



**Universidade do Estado do Rio de Janeiro**  
Centro de Tecnologia e Ciências  
Faculdade de Engenharia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**Antonio Jorge de Figueiredo Ahi**

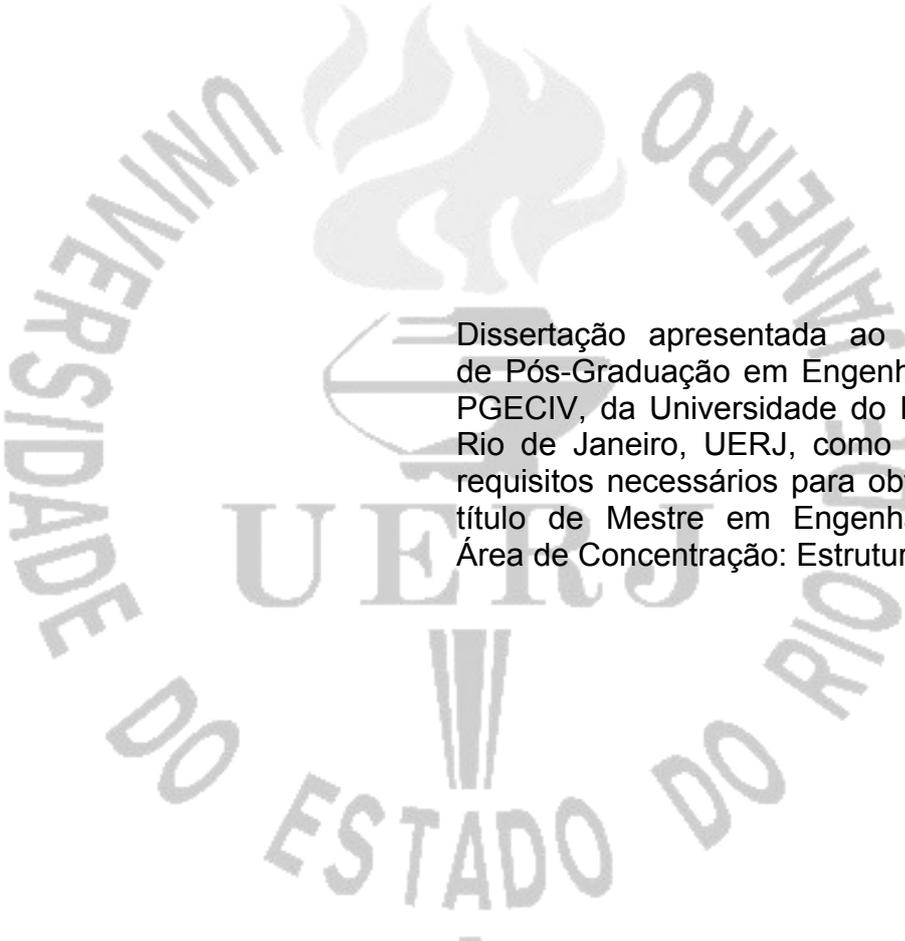
**Análise de Fadiga em Pontes Rodoviárias de Concreto Armado**

Rio de Janeiro

2009

Antonio Jorge de Figueiredo Ahi

## **Análise de Fadiga em Pontes Rodoviárias de Concreto Armado**



Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, PGE CIV, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, UERJ, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de Concentração: Estruturas.

**Orientador: Prof. José Guilherme Santos da Silva, DSc.**

**Co-orientador: Prof. Pedro Colmar Gonçalves da Silva Vellasco, PhD.**

**Co-orientador: Prof. Luciano Rodrigues Ornelas de Lima, DSc.**

Rio de Janeiro

2009

Antonio Jorge de Figueiredo Ahi

## **Análise de Fadiga em Pontes Rodoviárias de Concreto Armado**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, PGECIV, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, UERJ, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de Concentração: Estruturas.

Aprovado em 21 de Agosto de 2009.

Banca Examinadora:

---

**Prof. José Guilherme Santos da Silva, DSc - Presidente / Orientador**  
Departamento de Engenharia Mecânica - UERJ

---

**Prof. Pedro Colmar Gonçalves da Silva Vellasco, PhD - Co-Orientador**  
Departamento de Estruturas e Fundações - UERJ

---

**Prof. Raul Rosas e Silva, PhD**  
Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio

---

**Prof. Sebastião Arthur Lopes de Andrade, PhD**  
Departamento de Estruturas e Fundações - UERJ

---

**Profa. Maria Elizabeth da Nóbrega Tavares, DSc**  
Departamento de Estruturas e Fundações - UERJ

Rio de Janeiro

2009

## DEDICATÓRIA

A Deus, por ter me conduzido ao longo de todos estes anos, à minha mãe e minha esposa, pelo apoio, incentivo e compreensão, essenciais para meu aprimoramento acadêmico, profissional e pessoal.

## **AGRADECIMENTOS**

A Jeová, Deus fiel, pela sua bondade, dando-me todas as condições para chegar até aqui, além de me fornecer o discernimento necessário para desenvolver os trabalhos.

À minha querida mãe, pelo constante incentivo ao estudo ao longo da minha vida.

À minha amorosa esposa Nilda, por todo o apoio ao meu desenvolvimento acadêmico e pessoal.

Aos demais familiares, em especial minha irmã, sobrinhos e parentes de Castanhal, por todo o carinho e amizade.

Ao professor José Guilherme, orientador e amigo, pelos ensinamentos e constantes incentivos ao estudo e pesquisa, fundamentais para meu crescimento acadêmico.

Aos professores do PGECIV, por todo o conhecimento transmitido ao longo do curso de pós-graduação, no programa de mestrado.

Aos colegas de pós-graduação, pela busca conjunta ao conhecimento acadêmico, além do incentivo mútuo e amizade.

Ao colega Fernando Nahid, pelo estudo em conjunto e auxílio fundamental no processo de desenvolvimento da tese.

Pela confiança, agradeço aos parceiros da Concremat, em especial ao Zúñiga e à Gisele.

A CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pelo apoio financeiro.

A todos que, de alguma maneira, contribuíram na execução deste trabalho, ao longo dessa jornada.

“Feliz o homem que achou sabedoria e o homem que obtém discernimento, porque tê-la por ganho é melhor do que ter por ganho a prata, e tê-la como produto [é melhor] do que o próprio ouro.”

*Provérbios 3:13*

## RESUMO

AHI, Antonio Jorge de Figueiredo. *Análise de Fadiga em Pontes Rodoviárias de Concreto Armado*. 2009. 163f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Faculdade de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

As pontes rodoviárias de concreto armado estão sujeitas às ações dinâmicas variáveis devido ao tráfego de veículos sobre o tabuleiro. Estas ações dinâmicas podem gerar o surgimento das fraturas ou mesmo a sua propagação na estrutura. A correta consideração destes aspectos objetivou o desenvolvimento de um estudo, de forma a avaliar os esforços do tráfego de veículos pesados sobre o tabuleiro. As técnicas para a contagem de ciclos de esforços e a aplicação das regras de dano acumulado foram analisadas através das curvas S-N de diversas normas estudadas. A ponte rodoviária investigada é constituída por quatro vigas longitudinais, três transversinas e por um tabuleiro de concreto armado. O modelo computacional, desenvolvido para a análise dinâmica da ponte, foi concebido com base no emprego de técnicas usuais de discretização através do método dos elementos finitos. O modelo estrutural da obra de arte rodoviária estudada foi simulado com base no emprego de elementos finitos sólidos tridimensionais. Os veículos são representados a partir de sistemas “massa-mola-amortecedor”. O tráfego dessas viaturas é considerado mediante a simulação de comboios semi-infinitos, deslocando-se com velocidade constante sobre o tabuleiro da ponte. As conclusões deste trabalho versam acerca da vida útil de serviço dos elementos estruturais de pontes rodoviárias de concreto armado submetidas às ações dinâmicas provenientes do tráfego de veículos pesados sobre o tabuleiro.

Palavras-chave: Análise dinâmica, pontes rodoviárias esconsas de concreto, fadiga, modelagem computacional.

## ABSTRACT

Reinforced concrete highway bridges are subjected to dynamic actions of variable magnitude due to vehicles crossing on the deck pavement. These dynamic actions can generate the nucleation of fractures or even their propagation on the structure. This way, the behaviour and reliability can be compromised and the bridge service life can be reduced. The stress cycles counting techniques and the cumulative damage rules application had been analyzed through S-N curves, based on an extensive revision of concrete bridges service life and theoretical fatigue aspects in reinforced concrete structures, as well as considering the recommended procedures used for the concrete structures main codes. A reinforced concrete skew bridge with spanning 16.5m was investigated in this work. The computational model, developed for the composite bridge dynamic analysis, adopted the usual mesh refinement techniques present in finite element method simulations implemented in the ANSYS program. These viactures are simulated by spring-mass models and the transit are considered by means of semi infinity convoys, displaced with constant velocity across the deck pavement. The proposed analysis methodology and the procedures presented in the design codes were applied, in order to evaluate the bridge fatigue determining the structure service life. The conclusions of this paper have the objective of alerting structural engineers to the possible distortions, associated to the reinforced concrete bridges service life when subjected to dynamic actions due to vehicles crossing on the deck pavement surface.

Key-words: *Dynamical analysis, concrete highway skew bridges, fatigue, computational modeling.*

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 - Tensões variáveis, Leitão (2009) .....	35
Figura 2.2 - Exemplo de tensão com amplitude variável e aleatória, Leitão (2009) ..	36
Figura 2.3 - Exemplo esquemático de uma curva S-N, Leitão (2009) .....	39
Figura 2.4 - Modelo de gráfico de tensões ao longo do tempo, Leitão (2009) .....	41
Figura 2.5 – Gráfico de tensões reduzido a picos e vales, Leitão (2009) .....	41
Figura 2.6 - Metodologia de fluxo (gota de chuva) para picos e vales, Leitão (2009)	42
Figura 2.7 - Exemplo de aplicação do método Rainflow, Leitão (2009) .....	43
Figura 2.8 - Contagem dos ciclos do exemplo de aplicação ilustrado para o método Rainflow, Leitão (2009) .....	44
Figura 4.1 - Classificação dos elementos, curvas S-N, BS 5400 (1980) .....	49
Figura 4.2 - Definição das tensões $ \sigma_{c1} $ e $ \sigma_{c2} $ , CEB (1990) .....	54
Figura 4.3 - Curva de tensão característica de fadiga (curvas S-N), CEB (1990) .....	56
Figura 4.4 - Curvas de resistência à fadiga para intervalos de tensão normal, EUROCODE 2 (2002) .....	61
Figura 4.5 - Gráfico com o formato das curvas de resistência característica à fadiga (curvas S-N) para o aço embutido no concreto .....	67
Figura 5.1 - Planta baixa - unidades em m .....	71
Figura 5.2 - Vista longitudinal esquerda – unidades em m .....	71
Figura 5.3 - Vista longitudinal esquerda – unidades em m .....	71
Figura 5.4 - Seção transversal típica da ponte .....	72

Figura 5.5 - Esquema da carreta utilizada na prova de carga estática e dinâmica. ..	75
Figura 5.6 - Posicionamento dos acelerômetros na ponte. ....	75
Figura 5.7 – Espectros de freqüências obtidos pelos acelerômetros .....	77
Figura 5.8 - Comparativo entre o resultado do acelerômetro, em vermelho, e do modelo do Ansys (2005), em azul .....	78
Figura 6.1 - Modelo de veículo tridimensional desenvolvido por Santos (2007) .....	79
Figura 6.2 - Veículo tipo “TB-45” da NBR 7188 (1984) .....	80
Figura 6.3 - Modelo de veículo com 5 graus de liberdade, Almeida (2006). ....	81
Figura 6.4 - Modos de vibração do veículo .....	82
Figura 6.5 - Descrição dos modelos de veículos.....	83
Figura 6.6 - Comboio com 2 veículos TB-45 .....	84
Figura 6.7 - Comboio com 3 veículos TB-45 .....	85
Figura 7.1 - Modelo em elementos finitos .....	87
Figura 7.2 - Elemento sólido, tipo SOLID45, Ansys (2005).....	87
Figura 7.3 - Generalização da passagem dos comboios sobre a estrutura .....	89
Figura 7.4 - Modelo da passagem de cargas nos nós da ponte.....	90
Figura 7.5 - Metodologia para geração de tabelas de carga simulando o comboio ..	91
Figura 8.1 - Modo de vibração referente à primeira freqüência natural: $f_{01}= 6,81$ Hz.	95
Figura 8.2 - Modo de vibração referente à segunda freqüência natural: $f_{02}= 9,41$ Hz. ....	95

