruturas. Isso se deve ao fato de terem sido considerados na metodologia de análise desenvolvida nesta dissertação os seguintes efeitos: não linearidade geométrica (efeito de segunda ordem), não linearidade das ligações estruturais viga-coluna e placas de base (elemento de mola rotacional não-linear) e, ainda, o fenômeno de histerese, presente nas ligações. Evidentemente, esses efeitos não são levados em conta em uma análise estrutural mais tradicional (linear-elástica).

Conforme observado nos gráficos, Figura 5.12 a Figura 5.15, verifica-se que o efeito da não linearidade geométrica e, bem como o efeito da não linearidade oriunda das ligações

viga-coluna e placas de base, aliado ao fenômeno da histerese são bastante relevantes e devem ser considerados na modelagem computacional deste tipo de estrutura.

São observadas, claramente, diferenças marcantes no que tange as ampliações dinâmicas, inerentes a resposta dos modelos estruturais (deslocamentos e esforços), relacionados aos esquemas de carregamento dinâmico propostos. Essas ampliações possuem valores mais elevados para o caso em que se considera a excitação com frequência ressonante ($f = f_{01}$), associada à frequência fundamental característica do modelo, Figura 5.12 a Figura 5.15. Contudo, afastando-se a frequência de excitação da região de ressonância (no caso, foi adotada na investigação $f = 1,20 f_{01}$), os fatores de amplificação são sensivelmente reduzidos, podendo até ser considerados, em algumas situações, da ordem da resposta estática, Figura 5.12 a Figura 5.15.

Alerta-se, assim, o projetista para fato de que uma simples avaliação de autovalores e autovetores nas estruturas civis correntes pode contribuir para evitar problemas associados às cargas dinâmicas, servindo como orientação para desenvolvimento de sistemas estruturais com frequências naturais distintas das frequências de excitação de carregamentos dinâmicos recorrentes, tais como o vento, o caminhar de pessoas sobre um pavimento, atividades rítmicas, vibrações de motores mecânicos, etc.

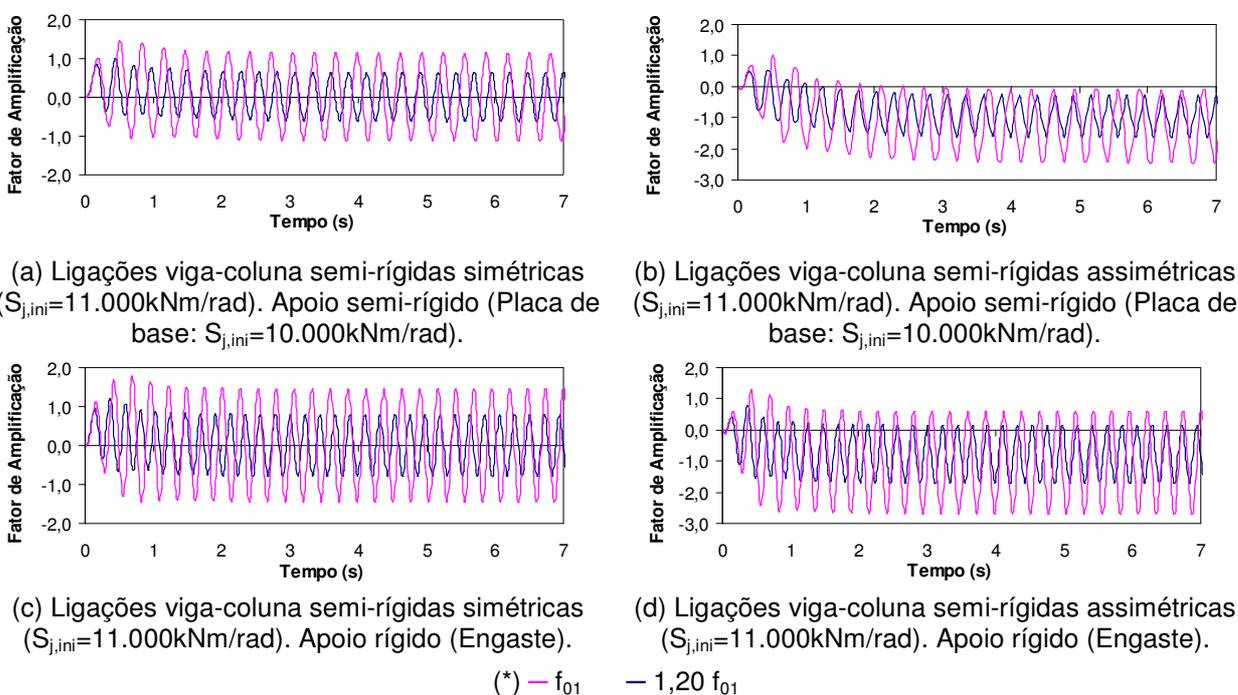


Figura 5.12 – Fator de amplificação do deslocamento horizontal no ponto A. Grupo 1.

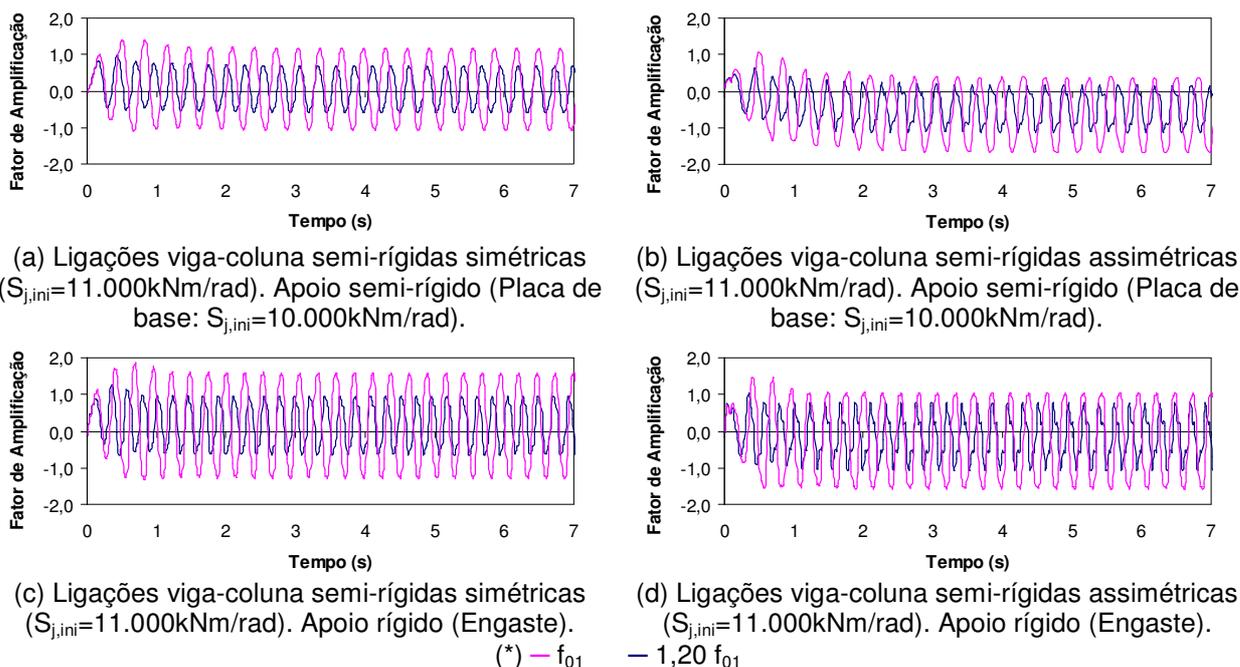


Figura 5.13 – Fator de amplificação do momento no apoio C. Grupo 1.

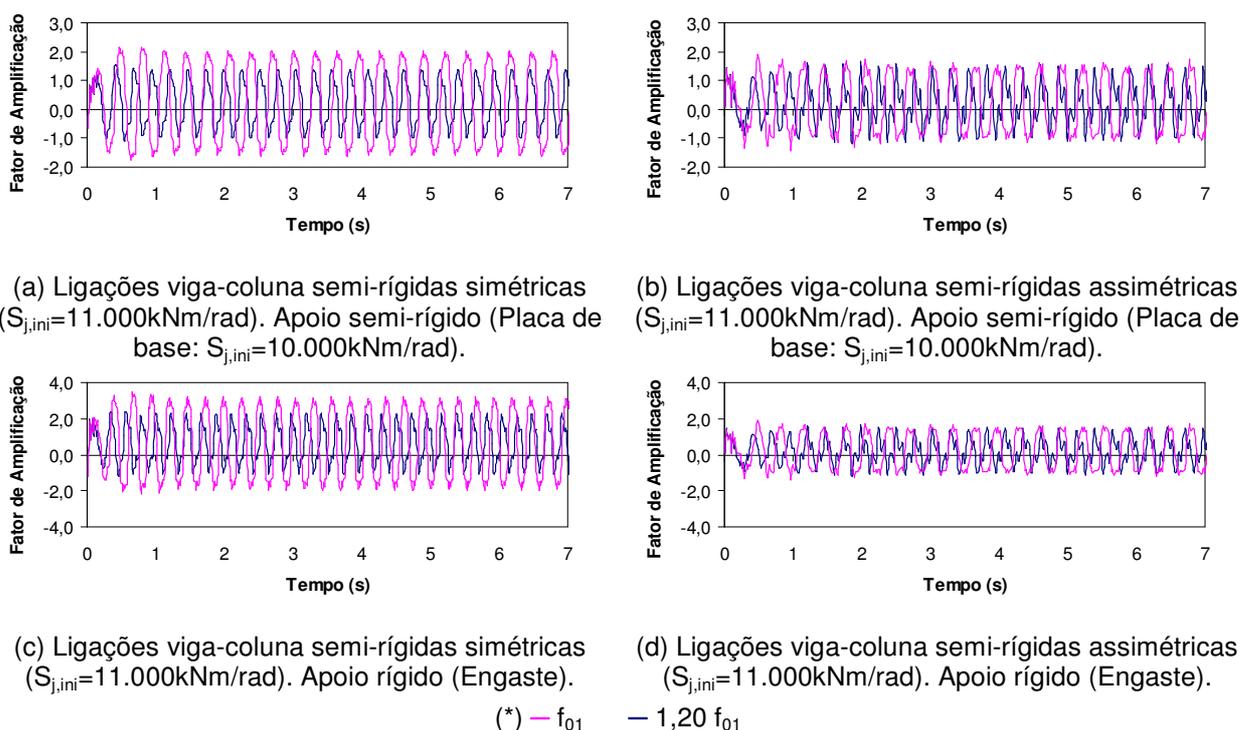


Figura 5.14 – Fator de amplificação da reação F_x no apoio C. Grupo 1.

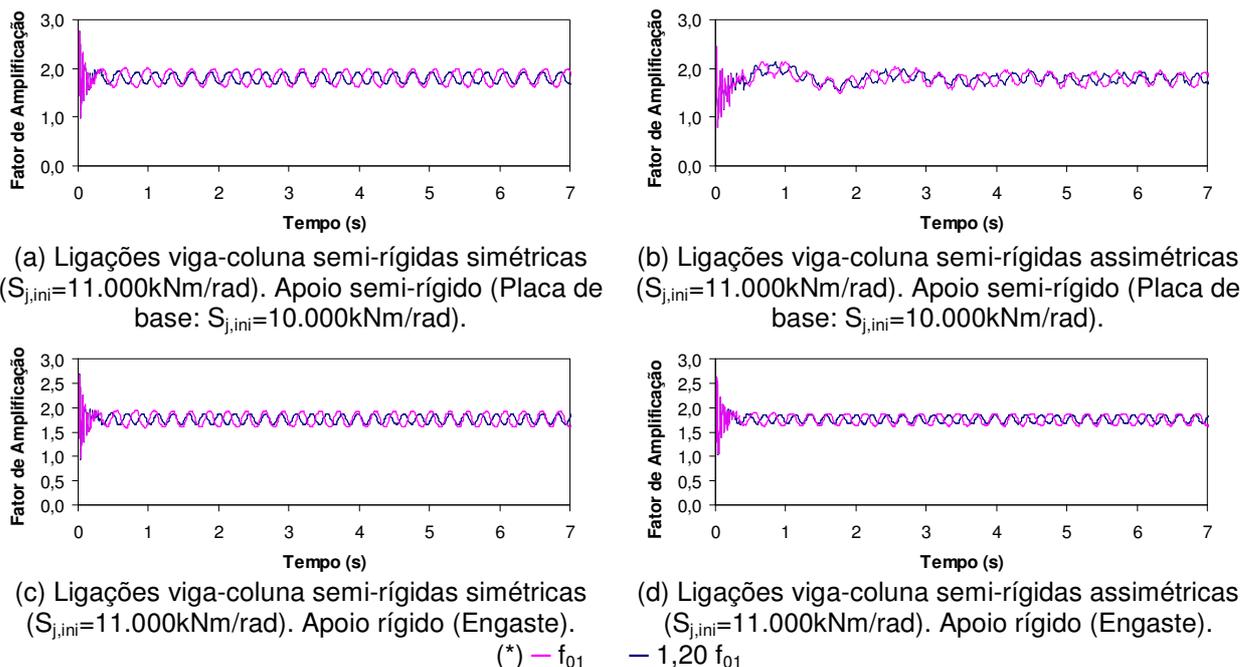


Figura 5.15 – Fator de amplificação da reação F_y no apoio C. Grupo 1.

No que tange ao valor máximo do fator de amplificação, F_A , dos deslocamentos translacionais horizontais dos pórticos do Grupo 1, na fase permanente da resposta, (Ponto A - Figura 5.3), é possível notar que o valor da amplificação máxima é da ordem de 1,10, no caso das ligações viga-coluna simétricas ($f = f_{01}$) e este valor é aumentado para 2,10 quando as ligações são consideradas como sendo assimétricas ($f = f_{01}$). Considerando-se, ainda, a situação em que a frequência da excitação é distinta da frequência fundamental dos modelos ($f = 1,20 f_{01}$), percebe-se, claramente que os modelos onde as ligações viga-coluna são simuladas como sendo assimétricas possuem um nível mais elevado de amplificação, da ordem da resposta estática. Tal análise foi feita considerando-se as placas de base semi-rígidas, Figura 5.12(a) e (b).

Quando os apoios do sistema são considerados rígidos (apoios engastados), verifica-se que, em termos qualitativos, a situação descrita no parágrafo imediatamente acima se repete. Contudo, os níveis de amplificação são distintos sendo da ordem de 1,50, para a situação das ligações viga-coluna simétricas ($f = f_{01}$) e este valor é aumentado para cerca de 2,50, quando as ligações são consideradas como sendo assimétricas ($f = f_{01}$), conforme ilustrado nas Figura 5.12(c) e (d).

Pode-se verificar, também, com clareza, o fato de que as ligações estruturais (viga-coluna e placas de base) desempenham um papel fundamental no que tange ao comportamento dinâmico de estruturas de aço, fato este evidenciado pela comparação entre os gráficos representativos dos modelos com ligações viga-coluna simétricas e assimétricas, e, também, para o caso das placas de base semi-rígidas e rígidas (engastes), Figura 5.12 a

Figura 5.15, especialmente quando é avaliado o deslocamento translacional no topo dos pórticos (Ponto A - Figura 5.3).

Percebe-se, ainda, que quando as placas de base são simuladas como sendo semi-rígidas e não-lineares, os valores do fator de amplificação, F_A , correspondentes ao deslocamento translacional horizontal, (Ponto A - Figura 5.3), são diminuídos, quando comparados com aqueles pertencentes à modelagem que simula essas placas de base com apoios rígidos (engastes). O fato é que a partir da inserção das placas de base, semi-rígidas e não-lineares, são criados mais pontos de dissipação de energia no sistema devido ao caráter de histerese do modelo, o que, evidentemente, não ocorre no caso engastado.

Neste cenário, quando são consideradas as ligações estruturais viga-coluna assimétricas em conjunto com placas de base rígidas ou semi-rígidas, a resposta dinâmica dos modelos é amplificada em relação aos casos que simulam as ligações como semi-rígidas simétricas, o que pode ser explicado pela redução na área de ciclo histerético da ligação, conforme citado no capítulo três, item 3.3, acarretando uma menor dissipação de energia durante a ocorrência da oscilação.

As curvas de ciclo histerético obtidas para o modelo em análise (pórticos do Grupo 1) estão representadas nos gráficos da Figura 5.16. Esses gráficos iniciam-se com uma pequena fase transiente, sendo esta mais evidente nas ligações assimétricas, passando, então, para a fase permanente da resposta dos modelos estruturais.

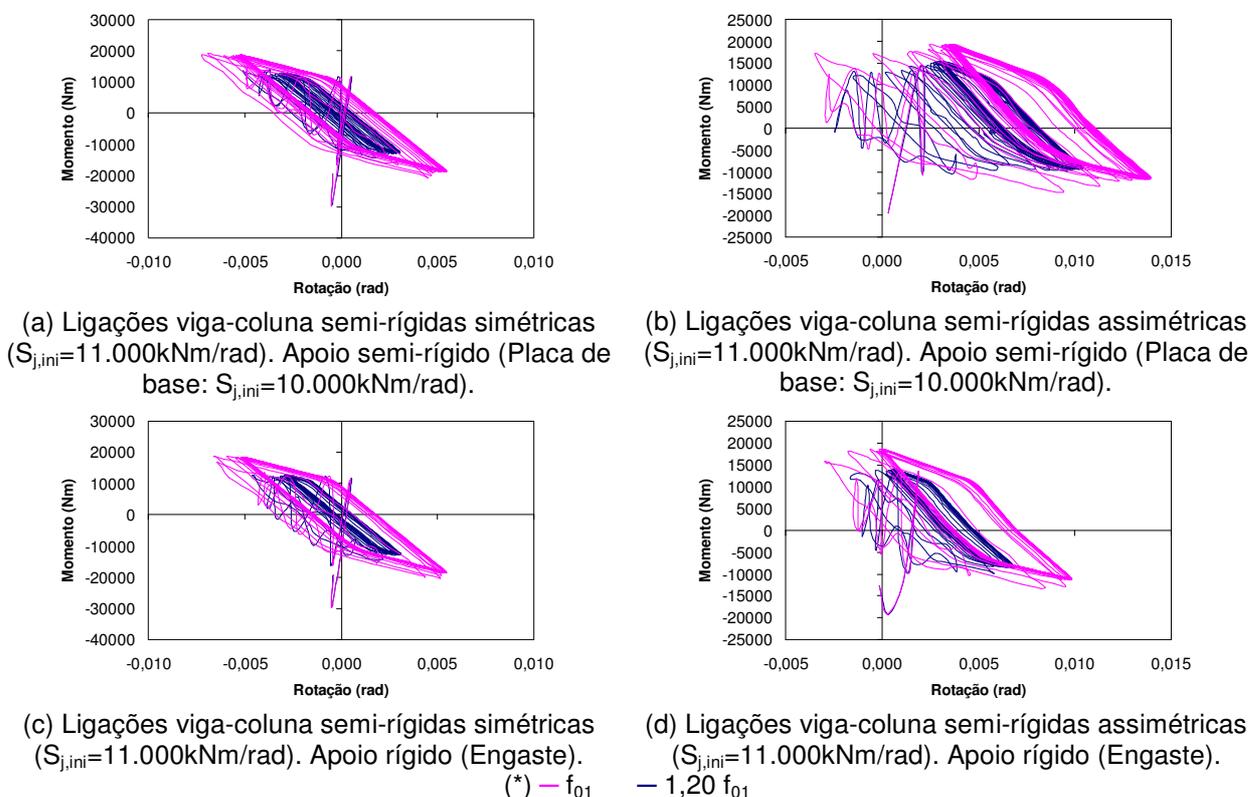


Figura 5.16 – Ciclo histerético das ligações viga-coluna do Grupo 1.

Com referência aos momentos fletores transmitidos para os apoios da estrutura (placas de base), como mostrado na Figura 5.14, (Ponto C - Figura 5.3), percebe-se que, em termos qualitativos, o quadro descrito nos parágrafos anteriores é exatamente o mesmo, ou seja: quando as placas de base são simuladas como sendo semi-rígidas e não-lineares, os valores do fator de amplificação, F_A , correspondentes são menores, quando comparados com aqueles pertencentes à modelagem que simula essas placas de base como engastes. E, ainda, quando são consideradas as ligações viga-coluna assimétricas em conjunto com placas de base rígidas ou semi-rígidas, a resposta dinâmica dos modelos é amplificada em relação aos casos das ligações semi-rígidas simétricas. Corroborando esta afirmação, o valor de amplificação máximo foi da ordem de 1,50, referente ao caso onde as ligações viga-coluna do modelo são assimétricas e as placas de base são consideradas rígidas, como mostrado na Figura 5.14 (d).

Analisando-se os gráficos relativos aos fatores de amplificação correspondentes as reações de apoio dos pórticos do Grupo 1 (forças horizontais e forças verticais), Figura 5.14 e Figura 5.15, observa-se que o quadro já descrito anteriormente, quando da análise dos deslocamentos translacionais horizontais, não sofre alterações significativas. Os fatores de amplificação das forças e momentos na base dos modelos, na fase permanente da resposta das estruturas, não são muito distintos dos valores máximos encontrados para o caso correspondente aos deslocamentos translacionais horizontais dos modelos.

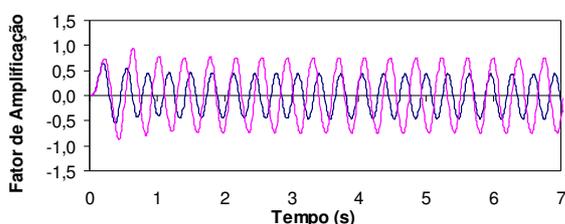
Finalmente, destaca-se que a pequena oscilação percebida na reação vertical (F_y) no apoio C (Figura 5.3), conforme se observa na Figura 5.11, pode ser entendida pelo fato da vibração estar associada à direção em que foi aplicado o carregamento dinâmico, no caso, direção X, como indicado da Figura 5.4 a Figura 5.7.

Em termos qualitativos, de forma geral, todas as observações feitas anteriormente, na análise da resposta dinâmica dos pórticos do Grupo 1, podem ser estendidas aos demais grupos de pórticos (Grupos 2, 3 e 4), cujos resultados relativos à ação dinâmica encontram-se no Anexo C desta dissertação. Todavia, em termos quantitativos, observa-se, naturalmente, que existem diferenças nos valores dos fatores de amplificação.

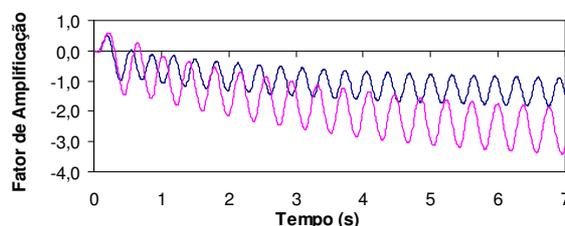
Convém chamar a atenção do leitor para o fato de que a pior situação encontrada, ao longo da análise, no que diz respeito à amplificação da resposta dos modelos investigados (deslocamentos, esforços e reações de apoio), está relacionada à consideração de placas de base semi-rígidas associadas ao emprego de ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas. Tal situação é preponderante quando analisados os pórticos referentes aos Grupos 2, 3 e 4, conforme pode ser observado na Figura 5.17. Deste modo, os gráficos correspondentes aos fatores de amplificação, associados ao deslocamento translacional no topo do pórtico do Grupo 2 (Ponto A - Figura 5.3) são apresentados na seqüência do texto.

As ampliações observadas para o caso apresentado nas Figura 5.17(b) e (d), associadas à consideração de ligações viga-coluna assimétricas, estabiliza-se ao longo do tempo. As análises numéricas foram realizadas para um período de tempo de 20 segundos, como informado no início deste capítulo.

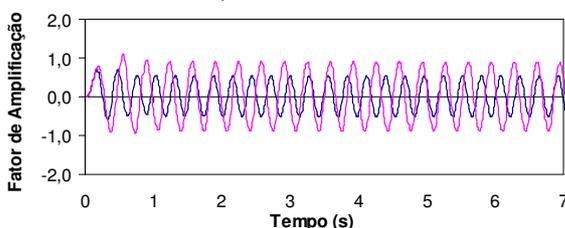
O desenvolvimento de ampliações mais elevadas, Figura 5.17(b) e (d), pode ser explicado considerando-se que o fator de amplificação, F_A , é definido pela razão entre o efeito dinâmico e o efeito estático correspondente. Como a intensidade do carregamento estático aplicado (cargas permanentes e acidentais) sobre os pórticos dos Grupos 2, 3 e 4 apresenta valor inferior ao modelo relacionado ao Grupo 1, porém com valor do carregamento dinâmico superior ao aplicado ao Grupo 1, tal fato resulta em valores mais elevados para o F_A . Outro fator importante diz respeito ao baixo valor de amortecimento adotado na presente análise ($\xi = 1,5\%$) e a própria não-linearidade do modelo.



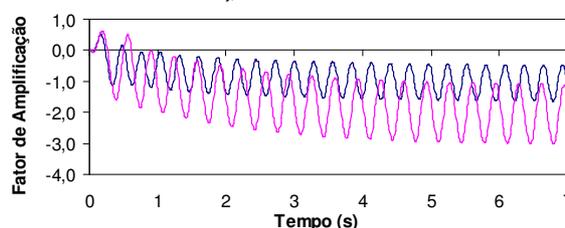
(a) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(b) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(c) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).



(d) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).

(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$

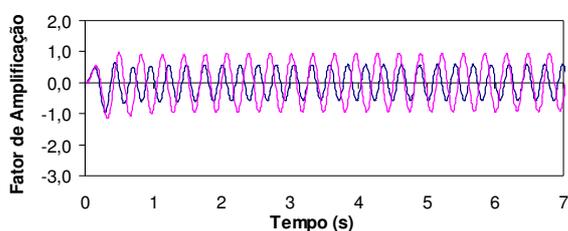
Figura 5.17 – Fator de amplificação do deslocamento horizontal no ponto A. Grupo 2.

5.5.3. Grupos de Pórticos com Taxa de Amortecimento (ξ) igual a 10%

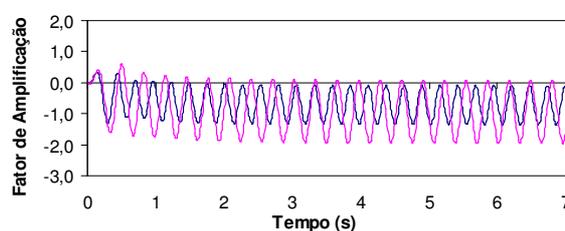
Neste ponto da avaliação dos modelos estruturais considerados no presente estudo, considera-se o emprego de uma taxa de amortecimento mais significativa, igual a 10% ($\xi=0,10$), a fim de contemplar uma situação possível de ocorrer em estruturas completamente acabadas [33], como citado no item 5.3.3.