Figura 8.3 - Modo de vibração referente à terceira frequência natural: $f_{03} = 16,47$ Hz. .....	96
Figura 8.4 - Modo de vibração referente à quarta frequência natural: $f_{04} = 18,65$ Hz.	96
Figura 8.5 - Modo de vibração referente à quinta frequência natural: $f_{05} = 23,43$ Hz.	96
Figura 8.6 - Modo de vibração referente à sexta frequência natural: $f_{06} = 27,18$ Hz. .	96
Figura 9.1 - Indicação dos pontos investigados na análise de tensões.....	97
Figura 9.2 - Comboio 1 - Dois caminhões espaçados em 10,00m do eixo dianteiro.	98
Figura 9.3 - Comboio 2 - Três caminhões espaçados em 6,50m do eixo dianteiro...	98
Figura 9.4 - Caso de carregamento 1: passagem dos veículos no eixo central .....	99
Figura 9.5 - Caso de carregamento 2: passagem dos veículos pela pista lateral .....	99
Figura 9.6 - Caso de carregamento 3: passagem dos veículos nas duas pistas ....	100
Figura 9.7 - Deslocamento vertical no meio do vão da viga VT1 (Ponto 1).....	101
Figura 9.8 - Tensões normais no meio do vão da viga VT1 (Ponto 1) .....	102
Figura 9.9 - Tensões normais no encontro entre as vigas VL2 e VT1 (Ponto 2).....	102
Figura 9.10 - Tensões normais no terço do vão da viga VL2 (Ponto 3) .....	102
Figura 9.11 - Tensões cisalhantes no encontro entre viga VL2 e Travessa 1 (Ponto 4) .....	102
Figura 9.12 - Tensões cisalhantes no encontro entre vigas VL1 e VT1 (Ponto 5)...	103
Figura 10.1 - Variação de tensão no tempo, Pravia (2003).....	107
Figura 10.2 - Valores obtidos pela rotina do Matlab (2007).....	107
Figura 10.3 - Obtenção das tensões na fase permanente .....	108

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Contagem dos ciclos, exemplo de aplicação do método Rainflow .....	43
Tabela 4.1 - Classificação dos elementos estruturais segundo BS 5400 (1980) .....	50
Tabela 4.2 - Valores característicos da curva S-N, BS 5400 (1980) .....	51
Tabela 4.3 - Fatores de probabilidade de colapso para as curvas S-N, .....	52
Tabela 4.4 - Parâmetros de curva S-N para armaduras embutidas no concreto, CEB .....	56
Tabela 4.5 - Parâmetros de curva S-N para as armaduras embutidas no concreto, EUROCODE 2 (2002) .....	60
Tabela 4.6 - Tipos da curva S-N.....	65
Tabela 4.7 - Parâmetros para as curvas S-N para os aços dentro do concreto .....	65
Tabela 5.1 - Propriedades geométricas da ponte.....	73
Tabela 5.2 - Características geométricas da seção transversal .....	73
Tabela 5.3 - Propriedades do concreto C20.....	74
Tabela 5.4 - Propriedades do aço .....	74
Tabela 6.1 - Características dinâmicas do veículo, Almeida e Silva (2006) .....	81
Tabela 7.1 - Dados relacionados a malha de elementos finitos	88
Tabela 7.2 - Parâmetros $\alpha$ e $\beta$ usados na análise de vibração forçada	93
Tabela 8.1 - Freqüências naturais da ponte .....	94
Tabela 9.1 - Descrição dos pontos para análise das tensões .....	98

Tabela 9.2 - Valores máximos de tensão obtidos ao longo do estudo .....	104
Tabela 10.1 - Contagem dos ciclos com a rotina do Matlab (2007) .....	107
Tabela 10.2 - Estimativa de vida útil de acordo com as normas .....	109
Tabela 10.3 - Comboio 1. Caso de Carregamento 1.....	110
Tabela 10.4 - Comboio 1. Caso de Carregamento 2.....	110
Tabela 10.5 - Comboio 1. Caso de Carregamento 3.....	111
Tabela 10.6 – Comboio 2. Caso de Carregamento 1.....	111
Tabela 10.7 - Comboio 2. Caso de Carregamento 2.....	112
Tabela 10.8 - Comboio 2. Caso de Carregamento 3.....	112

## LISTA DE SÍMBOLOS

D	- Taxa de dano acumulado
k	- Nº de diferentes níveis de tensão numa seqüência específica de carregamento
n	- Nº de ciclos de tensão com determinada amplitude
N	- Nº de ciclos de tensão necessários para ocorrer falha
E	- Módulo de elasticidade
$f_{ck}$	- Resistência característica a compressão do concreto
$\nu$	- Coeficiente de Poisson
$\rho$	- Massa específica
$\varepsilon_s$	- Deformação do aço, CEB (1990)
$\varepsilon_c$	- Deformação do concreto, CEB (1990)
$\Delta\varepsilon_{Sr}$	- Aumento da deformação do aço no estado de fissuração, CEB (1990)
$\Delta f_{sk}$	- Variação da tensão no aço, NBR 7187 (1987)
$\sigma_R$	- Faixa de variação de tensão admissível, BS 5400 (1980)
$K_0$	- Constante relativa à curva S-N média, BS 5400 (1980)
m	- Parâmetro associado a inclinação das curvas, EUROCODE (2003), BS 5400 (1980)
$\Delta$	- Inverso do desvio padrão de $\log(N)$ , BS 5400 (1980)
d	- Número de desvios padrão em relação à média, BS 5400 (1980)
$\Delta\sigma_{Rsk}$	- Faixa de tensão normal referente a $10^8$ ciclos, CEB (1990)
$\gamma_{Sd}$	- Fator de segurança do aço de projeto, CEB (1990)
$\sigma_{Ss}$	- Tensão de serviço do aço, CEB (1990)
$\gamma_{S,fat}$	- Fator de segurança do aço à fadiga, CEB (1990)
$\sigma_C$	- Tensão no concreto, CEB (1990)
$\eta_C$	- Fator médio considerando-se o gradiente de tensão, CEB (1990)
$f_{cd,fat}$	- Resistência à compressão de fadiga de projeto, CEB (1990)
$f_{ctd,fat}$	- Resistência à tração de fadiga de projeto, CEB (1990)
$\gamma_{C,fat}$	- Fator de segurança do aço à compressão e fadiga, CEB (1990)
Q	- Máximo efeito da fadiga em ação, CEB (1990)
$\phi$	- Diâmetro da barra de aço, CEB (1990)

$\xi$	- Fator de redução, CEB (1990)
$S_{cd}$	- Efeito da compressão do carregamento dinâmico de projeto, CEB (1990)
$S_{td}$	- Efeito da tração do carregamento dinâmico de projeto, CEB (1990)
$\log(a)$	- Constante determinada de modo a definir a equação da reta, EUROCODE 2 (2002)
$D_{Ed}$	- Dano acumulado, EUROCODE 2 (2002)
$n(\Delta\sigma_i)$	- Número de ciclos associados com cada faixa de tensão, EUROCODE 2 (2002)
$N(\Delta\sigma_i)$	- Número de ciclos tolerados para cada faixa de tensão, EUROCODE 2 (2002)
$\gamma_F$	- Fator de segurança parcial de $\Delta\sigma_{E,2}$ ou $\Delta\tau_{E,2}$ , EUROCODE 2 (2002)
$\gamma_{Ed}$	- Fator de segurança parcial de $\Delta\sigma_C$ , EUROCODE 2 (2002)
$\gamma_{S,fat}$	- Fator de segurança à fadiga, EUROCODE 2 (2002)
$\Delta\sigma_{S,equ}(N^*)$	- Faixa de tensão do dano equivalente para diferentes casos e considerando o número de ciclos de carregamento, EUROCODE 2 (2002)
$R_{equ}$	- Faixa de tensão normal, EUROCODE 2 (2002)
$E_{cd,min,equ}$	- Nível de tensão compressiva mínimo, EUROCODE 2 (2002)
$E_{cd,max,equ}$	- Nível de tensão compressiva máximo, EUROCODE 2 (2002)
$f_{cd,fat}$	- Resistência do concreto à fadiga de projeto, EUROCODE 2 (2002)
$\sigma_{cd,max,equ}$	- Maior tensão da amplitude final para N ciclos, EUROCODE 2 (2002)
$\sigma_{cd,min,equ}$	- Menor tensão da amplitude final para N ciclos, EUROCODE 2 (2002)
$\beta_{cc}(t_0)$	- Coeficiente para resistência do concreto na aplicação do primeiro carregamento, EUROCODE 2 (2002)
$t_0$	- Tempo do primeiro carregamento do concreto em dias, EUROCODE 2 (2002)
$\Delta f_{sd,fad,min}$	- Resistência à fadiga em termos de faixa de tensões

$f_y$	-	Tensão de escoamento
$f_u$	-	Tensão última
$M$	-	Matriz de massa
$K$	-	Matriz de rigidez
$\xi_i$	-	Taxa de amortecimento do modo i
$\omega_{0i}$	-	Frequência natural circular do modo i
$f_{0i}$	-	Frequência natural do modo i
$u$	-	deslocamento
$\dot{u}$	-	velocidade
$\ddot{u}$	-	aceleração
$\phi$	-	modo de vibração
$\xi_p$	-	fração de amortecimento
$\Phi(\omega_0)$	-	coeficiente de amplitude

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

UERJ	Universidade do Estado do Rio de Janeiro
PUC - Rio	Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro
NBR	Norma Brasileira
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
AISC	American Institute of Steel Construction
BS	British Standards
CEB	Comité Euro-international du Béton
EUROCODE	European Standard
cm	Centímetro
f(Hz)	Freqüência em hertz
f	Freqüência de excitação
g	Gravidade
Hz	Hertz
kN	Kilonewton
kN/m <sup>2</sup>	Kilonewton por metro quadrado
m <sup>3</sup>	Metro cúbico
m <sup>2</sup>	Metro quadrado
MEF	Método dos elementos finitos
min	Minutos
MPa	Megapascal
N	Newton
N/m <sup>2</sup>	Newton por metro quadrado
T	Período da atividade em (s)
seg	Segundos
Nº	Número
$\Delta_t$	Intervalo de tempo
°C	Graus Celsius

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	22
1.1	Apresentação e Relevância.....	22
1.2	Motivação e objetivo.....	23
1.3	Estado da arte .....	23
1.4	Escopo do trabalho .....	32
2	CONCEITOS SOBRE FADIGA ESTRUTURAL.....	34
2.1	Introdução ao assunto .....	34
2.2	Fadiga Estrutural .....	35
2.2.1	Conceituação de fadiga .....	35
2.2.2	Regimes de fadiga.....	36
2.2.3	Modelos de danos e seus diferentes enfoques .....	37
2.2.4	Análise à fadiga - curvas S-N .....	38
2.2.5	Método para contagem de ciclos.....	40
2.2.6	Técnicas de avaliação de fadiga .....	44
3	RESISTÊNCIA DO CONCRETO ARMADO À FADIGA.....	45
3.1	Introdução.....	45
3.2	Resistência do concreto à fadiga.....	45
3.3	Resistência do aço à fadiga.....	46
4	NORMAS DE PROJETO .....	48
4.1	Introdução.....	48
4.2	British Standard 5400 - BS 5400 (1980).....	48
4.2.1	Critérios de dimensionamento .....	48
4.2.2	Classificação dos detalhes .....	49
4.2.3	Ciclos de carregamento.....	50
4.2.4	Resistência à fadiga .....	51
4.2.5	Considerações sobre a norma.....	52
4.3	Comité Euro-International du Béton - CEB (1990).....	52
4.3.1	Critérios de dimensionamento .....	52
4.3.1.1	Barras de aço .....	53