A resposta dinâmica, apresentada nas Figura 5.18 a Figura 5.21, corresponde ao deslocamento translacional horizontal no ponto A (UX_A), momentos fletores na ligação viga-coluna no mesmo ponto e no apoio C e as reações horizontal (FX_C) e vertical (FY_C) também no apoio C.

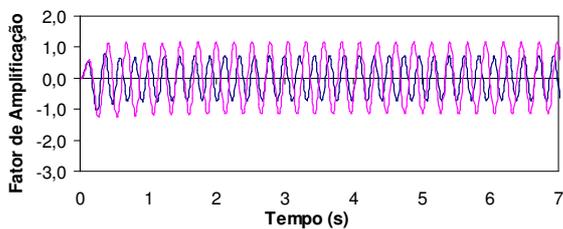
Novamente, os gráficos apresentam à resposta dinâmica (deslocamentos e esforços), em função do fator de amplificação, F_A , variando ao longo do tempo, no que diz respeito ao modelo de pórtico do Grupo 1 (Figura 5.3). A localização dos pontos de referência das informações obtidas pode ser verificada na Figura 5.3. Os resultados referentes aos demais modelos estudados podem ser verificados no Anexo C desta dissertação.



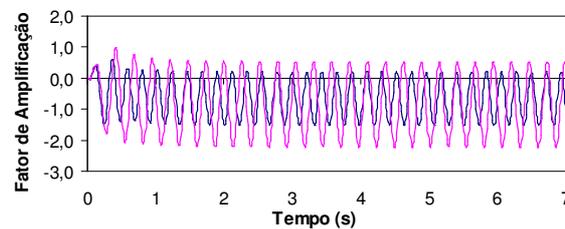
(a) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(b) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



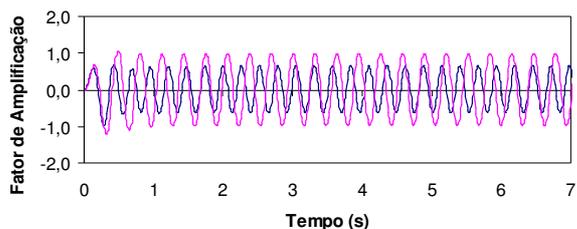
(c) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).



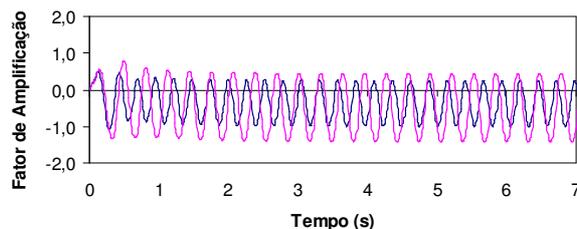
(d) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).

(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$

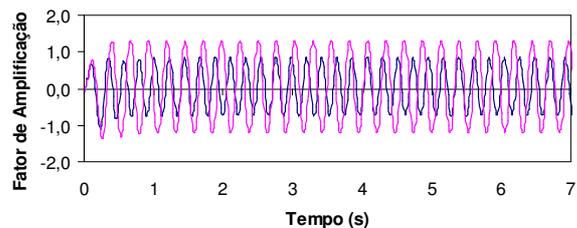
Figura 5.18 – Fator de amplificação do deslocamento horizontal no ponto A. Grupo 1.



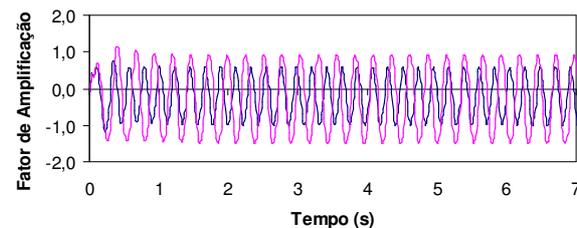
(a) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(b) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



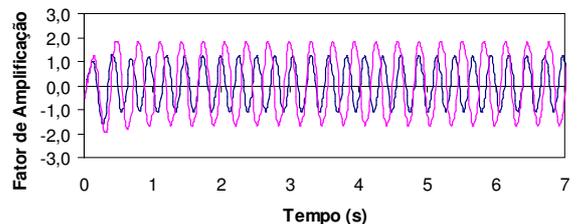
(c) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).



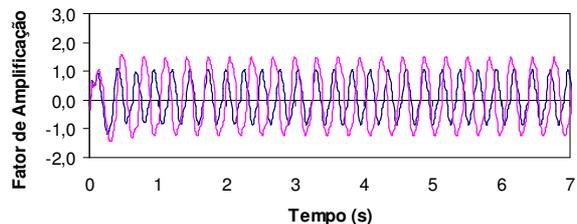
(d) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).

(*) f_{01} $-1,20 f_{01}$

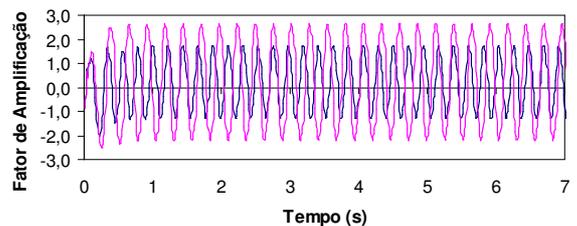
Figura 5.19 – Fator de amplificação do momento no apoio C. Grupo 1.



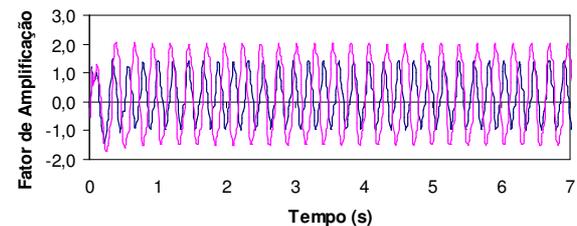
(a) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(b) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(c) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).



(d) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).

(*) f_{01} $-1,20 f_{01}$

Figura 5.20 – Fator de amplificação da reação F_x no apoio C. Grupo 1.

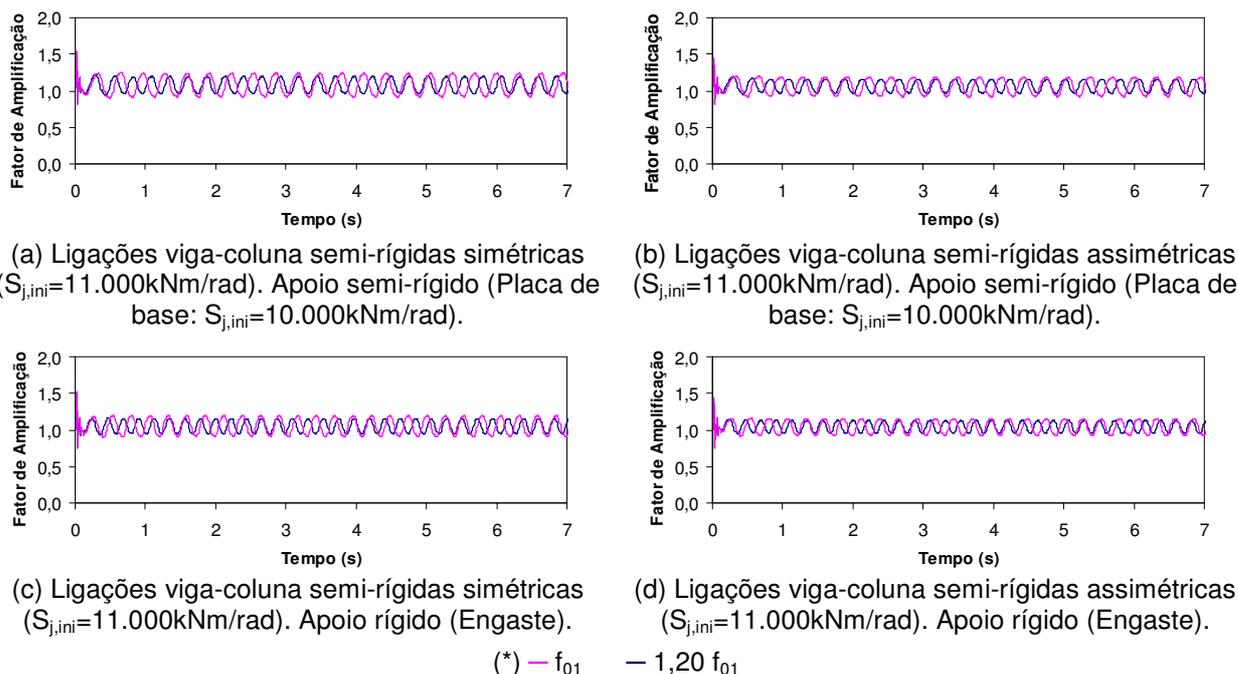


Figura 5.21 – Fator de amplificação da reação F_y no apoio C. Grupo 1.

Analisando-se os gráficos anteriores, Figura 5.18 a Figura 5.21, e comparando-os com os resultados obtidos para o caso em que foi adotada uma taxa de amortecimento igual a 1,5% ($\xi=1,5\%$), Figura 5.12 a Figura 5.15, item 5.5.2., percebe-se que o aumento da taxa de amortecimento do sistema para 10% ($\xi=10\%$) provocou uma redução dos fatores de amplificação, especialmente em relação ao deslocamento translacional horizontal (Ponto A - Figura 5.3). Todavia essas reduções não são tão significativas e as amplificações encontradas na presente análise ($\xi=0,10$), são da mesma ordem de grandeza daquelas encontradas com uma taxa de amortecimento de 1,5% ($\xi=0,015$).

Convém chamar a atenção do leitor para o fato de que um valor maior do coeficiente de amortecimento ($\xi=0,10$), principalmente, quando a frequência de excitação é igual à frequência fundamental dos modelos ($f = f_{01}$) e são consideradas as ligações viga-coluna assimétricas, resulta em reduções das amplificações e, bem como, das oscilações da resposta dinâmica dos grupos de pórticos investigados, de forma mais marcante.

Considerando-se uma análise qualitativa do comportamento dinâmico, de forma geral, as observações feitas, anteriormente, quando do estudo da resposta do sistema para um amortecimento de 1,5%, podem ser estendidas para os este nível de amortecimento ($\xi=10\%$). Contudo, quantitativamente falando, observa-se, naturalmente, que existem diferenças nos valores dos fatores de amplificação.

Com relação ao deslocamento translacional (UX_A) do Grupo 2, Figura 5.3(b), que apresentou uma excessiva amplificação dinâmica, conforme foi ilustrado nos gráficos da

Figura 5.17, quando consideradas ligações viga-coluna assimétricas e apoios semi-rígidos (placas de base semi-rígidas: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$), as amplificações foram muito reduzidas, devido ao efeito do amortecimento estrutural, como pode ser observado na Figura 5.22.

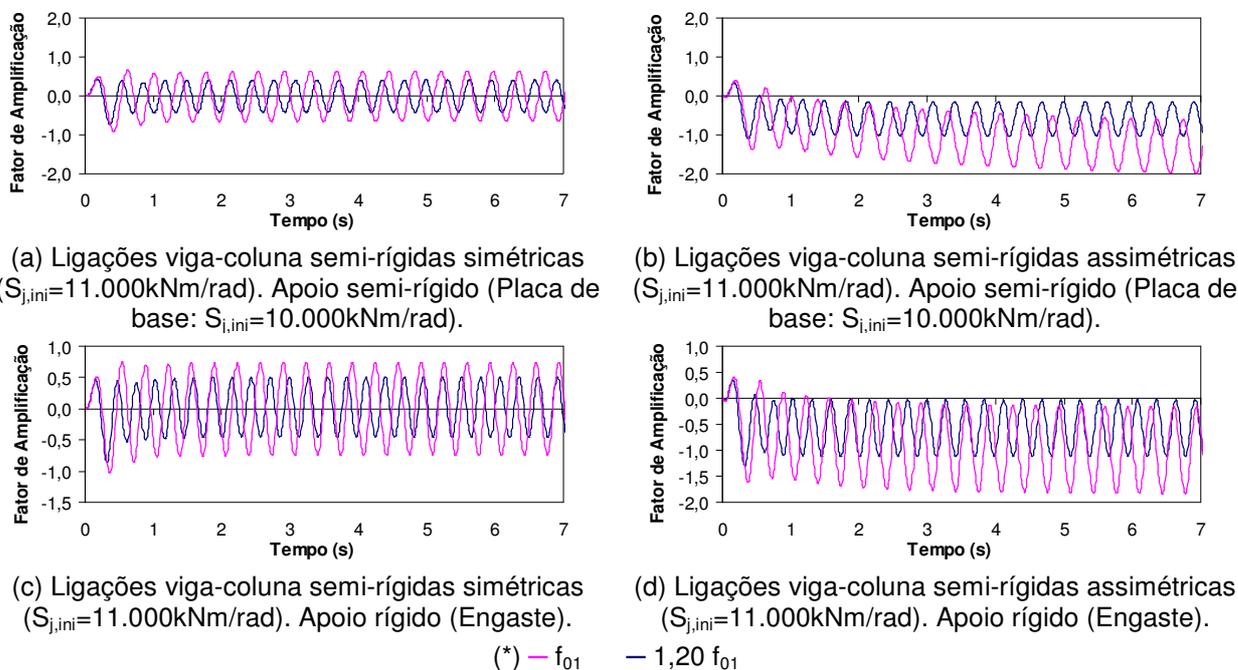


Figura 5.22 – Fator de amplificação do deslocamento horizontal no ponto A. Grupo 2.

Neste capítulo, os resultados da avaliação da resposta dinâmica dos modelos dos pórticos considerados na investigação foram apresentados em função dos fatores de amplificação (deslocamentos e esforços), referentes aos sistemas estruturais avaliados, quando submetidos à ação de cargas dinâmicas.

A seguir, no capítulo seis, são apresentadas as conclusões alcançadas no decorrer da investigação realizada, além de se sugerir a continuação do estudo sobre o assunto abordado, considerando outras prerrogativas e parâmetros de análise.

6. Considerações Finais

6.1. Introdução

De forma geral, na análise e dimensionamento de estruturas de aço, assume-se que as ligações viga-coluna são rígidas ou flexíveis. Por outro lado, é de conhecimento geral que a grande maioria das ligações estruturais (viga-coluna e placas de base) apresenta um comportamento intermediário, ou seja, semi-rígido.

Neste cenário, um dos principais objetivos desta investigação foi o de propor uma metodologia de análise que represente de forma apropriada a influência do comportamento semi-rígido de placas de base e de ligações viga-coluna sobre a resposta dinâmica (linear e não-linear) de estruturas de aço. Outra vertente do trabalho objetivou a investigação do comportamento dinâmico (linear e não-linear) de pórticos de aço a partir da consideração de ligações viga-coluna simétricas e não-simétricas e, especialmente, das placas de base.

Para tal, foram avaliados modelos estruturais baseados no projeto arquitetônico de um edifício residencial de quatro pavimentos de padrão popular da USIMINAS [26], que devido à sua característica modular foi dividido em quatro grupos de pórticos.

O modelo computacional desenvolvido e empregado nas análises numéricas considerou um elemento finito de mola rotacional não-linear, de modo a permitir a representação do comportamento não-linear das ligações semi-rígidas, e sua influência sobre a resposta dinâmica (linear e não-linear) dos sistemas estruturais investigados.

A metodologia de análise desenvolvida nesta dissertação considerou, ao longo das análises numéricas, os seguintes efeitos: não linearidade geométrica (efeito de segunda ordem), não-linearidade das ligações estruturais viga-coluna e placas de base (elemento de mola rotacional não-linear) e, ainda, o fenômeno de histerese, presente nas ligações. Os modelos estruturais dos pórticos estudados foram considerados com as ligações viga-coluna semi-rígidas do tipo simétricas e assimétricas.

Realizou-se, inicialmente, uma análise paramétrica extensa com base na obtenção dos autovalores (frequências naturais) e autovetores (modos de vibração) para cada grupo de pórticos, variando-se a rigidez rotacional das ligações viga-coluna e das placas de base nos apoios, de modo a representar o comportamento das mesmas em uma faixa que abrange as ligações flexíveis, semi-rígidas e rígidas.

Em uma segunda fase, a resposta dinâmica (linear e não-linear) dos modelos estruturais foi avaliada, submetendo-se os sistemas estruturais à ação de cargas dinâmicas

senoidais (cargas harmônicas determinísticas), simulando, de forma simplificada, o efeito do vento sobre os pórticos. A resposta dinâmica dos sistemas investigados foi apresentada em função dos fatores de amplificação, referentes aos deslocamentos, esforços e reações de apoio de cada modelo estrutural.

6.2. Conclusões Alcançadas

Na seqüência do texto, são apresentadas as principais conclusões obtidas ao longo do desenvolvimento desta dissertação.

Em uma primeira avaliação, considerando-se os resultados obtidos ao longo desta investigação, ressalta-se que o comportamento estrutural das ligações entre os elementos estruturais influencia significativamente a resposta dinâmica (linear e não-linear) dos modelos de pórticos de aço analisados. As placas de base e ligações viga-coluna desempenham papel fundamental na distribuição dos esforços e, sobretudo, na determinação do deslocamento lateral dos sistemas estruturais.

A partir da análise de autovalores e autovetores, baseada na parametrização da rigidez inicial à rotação das ligações viga-coluna e placas de base, observou-se que as freqüências naturais dos pórticos apresentam uma redução significativa, a partir da diminuição da rigidez rotacional das ligações. Com base na adoção de um sistema de contraventamento em "X", as freqüências naturais em todos os modelos foram aumentadas, diminuindo-se a diferença percentual entre os extremos rígido e flexível, indicando a eficiência do contraventamento na contenção lateral dos pórticos.

Considerando-se a análise dinâmica (linear e não-linear), onde os grupos de pórticos de aço estudados foram submetidos a carregamentos estáticos (cargas permanentes e acidentais) e dinâmicos (cargas harmônicas determinísticas), foi verificado que o fenômeno da ressonância não ocorreu quando os sistemas semi-rígidos não-lineares foram investigados, mesmo aplicando-se sobre esses modelos as cargas dinâmicas com freqüência de excitação igual à freqüência fundamental dos pórticos ($f = f_{01}$).

Tal fato é explicado, pois as ligações semi-rígidas não-lineares (placas de base e viga-coluna) propiciam a dissipação de energia do sistema através do fenômeno conhecido como histerese (comportamento cíclico). Deve-se ressaltar, ainda, que em se tratando de um problema comumente encontrado na análise estrutural, os projetistas de estruturas de aço devem ser alertados para a importância da consideração na metodologia de análise e projeto os seguintes efeitos: não linearidade geométrica da estrutura (efeito de segunda ordem), não linearidade das ligações estruturais viga-coluna e placas de base (elemento de mola rotacional não-linear) e, ainda, o fenômeno de histerese, presente nas ligações.

Infelizmente, esses efeitos ainda não são levados em conta em uma análise estrutural mais tradicional (linear-elástica).

Por outro lado, quando adotado um comportamento linear para as ligações viga-coluna dos pórticos semi-rígidos, ocorre um aumento substancial da amplitude dos deslocamentos e esforços desenvolvidos na estrutura, ao longo do tempo, caracterizando o fenômeno físico da ressonância.

Mesmo quando foi considerada a análise dinâmica não-linear (sem a ocorrência de ressonância nos modelos), as amplificações dinâmicas (deslocamentos e esforços), atingiram valores significativos. Estas amplificações foram sensivelmente reduzidas quando a frequência de excitação foi mantida em uma faixa distinta da frequência fundamental do sistema, por exemplo: $f = 1,20 f_{01}$.

Durante a análise dinâmica desenvolvida, foram consideradas ligações viga-coluna simétricas e assimétricas. Avaliadas separadamente, em análises distintas, concluiu-se que a adoção de ligações assimétricas nos modelos estruturais propiciou um aumento da amplificação da resposta dinâmica, uma vez que a área de ciclo histerético (curva momento *versus* rotação), associada à dissipação de energia do sistema foi naturalmente diminuída, quando comparada aquela pertencente às ligações simétricas.

A variação da rigidez rotacional das placas de base, assim como no caso das ligações viga-coluna, influenciou de forma significativa o comportamento global dos modelos. Pórticos com apoios semi-rígidos (placas de base semi-rígidas) apresentam uma maior amplificação da resposta dinâmica (deslocamentos e esforços), especialmente, quando foram consideradas na modelagem, de forma conjunta, as ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas e, ainda, o sistema estrutural trabalhando na ressonância ($f = f_{01}$), sendo esta a situação mais desfavorável encontrada na investigação.

Foi observado, também, especificamente, com relação aos deslocamentos translacionais horizontais do topo dos modelos analisados, que quando as placas de base foram simuladas como sendo semi-rígidas e não-lineares, os valores do fator de amplificação apresentaram redução, quando comparados com aqueles pertencentes à modelagem que simula essas placas de base com apoios rígidos (engastes).

Com relação à modelagem do amortecimento estrutural, o emprego de valores mais próximos da condição real das construções acabadas, considerando-se o emprego do revestimento de piso das lajes de concreto, paredes de alvenaria e, bem como, o material empregado no forro dos tetos, pode contribuir para uma avaliação mais realista, no que diz respeito aos deslocamentos e esforços desenvolvidos na estrutura, quando da ação de cargas dinâmicas.

Na presente investigação, a adoção de uma taxa de amortecimento de 10% ($\xi = 0,10$), em contrapartida às análises associadas à taxa de 1,5% ($\xi = 0,015$), referente ao

amortecimento do material constituinte dos elementos estruturais (aço), provocou uma redução das amplificações dinâmicas (deslocamentos e esforços), e, bem como, da oscilação dos modelos.

6.3. Sugestões Para Trabalhos Futuros

Na seqüência do texto relacionam-se algumas sugestões para a continuidade e desenvolvimento de trabalhos futuros sobre os temas aqui tratados e outros correlatos.

- a) Proceder a variações sobre o valor da rigidez inicial das placas de base e das ligações viga-coluna, de forma a verificar, quantitativamente e qualitativamente, se existem alterações importantes na resposta dinâmica dos modelos
- b) Introduzir na metodologia de análise o comportamento não-linear do material utilizado (não-linearidade física);
- c) Considerar na análise outros casos de carregamento (cargas estáticas e dinâmicas), verificando os estados limites últimos e de utilização;
- d) Modelar as cargas de vento de acordo com um modelo não-determinístico, com essência inteiramente probabilística;
- e) Estender o emprego do modelo computacional para pórticos de aço mistos (aço-concreto), objetivando a consideração da contribuição do concreto na modelagem;
- f) Desenvolver uma estratégia de modelagem para a inclusão de modelos tridimensionais;
- g) Calibrar os resultados numéricos obtidos a partir do desenvolvimento do presente modelo computacional, com base em ensaios experimentais realizados de acordo com o emprego de ligações viga-coluna adotadas correntemente na prática de projeto.

Referências Bibliográficas

- 1 WILSON, W. M. and MOORE, H. F., **Tests to Determine the Rigidity of Riveted Joints in Steel Structures**. Bulletin nº 104, Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urban, IL, 1917.
- 2 CHUI, P. P. T. and CHAN, S. L., **Transient Response of Moment-resistant Steel Frames with Flexible and Hysteretic Joints**, Journal of Constructional Steel Research, vol. 39, n.º 3, p. 221-243, 1996.
- 3 NADE, M. N. and ASTANEH, A., **Dynamic Behavior of Flexible, Semi-rigid and Rigid Steel Frames**, Journal of Constructional Steel Research, vol. 18, p. 179-192, 1991.
- 4 CARVALHO, L. C. V. de. **Avaliação de Ligações Semi-Rígidas Aparafusadas em Estruturas de Aço**. Dissertação de Mestrado. 208 páginas Departamento de Engenharia Civil – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Setembro de 1997.
- 5 CARVALHO, L. C. V., ANDRADE S. A. L. and VELLASCO, P. C. G. S. **Experimental Analysis of Bolted Semi-Rigid Connections**. In: Journal of Constructional Steel Research. Londres. Elsevier, vol. 46, n.º 1-3, p. 238-240, 1998.
- 6 CHEN, W. F., LORENS, R. F., KATO, B. **Semi-Rigid. Connections in Steel Frames**. McGraw-Hill, Inc, 318 páginas, 1993.
- 7 KISHI, N., HASAN, R., CHEN, W. F. and GOTO, Y., **Study of Eurocode 3 steel connection classification**, Engineering Structures, vol. 19, n.º. 9, p. 772-779, 1997.
- 8 EUROCODE 3, **Design steel of structures**, Draft Version 5, 1990.

- 9 EUROCODE 3, **Design steel of structures: Part 1.1 - General rules and rules for buildings - Revised Annex J: Joints in building frames**, 1993.
- 10 CHUI, P. P. T. and CHAN, S. L., **Vibration and deflection characteristics of semi-rigid jointed frames**, Engineering Structures, vol. 19, n^o. 12, p. 1001-1010, 1997.
- 11 LUI, E. M. and LOPES, A., **Dynamic analysis and response of semi-rigid frames**, Engineering Structures, vol. 19, n^o. 9, p. 644-654, 1997.
- 12 BARSAN, G. M. and CHIOREAN, C. G., **Computer program for large deflection elasto-plastic analysis of semi-rigid steel frameworks**, Computers and Structures, vol. 72, p. 699-711, 1999.
- 13 LIMA, L. R. O. de; VELLASCO, P. C. G. da S.; ANDRADE, S. A. L., **Bolted Semi-Rigid Connections in the Column's Minor Axis**, In: Eurosteel, Second European Conference on Steel Structures, Praga, 1999.
- 14 KIM, Seung-Eock and CHOI, Se-Hyu, **Practical advanced analysis for semi-rigid space frames**, International Journal of Solids and Structures, vol. 38, p. 9111-9131, 2001.
- 15 SEKULOVIC, M., SALATIC, R. and NEFOVSKA, M., **Dynamic analysis of steel frames with flexible connections**, Computers and Structures, vol. 80, p. 935-955, 2002.
- 16 BRITO Jr., O. **Desenvolvimento de Sistemas Estruturais Semi-Rígidos em Aço e Mistos para Edificações Residenciais Multi-familiares**. Dissertação de Mestrado. 163 páginas. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2002.

- 17 SOPHIANOPOULOS, D. S., **The effect of joint flexibility on the free elastic vibration characteristics of steel plane frames**, Journal of Constructional Steel Research, vol. 59, p. 995-1008, 2003.
- 18 van KEULEN, D. C., NETHERCOT, D. A., SNIJDER, H. H. and BAKKER, M. C. M., **Frame analysis incorporating semi-rigid joint action: Applicability of the half initial secant stiffness approach**, Journal of Constructional Steel Research, vol. 59, p. 1083-1100, 2003.
- 19 LIMA, L.R.O. **Comportamento de Ligações com Placa de Extremidade em Estruturas de Aço Submetidas a Momento Fletor e Força Axial**. Tese de Doutorado. 269 páginas. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2003.
- 20 ASHRAF, M., NETHERCOT, D. A. and AHMED, B., **Sway of semi-rigid steel frames. Part 1: Regular frames**, Engineering Structures, vol. 26, nº. 12, p. 1809-1819, 2004.
- 21 CABRERO, J. M. and BAYO, E., **Development of practical design methods for steel structures with semi-rigid connections**, Engineering Structures, vol. 27, nº. 8, p. 1125-1137, 2005.
- 22 CASTRO, R. A. de; SILVA, J. G. S. da ; LIMA, L. R. O. de; VELLASCO, P. C. G. da S.; ANDRADE, S. A. L. de. **Modelagem Computacional de Ligações Semi-Rígidias e sua Influência no Comportamento Dinâmico de Pórticos de Aço**. In: CILAMCE XXVI - Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 2005, Guarapari. Proceedings of the Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering. Guarapari/ES: Editora da Universidade Federal do Espírito Santo, 2005. v. 1. p. 1-12.
- 23 CASTRO, R. A. de. **Modelagem Computacional de Ligações Semi-Rígidias e sua Influência no Comportamento Dinâmico de Pórticos de Aço**. Dissertação de Mestrado. 117 páginas. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2006.

- 24 VELLASCO, P. C. G. da S., ANDRADE, S. A. L., SILVA, J. G. S. da, LIMA, L. R. O. de, and BRITO Jr., O., **A parametric analysis of steel and composite portal frames with semi-rigid connections**, Engineering Structures, vol. 28, nº. 4, p. 543-556, 2006.
- 25 WEYNAND, K., JASPART, J. P., STEENHUIS, M., **Economy studies of steel building frames with semi-rigid joints**, Journal of Constructional Steel Research, vol. 46, p. 85, 1998.
- 26 USIMINAS, "Usiteto - Solução Usiminas Para Habitação Popular", 2000.
- 27 ANSYS, "Basic Analysis Procedures Guide", Release 10, 2005.
- 28 KONTOLEON, M. J., MISTAKIDIS, E. S., BANIOPOULOS, C. C., PANAGIOTOPOULOS, P. D., **Parametric analysis of the structural response of steel base plate connections**, Computers and Structures, vol. 71, p. 87-103, 1999.
- 29 CHAN, S. L. and CHUI, P. P. T. **Non-Linear Static and Cyclic Analysis of Steel Frames with Semi-Rigid Connections**. 1st ed. Oxford, United Kingdom: Elsevier Science Ltd, 2000. 336p.
- 30 CLOUGH, R. W. and PENZIEN, J. **Dynamics of Structures**. McGraw-Hill, Inc., 634 páginas, 1975.
- 31 GUISSÉ, S., VANDEGANS, D., JASPART, J. P., **Application of the Component Method to Column Bases – Experimentation and Development of a Mechanical Model for Characterization**, Research Centre of the Belgian Metalworking Industry, Steel Construction Department, 1996.
- 32 JASPART, J. P., VANDEGANS, D., **Application of the Component Method to Column Bases**, Journal of Constructional Steel Research, vol. 48, p. 89-106, 1998.

- 33 MEMARI, A. M, AGHAKOUCHAK, A. A., ASHTIANY, G. M, TIV, M, **Full-scale dynamic testing of steel frame building during construction**, Engineering Structures, vol. 21, p. 1115 a 1127, 1999.

- 34 NEWMARK, N. M., **A Method of Computation for Structural Dynamics**, ASCE, J. Mech. Div., Vol. 85, 1959.

Anexo A Métodos Numéricos Clássicos

A seguir, são apresentados, de forma sucinta, os dois principais métodos numéricos utilizados na resolução de problemas dinâmicos não-lineares: método de Newton-Raphson (resolução de sistemas de equações não-lineares) e método de Newmark (integração das equações de movimento). Apesar de poder ser utilizado em diferentes tipos de problema, o método de Newton-Raphson será apresentado, por razões didáticas, segundo a linguagem de análise estrutural.

A.1. Método de Newton-Raphson

Para a solução de problemas estruturais lineares a partir do método dos elementos finitos, é necessária a resolução de sistemas de equações da seguinte forma:

$$[K]\{u\} = \{F^a\} \quad (A.1)$$

Onde:

$[K]$ é a matriz de rigidez do sistema;

$\{u\}$ é o vetor de deslocamentos nodais;

$\{F^a\}$ é o vetor de forças externas aplicadas.

Caso a matriz $[K]$ seja uma função dos deslocamentos nodais, a A.1 é dita não-linear e deve ser resolvida iterativamente.

O método de Newton-Raphson é um processo iterativo que permite a resolução de equações não-lineares, sendo comumente utilizado pelos programas de elementos finitos disponíveis atualmente. O processo pode ser escrito, resumidamente, através da expressão a seguir:

$$[K_i^T]\{\Delta u_i\} = \{F^a\} - \{F_i^{nr}\} \quad (A.2)$$

Onde:

$[K_i^T]$ é a matriz de rigidez tangente;

$\{\Delta u_i\}$ é o vetor que representa os incrementos dos deslocamentos nodais;

$\{F_i^{nr}\}$ é o vetor de forças internas.

Tanto $[K_i^T]$ quanto $\{F_i^{nr}\}$ são calculados com base na configuração deformada do sistema descrita pelo vetor $\{u_i\}$. O índice “i” significa que os valores são correspondentes ao i-ésimo passo do processo iterativo. O lado direito da equação A.2 exprime o quão desbalanceado está o sistema, sendo denominado por resíduo.

O processo de Newton-Raphson pode ser escrito, de forma resumida, pelo algoritmo apresentado a seguir:

- i. Considerar o vetor de deslocamentos nodais correspondentes ao último passo para o qual a convergência foi atingida. Para o início da resolução: $\{u_i\} = \{0\}$;
- ii. Calcular $[K_i^T]$ e $\{F_i^{nr}\}$ com base na configuração deformada descrita por $\{u_i\}$;
- iii. Calcular $\{\Delta u_i\}$ a partir da expressão A.2;
- iv. Calcular o vetor de deslocamentos para a próxima aproximação, de acordo com a expressão a seguir:

$$\{u_{i+1}\} = \{u_i\} + \{\Delta u_i\} \quad (A.3)$$

- v. Executar os passos ii a iv até que a convergência seja obtida.

A Figura A.1 ilustra uma única iteração referente ao algoritmo apresentado. A partir da configuração dada por u_i é traçada uma reta de inclinação K_i^T até que o valor F^a seja atingido. O valor de Δu_i é obtido e, como consequência, o valor de u_{i+1} é determinado.

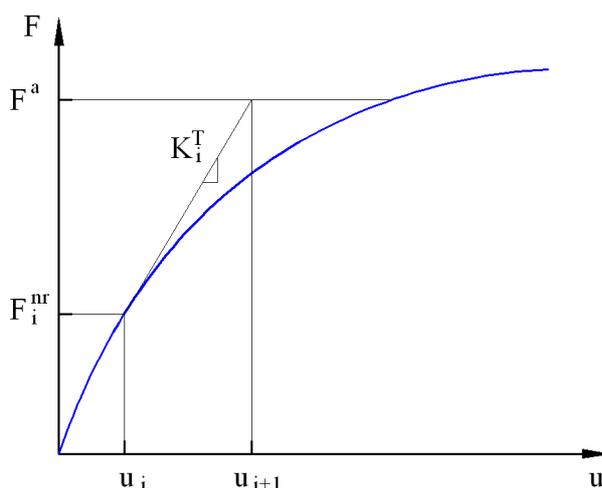


Figura A.1 - Solução referente a uma única iteração

A Figura A.2 exibe a iteração seguinte à ilustrada pela figura anterior. Os valores de F_{i+1}^{nr} e K_{i+1}^T são calculados e com isso obtêm-se novos valores para u e Δu . O procedimento se repete até que o resíduo ($F^a - F_1^{nr}$) seja desprezível segundo o critério de convergência adotado.

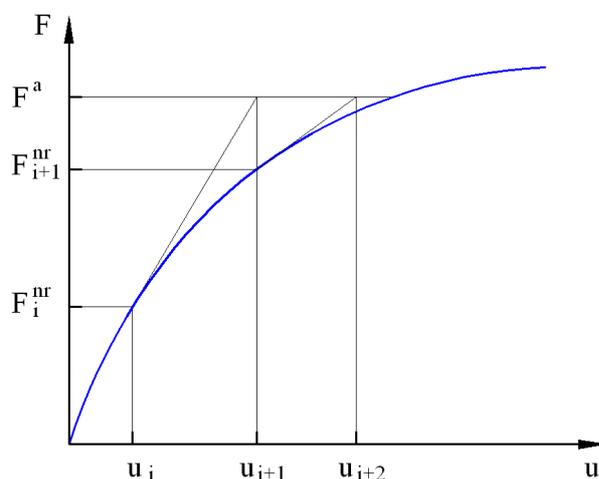


Figura A.2 - Iteração seguinte

Os processos ilustrados anteriormente consideram que a aplicação do carregamento externo se dá em um único passo. De forma geral, deseja-se conhecer o caminho da solução e não apenas seu valor final. Para que vários pontos da solução sejam obtidos, o carregamento externo deve ser aplicado de forma incremental, conforme mostrado na Figura A.3.

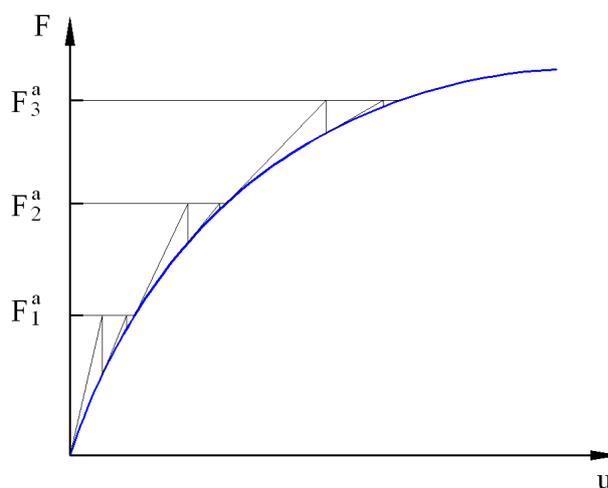


Figura A.3 - Inserção incremental das forças

O método de Newton-Raphson possui algumas variações em sua estrutura. Uma dessas variações, por exemplo, consiste em preservar a matriz tangente inicial ao longo de todo o processo, o que, de forma geral, tende a aumentar o número de iterações requeridas. Apesar disso, é poupado o esforço computacional associado à reformulação e inversão da matriz de rigidez do sistema.

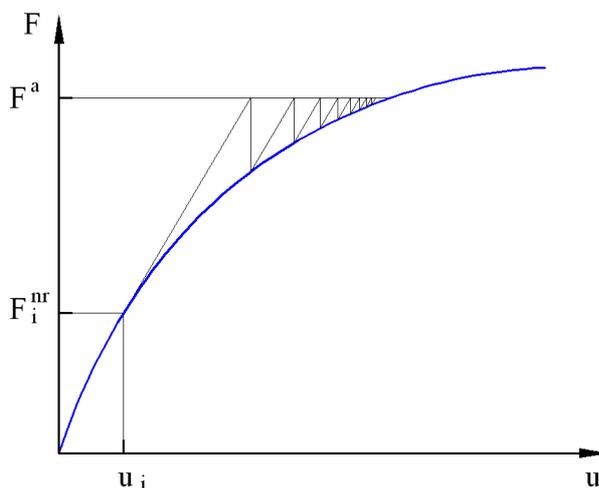


Figura A.4 - Método de Newton-Raphson sem atualização da matriz de rigidez

A.1.2. Critérios de convergência

Como o método de Newton-Raphson é um processo aproximado, é preciso estabelecer alguns critérios limitantes dos erros intrínsecos a essas aproximações. Como os sistemas avaliados possuem, de forma geral, inúmeros graus de liberdade, é necessário que a avaliação da qualidade das aproximações seja realizada a partir de normas de convergência.

Com base no desbalanceamento do sistema (resíduo), a convergência será obtida quando a inequação a seguir for satisfeita:

$$\|\{R\}\| < \varepsilon_R R_{ref} \quad (A.4)$$

Onde:

$\|\{R\}\|$ é um escalar, denominado norma de convergência;

$\{R\}$ é o vetor resíduo dado por $\{F^a\} - \{F_i^{nr}\}$;

ε_R é a tolerância;

R_{ref} é o valor de referência.

A norma do vetor resíduo é um escalar que pode ser obtido de diferentes maneiras. Cabe citar as seguintes normas usualmente adotadas:

i. Norma infinita: O valor da norma infinita $\|\{R\}\|_{\infty}$ é dado pelo máximo valor, em módulo, do vetor $\{R\}$.

$$\|\{R\}\|_{\infty} = \max |R_i| \quad (A.5)$$

ii. Norma por somatório simples: A norma por somatório simples é dada pelo somatório dos termos do vetor $\{R\}$ em módulo.

$$\|\{R\}\|_{\text{soma}} = \sum |R_i| \quad (A.6)$$

iii. Norma SRSS: O valor da norma SRSS é obtido a partir da raiz quadrada do somatório dos termos de $\{R\}$ elevados ao quadrado.

$$\|\{R\}\|_{\text{sRSS}} = \sqrt{\sum R_i^2} \quad (A.7)$$

O valor de referência R_{ref} está associado, de maneira usual, à norma do vetor de cargas externas $\|\{F^a\}\|$, obtida de maneira análoga à norma $\|\{R\}\|$.

A convergência da solução também pode ser avaliada a partir do incremento dos deslocamentos, conforme a expressão a seguir:

$$\|\{\Delta u\}\| < \varepsilon_u u_{\text{ref}} \quad (A.8)$$

A.1.3. Exemplo de aplicação para o método de Newton-Raphson

Com o intuito de ilustrar o processo de Newton-Raphson, é apresentado, a seguir, um exemplo de resolução iterativa de um sistema estrutural não-linear com um único grau de liberdade. Trata-se de um sistema estrutural formado por duas barras rígidas de comprimento “L/2” e por uma mola de constante elástica “k”. O apoio da esquerda (Figura A.5) é de segundo gênero, enquanto o da direita restringe apenas o deslocamento vertical. Uma carga horizontal “P” é aplicada ao sistema conforme ilustrado pela Figura A.5.

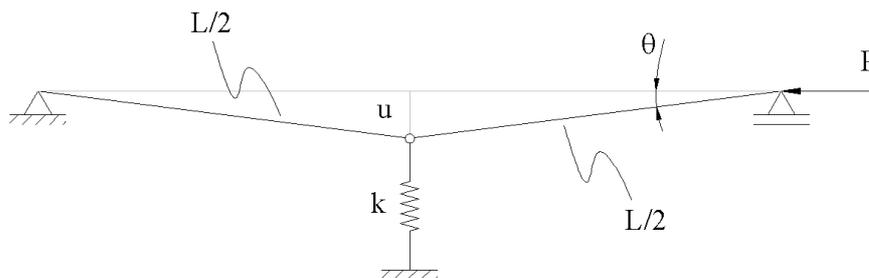


Figura A.5 - Exemplo de sistema não-linear geométrico com 1GL

Antes da aplicação do carregamento “P”, o sistema já se encontra com um pequeno deslocamento vertical em seu centro, “ u_0 ”. O diagrama de corpo livre da barra da direita é mostrado na Figura A.6, a seguir:

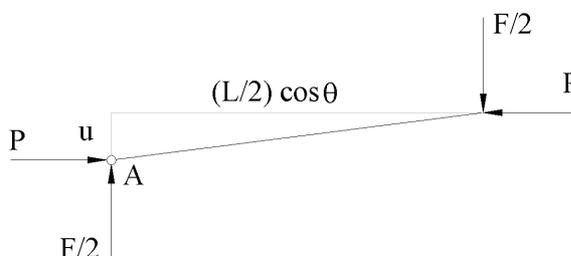


Figura A.6 - Equilíbrio do sistema

O equilíbrio de momentos em relação ao ponto “A” da figura anterior requer que a seguinte relação seja satisfeita:

$$\frac{F}{2} \frac{L}{2} \cos(\theta) = Pu \quad (A.9)$$

O carregamento “ F^a ”, aplicado à mola conforme o princípio de ação e reação, será obtido a partir da seguinte expressão:

$$F^a = \frac{4Pu}{L \cos(\theta)} \quad (A.10)$$

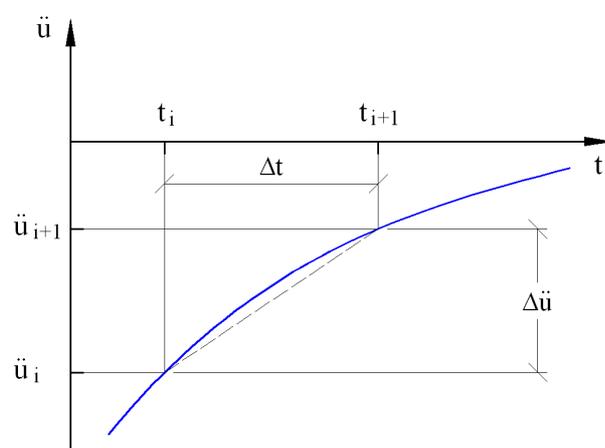
O esforço interno associado à mola é obtido a partir da lei de Hooke, resultando na expressão seguinte:

$$F^{nr} = k\Delta u \quad (A.11)$$

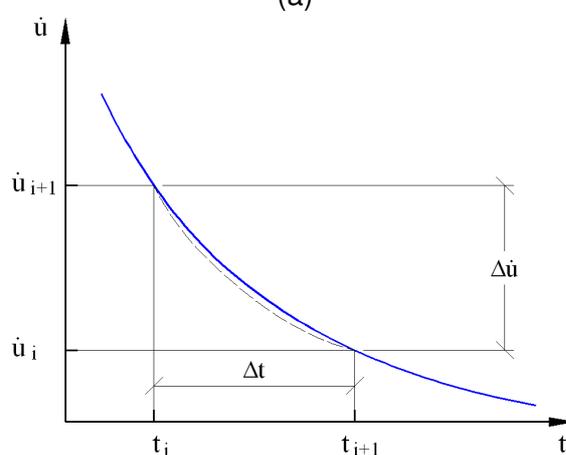
A.2. Método de Newmark [34]

Quando sistemas dinâmicos não-lineares são considerados, o processo da equação modal (superposição modal) perde sua validade, sendo necessária, portanto, a adoção de um método de integração passo a passo das equações de movimento. Nesse tipo de processo a resposta é calculada para uma série de pequenos incrementos de tempo (Δt), tomados, geralmente, em intervalos iguais [30-34]. A resposta completa do sistema é obtida utilizando as velocidades e deslocamentos calculados ao final de um intervalo como condições iniciais para o processamento do próximo intervalo. O processo pode, então, ser repetido indefinidamente, representando o comportamento não-linear do sistema a partir de uma série de aproximações lineares.

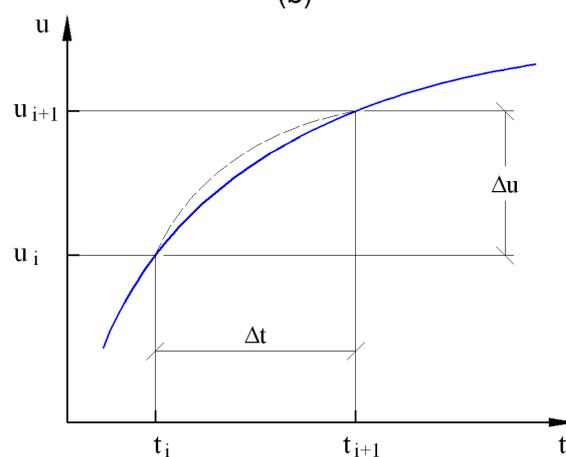
Dos diversos processos de integração utilizados na resolução de problemas dinâmicos, os mais utilizados são aqueles que consideram uma variação linear da aceleração num dado intervalo de integração. A Figura A.7 mostra o esquema de integração com variação linear da aceleração (a), resultando numa aproximação quadrática para a velocidade (b) e cúbica para o deslocamento (c).



(a)



(b)



(c)

Figura A.7 - Esquema de integração com variação linear da aceleração

Considerando uma variação linear da aceleração, tem-se, ao final de cada intervalo de integração, a seguinte expressão para a velocidade:

$$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + \frac{\ddot{u}_i + \ddot{u}_{i+1}}{2} \Delta t \quad (\text{ A.12 })$$

A obtenção do vetor de deslocamentos para o intervalo de tempo seguinte ao “i”, é realizada a partir da série de Taylor:

$$u_{i+1} = u_i + \dot{u}_i \Delta t + \ddot{u}_i \frac{\Delta t^2}{2} + \ddot{\ddot{u}}_i \frac{\Delta t^3}{6} + u_i^{iv} \frac{\Delta t^4}{24} + \dots \quad (\text{ A.13 })$$

Como a variação da aceleração é linear, a derivada quarta do deslocamento é nula, o que permite afirmar que o último termo mostrado e todos os de ordem superior na série também são nulos, resultando na seguinte expressão para os deslocamentos:

$$u_{i+1} = u_i + \dot{u}_i \Delta t + \ddot{u}_i \frac{\Delta t^2}{2} + \ddot{\ddot{u}}_i \frac{\Delta t^3}{6} \quad (\text{ A.14 })$$

Já a derivada terceira do deslocamento é uma constante, podendo ser expressa por:

$$\ddot{\ddot{u}} = \frac{\ddot{u}_{i+1} - \ddot{u}_i}{\Delta t} \quad (\text{ A.15 })$$

Substituindo o valor da derivada terceira do deslocamento (equação A.15) na equação A.14, a seguinte expressão é obtida para o deslocamento:

$$u_{i+1} = u_i + \dot{u}_i \Delta t + \ddot{u}_i \frac{\Delta t^2}{3} + \ddot{u}_{i+1} \frac{\Delta t^2}{6} \quad (\text{ A.16 })$$

As expressões associadas à velocidade e ao deslocamento, ao final de cada intervalo de integração, podem ser escritas da seguinte forma:

$$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + (1 - \gamma) \ddot{u}_i \Delta t + \gamma \ddot{u}_{i+1} \Delta t \quad (\text{ A.17 })$$

$$u_{i+1} = u_i + \dot{u}_i \Delta t + \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{u}_i \Delta t^2 + \beta \ddot{u}_{i+1} \Delta t^2 \quad (\text{ A.18 })$$

Onde:

$$\gamma = \frac{1}{2} \text{ e } \beta = \frac{1}{6}$$

A equação de movimento, na sua forma incremental, ou seja, em termos das variações da aceleração, velocidade, deslocamento e força durante o intervalo de tempo Δt pode ser escrita conforme abaixo:

$$m\Delta\ddot{u} + c\Delta\dot{u} + k\Delta u = \Delta F \quad (A.19)$$

A partir das equações A.17 e A.18, respectivamente, escreve-se:

$$\Delta\dot{u} = \dot{u}_{i+1} - \dot{u}_i = \ddot{u}_i \frac{\Delta t}{2} + \Delta\ddot{u} \frac{\Delta t}{2} \quad (A.20)$$

$$\Delta u = u_{i+1} - u_i = \dot{u}_i \Delta t + \ddot{u}_i \frac{\Delta t^2}{2} + \Delta\ddot{u} \frac{\Delta t^2}{6} \quad (A.21)$$

As variações da velocidade e da aceleração podem, então, ser dadas em função de Δu , conforme as expressões a seguir:

$$\Delta\dot{u} = \frac{3}{\Delta t} \Delta u - 3\dot{u}_i - \frac{\Delta t}{2} \ddot{u}_i \quad (A.22)$$

$$\Delta\ddot{u} = \frac{6}{\Delta t^2} \Delta u - \frac{6}{\Delta t} \dot{u}_i - 3\ddot{u}_i \quad (A.23)$$

Substituindo as equações A.22 e A.23 na equação de movimento na sua forma incremental (expressão A.19), temos:

$$m \left(\frac{6}{\Delta t^2} \Delta u - \frac{6}{\Delta t} \dot{u}_i - 3\ddot{u}_i \right) + c \left(\frac{3}{\Delta t} \Delta u - 3\dot{u}_i - \frac{\Delta t}{2} \ddot{u}_i \right) + k\Delta u = \Delta F \quad (A.24)$$

A equação A.24 pode, então, ser reescrita da seguinte maneira:

$$\bar{k} \Delta u = \Delta \bar{F} \quad (A.25)$$

Onde:

$$\bar{k} = \frac{6}{\Delta t^2} m + \frac{3}{\Delta t} c + k \quad (A.26)$$

e

$$\Delta \bar{F} = \Delta F + m \left(\frac{6}{\Delta t} \dot{u}_i + 3\ddot{u}_i \right) + c \left(3\dot{u}_i + \frac{\Delta t}{2} \ddot{u}_i \right) \quad (A.27)$$

O método de Newmark pode ser implementado computacionalmente a partir do algoritmo descrito a seguir:

- i. Conhecidos os valores do deslocamento e da velocidade no tempo “t”, calculam-se as forças elásticas e de amortecimento, respectivamente;
- ii. A aceleração correspondente ao tempo “t” é calculada a partir da equação abaixo:

$$\ddot{u}_i = \frac{1}{m} (F_i - F_{a,i} - F_{k,i}) \quad (A.28)$$

- iii. Os valores de \bar{k} e $\Delta\bar{F}$ são calculados a partir das equações A.26 e A.27, respectivamente;
- iv. O valor de Δu é calculado a partir da equação A.25;
- v. O incremento da velocidade é obtido a partir da A.22, enquanto o incremento da aceleração é dado pela A.23;
- vi. O deslocamento e a velocidade no tempo $t + \Delta t$ são obtidos conforme abaixo:

$$u_{i+1} = u_i + \Delta u \quad (A.29)$$

$$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + \Delta u_i \quad (A.30)$$

- vii. Os valores de u_{i+1} e \dot{u}_{i+1} são igualados a u_i e \dot{u}_i , respectivamente, e o processo retorna ao passo “i” até que o tempo final da análise seja alcançado.

Para que o comportamento dinâmico de um sistema estrutural possa ser representado de forma conveniente é necessário que o incremento de tempo adotado na análise seja suficientemente pequeno. O tamanho adequado para o incremento de tempo Δt será função das características determinantes da vibração: excitação, $F(t)$; rigidez $k(t)$; amortecimento $c(t)$; e massa, $m(t)$.