4.3.1.2	Concreto .....	53
4.3.2	Resistência à fadiga .....	55
4.3.2.1	Barras de aço .....	55
4.3.2.2	Concreto .....	57
4.3.3	Verificação pelo espectro de níveis de carregamento .....	58
4.3.4	Considerações sobre as recomendações do CEB .....	59
4.4	European Standard - Eurocode 2: design of concrete structures (2002) .....	59
4.4.1	Critérios de dimensionamento .....	60
4.4.2	Classificação do concreto utilizado .....	60
4.4.3	Ciclos de carregamento .....	61
4.4.4	Verificação do concreto usando-se a faixa de tensão de dano equivalente ...	63
4.4.5	Considerações sobre a norma .....	64
4.5	Norma Brasileira NBR 6118 (2003) .....	64
4.5.1	Critérios de dimensionamento .....	65
4.5.2	Considerações sobre a norma .....	67
5	MODELO ESTRUTURAL E DESCRIÇÃO DOS TESTES EXPERIMENTAIS	69
5.1	Introdução .....	69
5.2	Modelo estrutural da ponte .....	69
5.3	Testes experimentais realizados na ponte .....	74
5.3.1	Prova de carga dinâmica .....	74
5.3.2	Calibração dos resultados numéricos com os obtidos experimentalmente ...	76
6	MODELAGEM DA CARGA MÓVEL .....	79
6.1	Generalidades .....	79
6.2	Modelagem dos veículos .....	79
6.3	Comboios de veículos empregados na análise .....	84
6.3.1	Primeiro comboio: 2 veículos TB-45 com 10,0 metros de espaçamento .....	84
6.3.2	Segundo comboio: 3 veículos TB-45 com 6,5 metros de espaçamento .....	84
7	MODELO NUMÉRICO-COMPUTACIONAL .....	86
7.1	Introdução .....	86
7.2	Modelo numérico .....	86
7.3	Descrição dos elementos finitos .....	87

7.4	Esquema de aplicação das cargas dinâmicas.....	88
7.5	Modelagem do amortecimento .....	91
8	ANÁLISE DOS AUTOVALORES E AUTOVETORES.....	94
8.1	Introdução.....	94
8.2	Análise das frequências naturais (autovalores).....	94
8.3	Análise dos modos de vibração (autovetores).....	95
9	ESTUDO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DO MODELO ESTRUTURAL INVESTIGADO.....	97
9.1	Introdução.....	97
9.2	Pontos estruturais investigados.....	97
9.3	Comboios de veículos empregados na análise .....	98
9.4	Casos de carregamento investigados na dissertação .....	99
9.5	Análise no domínio do tempo .....	100
9.5.1	Comboio 2. Caso de carregamento 3.....	101
9.6	Análise global dos históricos de tensões apresentados .....	104
10	VERIFICAÇÃO À FADIGA.....	106
10.1	Generalidades .....	106
10.2	Contagem de ciclos .....	106
10.3	Análise da fadiga .....	108
10.3.1	Cálculo da vida útil da ponte para os diversos comboios e casos de carga .....	109
11	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	116
11.1	Generalidades .....	116
11.2	Conclusões.....	116
11.3	Sugestões para Trabalho Futuros .....	119
	REFERÊNCIAS.....	121
	ANEXO A – Gráficos da tensão devido a passagem dos comboios .....	129
A.1.	Comboio 1. Caso de carregamento 1. Efeito do peso .....	129
A.2.	Comboio 1. Caso de carregamento 2. Efeito do peso .....	130

A.3. Comboio 1. Caso de carregamento 3. Efeito do peso .....	131
A.4. Comboio 2. Caso de carregamento 1. Efeito do peso .....	132
A.5. Comboio 2. Caso de carregamento 2. Efeito do peso .....	133
ANEXO B - Tabelas de estimativa de dano acumulado e vida útil, efeito da mobilidade da carga, velocidade de 40km/h .....	134
B.1. Comboio 1 (Figura 9.2). Caso de carregamento 1 (Figura 9.4) .....	134
B.2. Comboio 1 (Figura 9.2). Caso de carregamento 2 (Figura 9.5) .....	136
B.3. Comboio 1 (Figura 9.2). Caso de carregamento 3 (Figura 9.6) .....	139
B.4. Comboio 2 (Figura 9.3). Caso de carregamento 1 (Figura 9.4) .....	141
B.5. Comboio 2 (Figura 9.3). Caso de carregamento 2 (Figura 9.5) .....	144
B.6. Comboio 2 (Figura 9.3). Caso de carregamento 3 (Figura 9.6) .....	146
ANEXO C - Exemplo de APDL para análise modal.....	149

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Apresentação e Relevância

Atualmente, nota-se um crescente interesse na análise dinâmica das pontes e viadutos rodoviários e ferroviários. Esse fato é corroborado por acidentes trágicos recentes, onde a causa é diretamente relacionada à ressonância, resultado da solicitação dinâmica dessas estruturas, cujas amplitudes de frequência ultrapassam significativamente uma análise estática.

No caso de pontes e viadutos existentes, fatos como esses impõe a necessidade do estudo da capacidade de carga e análise dinâmica, de forma a classificá-los para as solicitações a que estão sujeitas. Isso é feito com base nas normas vigentes, e por meio de ensaios experimentais, comumente denominados de prova de carga, sendo estática ou dinâmica.

Nesses estudos, tem-se tornado fundamental a modelagem matemática computacional, simulando a estrutura o mais fielmente possível, de forma a se conhecer precisamente as tensões e deformações presentes nos elementos estruturais.

Via de regra as estruturas são projetadas de forma a se satisfazer as condições de serviço e de segurança com relação à sua ruptura, atendendo aos estados limites último (ELU) e de serviço (ELS).

Atualmente, a norma brasileira para projeto de pontes e viadutos (NBR 7187/87) considera que o carregamento atuante nessas obras de arte é do tipo estático, adotando para a solicitação dinâmica a equivalência com os pontos onde surgem os piores efeitos estáticos.

Para essa equivalência utiliza-se um coeficiente de impacto, obtido em função do vão da ponte, para se majorar os efeitos da solicitação dinâmica, desconsiderando-se outros fatores como rigidez, amortecimento e massa da estrutura.

Dessa forma, os cálculos concernentes ao estudo pela norma perdem em precisão, com relação aos atuais métodos de análise estrutural. A geração de um modelo matemático da ponte esconsa, considerando os efeitos retro citados, permitiu verificar algumas particularidades, conforme será explanado neste trabalho.

## 1.2 Motivação e objetivo

Considerando-se a relevância do assunto em questão, desenvolve-se neste trabalho de pesquisa um estudo sobre o comportamento dinâmico e, bem como, verificação à fadiga de tabuleiros rodoviários, objetivando analisar a influência de veículos pesados sobre o comportamento estrutural de pontes rodoviárias de pequeno vão, esconsas e em concreto armado.

A metodologia de análise desenvolvida contempla uma análise dinâmica no domínio do tempo e os resultados alcançados, em termos de deslocamentos e tensões, respaldam uma análise de fadiga sobre a obra de arte rodoviária investigada. Este estudo considera a influência da velocidade, do espaçamento e do número de veículos sobre a resposta estrutural da ponte e os resultados obtidos nesta dissertação são comparados com resultados experimentais.

## 1.3 Estado da arte

O estudo dos efeitos causados pelas vibrações em estruturas de pontes e viadutos rodoviários iniciou-se aproximadamente em 1850 por Willis, que abordou as causas do colapso da Chester Railway Bridge, e daí em diante motivado pela utilização de novos veículos com velocidades maiores e mais pesados.

Acredita-se também que as primeiras rupturas por fadiga passaram a ter certa importância em meados do século XIX. Essa importância se deu principalmente por aspectos econômicos.

Em 1994, o custo de manutenção no Canadá girava em torno de 20 milhões de euros por ano, para pontes rodoviárias de concreto, Green et Cebon (1994). Em 2004, nos Estados Unidos da América, aproximadamente 200.000 pontes rodoviárias precisavam de reparos ou reforços, Qiao, Yang et Mosallam (2004).

Na China, por exemplo, nos últimos 20 anos o transporte rodoviário cresceu exponencialmente. Uma grande quantidade de novas pontes têm sido construída; entretanto, a capacidade de carga precisa ser reavaliada, sendo seu dimensionamento previsto para vida útil de 20 anos, exceto em caso de séria fissuração, Mei, Qin et Lin (2003).

Os primeiros estudos conhecidos sobre fadiga são da autoria do engenheiro alemão August Wöhler e foram realizados em eixos de locomotivas cujas rupturas eram muito freqüentes na indústria ferroviária alemã por volta de 1840, Pravia (2003). Wöhler introduziu o conceito até hoje utilizado de curvas S-N, onde S é a amplitude de tensão aplicada (constante) e N é o número de ciclos até à ruptura.

A partir das curvas S-N, pode obter-se diretamente a faixa de tensão máxima em função de número de ciclos aplicados ao longo da vida útil da peça. Tais curvas são desenvolvidas através de ensaios em detalhes ou corpos de prova padronizados.

Ainda hoje, estas curvas constituem um dos métodos mais utilizados para representar os ensaios de fadiga dos materiais. Para faixa de tensão com amplitude variável ao longo do tempo, não existe uma correlação direta.

Dessa forma, Palmgreen (1924), apresentou algumas expressões para a correlação entre tensões cíclicas e tensões variáveis. Miner (1945) por sua vez, apresentou o conceito de dano acumulado, cuja teoria se faz presente na maioria das normas internacionais sobre o assunto.

Com o passar dos anos, a evolução dos estudos possibilitou uma modelagem mais detalhada e real no que diz respeito a estruturas de pontes e modelos de carregamentos de veículo mais condizentes com a realidade.

Esses avanços se faziam necessários, pois o problema de fadiga em pontes rodoviárias se associava à modelagem real de estruturas e veículos.

Dessa forma o impacto das vibrações na estrutura através do método dos elementos finitos proveu grande avanço, apesar de recente, na análise de modelos de estrutura bi e tridimensional.

O carregamento dinâmico de obras de arte especiais e seus problemas são fonte de estudo desde meados do século XIX, em virtude do avanço tecnológico dos veículos, caracterizado nesse aspecto pelo aumento de suas velocidades e pesos.

YEONG-YANG e YEAN-SENG, (2000) utilizaram o método de Newmark e o esquema de diferenças finitas, fundamentais para a discretização das equações de movimento de um veículo, criando uma ferramenta capaz de simular veículos de diferentes complexidades, variando a carga e massa em movimento, barras rígidas em suspensão etc. A capacidade deste procedimento é demonstrada no estudo de vários fenômenos de interação veículo-ponte, inclusive aqueles causados pela frenagem de veículos.

ZHANG, VROUWENVELDER e WANDNIER (2001), simularam dois tipos de irregularidades no pavimento: aleatórias e não-aleatórias, e com isso analisaram, para dois tipos de tráfego (livre e congestionado), os fatores de amplificação dinâmicos e as cargas equivalentes uniformemente distribuídas provenientes de tráfegos eventuais em pontes.

SAVIN (2001), deduziu expressões analíticas para o cálculo do fator de amplificação dinâmico e características do espectro de resposta para pontes fracamente amortecidas com diversas condições de contorno, submetidas a passagem de cargas móveis com velocidade constante.

GRECO e SANTINI (2002) apresentaram a eficácia dos coeficientes de amortecimento na redução das amplitudes das respostas dinâmicas, desenvolvido por uma análise paramétrica. Um estudo comparativo entre as respostas exatas, obtidas mediante uma análise modal complexa, e as aproximações destas, fornecidas por uma análise modal clássica, apresenta diferenças significativas, nas quais as respostas exatas possuem maiores valores do que as suas aproximações.

LIU, HUANG e WANG (2002), selecionaram quatro comprimentos de ponte em concreto protendido e quatro tipos comuns de veículos são selecionados para a modelagem tridimensional e análise. A superfície irregular da ponte é baseada em um processo randômico ao longo da direção transversal do pavimento. Os resultados indicam que os valores do fator de impacto induzidos pelas cargas elevadas são, geralmente, menores do que aqueles indicados pela "American Association of State Highway and Transportation Officials Specification".

SILVA (1996 e 2002) avaliou os efeitos das irregularidades superficiais sobre o comportamento dos tabuleiros rodoviários, mediante estudo paramétrico. Respalado nos resultados obtidos, foi proposto um coeficiente de majoração de esforços estáticos que considera todas as ações dinâmicas verticais provenientes dos veículos, inclusive as irregularidades da pista. Pela análise dos resultados, percebe-se que o coeficiente de majoração dos efeitos estáticos não abrange todas as ações dinâmicas verticais provenientes dos veículos, inclusive as irregularidades da pista, visto que estas últimas geram esforços dinâmicos significativamente maiores em relação aos efeitos estáticos.

NASSIF e LIU (2003), analisaram a resposta dinâmica de pontes, empregando um modelo 3D para a avaliação da interação ponte-pavimento-veículo. As viaturas são idealizadas como sistemas tri-dimensionais com onze graus de

liberdade, possuindo um conjunto de suspensões e pneus de comportamento não-linear. As irregularidades do pavimento são geradas através de um processo Gaussiano randômico. Os resultados mostram que o fator de amplificação dinâmico é fortemente dependente da qualidade da superfície do pavimento, da suspensão do veículo e da geometria da ponte.

SANTOS (2003), elaborou um estudo de normas e códigos de diversos países sobre a ação do carregamento móvel sobre pontes rodoviárias, onde se definiram combinações de veículos de cargas (CVC's) e estudaram-se as conseqüências e a viabilidade do tráfego. Compararam-se os esforços solicitantes provocados pelas CVC's e os veículos previstos por normas em diversos sistemas estruturais e por meio da verificação da capacidade portante de um projeto típico. A conclusão mostra a importância de reavaliar a ação do carregamento móvel sobre as pontes rodoviárias, constatando a existência de CVC's que, apesar de atenderem às exigências estabelecidas pelo Conselho Nacional de Trânsito (CONTRAN), são incompatíveis com as obras de arte especiais da malha viária nacional.

LAW & ZHU (2004), apresentaram dois trabalhos de avaliação do comportamento de pontes sob cargas veiculares. No primeiro, analisaram o comportamento dinâmico de pontes de concreto armado danificadas submetidas à passagem de veículos, que foram modelados como massas se deslocando sobre o tabuleiro da ponte ou como sistemas com quatro graus de liberdade. Os efeitos de diversos parâmetros, como a velocidade dos veículos e qualidade da superfície do pavimento são considerados em suas análises. No segundo, avaliou-se o comportamento dinâmico de tabuleiros contínuos com seção não-uniforme, sobre apoios elásticos, submetidos à passagem de veículos, onde é considerada a interação entre a estrutura, a irregularidade do pavimento e os veículos, sendo estes modelados como cargas móveis com espaçamento fixo. O efeito da frenagem dos veículos sobre a ponte também é considerado neste trabalho.

SILVA (2005) estudou o desempenho dinâmico dos pavimentos irregulares das pontes rodoviárias, propondo uma metodologia de análise que avalia os efeitos dinâmicos, deslocamentos e tensões nas lajes das pontes rodoviárias, devido aos deslocamentos dos veículos igualmente espaçados em sucessão infinita e velocidade constante, definidos por um modelo probabilístico, considerando apenas a resposta permanente. Um modelo matemático assumiu a representação do elemento finito da laje como uma viga e os veículos simulados como parâmetros

concentrados de massas, rigidez e amortecimento. Um bom conhecimento da densidade espectral do pavimento definiu a rugosidade da superfície.

KIM, KAWATANI e KIM. (2005), fizeram uma análise numérica utilizando as equações de Lagrange e o método de Newmark, comparando-os com resultados experimentais, propondo uma análise tridimensional de modo a obter respostas dinâmicas do estudo interação veículo-estrutura, obtendo assim resultados bastante satisfatórios.

LEE e YHIM (2005), estudaram o comportamento dinâmico de uma ponte com viga-caixão de longo vão, submetida a cargas móveis: análise numérica e verificação experimental, utilizando o método Lagrangeano e elementos finitos de Hermite, em modelos 3D com elementos de casca, formulando-se 6 graus de liberdade. O resultado numérico mostra boa aceitação com os dados experimentais para uma viga caixão existente de concreto em ponte de 2 vãos, sob tráfego de veículos em várias velocidades.

LIN e YANG (2005), estudaram a probabilidade do uso de um veículo de passagem para se obter a frequência fundamental de uma ponte. O veículo utilizado é um caminhão articulado, transitando a menos de 40 km/h. Utilizaram-se acelerômetros para se fazer um estudo experimental, o que gerou bons resultados comparativos., e concluindo-se que para se obter a segunda e demais frequências da ponte, necessita-se incrementar os níveis de resolução da transformada de Fourier.

ROSSIGALI (2006) estudou a durabilidade e o comportamento de pavimentos e obras de arte rodoviárias, considerando projetos com modelos de cargas móveis, definidos por estudos probabilísticos, de forma que produzam efeitos similares ao do tráfego de veículos reais, obtidos a partir da análise criteriosa dos dados de tráfego rodoviário publicados pelo Departamento Nacional de Infra-estrutura de Transportes (DNIT). Neste presente trabalho, são geradas análises de projetos reais de pontes rodoviárias em concreto armado, avaliando a influência da qualidade do pavimento na magnitude da resposta dinâmica da estrutura.

ALMEIDA (2006) analisou parametricamente as vibrações em pontes rodoviárias provenientes da interação dos veículos com pavimentos irregulares, definidas por um modelo matemático não-determinístico. Simulou-se o tabuleiro por uma viga unidimensional com base em elementos finitos, representando os veículos como quatro modelos distintos, com um eixo e uma massa, com um eixo e duas

massas, com dois eixos e três massas e com três eixos e quatro massas respectivamente, todos com sistema de massa, mola e amortecedores.

KIM, KAWATANI e KWON (2006), simularam um tráfego tridimensional com caminhões pesados de 3 eixos para analisar o coeficiente de impacto em uma ponte reforçada com laje de concreto sobre vigas metálicas treliçadas, analisando a resposta das pontes, combinada com a técnica de Monte Carlo. Os resultados mostram que a superfície rugosa é o fator de maior influência no coeficiente de impacto na laje.

Utilizando um organograma, mostra de maneira iterativa o processo pelo método de Newmark. O estudo paramétrico mostra que a probabilidade de fadiga tende a crescer com o decréscimo da qualidade do concreto. O maior coeficiente de impacto resulta na pior condição da superfície de uma rodovia, e o tráfego de alta velocidade pode acelerar o tempo e causar fadiga prematura no tabuleiro de concreto.

GONZÁLEZ, LI e OBRIEN (2006), estudaram a rugosidade de um pavimento de uma ponte rodoviária como um indicador da amplificação da ponte. O sistema veículo-ponte é composto por uma viga de Euler-Bernoulli simplesmente apoiada com 15 e 25 metros, suportando veículos de 2 eixos com 15 toneladas, generalizados pela simulação de Monte Carlo. Também é utilizado o índice de irregularidade da ponte (BRI) para representar um tipo estimado de amplificação dinâmica para as propriedades do veículo-chave. Conclui-se que os fatores de BRI para os vãos de 15 e 25m são completamente diferentes. O BRI é valioso à medida em que fornece introspectivamente a contribuição que a rugosidade da pista afeta na dinâmica, destacando-se também a importância do local e a sensibilidade da amplificação dinâmica para as irregularidades em pontos particulares, antes e depois da ponte.

AMORIM (2007) avaliou a resposta dinâmica de pontes rodoviárias com pavimentos irregulares e comparou com a metodologia de projeto proposta pela NBR 7187. Para tal, ele fez uma análise semelhante ao do ALMEIDA (2006), só que considerando uma análise apenas dois tipos de veículos (TB-12 e TB-45) e estudando as respostas dinâmicas de dois modelos estruturais existentes.

MELO (2007), com intuito de determinar de forma mais precisa os valores do coeficiente de impacto adotadas em pontes no Brasil, desenvolveu e implementou um modelo analítico-numérico simplificado para representar a interação veículo-

pavimento-estrutura. Nesta modelagem, a ponte foi representada por modelo unifilar com propriedades de rigidez à flexão e à torção e o veículo de 3 eixos é simulado por um sistema plano de 5 graus de liberdade. A comparação entre os resultados numéricos e os correspondentes resultados experimentais demonstrou a validade do modelo. Apresentou também um estudo paramétrico do fator de amplificação dinâmica da resposta em deslocamentos para pontes típicas de vãos curtos no Brasil.

SANTOS (2007) estudou os efeitos danosos causados às pontes rodoviárias pelo fenômeno de interação dinâmica entre os veículos, o pavimento e a estrutura, e também o desempenho de sistemas de controle dinâmico para redução das vibrações induzidas pelo tráfego de veículos, especialmente os de carga pesada, através de um modelo matemático que foi validado com exemplos de aplicação a casos reais e, por meio da correlação de resultados numéricos e experimentais.

BRUNO (2007), estudou o impacto dinâmico de pontes estaiadas de longos vãos sobre carregamentos móveis. Os estais são modelados em elementos de barras e os procedimentos não-lineares são avaliados com a formulação de Dischinger, que considera as não-linearidades geométricas dos estais inclinados, introduzindo um módulo elástico fictício para um membro na linha equivalente.

Pelo método paramétrico, analisou as pontes pelos modos de deformação por flexão e torsão. Discutiu com respeito à geometria típica e parâmetros de rigidez da ponte, enfatizando os efeitos de amplificação produzido pelas forças de inércia do sistema em movimento, para torres tipo “A” e “H”. É estabelecido que, para uma condição de carregamento no plano, o efeito da deformação transversal no comportamento dinâmico é praticamente desconsiderado.

Os resultados numéricos mostram que, em comparação com a torre tipo “H”, a do tipo “A” tem maiores fatores de amplificação dinâmicos, são caracterizados pelas propriedades aumentadas de rigidez, que são habilitadas para reduzir eficientemente a deformação da ponte por torsão.

GONZÁLEZ, HARRIS e OBRIEN (2007), analisaram a redução da amplificação dinâmica em pontes de vãos pequenos, devido ao ajuste do amortecimento da suspensão de um veículo. O sistema de interação veículo-ponte adotado, simulado pelo software MatLab, é composto por um caminhão articulado com 5 eixos e múltiplos graus de liberdade, sobre uma ponte composta por vigas Euler-Bernoulli simplesmente apoiadas. Notou-se que o efeito é geralmente maior

para modelos rugosos, com reduções de até 40% de desenvolvimento dinâmico realizado. Para modelos relativamente planos e lisos, a contribuição da rugosidade da pista para todos os efeitos dinâmicos é reduzida. Conclui-se também que as forças nos pneus e nas acelerações de corpo não são afetadas pela suspensão da ponte.

McLACHLAN, OBRIEN e CAPRANI (2007), determinaram as características dos efeitos do carregamento de tráfego para uma série de eventos de carga em pontes de pequenos e médios vãos (20 a 50 metros). Os valores do tráfego real são usados para demonstrar as implicações de uma aproximação convencional de extrapolação do máximo efeito de carregamento por dia que deriva de uma variedade de passagens de caminhões. As diferenças entre o convencional e a aproximação são boas.

CAI, SHI, ARAUJO e CHEN (2007), estudaram o efeito da condição de aproximação sob uma resposta dinâmica de pontes, induzidas por veículos pesados em movimento, com pavimentos irregulares. Para isso, desenvolveu-se um modelo 3D de interação veículo-ponte. Compararam-se resultados experimentais, mostrando um resultado satisfatório. Além disso, utilizou-se uma tábua de madeira para simular um quebra-molas. Concluiu-se que fatores como juntas de dilatação irregulares e condições inadequadas de entrada em uma ponte podem aumentar tremendamente a resposta dinâmica de pontes pequenas, que são mais afetadas do que as pontes de vãos maiores, cujo tempo de dissipação do distúrbio inicial é maior.