Normalmente, o intervalo de tempo adotado é escolhido a partir do período fundamental da estrutura T_0 , sendo a avaliação realizada caso a caso. O método da variação linear da aceleração só é estável sob a seguinte condição:

$$\Delta t \leq \frac{T_0}{\pi\sqrt{1-4\beta}}; \text{ com } \beta = 1/6 \quad (A.31)$$

De maneira geral, o incremento de tempo necessário à precisão da solução será sempre menor que o apresentado acima.

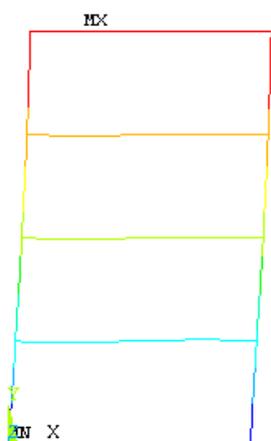
Anexo B Modos de Vibração dos Grupos de Pórticos

Neste apêndice, estão os modos de vibração dos grupos de pórticos, considerando ligações viga-coluna rígidas, semi-rígidas ($0,5S_{j,ini}=25.000\text{kNm/rad}$) e flexíveis, que não foram apresentados no capítulo quatro. Os modelos analisados estão agrupados da seguinte forma:

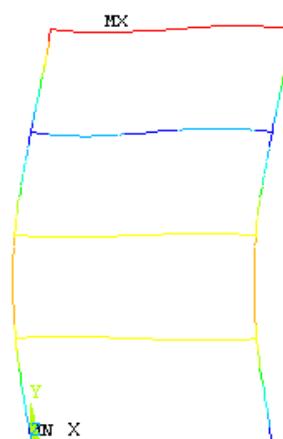
- Grupos de pórticos não-contraventados com apoios semi-rígidos (placas de base semi-rígidas: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$);
- Grupos de pórticos contraventados com apoios semi-rígidos (placas de base semi-rígidas: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).

Da Figura B.1 a Figura B.9 estão os modos de vibração dos grupos de pórticos não-contraventados, considerando apoios semi-rígidos (placas de base semi-rígidas). Os modos de vibração referentes aos grupos de pórticos contraventados com apoios semi-rígidos (placas de base semi-rígidas) são apresentados da Figura B.10 a Figura B.18.

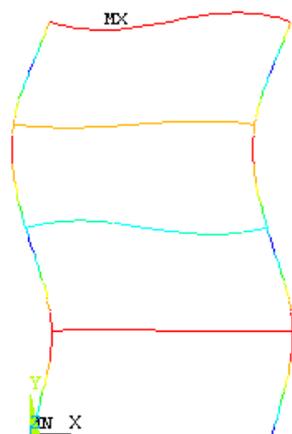
B.1. Grupos de Pórticos Não-contraventados com Apoios Semi-rígidos



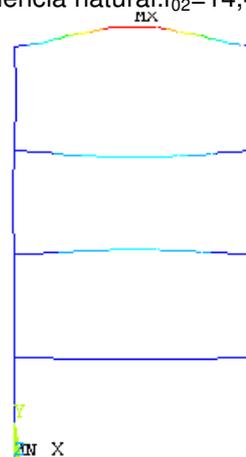
(a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{01}=3,859$ Hz.



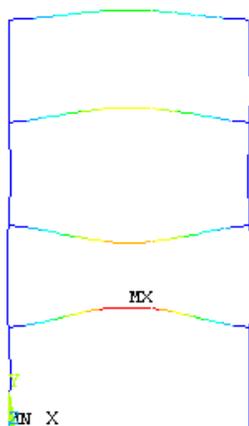
(b) Modo de vibração referente à segunda frequência natural: $f_{02}=14,453$ Hz.



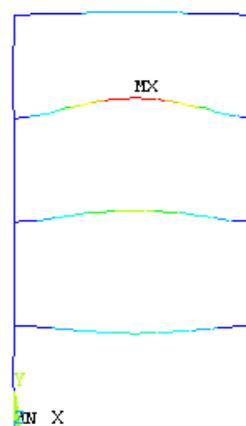
(c) Modo de vibração referente à terceira frequência natural: $f_{03}=31,973$ Hz.



(d) Modo de vibração referente à quarta frequência natural: $f_{04}=33,746$ Hz.

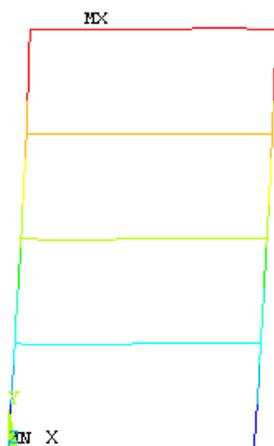


(e) Modo de vibração referente à quinta frequência natural: $f_{05}=36,272$ Hz

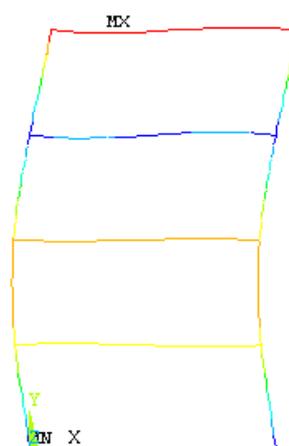


(f) Modo de vibração referente à sexta frequência natural: $f_{06}=37,274$ Hz

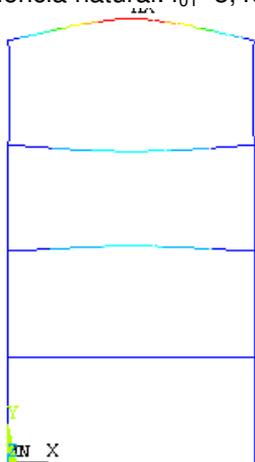
Figura B.1 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 1. Ligações viga-coluna rígidas.



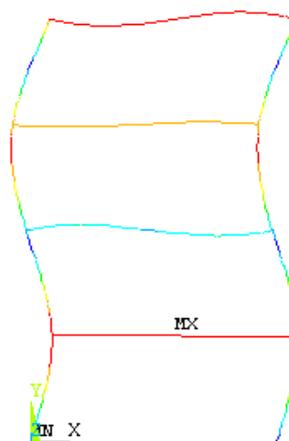
(a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{01}=3,496$ Hz.



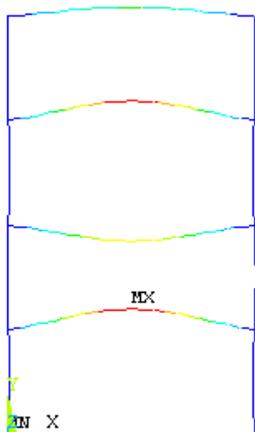
(b) Modo de vibração referente à segunda frequência natural: $f_{02}=13,541$ Hz.



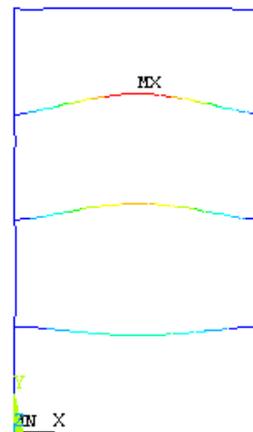
(c) Modo de vibração referente à terceira frequência natural: $f_{03}=30,543$ Hz.



(d) Modo de vibração referente à quarta frequência natural: $f_{04}=31,099$ Hz.

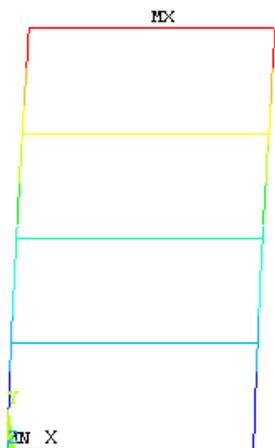


(e) Modo de vibração referente à quinta frequência natural: $f_{05}=32,049$ Hz

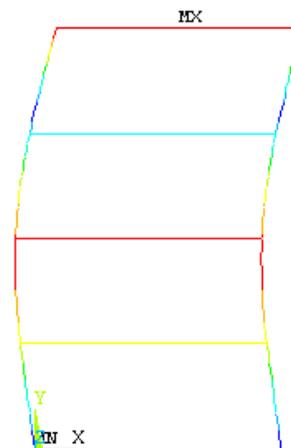


(f) Modo de vibração referente à sexta frequência natural: $f_{06}=32,531$ Hz

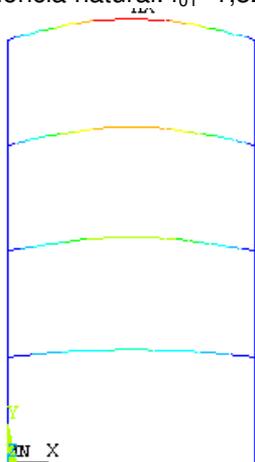
Figura B.2 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 1. Ligações viga-coluna semi-rígidas ($0,50S_{j,ini}$).



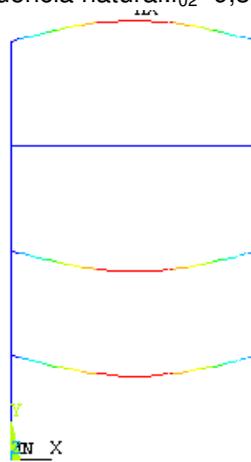
(a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{01}=1,328$ Hz.



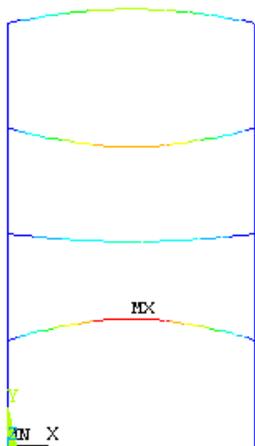
(b) Modo de vibração referente à segunda frequência natural: $f_{02}=9,324$ Hz.



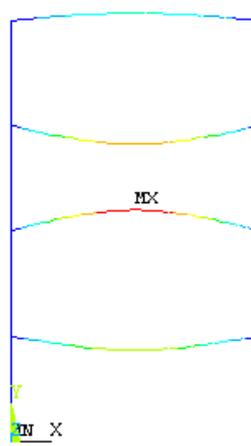
(c) Modo de vibração referente à terceira frequência natural: $f_{03}=18,254$ Hz.



(d) Modo de vibração referente à quarta frequência natural: $f_{04}=18,440$ Hz.

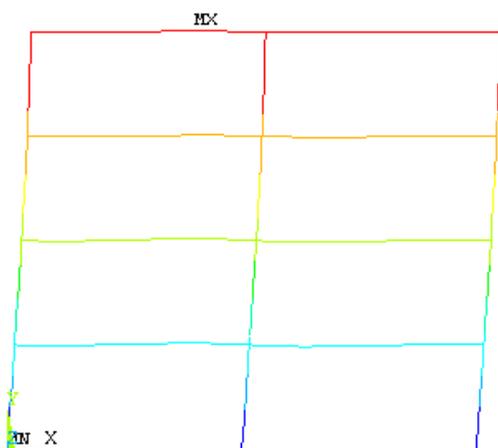


(e) Modo de vibração referente à quinta frequência natural: $f_{05}=18,454$ Hz

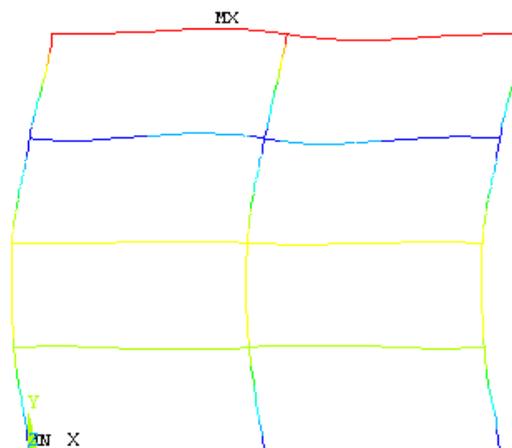


(f) Modo de vibração referente à sexta frequência natural: $f_{06}=18,458$ Hz

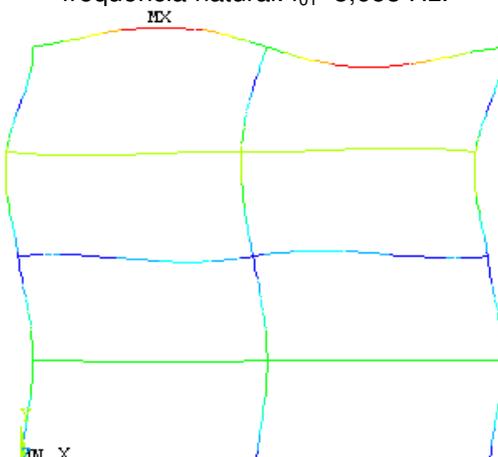
Figura B.3 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 1. Ligações viga-coluna flexíveis.



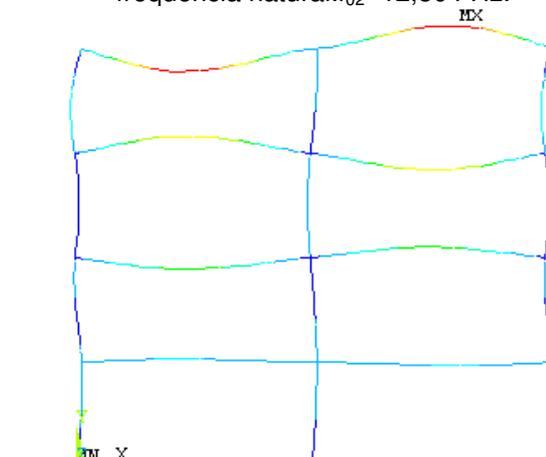
(a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{01}=3,653$ Hz.



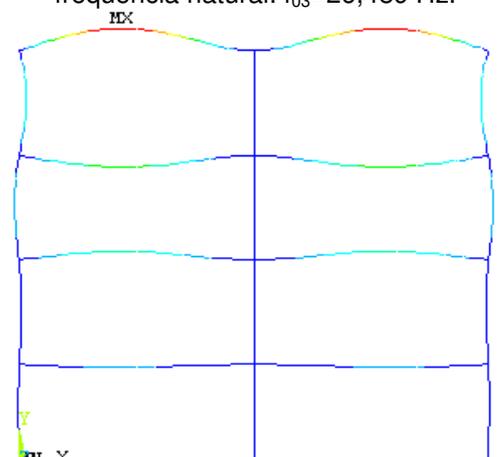
(b) Modo de vibração referente à segunda frequência natural: $f_{02}=12,804$ Hz.



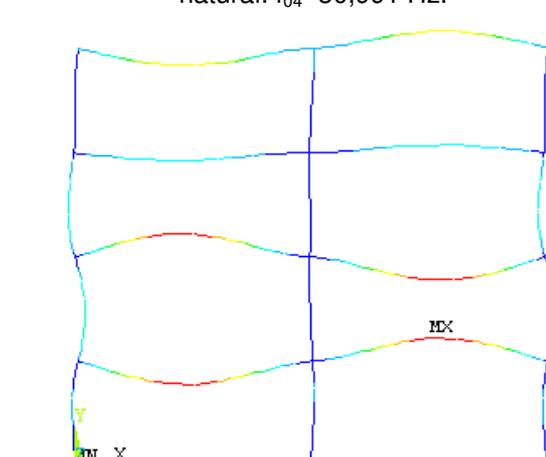
(c) Modo de vibração referente à terceira frequência natural: $f_{03}=26,489$ Hz.



(d) Modo de vibração referente à quarta frequência natural: $f_{04}=30,991$ Hz.

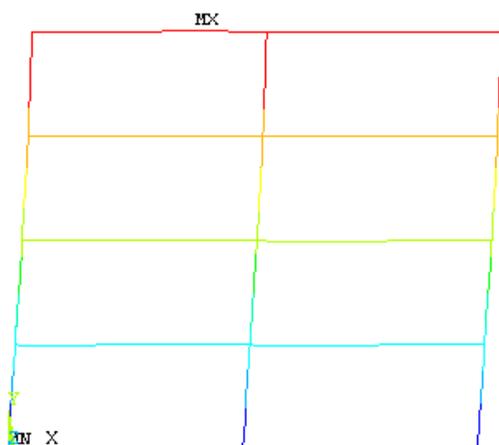


(e) Modo de vibração referente à quinta frequência natural: $f_{05}=33,483$ Hz

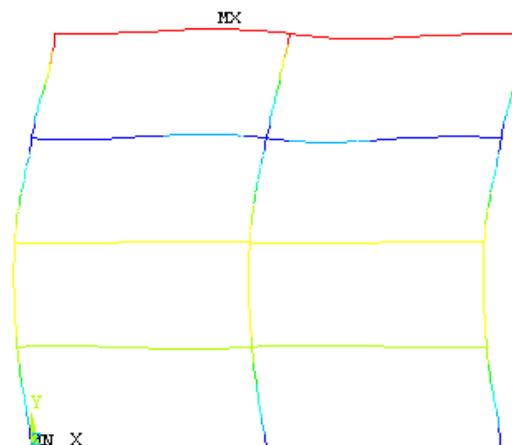


(f) Modo de vibração referente à sexta frequência natural: $f_{06}=33,944$ Hz

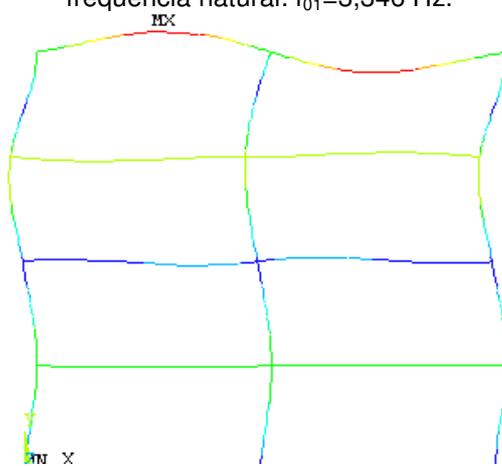
Figura B.4 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 3. Ligações viga-coluna rígidas.



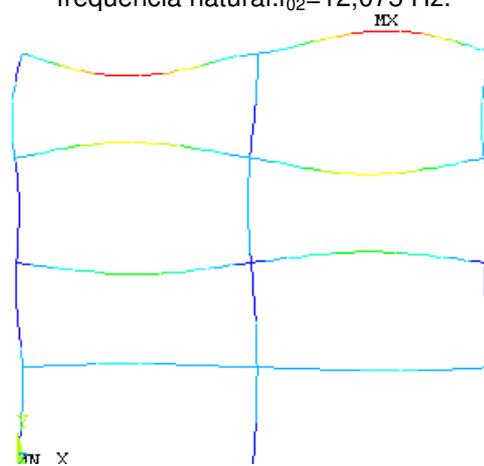
(a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{01}=3,346$ Hz.



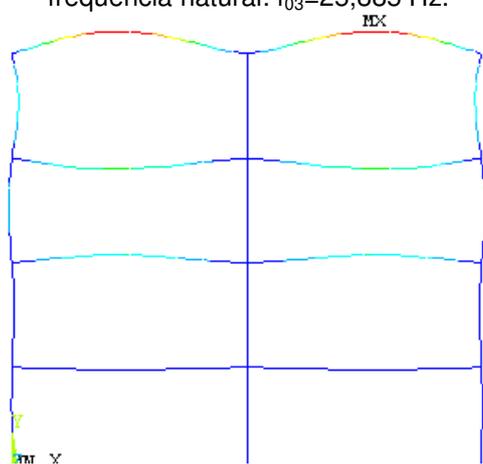
(b) Modo de vibração referente à segunda frequência natural: $f_{02}=12,075$ Hz.



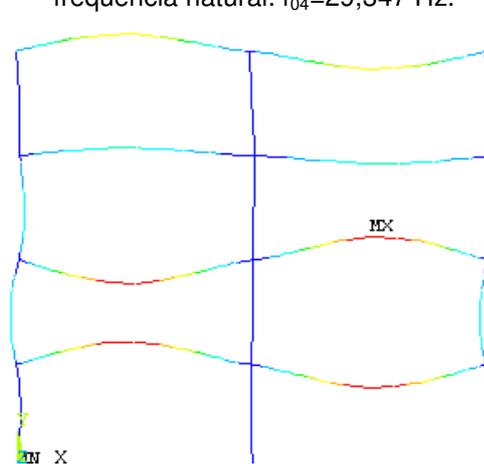
(c) Modo de vibração referente à terceira frequência natural: $f_{03}=25,885$ Hz.



(d) Modo de vibração referente à quarta frequência natural: $f_{04}=29,347$ Hz.

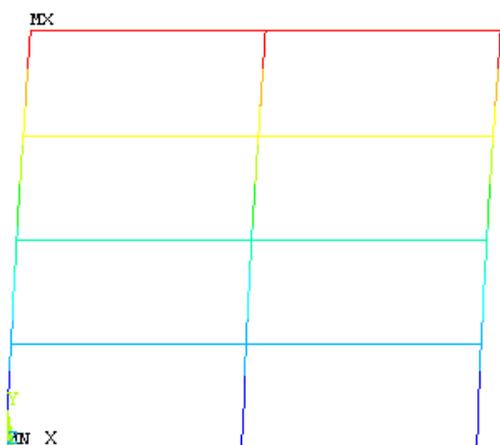


(e) Modo de vibração referente à quinta frequência natural: $f_{05}=30,623$ Hz

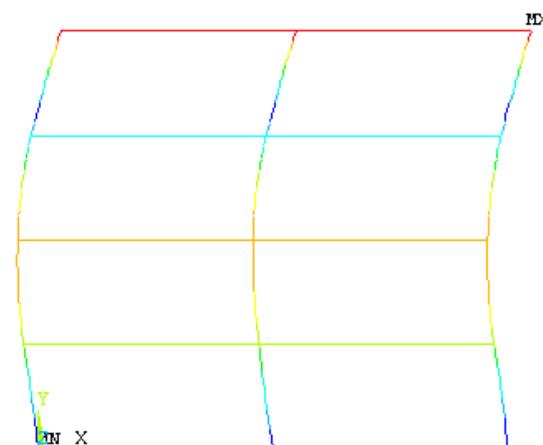


(f) Modo de vibração referente à sexta frequência natural: $f_{06}=31,306$ Hz

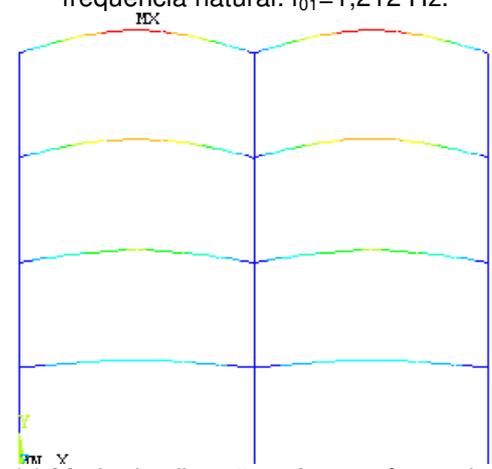
Figura B.5 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 3. Ligações viga-coluna semi-rígidas ($0,50S_{j,ini}$).



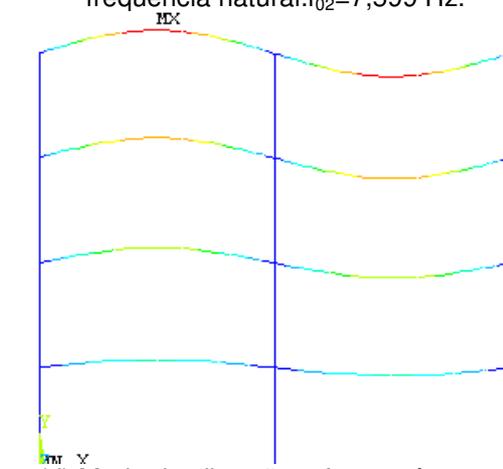
(a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{01}=1,212$ Hz.



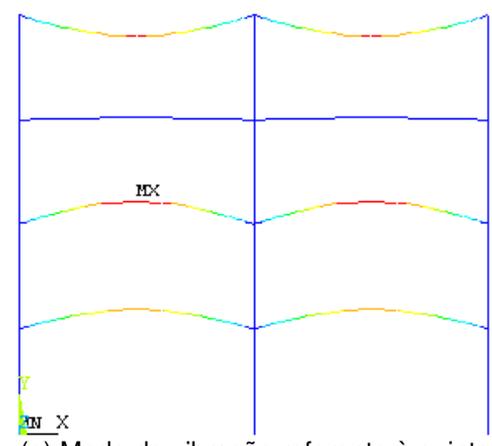
(b) Modo de vibração referente à segunda frequência natural: $f_{02}=7,599$ Hz.



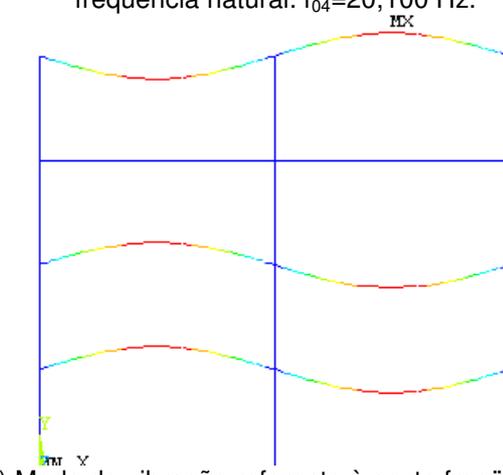
(c) Modo de vibração referente à terceira frequência natural: $f_{03}=19,970$ Hz.



(d) Modo de vibração referente à quarta frequência natural: $f_{04}=20,100$ Hz.