MOGHIMI e RONAGH (2008), desenvolveram um modelo numérico de interação veículo-ponte e resposta do conforto humano à vibração, pela norma ISO, induzida pelo tráfego, simulado em 2D por caminhões variados em massa. Além disso, consideraram a irregularidade da pista, em uma ponte mista com vigas metálicas em perfil I, modelada em 3D. Com isso, avaliaram em diferentes aspectos (velocidade, aceleração, deslocamento) as respostas dinâmicas na obra de arte, concluindo sobre a importância da alta velocidade, rigidez do aparelho de apoio e acréscimo de perfis I nos resultados.

LOPES (2008), estudou a influência da velocidade, do espaçamento e do número de veículos na resposta dinâmica de obras de arte rodoviárias de concreto armado, isostáticas, com e sem balanços e pavimentos de diferentes qualidades, com trem tipo TB-12, preconizado pela NBR 7187, para comboios de 2 a 6 veículos igualmente espaçados e com diferentes simulações de velocidade. Utilizou a análise

paramétrica para o desenvolvimento do estudo dos comportamentos, concluindo sobre a real necessidade de uma reavaliação das normas brasileiras de projeto, e dos resultados em função da qualidade do pavimento.

KWON, LEE, MOON e KIM (2008), analisaram a interação dinâmica de um veículo leve magnetizado os trilhos de uma ponte suspensa, sujeita a rajadas de vento. O veículo é modelado em 2D com onze graus de liberdade e velocidade constante, simulando quatro tipos de condições envolvendo todos os efeitos, ou seja, com ou sem ventos, e com efeitos de trilho. As simulações numéricas concluem que os deslocamentos dinâmicos da ponte ocasionados pelo veículo são insignificantes, comparados com a ação das rajadas de ventos. Vibrações de baixa frequência induzidas pelos trilhos da ponte, bem como por ventos turbulentos, podem degradar a qualidade da pista para o veículo em baixa velocidade.

GONZÁLEZ, RATTIGAN, OBRIEN e CAPRANI (2008), determinaram o tempo de vida de uma ponte pelo fator de amplificação dinâmica, usando a análise por elementos finitos com carregamentos críticos. Utiliza-se a simulação de Monte Carlo do efeito de carregamento estático, obtendo os máximos carregamentos, que são então analisados dinamicamente, usando o MSc/NASTRAN para obter o efeito do carregamento total. Conclui-se que o maior valor específico para o fator de amplificação dinâmica pode ser obtido por análises individuais da resposta dinâmica devido ao carregamento crítico. O procedimento pode ser demonstrado por uma ponte viga-laje com um ótimo pavimento, sujeito a um típico tráfego europeu. As simulações mostram que o fator de amplificação dinâmico pode ser menor que o valor proposto em projetos.

CHEN e WU (2008), estudaram o aumento de performance de sistemas de infraestrutura de uma ponte de longo vão, sob ação de vento, carretas e com atenuadores de massa (TMD's). Um estudo paramétrico com diferentes esquemas de TMD foi feito para investigar a performance do sistema sob 4 aspectos: sem TMD's, com TMD na ponte, depois no caminhão e, por último, em ambos. Concluiu-se que a carreta pode servir de atenuador da resposta dinâmica da ponte quando o vento é forte. Os TMD's podem controlar eficientemente as respostas de torção e flexão da ponte, sob uma carreta com ações do vento. O controle de eficiência é entre 13% e 15%. Com os atenuadores instalados dentro do caminhão, as respostas dinâmicas do mesmo se reduziram em 7% a 10%, com razão de massa sob o caminhão de 2,7%. O resultado sugere que seja desenvolvido um sistema de TMD

temporário ou semi-ativo para as carretas parcialmente carregadas em condições desfavoráveis de tempo. Quando os TMD's são instalados tanto na carreta quanto na ponte, ambos trabalham individualmente.

SIENIAWSKA, SNIADY e ZUKOWSKI (2008), criaram um método aproximado de identificação de parâmetros de estruturas de pontes de um vão, baseado em medidas e deslocamentos causados em curtos períodos e carregamentos em curto período. Esse algoritmo proposto pode servir de ferramenta no caso de uma ponte rodoviária, por exemplo, que não pode ficar muito tempo desativada. Esse método também identifica a distribuição de forças transversal, a qual depende do que se sabe sobre a estrutura e as medidas que se pode obter.

LEITÃO (2009), propôs um método de verificação à fadiga de pontes rodoviárias mistas em aço-concreto, com o uso da regra de Palm-Miner e das normas NBR 8800, AASHTO-LRFD, BS 5400 e EUROCODE 3, para pavimentos excelentes e irregulares, por meio do estudo dinâmico de uma ponte mista (aço-concreto) modelada no software Ansys pelo método dos elementos finitos, sob uma carga 3D sistemática, estimando-se a vida útil com base nas normas retro citadas, em diferentes comboios e tipos de pavimento.

#### **1.4 Escopo do trabalho**

Com o intuito de atender aos objetivos e à metodologia descritos anteriormente, este trabalho está subdividido em onze capítulos, descritos a seguir.

O capítulo um apresenta a motivação para o desenvolvimento deste trabalho, um breve resumo do estado da arte para as análises dinâmicas de obras de arte especiais, especificando os seus principais objetivos, além de uma pequena descrição do conteúdo de cada capítulo conforme pode ser observado.

No segundo capítulo faz-se uma breve introdução sobre os conceitos de fadiga, mecanismos de formação de fissuras, modelos de danos, seus diferentes enfoques e métodos para contagem de ciclos.

Mostra-se no terceiro capítulo uma explanação sobre conceitos da resistência do concreto armado à fadiga, regidos pelas normas brasileiras, tecendo um histórico ao longo do qual se evidenciam algumas citações a normas estrangeiras.

O capítulo quatro cita as normas de projeto utilizadas para a verificação à fadiga, com suas metodologias de cálculo, fazendo referência às suas principais recomendações.

No quinto capítulo pode-se observar o modelo estrutural investigado, incluindo suas características ambientais, físicas e geométricas, bem como os testes realizados na ponte, em especial as provas de carga estática e dinâmica.

O sexto capítulo apresenta a modelagem da carga móvel, fazendo-se referência especificamente ao TB-45 da NBR 7188 (1984), com seus modos de vibração formando o modelo estrutural utilizado, além da formação dos comboios.

O capítulo sete apresenta o modelo matemático adotado neste trabalho para a realização das análises dinâmicas, com especial atenção para a generalização da passagem dos comboios sobre a ponte em questão. Este capítulo também faz uma breve apresentação dos modelos matemáticos da ponte e do veículo, dos seus respectivos comboios e do amortecimento, contendo formulações, propriedades físicas e geométricas adotadas no estudo.

No capítulo oito realizam-se as análises dinâmicas dos modelos estruturais através dos autovalores, frequências naturais do sistema estrutural, autovetores e modos de vibração apresentados.

O nono capítulo estuda o comportamento dinâmico do modelo estrutural investigado, por meio dos gráficos das tensões calibrados e gerados pelo software Ansys (2005), para diferentes elementos estruturais da ponte ao longo do tempo, comentando-se seus resultados.

No capítulo dez, os resultados demonstrados no capítulo anterior são utilizados para se proceder com as análises da estrutura à fadiga. Comparativos e avaliações para cada caso estudado também são apresentados nesse capítulo.

Finalmente, no capítulo onze, são apresentadas as considerações finais e algumas sugestões para trabalhos futuros de forma a contribuir para o avanço desta linha de pesquisa.

## **2 CONCEITOS SOBRE FADIGA ESTRUTURAL**

### **2.1 Introdução ao assunto**

Devido à natureza dinâmica dos carregamentos que atuam nas pontes rodoviárias de concreto, os elementos estruturais dessas obras de arte estão sujeitos à variação cíclica de cargas e conseqüentemente de tensões e deslocamentos.

Mesmo que a tensão máxima de um ciclo não ultrapasse a tensão de escoamento do material, determinados elementos estruturais podem falhar após um determinado número de aplicações de variações de tensão (ciclos) causados pelas diferentes amplitudes dos carregamentos originados pelo tráfego de veículos.

As pontes rodoviárias de concreto podem estar sujeitas à falhas construtivas e deficiência nos materiais de seus elementos estruturais, ocasionando segregação no concreto, cobrimento insuficiente, entre outros fatores que podem ocasionar a corrosão das armaduras. Tais defeitos contribuem para o início da fissuração destes elementos estruturais, que quando sujeitos a esforços não previstos e principalmente a ações dinâmicas, encontram-se submetidos ao fenômeno da fadiga e podem vir a produzir a concentração de fissuras e conseqüente propagação destas.

Esses efeitos certamente podem afetar a estabilidade de modo local ou global da obra de arte ou até mesmo reduzir a sua vida útil. Para se conhecer de forma mais precisa o impacto da fadiga em estruturas se faz necessária uma aplicação de estudos que modelem da forma mais real possível o comportamento das cargas e dos elementos estruturais submetidos às mesmas.

Ao longo dos anos diversas pesquisas nesse sentido levaram ao conceito de variação de tensão e de ciclos, expressos através de curvas S-N obtidas experimentalmente, de forma a estimar de uma maneira mais precisa a vida útil dessas obras de arte.

Esse capítulo introduz o conceito de fadiga e seus diferentes regimes e enfoques além de um breve resumo das principais normas para a análise de fadiga, com foco nas metodologias, especificações e formulações.

## 2.2 Fadiga Estrutural

### 2.2.1 Conceituação de fadiga

As estruturas de concreto armado são freqüentemente sujeitas a tensões variáveis e para determinar a sua capacidade resistente é necessário conhecer a resistência dos materiais para estas tensões variáveis.

É fato reconhecido que sob carregamentos e descarregamentos repetidos ou tensões variáveis, a ruptura pode produzir-se por tensões menores do que a resistência à ruptura do material, obtida no ensaio estático, e a grandeza destas tensões necessárias para produzir a ruptura, decresce quando o número de ciclos de tensões cresce.

Este fenômeno de redução da resistência de um material, causado por tensões variáveis, é chamado fadiga. Um ciclo de tensões fica completamente definido quando forem dados os valores máximo e mínimo,  $\sigma_{\max}$  e  $\sigma_{\min}$  da tensão variável (Fig. 2.1).

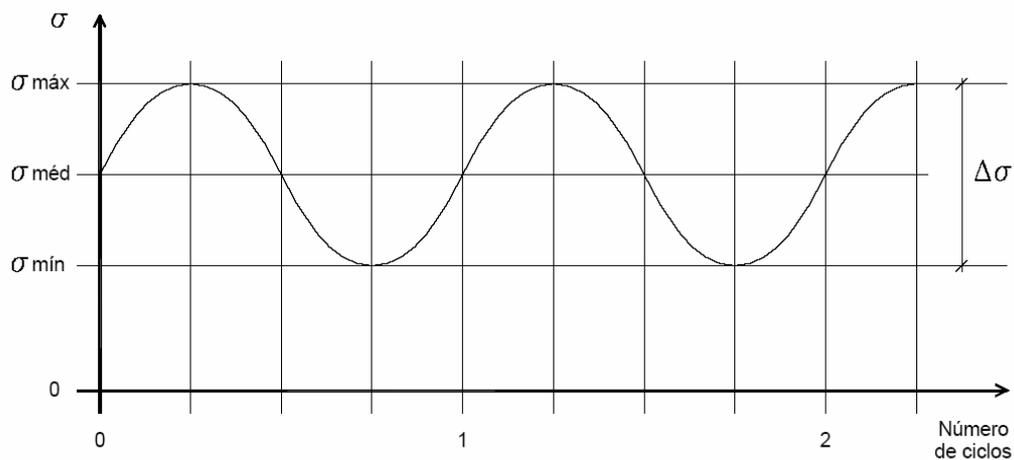


Figura 2.1 - Tensões variáveis, Leitão (2009)

Alternativamente, podem ser fornecidas a tensão média e a amplitude da variação das tensões, representada pelo curso das tensões. O ensaio realizado para determinar a resistência à fadiga de um material é chamado ensaio de duração. A seguir, serão apresentadas as principais conclusões obtidas de alguns ensaios realizados com o concreto armado.