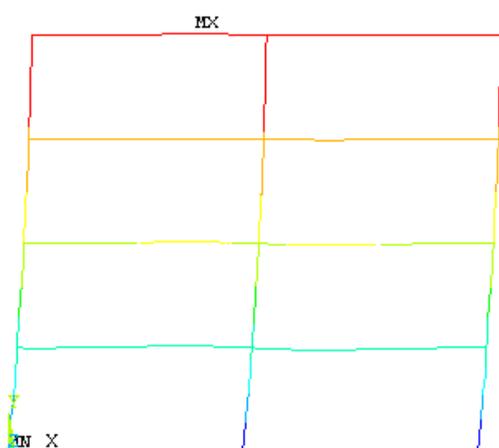


(e) Modo de vibração referente à quinta frequência natural: $f_{05}=20,198$ Hz

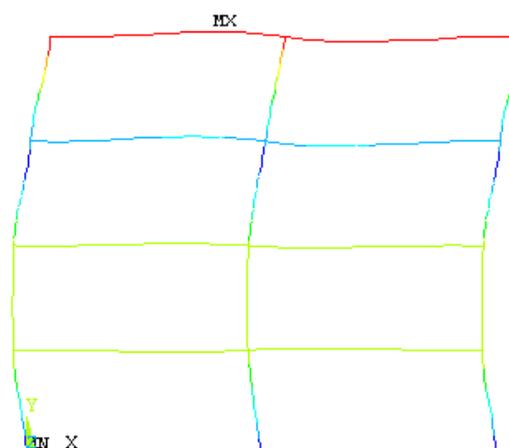


(f) Modo de vibração referente à sexta frequência natural: $f_{06}=20,218$ Hz

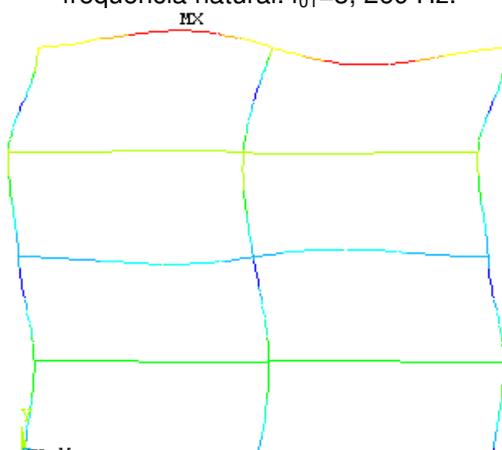
Figura B.6 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 3. Ligações viga-coluna flexíveis.



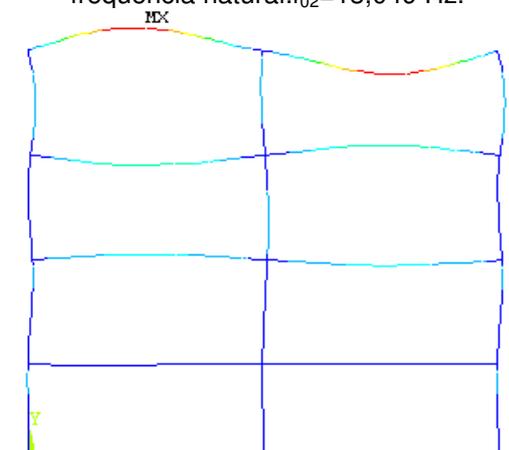
(a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{01}=3,269$ Hz.



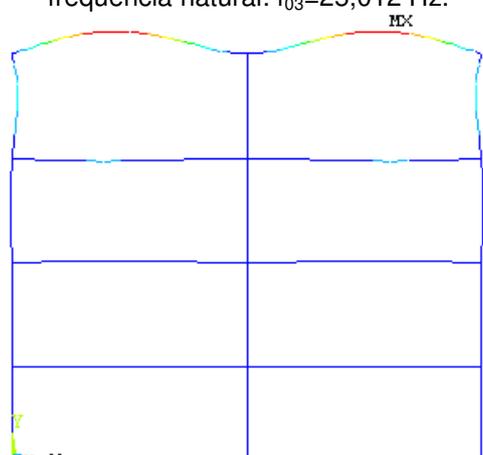
(b) Modo de vibração referente à segunda frequência natural: $f_{02}=13,049$ Hz.



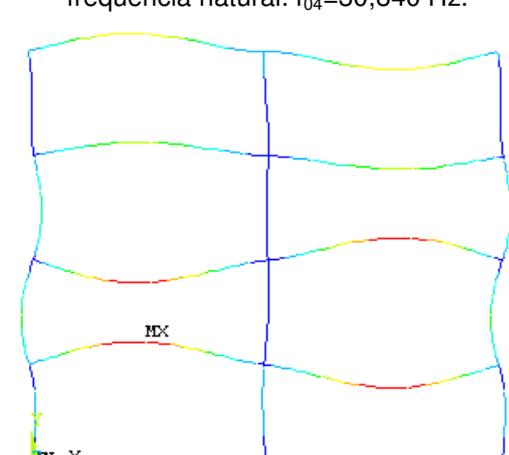
(c) Modo de vibração referente à terceira frequência natural: $f_{03}=25,012$ Hz.



(d) Modo de vibração referente à quarta frequência natural: $f_{04}=30,840$ Hz.



(e) Modo de vibração referente à quinta frequência natural: $f_{05}=34,108$ Hz.



(f) Modo de vibração referente à sexta frequência natural: $f_{06}=35,438$ Hz.

Figura B.7 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 4. Ligações viga-coluna rígidas.

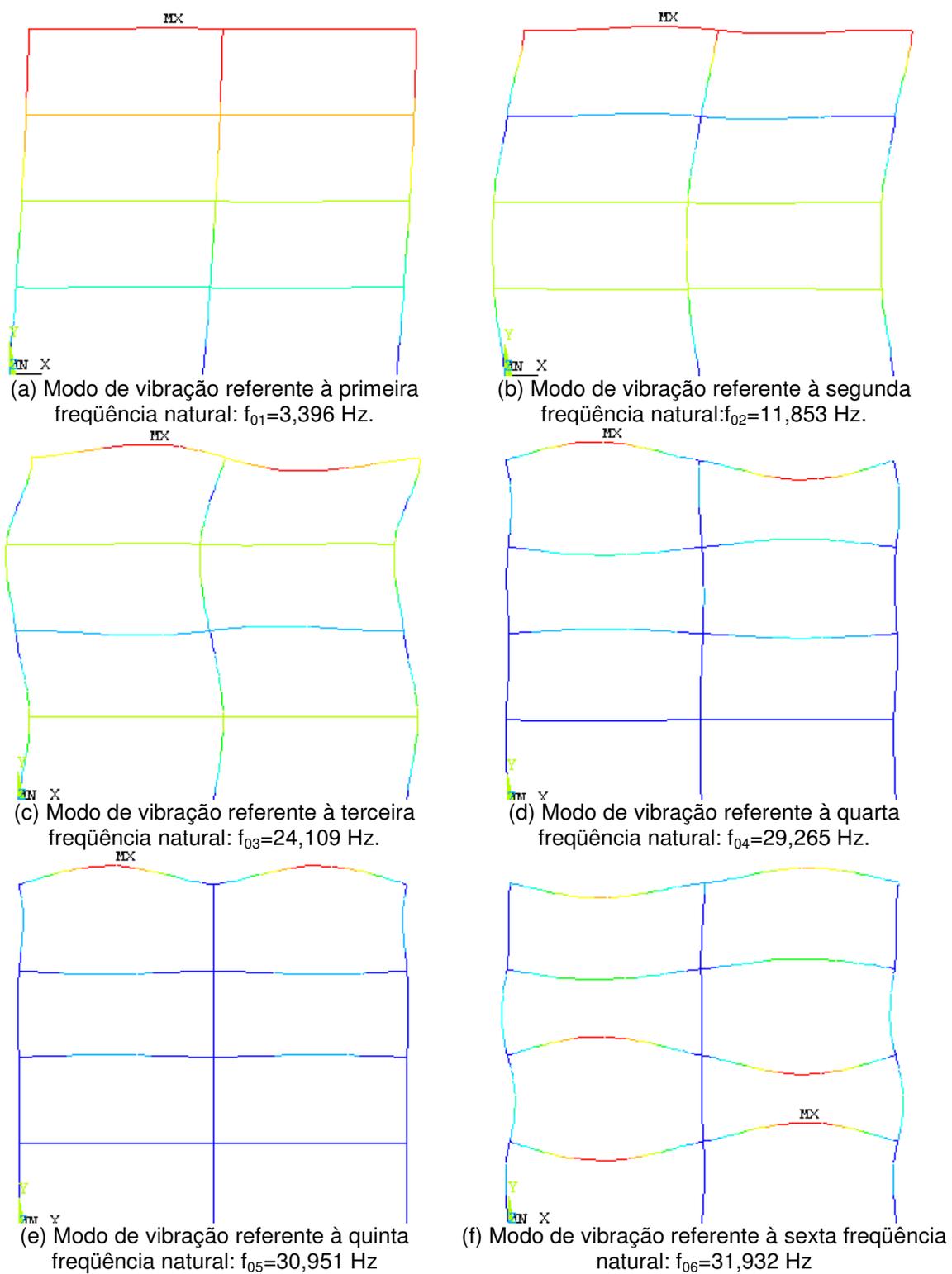


Figura B.8 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 4. Ligações viga-coluna semi-rígidas ($0,50S_{j,ini}$).

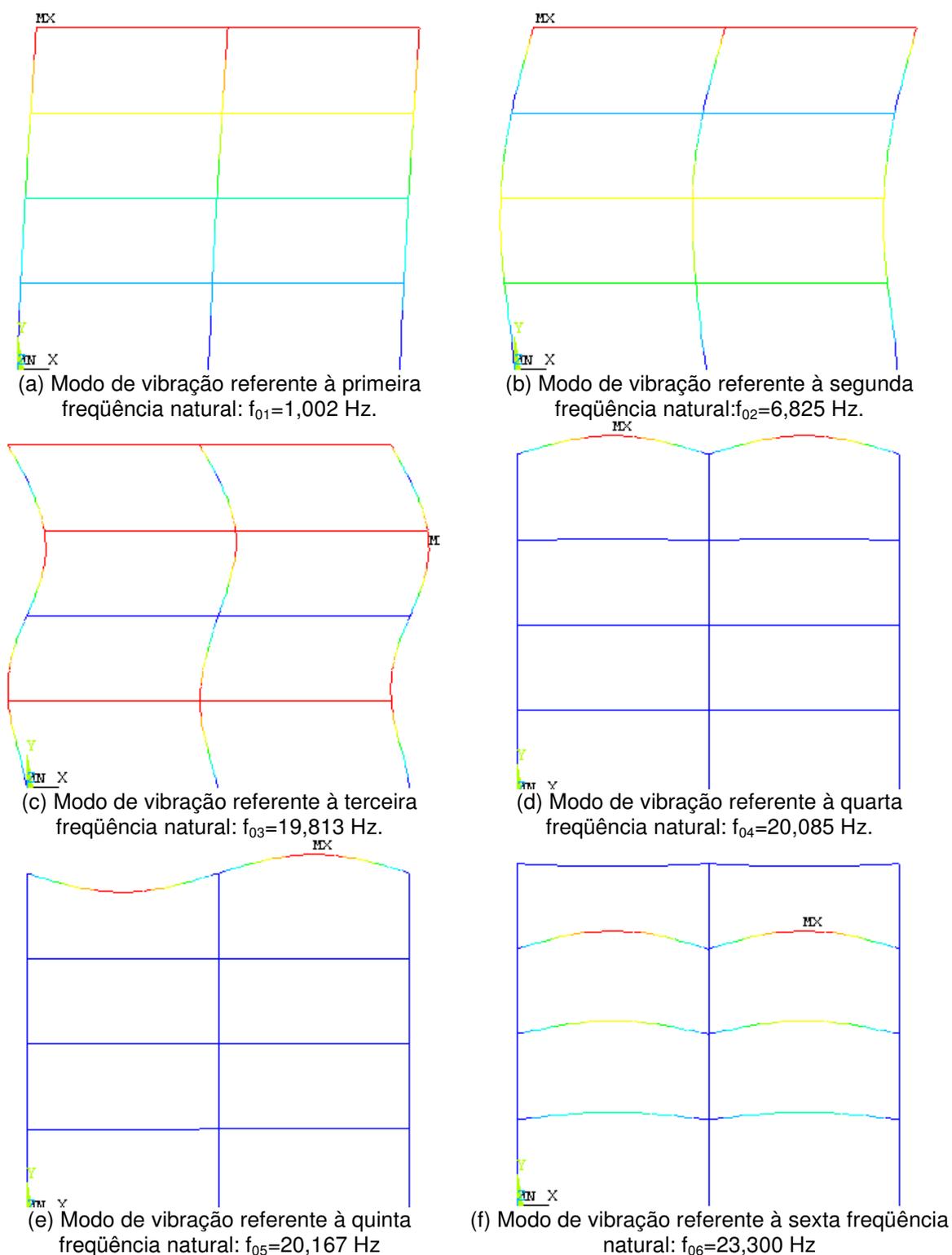
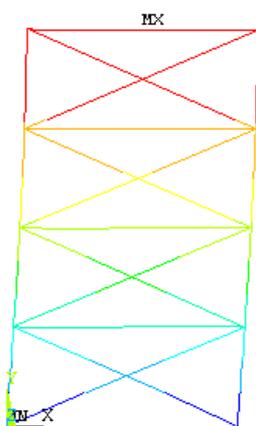
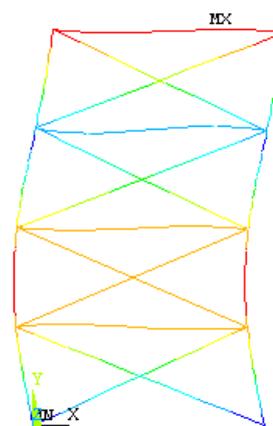


Figura B.9 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 4. Ligações viga-coluna flexíveis.

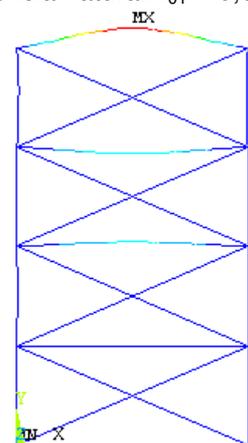
B.2. Grupos de Pórticos Contraventados com Apoios Semi-rígidos



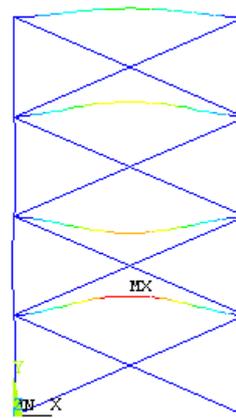
(a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{01}=10,053$ Hz.



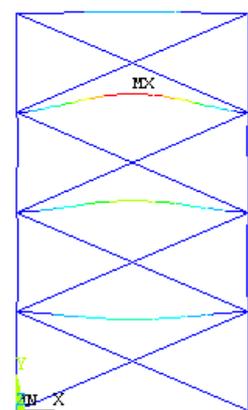
(b) Modo de vibração referente à segunda frequência natural: $f_{02}=30,591$ Hz.



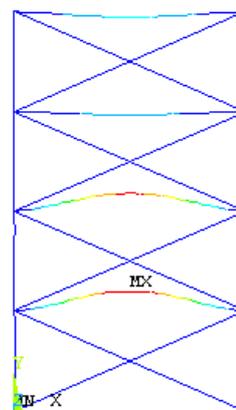
(c) Modo de vibração referente à terceira frequência natural: $f_{03}=33,743$ Hz.



(d) Modo de vibração referente à quarta frequência natural: $f_{04}=36,271$ Hz.

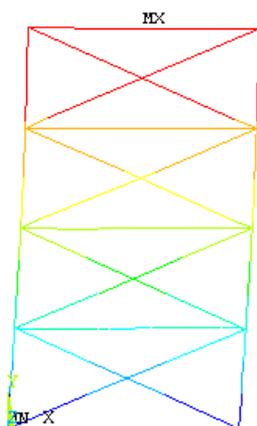


(e) Modo de vibração referente à quinta frequência natural: $f_{05}=37,263$ Hz

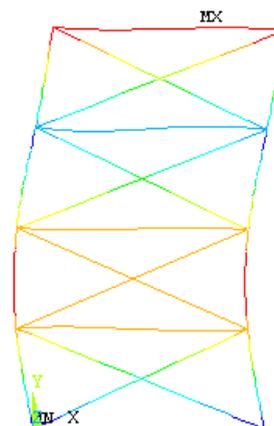


(f) Modo de vibração referente à sexta frequência natural: $f_{06}=37,949$ Hz

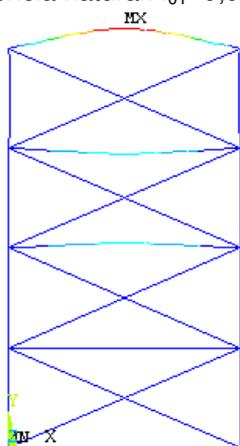
Figura B.10 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 1. Ligações viga-coluna rígidas.



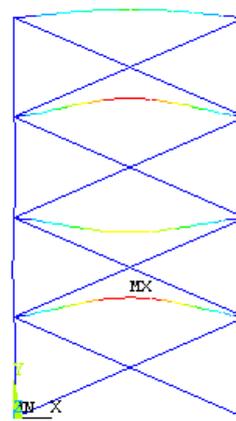
(a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{01}=9,951$ Hz.



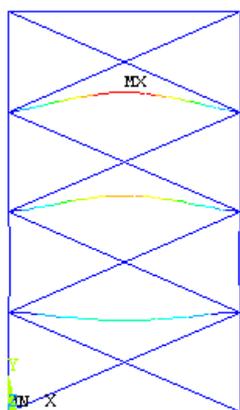
(b) Modo de vibração referente à segunda frequência natural: $f_{02}=30,310$ Hz.



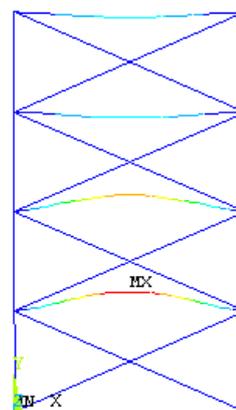
(c) Modo de vibração referente à terceira frequência natural: $f_{03}=30,541$ Hz.



(d) Modo de vibração referente à quarta frequência natural: $f_{04}=32,048$ Hz.

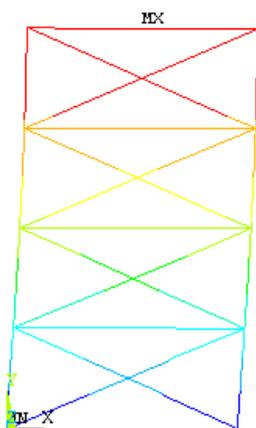


(e) Modo de vibração referente à quinta frequência natural: $f_{05}=32,526$ Hz

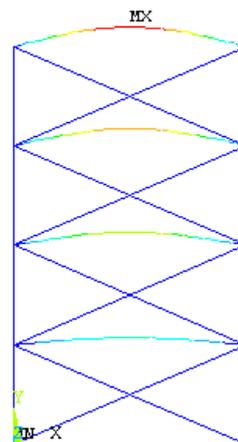


(f) Modo de vibração referente à sexta frequência natural: $f_{06}=32,957$ Hz

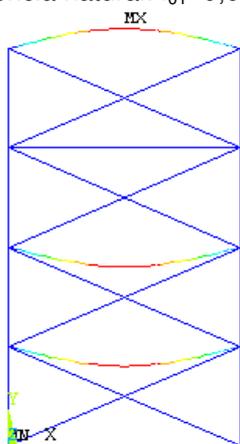
Figura B.11 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 1. Ligações viga-coluna semi-rígidas ($0,50S_{j,ini}$).



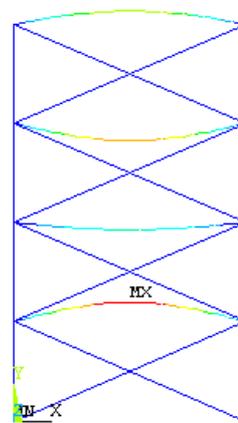
(a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{01}=9,610$ Hz.



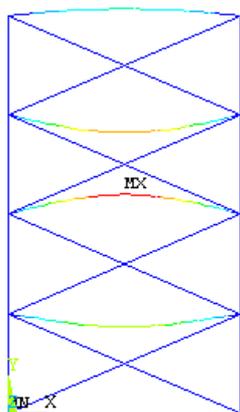
(b) Modo de vibração referente à segunda frequência natural: $f_{02}=18,254$ Hz.



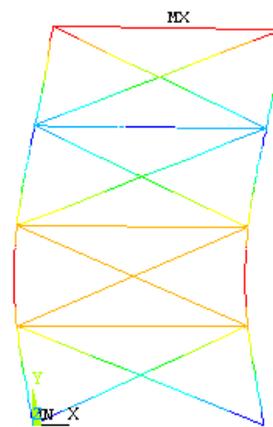
(c) Modo de vibração referente à terceira frequência natural: $f_{03}=18,440$ Hz.



(d) Modo de vibração referente à quarta frequência natural: $f_{04}=18,454$ Hz.



(e) Modo de vibração referente à quinta frequência natural: $f_{05}=18,458$ Hz



(f) Modo de vibração referente à sexta frequência natural: $f_{06}=29,255$ Hz

Figura B.12 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 1. Ligações viga-coluna flexíveis.

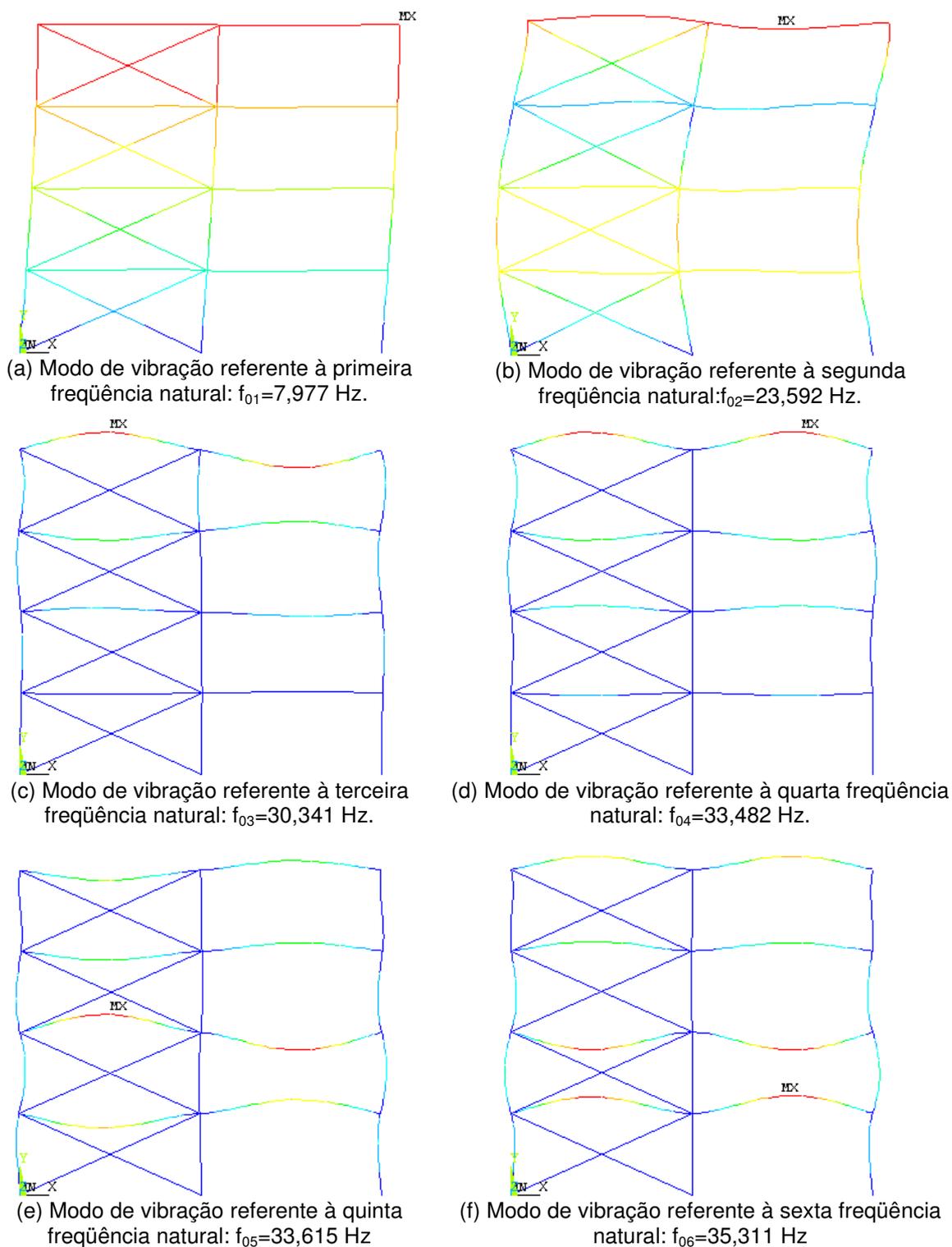
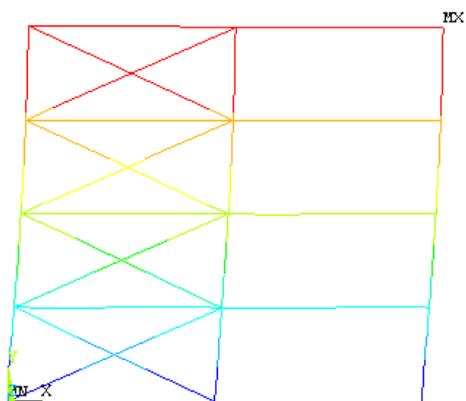
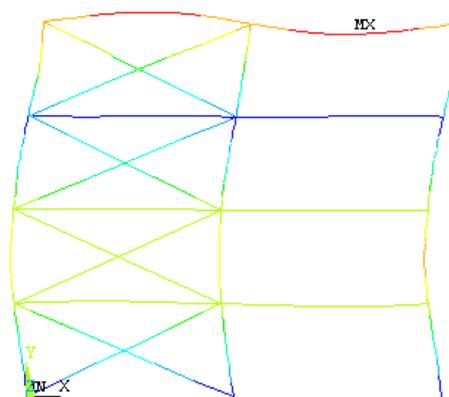


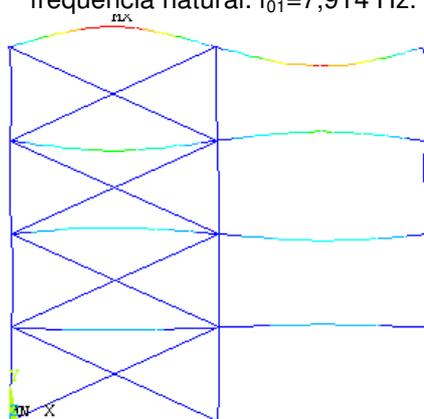
Figura B.13 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 3. Ligações viga-coluna rígidas.



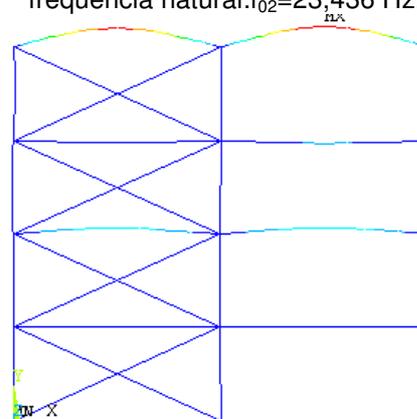
(a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{01}=7,914$ Hz.



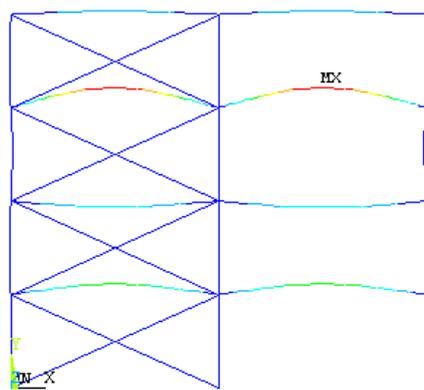
(b) Modo de vibração referente à segunda frequência natural: $f_{02}=23,436$ Hz.



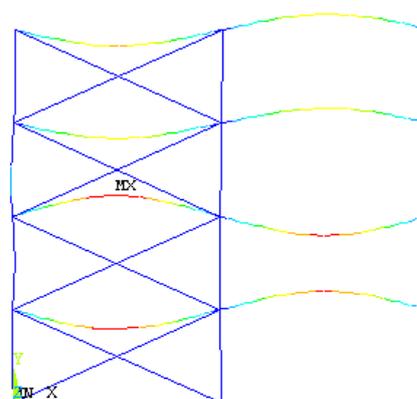
(c) Modo de vibração referente à terceira frequência natural: $f_{03}=29,546$ Hz.



(d) Modo de vibração referente à quarta frequência natural: $f_{04}=31,937$ Hz.

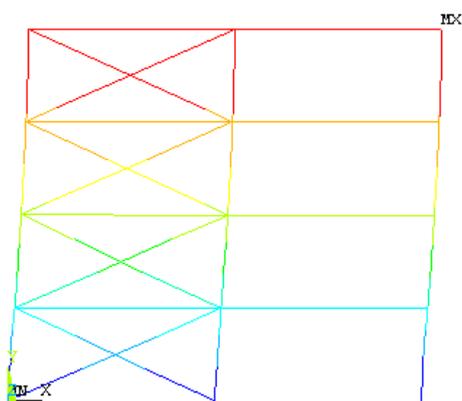


(e) Modo de vibração referente à quinta frequência natural: $f_{05}=32,319$ Hz

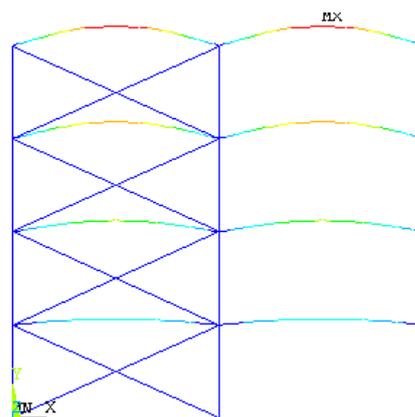


(f) Modo de vibração referente à sexta frequência natural: $f_{06}=33,556$ Hz

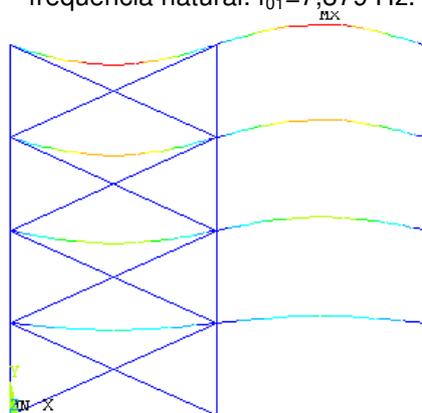
Figura B.14 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 3. Ligações viga-coluna semi-rígidas ($0,50S_{j,ini}$).



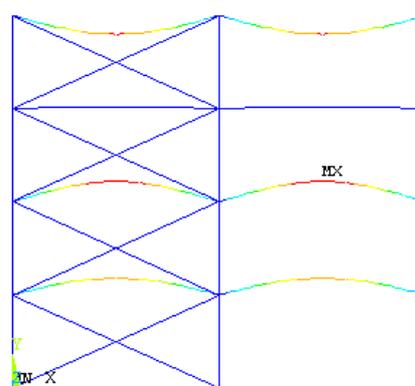
(a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{01}=7,879$ Hz.



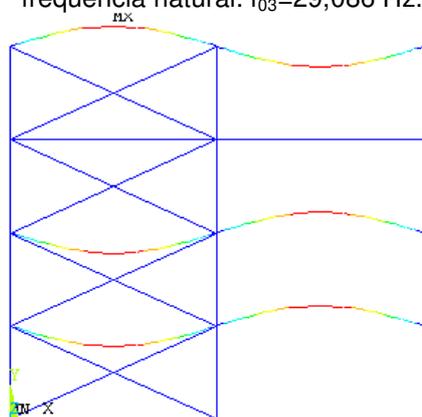
(b) Modo de vibração referente à segunda frequência natural: $f_{02}=23,346$ Hz.



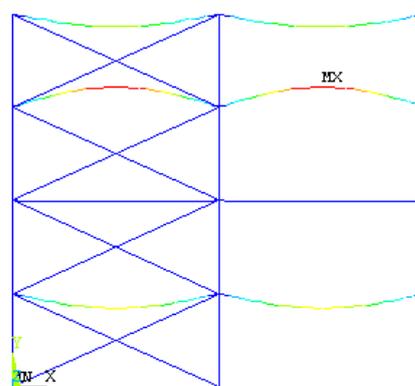
(c) Modo de vibração referente à terceira frequência natural: $f_{03}=29,086$ Hz.



(d) Modo de vibração referente à quarta frequência natural: $f_{04}=31,107$ Hz.

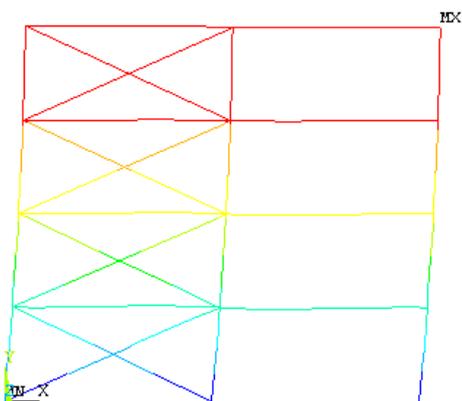


(e) Modo de vibração referente à quinta frequência natural: $f_{05}=31,590$ Hz

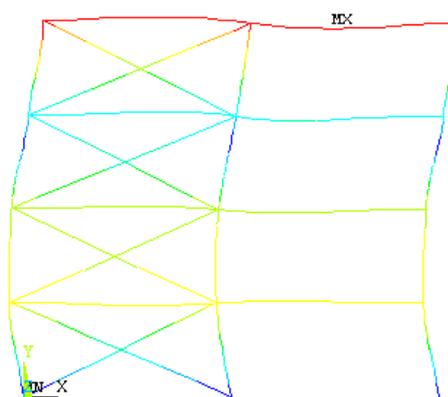


(f) Modo de vibração referente à sexta frequência natural: $f_{06}=32,610$ Hz

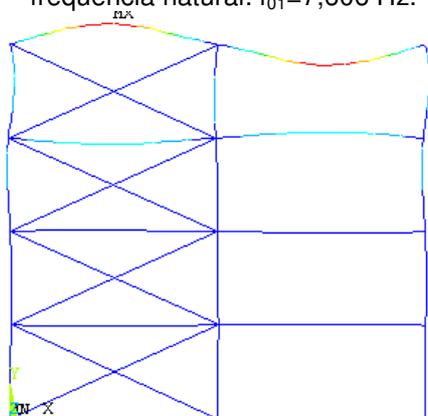
Figura B.15 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 3. Ligações viga-coluna flexíveis.



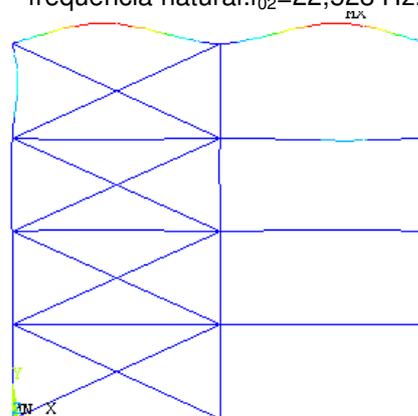
(a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{01}=7,606$ Hz.



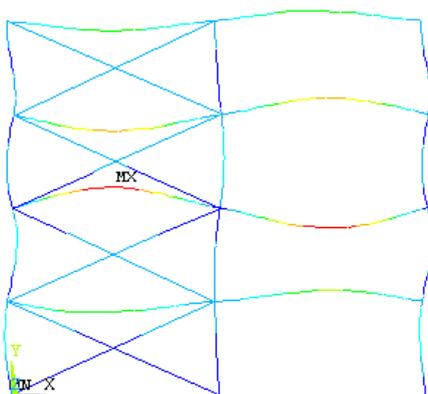
(b) Modo de vibração referente à segunda frequência natural: $f_{02}=22,528$ Hz.



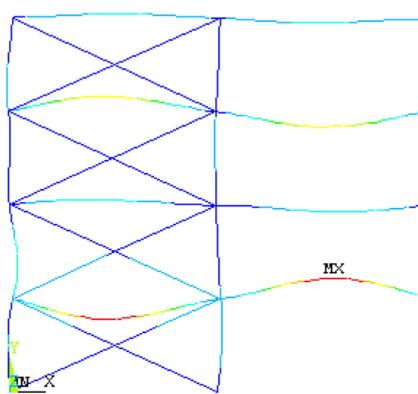
(c) Modo de vibração referente à terceira frequência natural: $f_{03}=30,590$ Hz.



(d) Modo de vibração referente à quarta frequência natural: $f_{04}=34,106$ Hz.

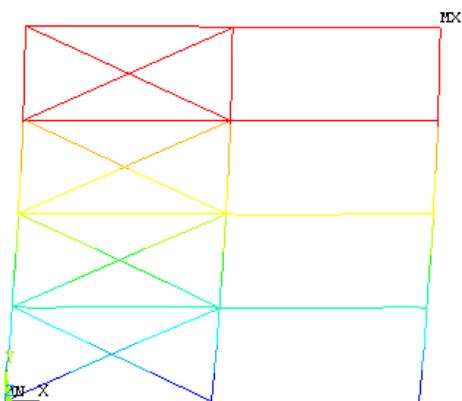


(e) Modo de vibração referente à quinta frequência natural: $f_{05}=34,396$ Hz

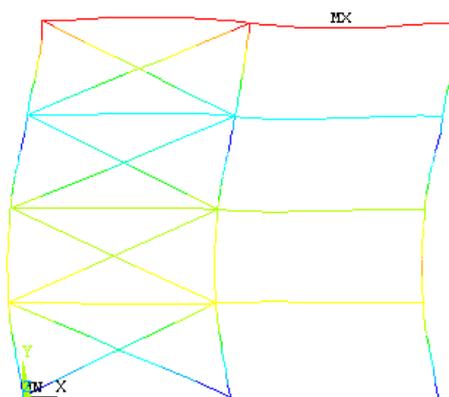


(f) Modo de vibração referente à sexta frequência natural: $f_{06}=36,995$ Hz

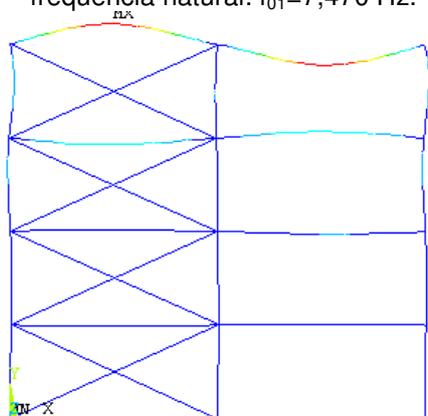
Figura B.16 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 4. Ligações viga-coluna rígidas.



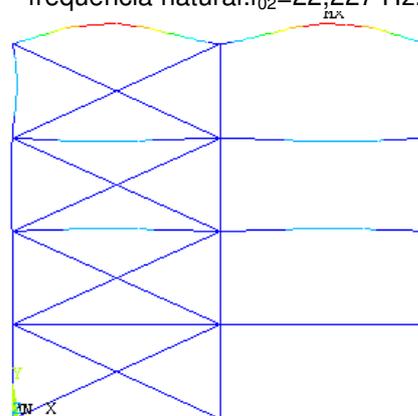
(a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{01}=7,470$ Hz.



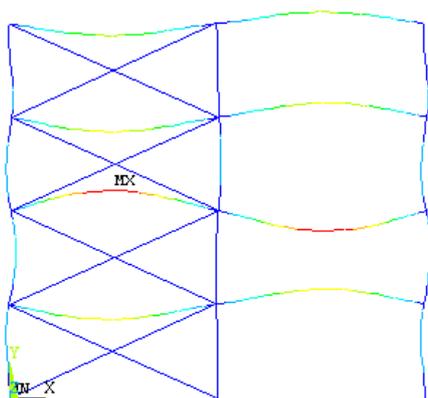
(b) Modo de vibração referente à segunda frequência natural: $f_{02}=22,227$ Hz.



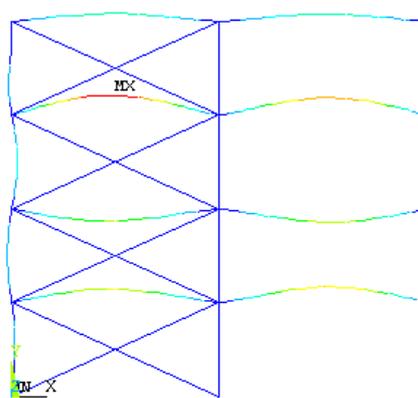
(c) Modo de vibração referente à terceira frequência natural: $f_{03}=29,756$ Hz.



(d) Modo de vibração referente à quarta frequência natural: $f_{04}=32,382$ Hz.

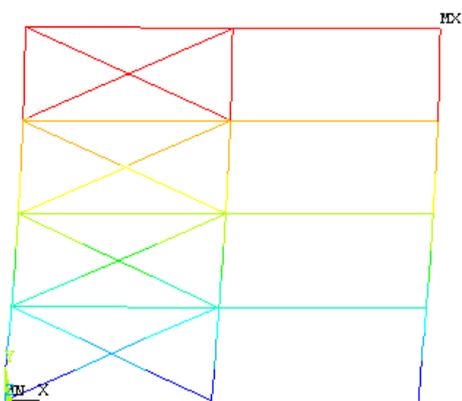


(e) Modo de vibração referente à quinta frequência natural: $f_{05}=32,913$ Hz

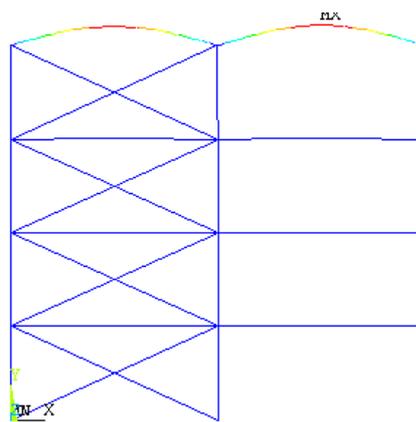


(f) Modo de vibração referente à sexta frequência natural: $f_{06}=34,716$ Hz

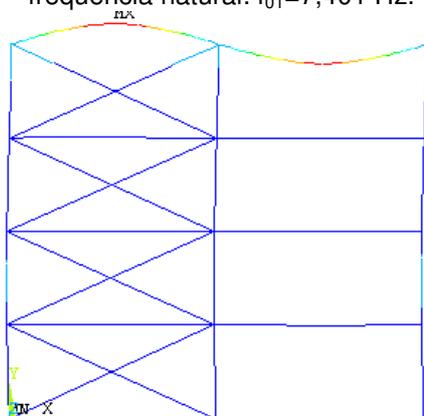
Figura B.17 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 4. Ligações viga-coluna semi-rígidas ($0,50S_{j,ini}$).



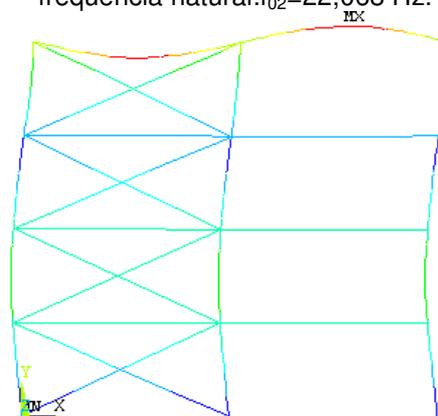
(a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{01}=7,401$ Hz.



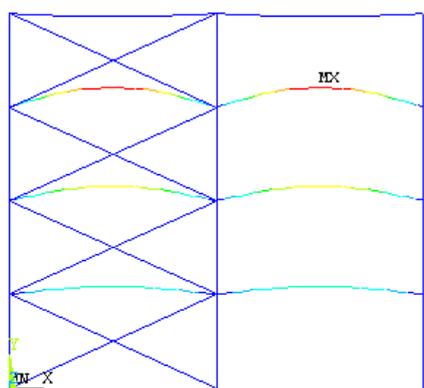
(b) Modo de vibração referente à segunda frequência natural: $f_{02}=22,068$ Hz.



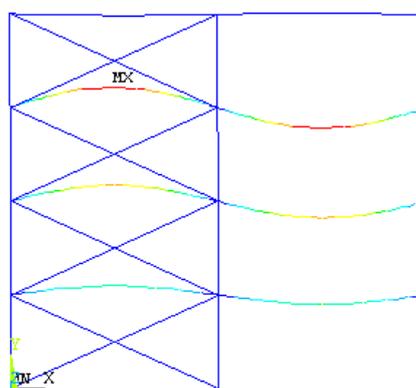
(c) Modo de vibração referente à terceira frequência natural: $f_{03}=29,283$ Hz.



(d) Modo de vibração referente à quarta frequência natural: $f_{04}=31,474$ Hz.



(e) Modo de vibração referente à quinta frequência natural: $f_{05}=32,109$ Hz



(f) Modo de vibração referente à sexta frequência natural: $f_{06}=33,582$ Hz

Figura B.18 – Modos de vibração dos pórticos do Grupo 4. Ligações viga-coluna flexíveis.

Anexo C Resultados da Análise Dinâmica

C.1. Análise Dinâmica Linear

Da Figura C.1 a Figura C.12 estão representados os gráficos da resposta dinâmica dos pórticos dos Grupos 2, 3 e 4, considerando uma análise linear, em função do fator de amplificação. Na abscissa dos gráficos está o tempo, em segundos (s), enquanto na ordenada consta o fator de amplificação, caracterizado pela relação entre a resposta dinâmica (deslocamentos e esforços) e os resultados da análise estática.

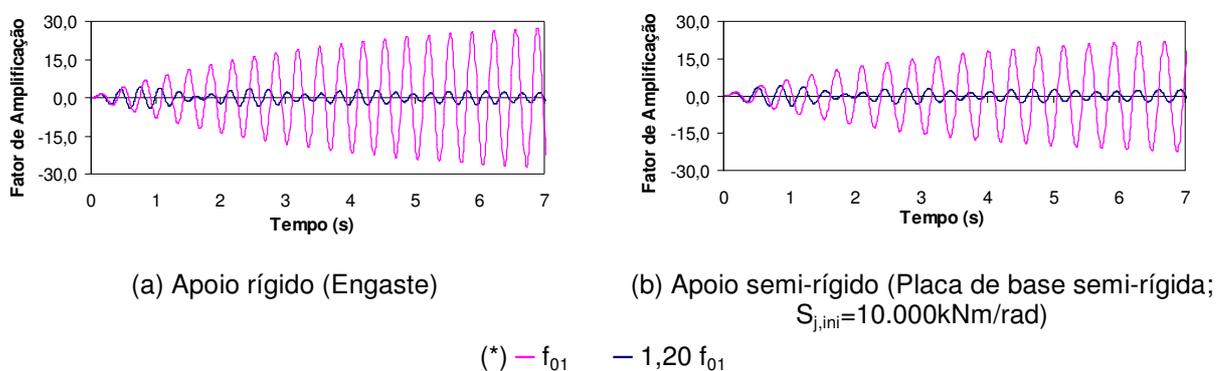


Figura C.1 – Fator de amplificação do deslocamento horizontal no ponto A. Grupo 2.

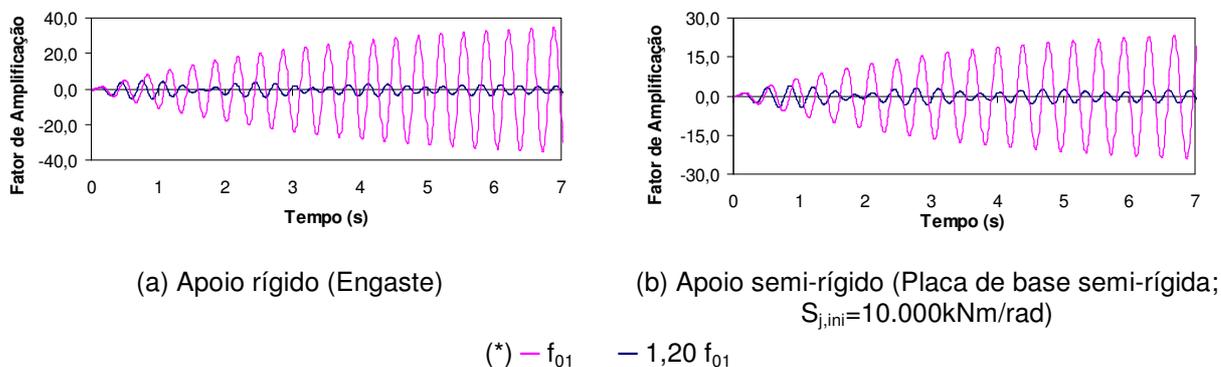
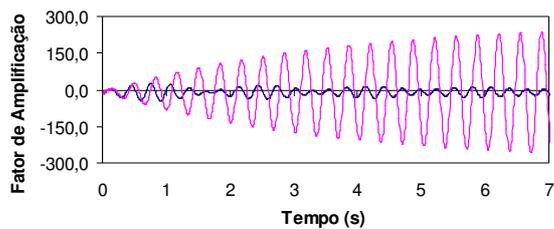
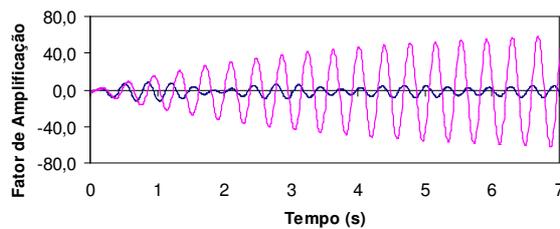
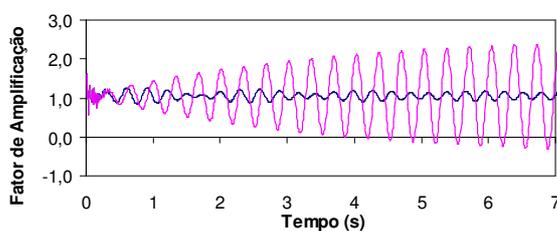


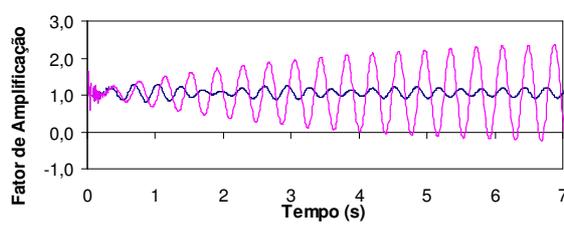
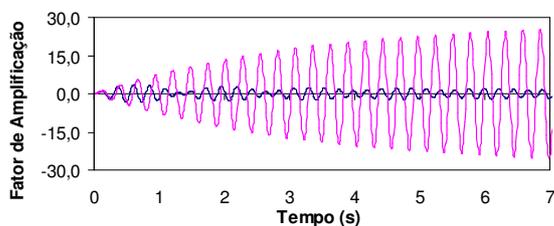
Figura C.2 – Fator de amplificação do momento no apoio C. Grupo 2.