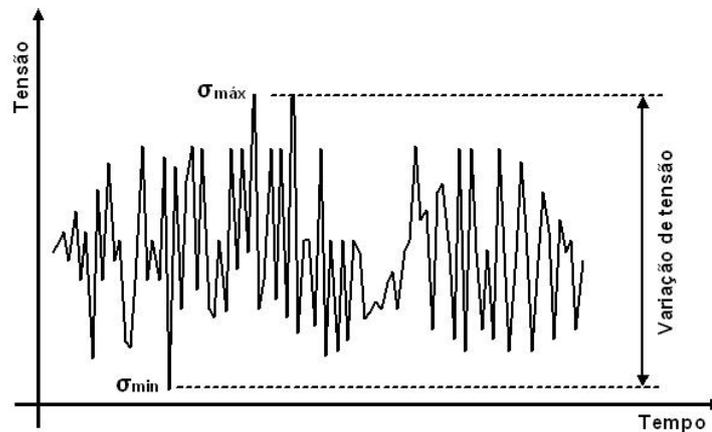


Figura 2.2 - Exemplo de tensão com amplitude variável e aleatória, Leitão (2009)

Geralmente, as tensões de amplitude constante têm natureza determinística e estão associadas a carregamentos oriundos do funcionamento de máquinas e equipamentos. Já as tensões com amplitude variável e aleatória estão normalmente associadas às estruturas reais sujeitas a cargas aleatórias, como vento, passagem de comboio de veículos, entre outras.

Independentemente do tipo, conforme mostrado nas Figuras 2.1 e 2.2, a faixa de variação de tensão é de fundamental importância para a verificação à fadiga de estruturas. As normas de projeto, em sua maioria, levam em consideração a faixa de variação de tensão no que diz respeito à verificação quanto à fadiga.

### 2.2.2 Regimes de fadiga

Os regimes de fadiga são classificados com base na quantidade de ciclos de tensão que são aplicadas em um elemento durante sua vida útil em serviço. A quantidade de ciclos classifica a fadiga em dois tipos, sendo um de alto ciclo (High-Cycle Fatigue - HCF) e o outro de baixo ciclo (Low-Cycle Fatigue - LCF).

No regime de alto ciclo, predominam tensões de baixa amplitude, deformações elásticas e um grande número de ciclos até a falha da peça. Já no regime de baixo ciclo, predominam tensões de alta amplitude, conseqüentemente deformações plásticas significativas em cada ciclo e um pequeno número de ciclos até a falha da peça.

Não existe uma delimitação oficial entre o regime de alto ciclo e o de baixo ciclo. Estudos anteriores demonstram que a partir de  $1 \times 10^3$  ciclos de tensão, Norton

(1998), já se pode considerar um regime de alto ciclo de fadiga, aonde, predominantemente usam-se curvas e diagramas S-N para se analisar o impacto da fadiga e conseqüentemente a vida útil da maioria das estruturas.

### 2.2.3 Modelos de danos e seus diferentes enfoques

Muito pouco se conhece dos mecanismos de fadiga a ponto de se identificar ou prever danos por fadiga a partir de conceitos estabelecidos com base em ensaios de laboratório, principalmente quando se trata de tensões de amplitude variável e comportamento aleatório.

Existem várias teorias para modelos de danos por fadiga. Tais modelos de dano acumulado objetivam a análise do comportamento a fadiga de estruturas sob carregamentos aleatórios uma vez que as curvas S-N são construídas a partir de ensaios experimentais sujeitos a carregamentos de amplitude constante.

O primeiro modelo de dano, mais simples e geralmente utilizado, é o dano linear proposto por Palmgreen (1924) e Miner (1945). Essa regra conhecida como regra de Miner, sugere que o dano acumulado é proporcional à energia absorvida pelo material conforme demonstrado nas equações 2.1 e 2.2, a seguir.

$$D_i = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} \quad (2.1)$$

Onde:

D: Taxa de dano acumulado

k: N° de diferentes níveis de tensão numa seqüência específica de carregamento

n: N° de ciclos de tensão com determinada amplitude

N: N° de ciclos de tensão necessários para ocorrer falha

A falha ocorre quando,

$$\sum D_i = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} \geq 1.0 \quad (2.2)$$

Porém, em muitos casos a regra linear em geral leva a valores não conservativos de estimativa de vida útil, pois os resultados dessa aproximação não levam em conta o efeito da passagem constante do carregamento no acúmulo de danos durante o ciclo de cargas de fadiga.

Com isso, o dano é acumulado na mesma taxa correspondente ao nível de tensão dado sem considerar o impacto das cargas anteriores. Algumas normas e alguns trabalhos importantes demonstram a aplicabilidade, a simplicidade e a importância da regra linear, assim como suas limitações, Battista e Pfeil (1999b), Cullimore e Webber (2000), Kiss, et al (1998), Nishikawa, et al (1998) entre outros.

Desde a introdução da regra linear de dano, muitas teorias de dano por fadiga foram propostas de forma a aprimorar o acerto sobre a estimativa de vida útil das estruturas. A falta de capacidade de processamento computacional limitou o uso do processo não linear para determinação do dano estrutural.

Dessa forma outras teorias de dano por fadiga foram criadas a partir de adaptações da regra linear, como por exemplo, a linear dupla elaborada por Manson e Halford (1981). Uma revisão acerca de uma melhor compreensão das muitas aproximações de dano por fadiga pode ser consultada em, Pravia (2003), Afonso (2007) e Leitão (2009).

Diferentes enfoques para a análise de danos causados por fadiga são comumente empregados. Esses enfoques dependem de como é o processo de formação da fadiga e como a mesma é propagada. O enfoque mais utilizado em projeto para a análise de estruturas sob o efeito de fadiga é o enfoque de vida útil. Esse enfoque tem o objetivo de determinar a vida útil da estrutura sujeitas a cargas cíclicas, através de curvas S-N obtidas experimentalmente e leis de acumulação de danos lineares.

#### 2.2.4 Análise à fadiga - curvas S-N

Conforme foi descrito nos itens acima, uma das maneiras mais utilizadas e difundidas nas normas que tratam dos danos causados por fadiga é a análise tensão

deformação através das curvas S-N. As curvas S-N são baseadas nas regras de Miner e são construídas a partir de ensaios experimentais de flexão rotativa ou compressão e tração. Os corpos de prova normalizados, peças e detalhes estruturais específicos, são submetidos a carregamentos de amplitude constante até que ocorra a falha e se registre o número de ciclos.

Muitos estudos foram feitos a partir de carregamentos de amplitude variável, Petersen (1995), Nielsen, et al (1997); Agerskov (1999), porém devido a grande dificuldade de se determinar as inúmeras formas e intensidades de carregamentos dinâmicos que podem ocorrer na estrutura aliado a dificuldade de se gerar ensaios ou modelos matemáticos generalizados fazem com que, apesar dos avanços tecnológicos, a análise dos efeitos provocados pela fadiga em estruturas metálicas submetidas a tensões de amplitude variável e aleatória ainda seja alvo de grandes estudos e pesquisas.

As curvas S-N determinam o limite de fadiga do material associado aos diferentes tipos de elementos estruturais. Dessa forma se pode saber a máxima tensão alternante que a estrutura, ou elemento estrutural, suporta independente do número de ciclos de carga. Quando não se dispõe de dados experimentais, adotam-se relações empíricas para a construção da curva S-N. Muitos estudos foram desenvolvidos ao longo dos anos acerca das curvas S-N e suas considerações, Norton (1998), Sae (1997), Collins (1993).

Independentemente de como as curvas S-N são obtidas, seja por ensaio ou através de relações empíricas, as mesmas devem ser corrigidas porque as situações de uso real do material não estão nas mesmas condições ideais em que se encontram os corpos de prova quando submetidos aos ensaios. Tais correções são feitas sobre o limite de fadiga, Norton (1998). A Figura 2.3, apresenta um exemplo esquemático exemplificando os modelos das curvas S-N.

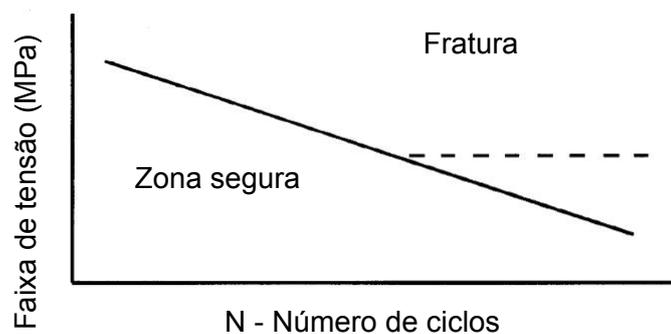


Figura 2.3 - Exemplo esquemático de uma curva S-N, Leitão (2009)

### 2.2.5 Método para contagem de ciclos

A análise dos efeitos provocados pela fadiga em estruturas submetidas a tensões de amplitude variável e aleatória pode ser obtida através de históricos de variação da faixa de tensão da estrutura a ser analisada. Esse histórico pode ser obtido através de modelos matemáticos ou através de medições em estruturas existentes. Dessa forma, para que seja possível a determinação do dano acumulado e, conseqüentemente, a estimativa de vida útil da estrutura a partir de históricos de tensão, se faz necessária à utilização de um método para contagem de ciclos de carregamentos associados a esse histórico.

Algumas normas estruturais prevêm a utilização de métodos de contagem de ciclos como metodologia válida para estimativa do dano acumulado e da vida útil da estrutura. Atualmente, os métodos de contagem de ciclo mais conhecidos são o método Rainflow e o método Reservatório, sendo que o método Rainflow se apresenta como o mais utilizado atualmente nas análises que necessitam de contagem de ciclo para determinação do dano, Pravia (2003), Afonso (2007) e Leitão (2009).

O método de contagem de ciclos, Rainflow é largamente utilizado para análise de dados de fadiga de forma a reduzir históricos de tensões em faixas de tensão simplificadas e foi proposto originalmente por Matsuiski e Endo em 1968, Wikipédia (2009). Esse método se faz necessário para aplicação da regra de Miner na determinação do dano acumulado e conseqüentemente para a estimativa de vida útil da estrutura.

O método em questão é considerado como metodologia de contagem de ciclos, válido pelo EUROCODE 2 (2002), CEB (1990) e BS 5400 (1980) entre outras. A Figura 2.4 apresenta um modelo de gráfico de tensões ao longo do tempo utilizado para exemplificar o método Rainflow.

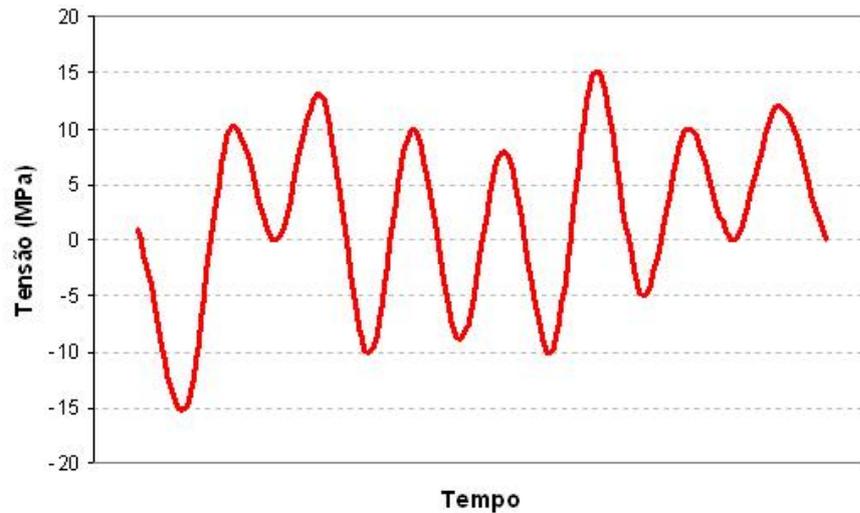


Figura 2.4 - Modelo de gráfico de tensões ao longo do tempo, Leitão (2009)

O método em questão reduz o espectro de tensões em uma seqüência de picos e vales de tensão. Esse procedimento se faz necessário para que a partir da combinação destes máximos e mínimos, possam se formar meios ciclos de tensão.

A metodologia consiste ainda em associar o comportamento destes mínimos e máximos como escoamentos de gotas de chuva, similares ao encontro das águas de um telhado. Dessa forma, o gráfico contendo o histórico de tensões pode ser interpretado a 90° da forma em que ele se encontra originalmente.

A Figura 2.5 a seguir mostra o modelo de espectro de tensões reduzido a picos e vales a partir do gráfico de tensões originais ao longo do tempo ilustrado na Figura 2.4.

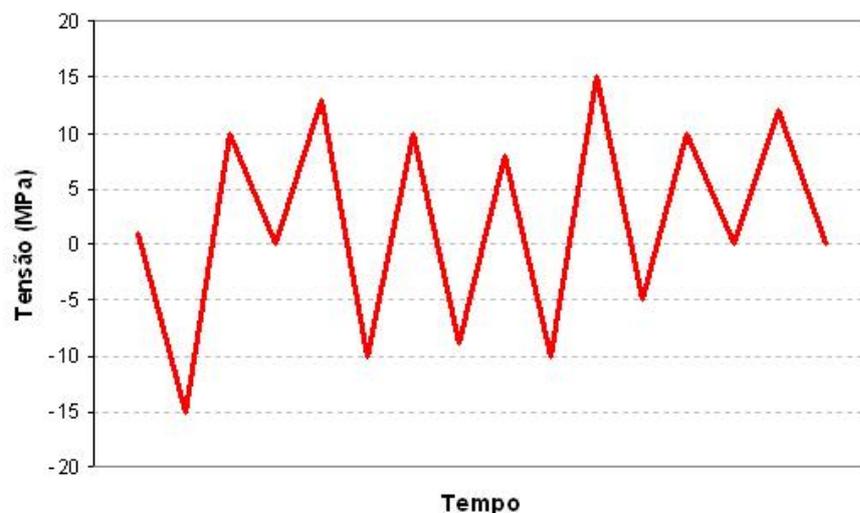


Figura 2.5 – Gráfico de tensões reduzido a picos e vales, Leitão (2009)

A contagem do meio ciclo é feita considerando que as terminações de fluxo ocorrem, quando uma gota alcança o final do histórico de tensões sem ser interrompido por nenhum outro pico, quando o fluxo se funde com outro fluxo oriundo de um pico mais à frente ou quando o fluxo flui no sentido oposto de um pico de maior valor.

Um novo fluxo não pode ser iniciado enquanto o anterior não for terminado ou concluído. Cada percurso completo é considerado meio ciclo; meios ciclos com variação de tensão igual são combinados para formar ciclos completos.

Essa metodologia se aplica tanto aos picos quanto aos vales do espectro de tensões. A Figura 2.6, exemplifica a contagem de ciclos pelo método Rainflow para picos e vales já colocados a 90° da forma original ilustrada na Figura 2.5.

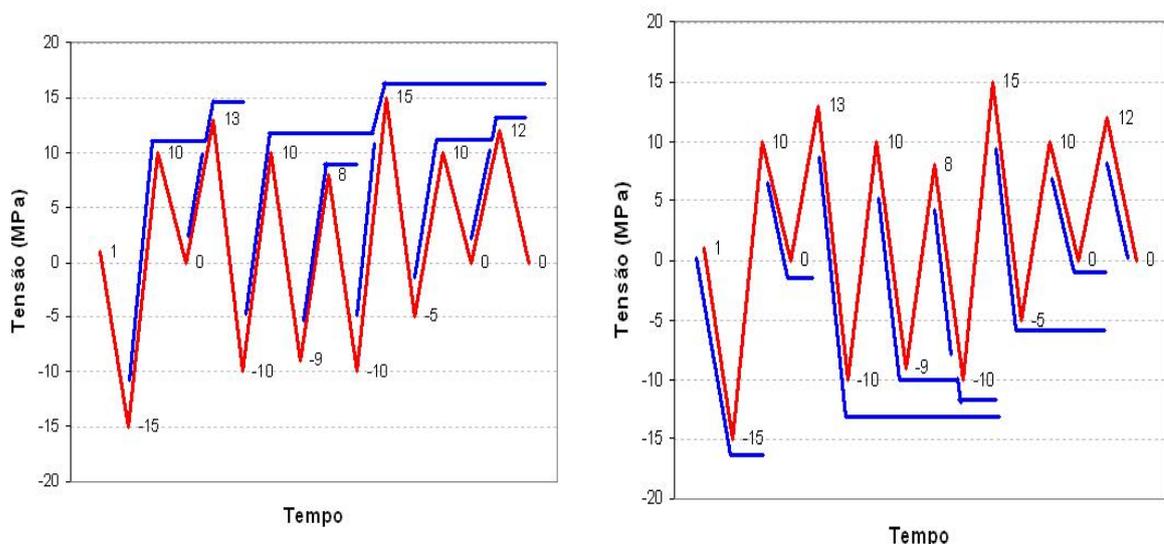


Figura 2.6 - Metodologia de fluxo (gota de chuva) para picos e vales, Leitão (2009)

Para o histórico de tensões ilustrado na Figura 2.7, temos alguns casos de contagem de ciclos que são observados a título de exemplo. O meio ciclo “A” começa no pico “1” e termina oposto a uma amplitude maior de tensão, referente ao pico “2”. O valor da amplitude deste meio ciclo é de 16 MPa.

O meio ciclo “B” começa no pico “4” e termina no ponto em que é interrompido pelo fluxo oriundo de um pico anterior, pico “3”. O valor da amplitude deste meio ciclo é de 18 MPa. O meio ciclo “C” começa no pico “5” e termina no fim do espectro de tensões apresentado. O valor da amplitude deste meio ciclo é de 20 MPa.

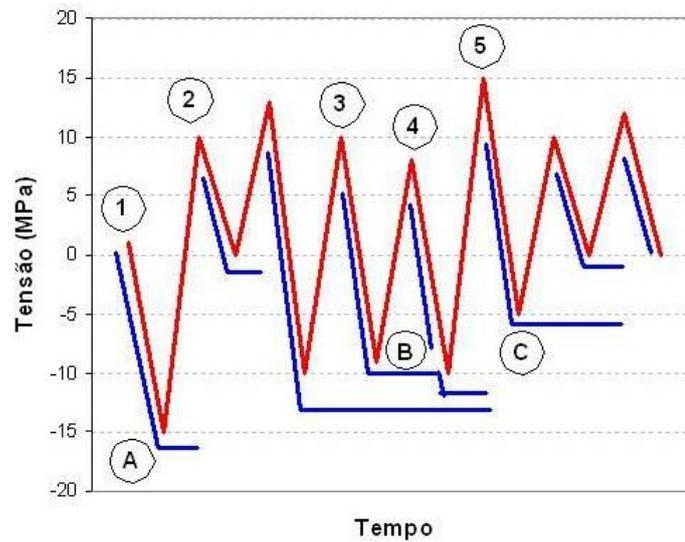


Figura 2.7 - Exemplo de aplicação do método Rainflow, Leitão (2009)

Os exemplos retro descritos apenas demonstram algumas aplicações referentes ao espectro apresentado, porém para se ter uma análise completa, os demais picos devem ser analisados da mesma maneira. A mesma metodologia deve ser executada para verificação dos vales conforme a Figura 2.7.

Uma vez feitas as análises totais dos picos e dos vales, os ciclos estarão corretamente contados pelo método Rainflow. Os resultados obtidos pela contagem de ciclos completa, referente ao espectro de tensões ilustrado acima, são demonstrados a seguir na Tabela 2.1 e na Figura 2.8. Vale ressaltar que para a obtenção destes valores pelo método Rainflow utilizou-se o programa MatLab R2007a

Tabela 2.1 - Contagem dos ciclos, exemplo de aplicação do método Rainflow

Faixa de tensão (MPa)	Ciclos inteiros	Meios ciclos
10	2	
12		1
16		1
17	1	1
20	1	1
23	1	
30		1

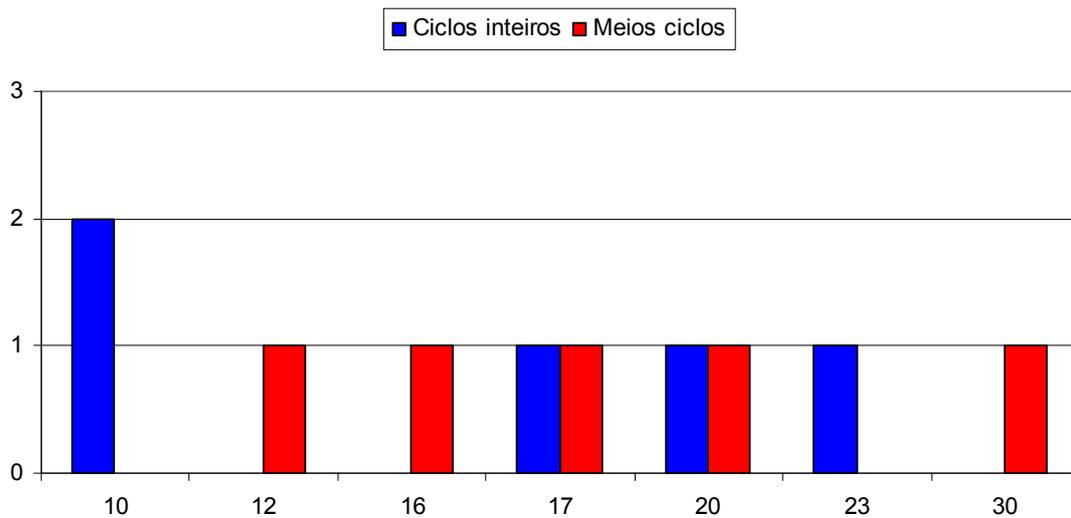


Figura 2.8 - Contagem dos ciclos do exemplo de aplicação ilustrado para o método Rainflow, Leitão (2009)

#### 2.2.6 Técnicas de avaliação de fadiga

Atualmente, existem vários métodos para a determinação física de danos ligados à fadiga em elementos de concreto armado. O método inicial para detecção de anomalias características de fadiga mais utilizado e de menor custo é por meio da inspeção visual. A identificação de fissuras por esse método requer o trabalho de profissionais experientes e com conhecimento específico do comportamento da estrutura em análise.

Esse conhecimento por parte do profissional é de extrema importância, pois dessa forma o mesmo saberá observar os locais de maior concentração de tensões, e conseqüentemente de maior importância no sistema estrutural, de forma a propiciar com isso o diagnóstico correto e determinar os melhores ensaios a se executar.

Além da inspeção visual, outras técnicas podem ser empregadas para avaliação da estrutura quanto à fadiga, como o monitoramento por meio de potenciômetros e acelerômetros, analisando-se respectivamente o comportamento sob esforços estáticos e dinâmicos.

No próximo capítulo será abordada de maneira sucinta a resistência do concreto armado à fadiga, no que regem as normas brasileiras ao longo do tempo, bem como a ligação com algumas normas estrangeiras.

### **3 RESISTÊNCIA DO CONCRETO ARMADO À FADIGA**

#### **3.1 Introdução**

Usualmente, a forma mais comum de se obter dados referentes à fadiga é associar um elemento estrutural às classificações padronizadas de limites de tensão e ciclos adotados nas normas. Outra forma de se obter resultados é por históricos de tensões obtidos através de ensaios experimentais ou modelagem matemática.

Para a análise de estruturas sujeitas a carregamentos variáveis, conforme orientações de Leitão (2009) devem ser considerados os seguintes fatores, tais como: tipo do elemento estrutural, tipo do esforço solicitante, histórico de cargas, variações de tensões no elemento estrutural.

A norma europeia EUROCODE 2 (2002) e a norma britânica BS 5400 (1980) assumem que a vida útil da ponte seja de, ao menos, 120 anos. A CEB (1990) prevê idade útil de 70 anos, podendo-se estender até 150 anos, dependendo das condições de uso, umidade e temperatura.