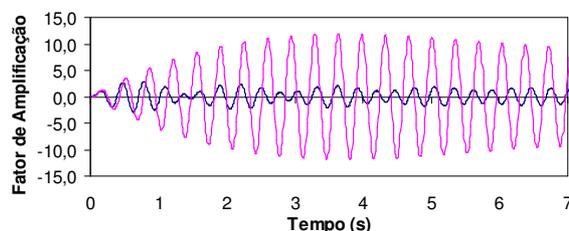
(a) Apoio rígido (Engaste)

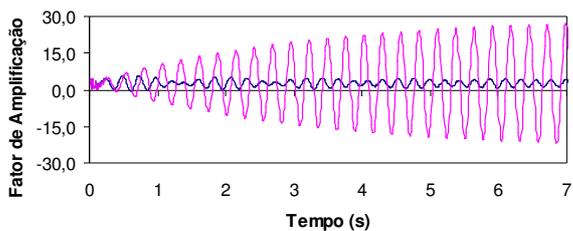
(b) Apoio semi-rígido (Placa de base semi-rígida;
 $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$)(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$ **Figura C.3 – Fator de amplificação da reação F_x no apoio C. Grupo 2.**

(a) Apoio rígido (Engaste)

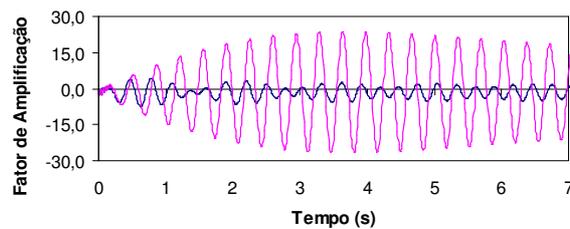
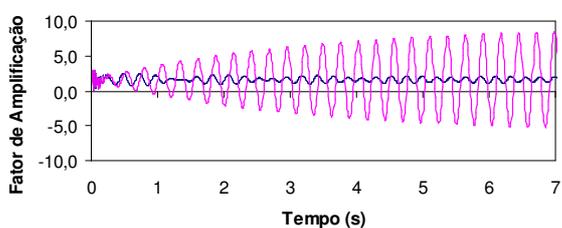
(b) Apoio semi-rígido (Placa de base semi-rígida;
 $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$)(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$ **Figura C.4 – Fator de amplificação da reação F_y no apoio C. Grupo 2.**

(a) Apoio rígido (Engaste)

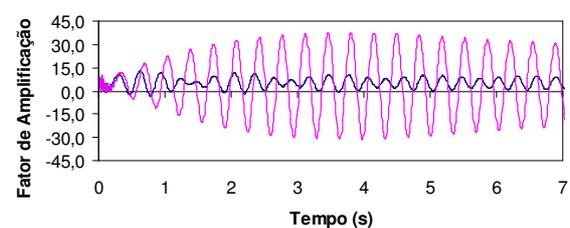
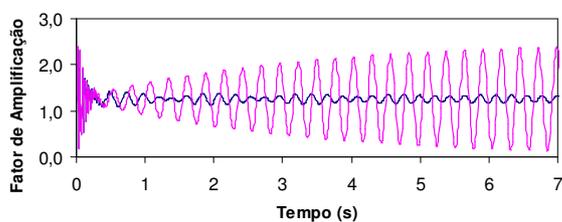
(b) Apoio semi-rígido (Placa de base semi-rígida;
 $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$)(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$ **Figura C.5 – Fator de amplificação do deslocamento horizontal no ponto A. Grupo 3.**



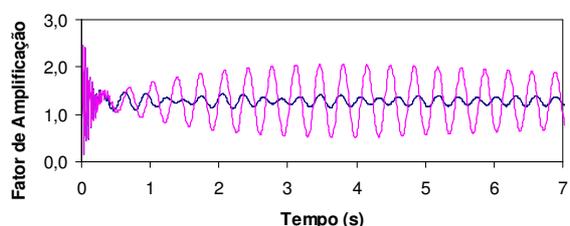
(a) Apoio rígido (Engaste)

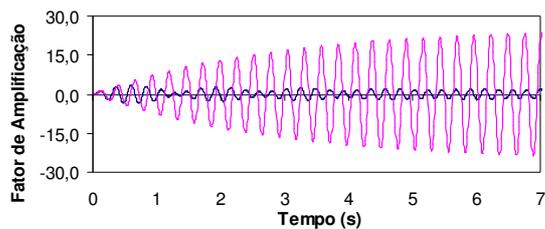
(b) Apoio semi-rígido (Placa de base semi-rígida;
 $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$)(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$ **Figura C.6 – Fator de amplificação do momento no apoio C. Grupo 3.**

(a) Apoio rígido (Engaste)

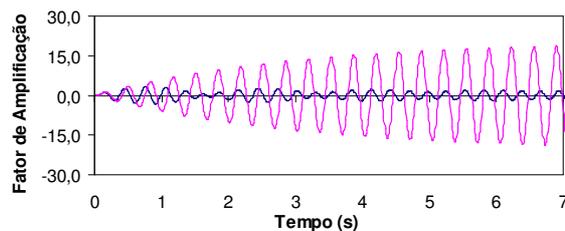
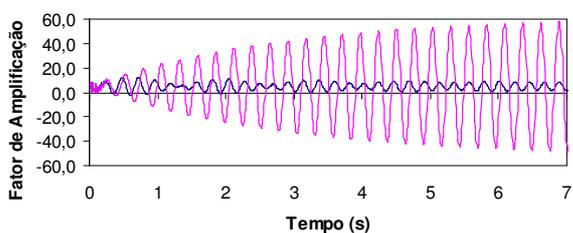
(b) Apoio semi-rígido (Placa de base semi-rígida;
 $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$)(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$ **Figura C.7 – Fator de amplificação da reação F_x no apoio C. Grupo 3.**

(a) Apoio rígido (Engaste)

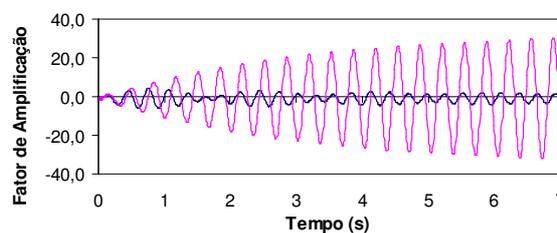
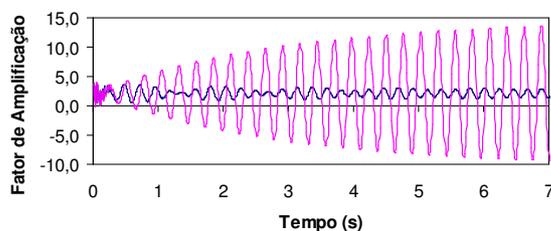
(b) Apoio semi-rígido (Placa de base semi-rígida;
 $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$)(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$ **Figura C.8 – Fator de amplificação da reação F_y no apoio C. Grupo 3.**



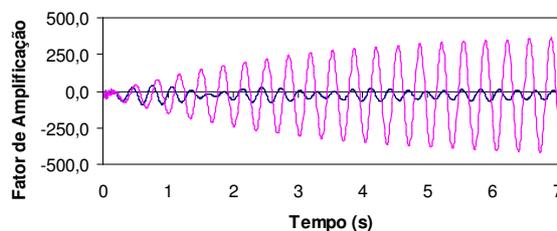
(a) Apoio rígido (Engaste)

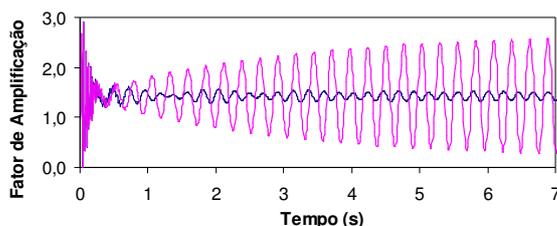
(b) Apoio semi-rígido (Placa de base semi-rígida;
 $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$)(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$ **Figura C.9 – Fator de amplificação do deslocamento horizontal no ponto A. Grupo 4.**

(a) Apoio rígido (Engaste)

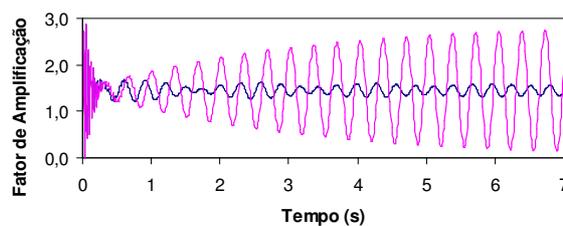
(b) Apoio semi-rígido (Placa de base semi-rígida;
 $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$)(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$ **Figura C.10 – Fator de amplificação do momento no apoio C. Grupo 4.**

(a) Apoio rígido (Engaste)

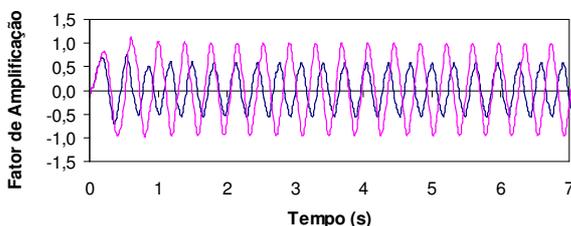
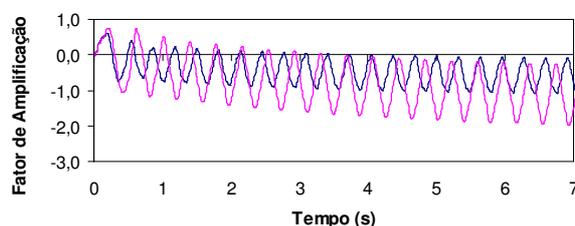
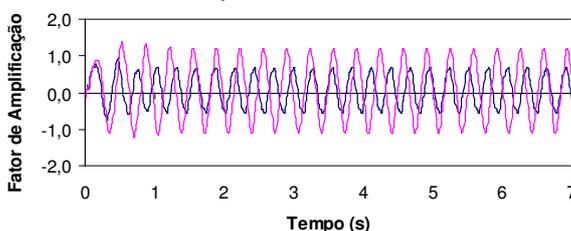
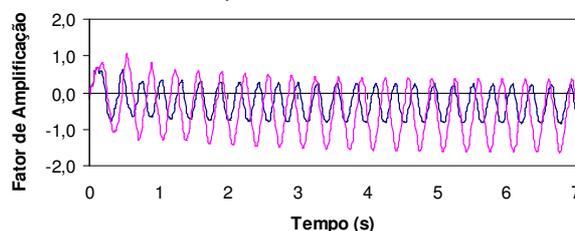
(b) Apoio semi-rígido (Placa de base semi-rígida;
 $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$)(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$ **Figura C.11 – Fator de amplificação da reação F_x no apoio C. Grupo 4.**

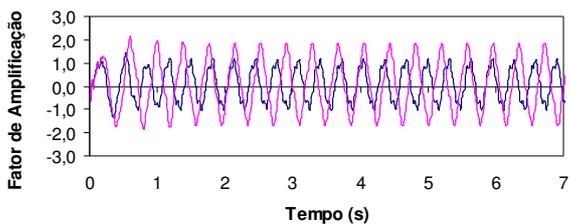


(a) Apoio rígido (Engaste)

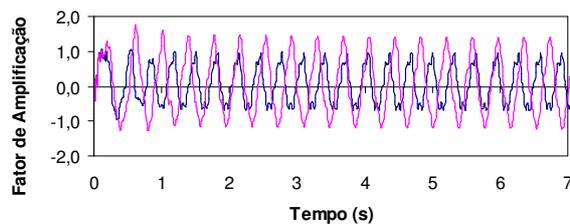
(b) Apoio semi-rígido (Placa de base semi-rígida;
 $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$)(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$ **Figura C.12 – Fator de amplificação da reação F_y no apoio C. Grupo 4.****C.2. Análise Dinâmica Não-linear com Taxa de Amortecimento igual a 1,5%**

Assim como feito na análise dinâmica linear, da Figura C.13 a Figura C.23 estão representados os gráficos da resposta dinâmica dos pórticos dos Grupos 2, 3 e 4, considerando uma análise não-linear, em função do fator de amplificação. Na abscissa dos gráficos está o tempo, em segundos (s), enquanto na ordenada consta o fator de amplificação, caracterizado pela relação entre a resposta dinâmica (deslocamentos e esforços) e os resultados da análise estática.

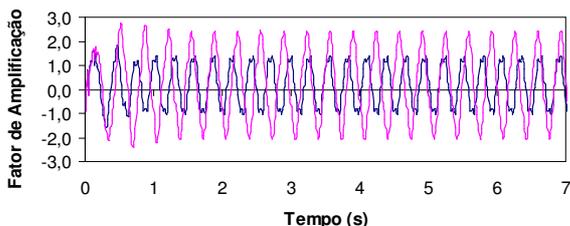
(a) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).(b) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).(c) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).(d) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$ **Figura C.13 – Fator de amplificação do momento no apoio C. Grupo 2.**



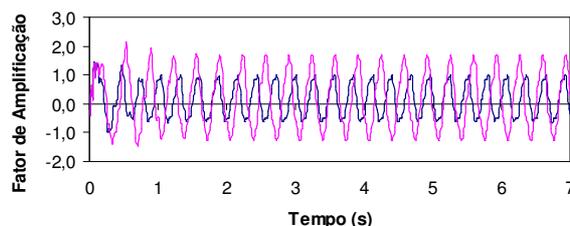
(a) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(b) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



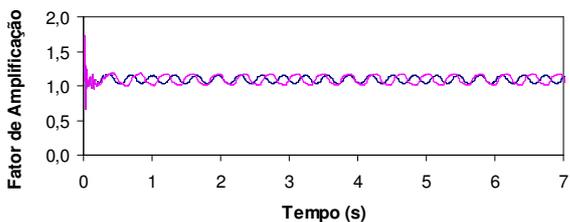
(c) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).



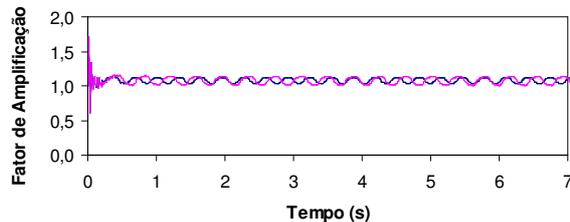
(d) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).

(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$

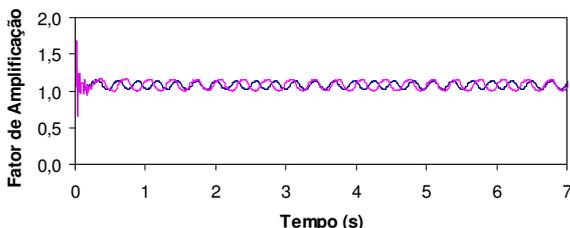
Figura C.14 – Fator de amplificação da reação F_x no apoio C. Grupo 2.



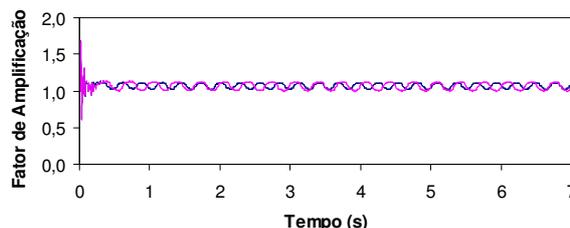
(a) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(b) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(c) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).



(d) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).

(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$

Figura C.15 – Fator de amplificação da reação F_y no apoio C. Grupo 2.

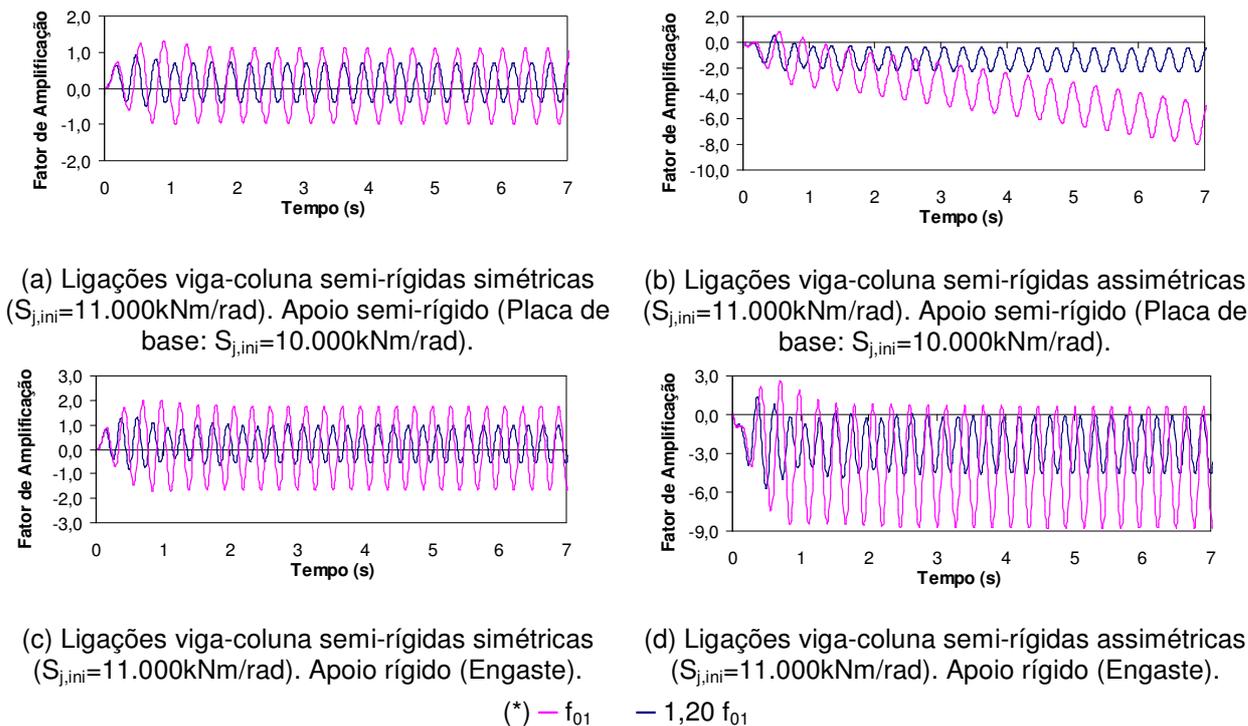


Figura C.16 – Fator de amplificação do deslocamento horizontal no ponto A. Grupo 3.

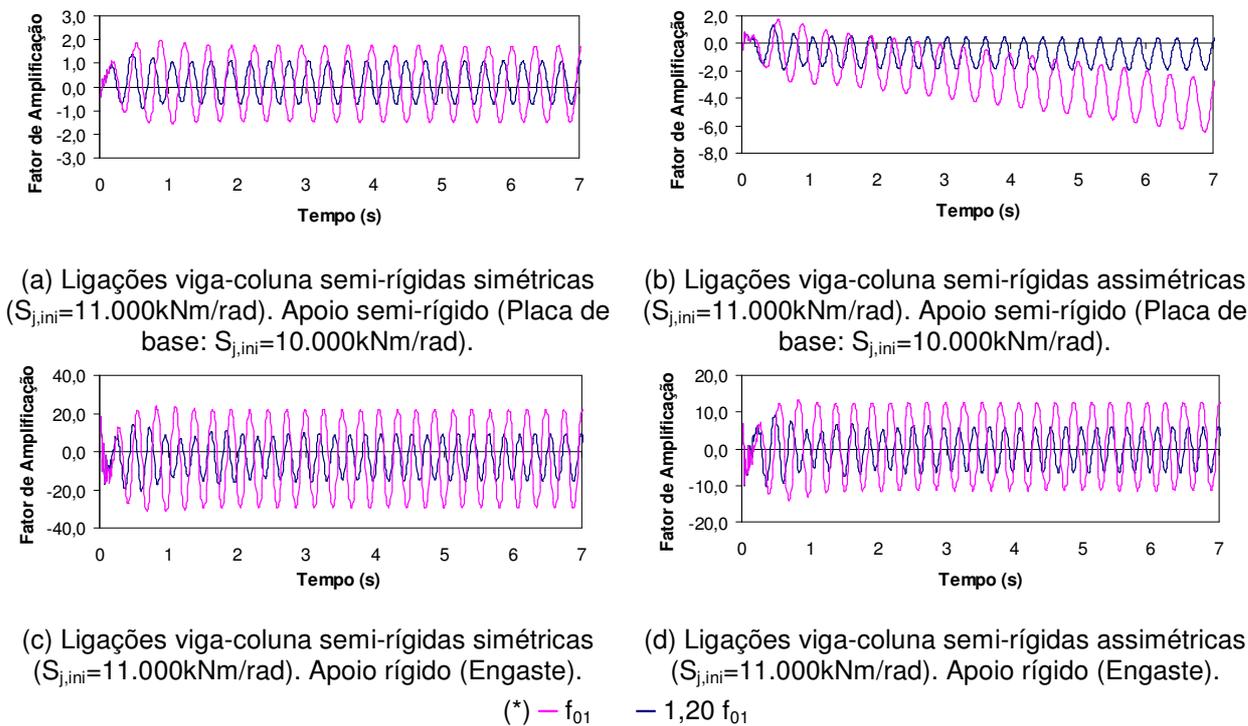
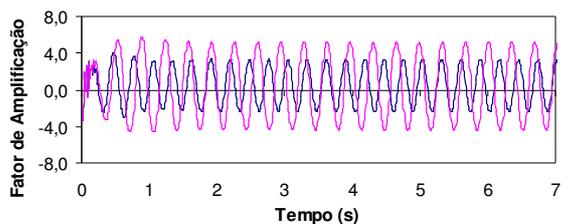
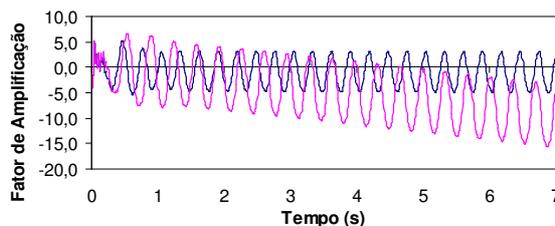


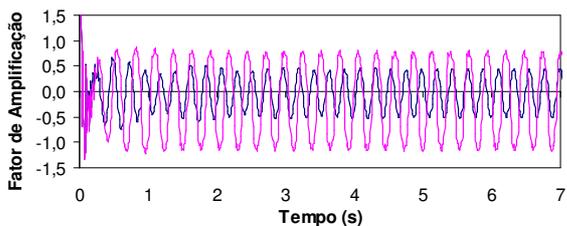
Figura C.17 – Fator de amplificação do momento no apoio C. Grupo 3.



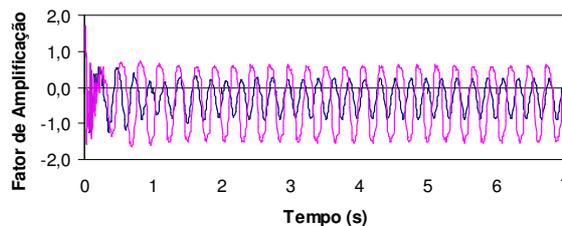
(a) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(b) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



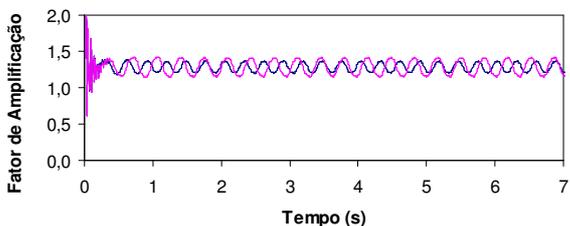
(c) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).



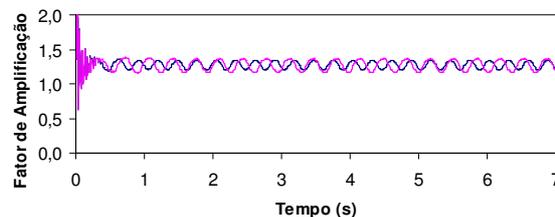
(d) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).

(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$

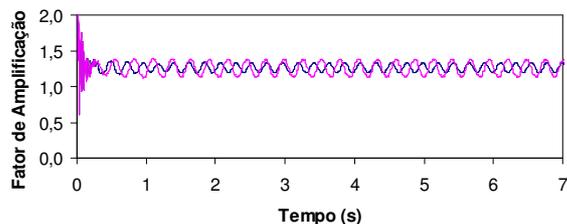
Figura C.18 – Fator de amplificação da reação F_x no apoio C. Grupo 3.



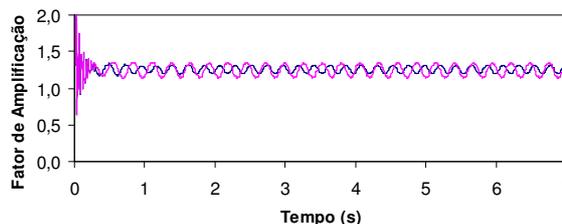
(a) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(b) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



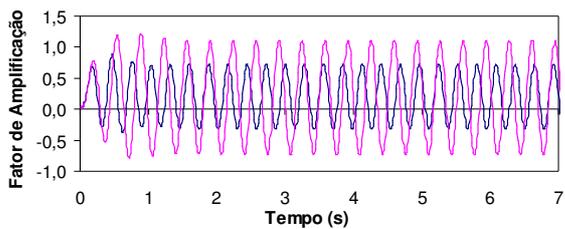
(c) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).



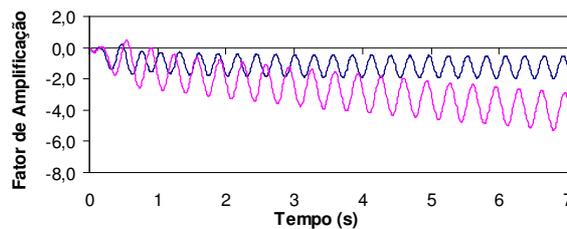
(d) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).

(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$

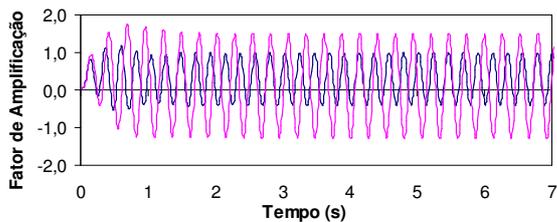
Figura C.19 – Fator de amplificação da reação F_y no apoio C. Grupo 3.



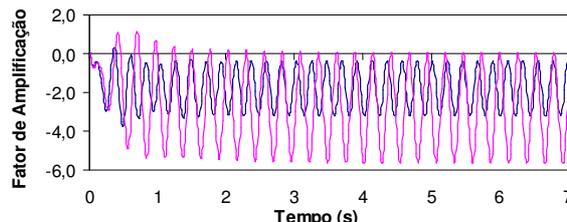
(a) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(b) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



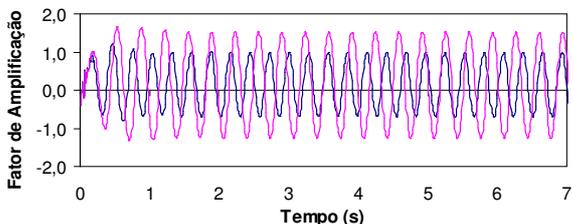
(c) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).



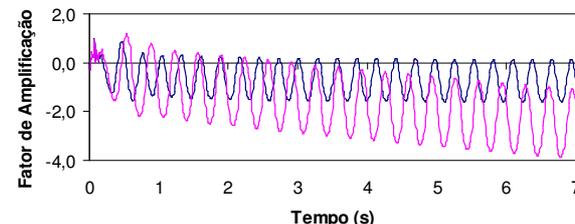
(d) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).

(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$

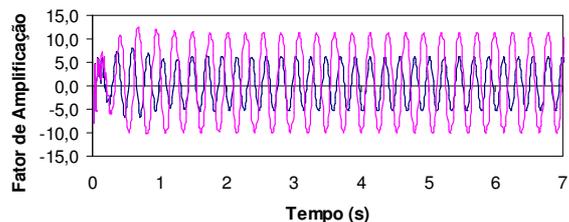
Figura C.20 – Fator de amplificação do deslocamento horizontal no ponto A. Grupo 4.



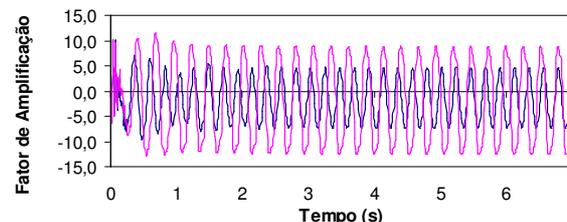
(a) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(b) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



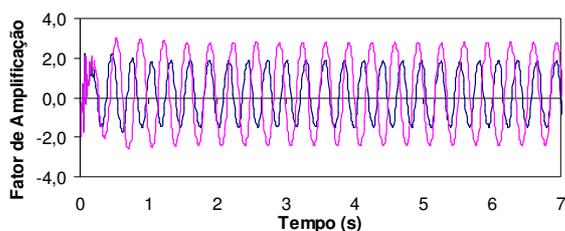
(c) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).



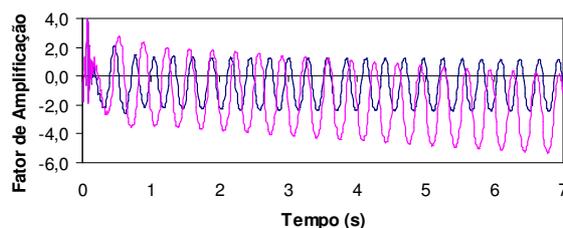
(d) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).

(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$

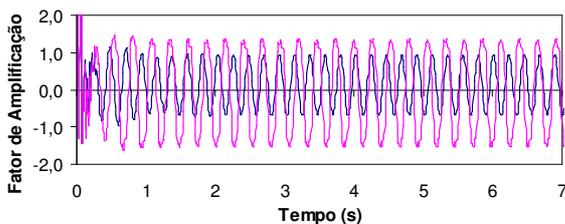
Figura C.21 – Fator de amplificação do momento no apoio C. Grupo 4.



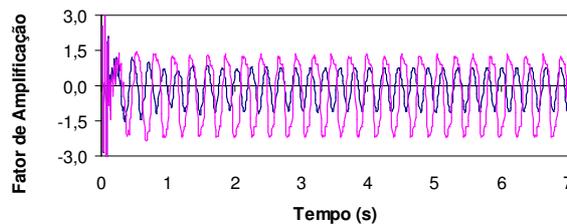
(a) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(b) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



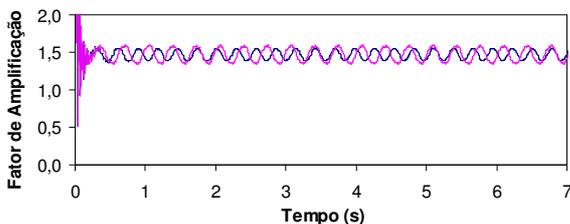
(c) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).



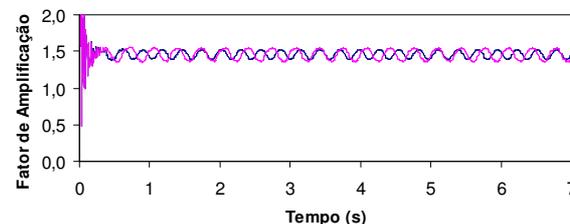
(d) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).

(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$

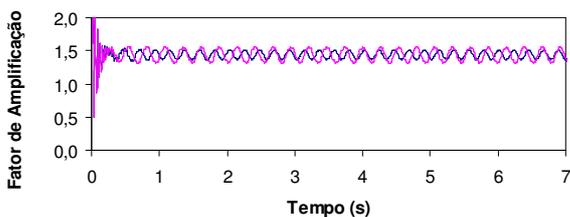
Figura C.22 – Fator de amplificação da reação F_x no apoio C. Grupo 4.



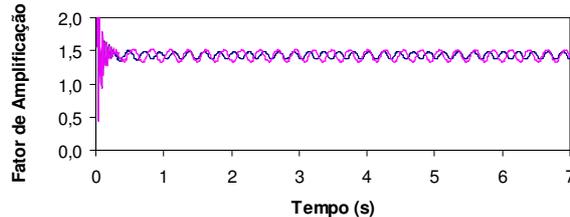
(a) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(b) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(c) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).



(d) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).

(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$

Figura C.23 – Fator de amplificação da reação F_y no apoio C. Grupo 4.

C.3. Análise Dinâmica Não-linear com Taxa de Amortecimento igual a 10%

Da Figura C.24 a Figura C.34 a estão representados os gráficos da resposta dinâmica dos pórticos dos Grupos 2, 3 e 4, considerando uma análise não-linear, em função do fator de amplificação. Na abscissa dos gráficos está o tempo, em segundos (s), enquanto na ordenada consta o fator de amplificação, caracterizado pela relação entre a resposta dinâmica (deslocamentos e esforços) e os resultados da análise estática.

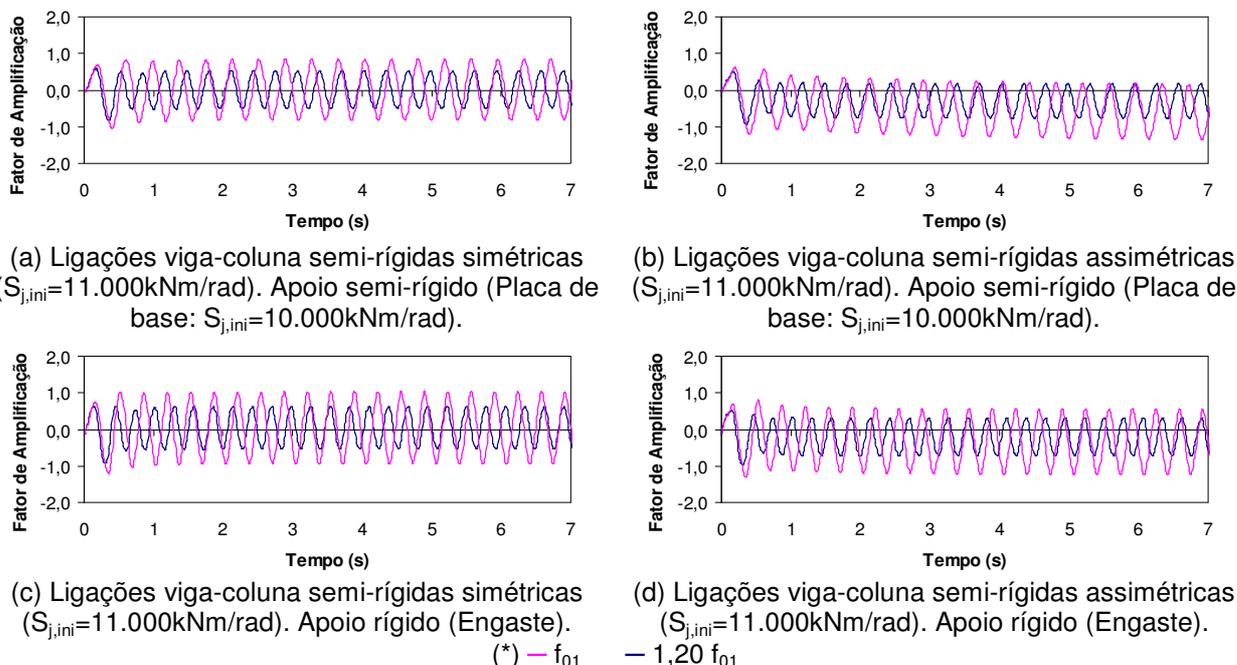


Figura C.24 – Fator de amplificação do momento no apoio C. Grupo 2.

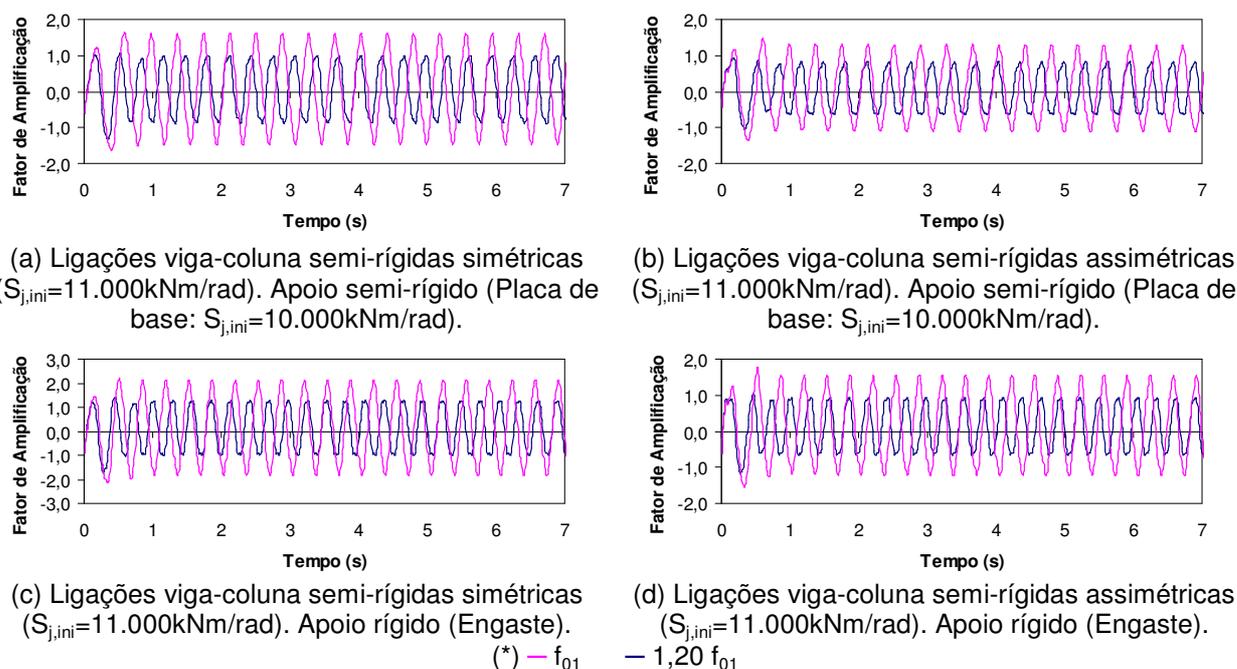
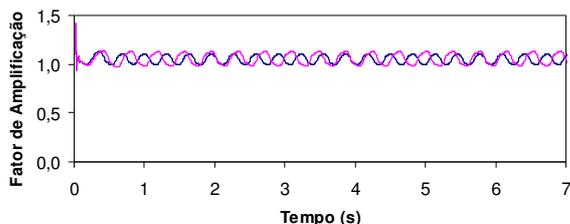
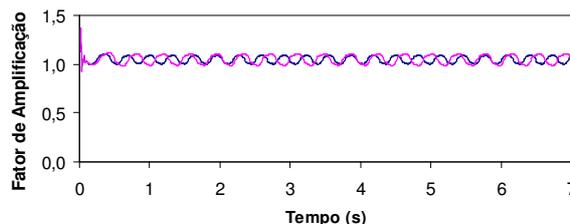


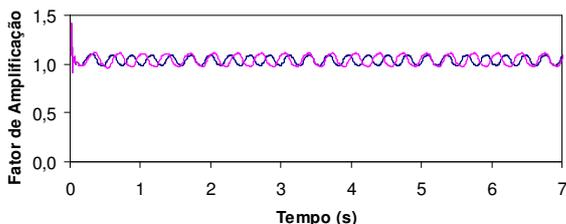
Figura C.25 – Fator de amplificação da reação F_x no apoio C. Grupo 2.



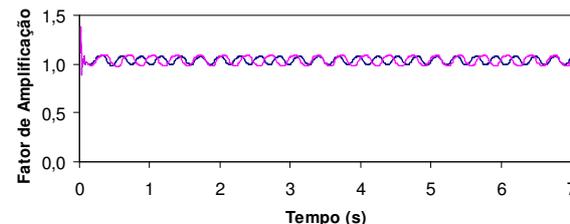
(a) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(b) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



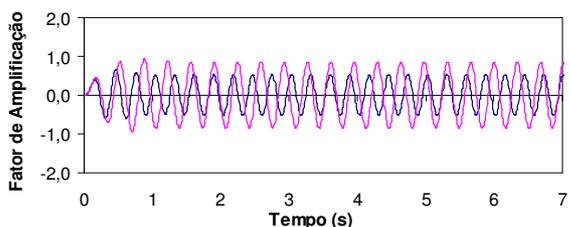
(c) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).



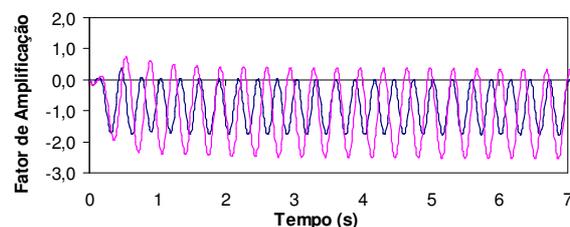
(d) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).

(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$

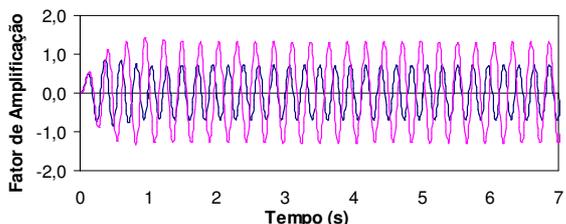
Figura C.26 – Fator de amplificação da reação F_y no apoio C. Grupo 2.



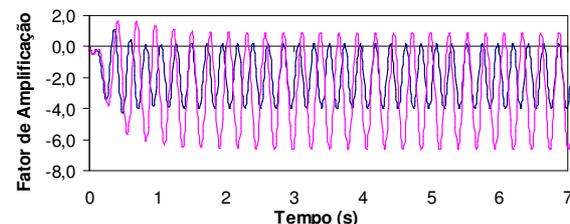
(a) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(b) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



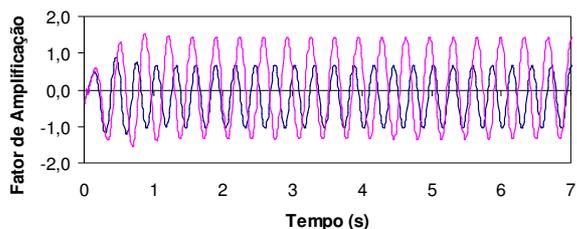
(c) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).



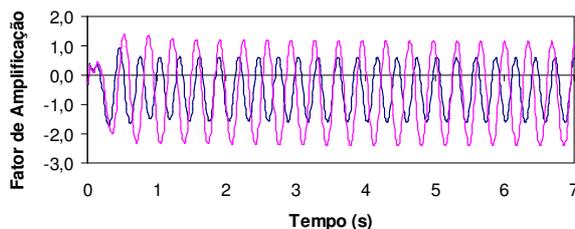
(d) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).

(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$

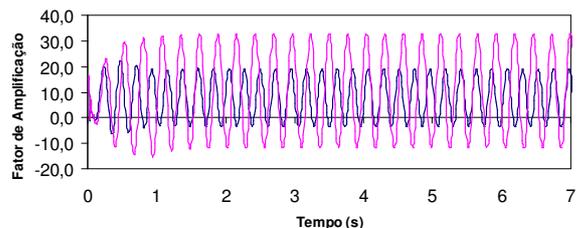
Figura C.27 – Fator de amplificação do deslocamento horizontal no ponto A. Grupo 3.



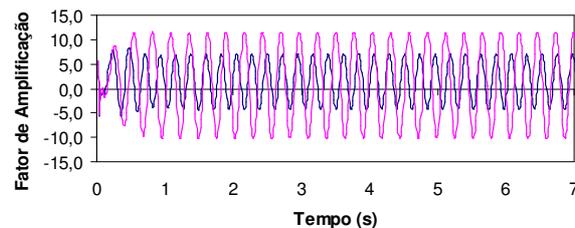
(a) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(b) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



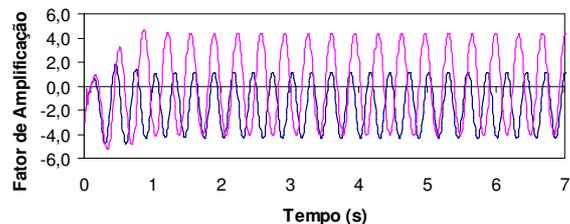
(c) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).



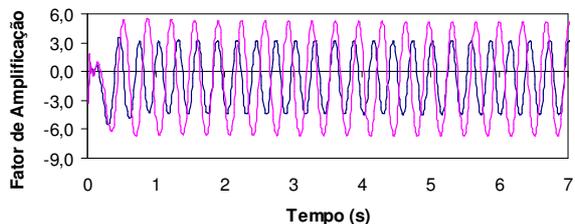
(d) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).

(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$

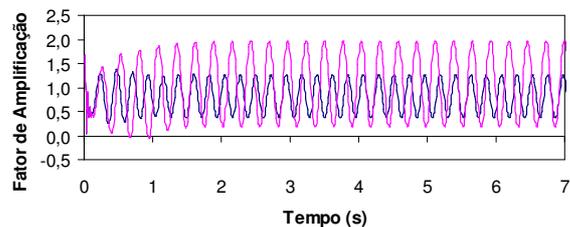
Figura C.28 – Fator de amplificação do momento no apoio C. Grupo 3.



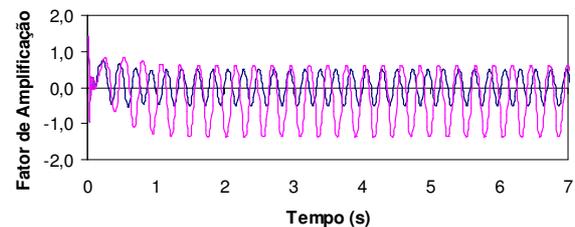
(a) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(b) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



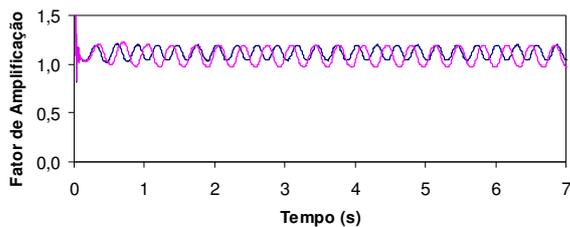
(c) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).



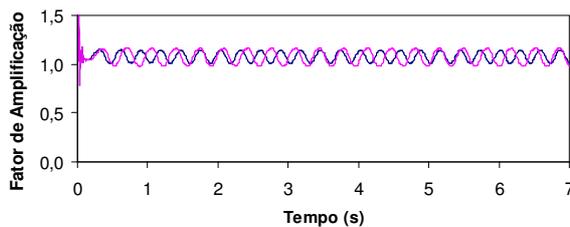
(d) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).

(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$

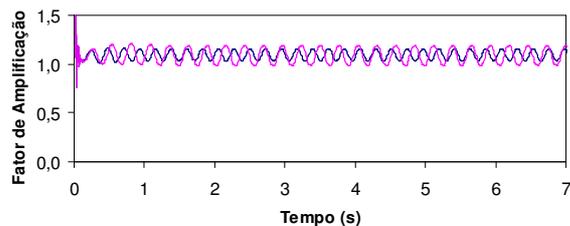
Figura C.29 – Fator de amplificação da reação F_x no apoio C. Grupo 3.



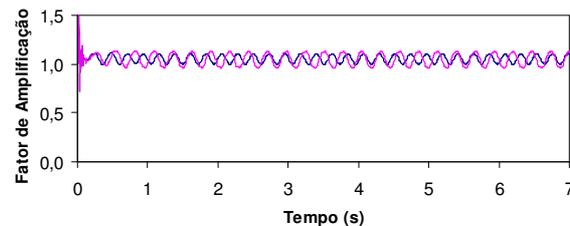
(a) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(b) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



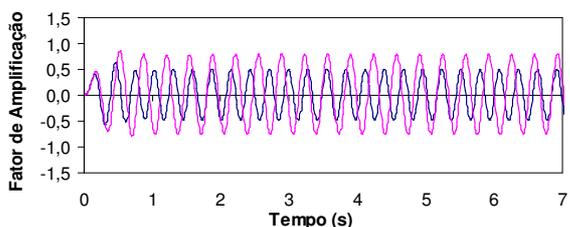
(c) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).



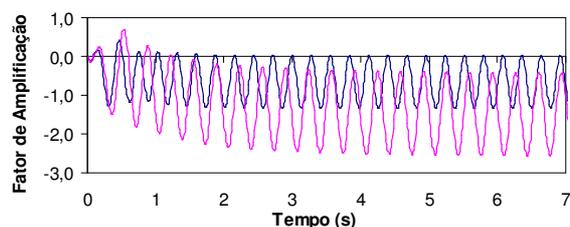
(d) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).

(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$

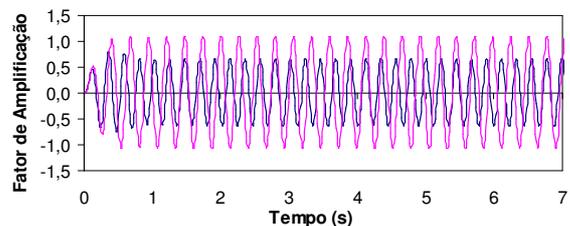
Figura C.30 – Fator de amplificação da reação F_y no apoio C. Grupo 3.



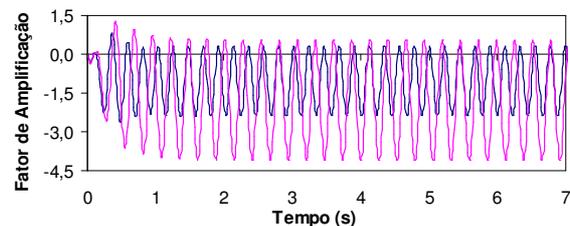
(a) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(b) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



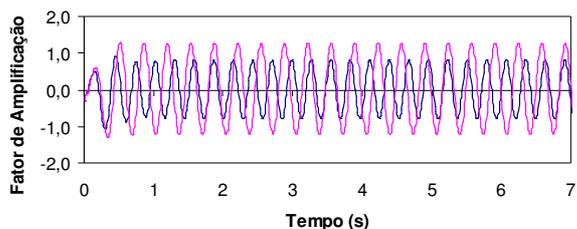
(c) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).



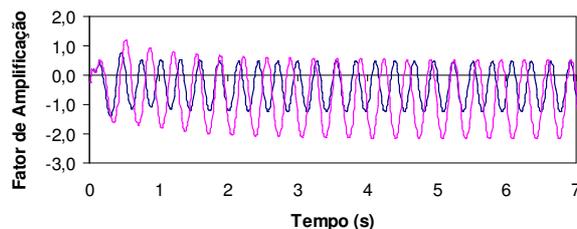
(d) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).

(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$

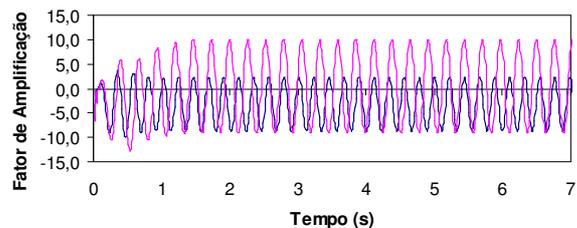
Figura C.31– Fator de amplificação do deslocamento horizontal no ponto A. Grupo 4.



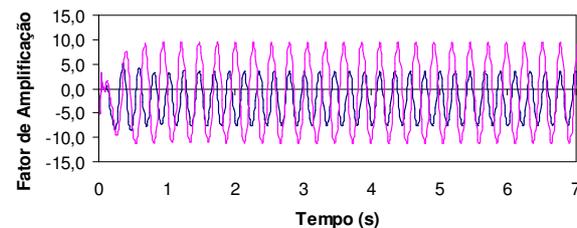
(a) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(b) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



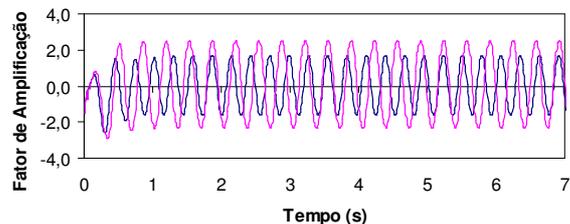
(c) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).



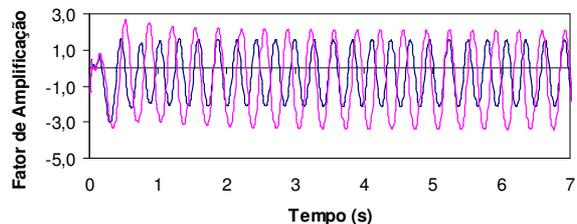
(d) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).

(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$

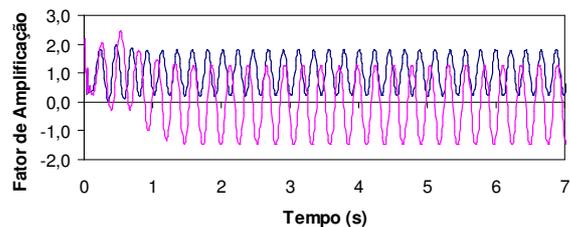
Figura C.32 – Fator de amplificação do momento no apoio C. Grupo 4.



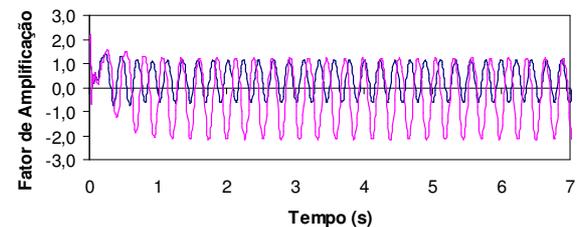
(a) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(b) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



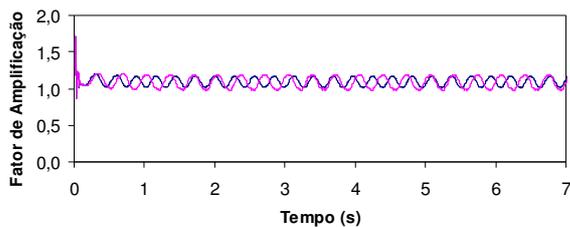
(c) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).



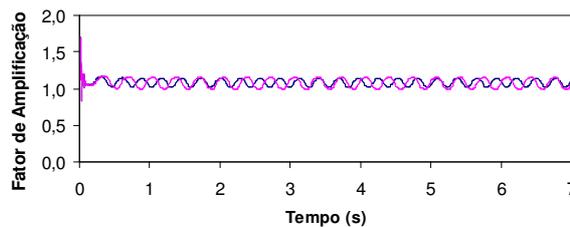
(d) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).

(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$

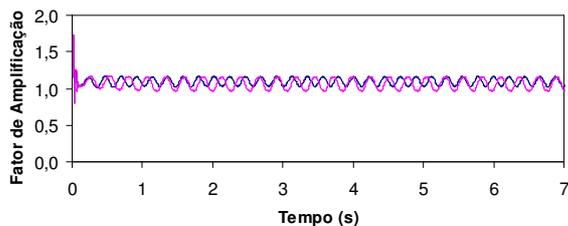
Figura C.33 – Fator de amplificação da reação F_x no apoio C. Grupo 4.



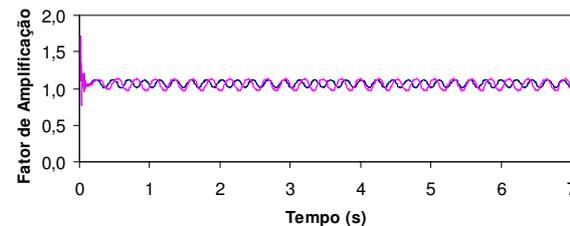
(a) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(b) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio semi-rígido (Placa de base: $S_{j,ini}=10.000\text{kNm/rad}$).



(c) Ligações viga-coluna semi-rígidas simétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).



(d) Ligações viga-coluna semi-rígidas assimétricas ($S_{j,ini}=11.000\text{kNm/rad}$). Apoio rígido (Engaste).

(*) — f_{01} — $1,20 f_{01}$

Figura C.34 – Fator de amplificação da reação F_y no apoio C. Grupo 4.