Entretanto, em normas brasileiras também se reflete uma preocupação nesse sentido. A NBR 8681 (2003) de forma preventiva assume 50 anos de vida útil para as obras de concreto armado.

Neste capítulo abordam-se alguns aspectos da resistência do concreto armado à fadiga. Para isso, considerou-se isoladamente o concreto e o aço.

#### **3.2 Resistência do concreto à fadiga**

Nenhuma exigência de verificação do concreto à fadiga era feita pelas normas brasileiras anteriores ao Projeto de revisão da NBR 6118/2003. Esta nova norma, no entanto, exige tal verificação. A seguir mostra-se um resumo das principais características do concreto à fadiga, extraídas do manual do concreto da ACI (1991).

A resistência à fadiga do concreto é definida como uma fração da resistência estática que pode ser suportada repetitivamente para um dado número de ciclos. Essa resistência é influenciada pela amplitude da variação das tensões e pela excentricidade da carga (gradiente de tensões) entre outras causas (ACI 215R, 1991, item 2.1.1.).

A resistência do concreto à fadiga diminui com o aumento do número de ciclos. O concreto não apresenta um limite de resistência à fadiga até  $10^7$  ciclos. Isto significa que não existe um valor limite de tensão, abaixo da qual o concreto suporta um número infinito de ciclos sem se romper. A resistência do concreto à fadiga diminui com o aumento da amplitude da variação das tensões, podendo-se considerar uma relação linear (diagrama de Goodman) (ACI 215R, 1991, item 2.1.2).

Gradientes de tensões influenciam a resistência do concreto à fadiga. Para simular a zona comprimida de viga, corpos de prova foram submetidos a ensaios de longa duração, com forças de compressão excêntricas. A resistência à fadiga (medida pela tensão máxima na seção) para cargas excêntricas foi de 15 a 18% mais alta que a resistência à fadiga obtida para tensões uniformemente distribuídas (ACI 215R, 1991, item 2.1.6).

Quando a resistência do concreto à fadiga é comparada não com a resistência estática à compressão centrada mas sim com a resistência estática à compressão excêntrica, com a mesma excentricidade do ensaio de duração, verifica-se que a resistência à fadiga do concreto praticamente não varia. Portanto, as resistências do concreto – estática e à fadiga – são afetadas pela excentricidade na mesma proporção (Boletim de informação nº 188, 1988, item 3.14, p. 123).

No levantamento feito pelo CEB (Boletim de informação nº 188, 1988, item 7.4.4, p. 288) de como a fadiga é tratada por algumas normas recentes importantes, consta que a maioria das normas usa o “conceito  $\sigma_{\max}$ ”, isto é, estabelecem um valor máximo que a tensão pode atingir no concreto, quando solicitado por tensões variáveis. O conceito  $\sigma_{\max}$  também é usado pelo Projeto de revisão da NBR 6118/2001 para verificar o concreto à fadiga.

### **3.3 Resistência do aço à fadiga**

Os aços especiais (barras de aço nervuradas de alta aderência) começaram a ser usados no Brasil, em pontes de concreto armado, a partir de aproximadamente 1960.

Pelo fato da ponte estudada ter sido concebida em meados de 1960, a seguir apresentam-se algumas normas a partir daquela época, que trataram da consideração da fadiga nestes aços (Schäffer, 2002).

Na norma de pontes NB-2/1950 só era admitido o uso de barras de aço lisas (sem nervuras), das categorias 37-CA e 50-CA que correspondem às atuais categorias CA-25 e CA-32. Nestes aços, com as tensões de serviço usuais, não se manifesta o fenômeno da fadiga. Aços especiais não eram admitidos em pontes.

Apesar de não ser uma norma específica de pontes, a norma NB-1/1940 (Revisão de 1960) passou a admitir o uso de aços especiais das categorias CA-T40 e CA-T50 (atuais CA-40B e CA-50B) em obras de concreto armado comuns (edifícios).

A norma NB-2/1950 (Revisão de 1961) passou a admitir o uso de aços especiais das categorias CA-T40 e CA-T50 em pontes, sendo ainda omissa em relação à fadiga.

Na ausência de resultados de ensaios a norma NBR 7187/1987 (Antiga NB-2) fixa, no item 8.1.3.1., a resistência característica à fadiga  $\Delta f_{sk, fad}$ , para barras de alta aderência (aços especiais) em 150 MPa.

O item 10.11.1.2 limita a máxima variação da tensão no aço ao valor de  $\Delta f_{sk}$  dividido por um coeficiente de segurança à fadiga igual a 1,5, isto é, ao valor de  $150/1,5 = 100\text{MPa}$ . Este resultado está muito abaixo dos valores usuais ( $\cong 180\text{MPa}$ ) o que sugere a existência de um engano da norma nesta questão da fadiga.

No próximo capítulo, quatro normas de projeto serão estudadas no que tange à fadiga, adotando-se uma norma nacional e três normas estrangeiras.

## **4 NORMAS DE PROJETO**

### **4.1 Introdução**

Conforme exposto nos capítulos anteriores, o estudo da fadiga no elemento estrutural depende diretamente do estudo de normas específicas que regem a metodologia de cálculo específico para cada caso.

A seguir abordam-se diferentes normas de projeto e suas metodologias para a verificação da fadiga em elementos estruturais, em especial para o concreto armado, tanto no que tange ao concreto quanto à armadura. As normas apresentadas de forma sucinta correspondem à BS 5400 (1980), CEB (1990), EUROCODE 2 (2002) e NBR 6118 (2003).

### **4.2 British Standard 5400 - BS 5400 (1980)**

A norma para pontes BS 5400 Standard é aplicada a pontes com estrutura em aço, em concreto e em aço-concreto. Trata-se de uma norma específica para o dimensionamento de estruturas de pontes baseada nos conceitos de estado limite, onde a ocorrência da deterioração de um componente ou elemento por fadiga até o ponto que origine uma ruptura é considerado um estado limite último de resistência.

Esta norma se aplica a problemas de fadiga de alto ciclo e considera que a estrutura trabalha no regime elástico. Para solicitações de amplitude variável, o cálculo é realizado com base na regra de danos acumulados de Miner.

Para que se tenha um bom material de comparação o presente estudo utilizou a BS 5400 nas análises, de forma a servir como material comparativo com algumas referências bibliográficas e com as demais normas adotadas.

#### **4.2.1 Critérios de dimensionamento**

A norma em questão trata do dimensionamento a fadiga no seu capítulo dez e permite que a verificação à fadiga seja feita através da classificação do detalhe estrutural, da faixa de tensão, do número de ciclos e da probabilidade de falha. Para o dimensionamento à fadiga, a referida norma fixa a vida útil de uma ponte, geralmente em cento e vinte anos.

A verificação de estruturas quanto à fadiga, segundo a BS 5400, baseia-se em fórmulas extraídas de curvas S-N obtidas através de ensaios e é feita através das faixas de variação de tensão. A Figura 4.1 a seguir ilustra a curva S-N da norma em questão.

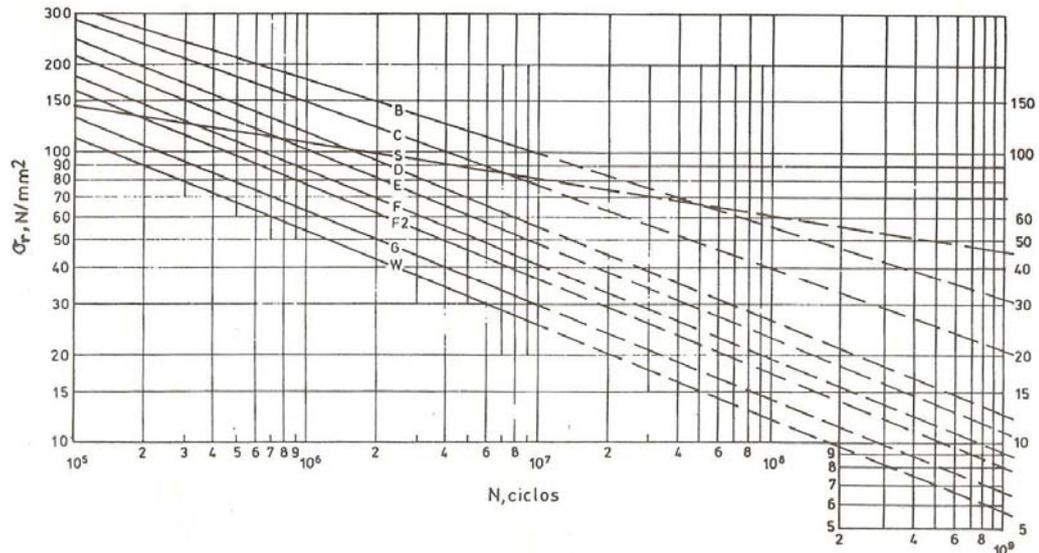


Figura 4.1 - Classificação dos elementos, curvas S-N, BS 5400 (1980)

#### 4.2.2 Classificação dos detalhes

A norma estrutural BS 5400 (1980) prevê a análise em estruturas sob o efeito da fadiga através de nove diferentes classes para detalhes estruturais, sendo eles: W, G, F2, F, E, D, C, B, S.

Os detalhes estruturais são classificados de acordo com as diferentes classes citadas na Tabela 4.1 a seguir. Tal classificação, conforme todas as normas sobre fadiga, é de acordo com o detalhe estrutural, as tensões e tipos de carga a que estão submetidos, das dimensões e do método de fabricação.

Tabela 4.1 - Classificação dos elementos estruturais segundo BS 5400 (1980)

Produto Forma	Aço em chapas e perfis laminados; elementos compostos											Barra de aço para concreto
Potenciais pontos de iniciação de fendas de fadiga	Elemento secundário longo (na direção de $\sigma_y$ )							Elemento secundário curto	Em qualquer elemento		Em interação de juntas ou entre barras	
	Afastado da extremidade do cordão		Cordão longitudinal intermitente (extremidade intermediária)	Em goteira	Na extremidade de cordão				Próximo da extremidade e do membro			
		Elemento secundário estreito		Elemento secundário largo								
			Só dum lado		Em ambos os lados simetricamente							
Exigências dimensionais	Junta de topo com penetração total		Junta de canto		Pé da soldadura a uma distância > 10mm do bordo				Pé a menos de 10mm do bordo			
			Intermitente m/h<25		Comprimento cordão ( $11\sigma_y$ )>150mm		<150mm					
Fábrica	Afagar quaisquer entalhes presentes nas bordas										Eliminar entalhes	Soldado por resistência ou manualmente e afagamento de entalhes
	Afagar à face o reforço	Automático sem pontos stop/start										
Inspeção	Isento de defeitos significativos											
Tensão de cálculo (Seção)	Seção transversal mínima onde se situa ponto provável de iniciação de fenda											
Tensão de cálculo. Parâmetro Especial									$\tau < 0.5a$	$\tau > 0.5a$		
Nº	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	2.10	2.11	2.12
Classe	B	C	D	E	F	F2	G	F2	F	E	G	D

No caso do concreto, deve-se atentar para a coluna destacada em amarelo, que é correspondente a barras de aço para concreto armado, que correspondem à classe D, indicativa para os posteriores cálculos de resistência à fadiga.

#### 4.2.3 Ciclos de carregamento

A Norma BS5400 recomenda o uso de históricos de carga; ou caso não existam, recomenda usar históricos de tensões com métodos de contagem de ciclos, tais como o método Rainflow e o método Reservatório, considerados pela norma.

Em relação ao uso de curvas S-N, e ao se tratar de solicitações de amplitude variável, métodos de contagem de ciclos e o uso da regra de Miner podem ser adotados.

#### 4.2.4 Resistência à fadiga

A resistência à fadiga é analisada através das faixas de variação de tensão utilizando-se curvas S-N. Para a norma BS 5400, as curvas S-N ilustradas na Figura 4.1 são expressas através da equação 4.1 a seguir:

$$N\sigma_r^m = K_0 \Delta^d \quad (4.1)$$

Onde:

N: Número de ciclos estimado para falha associado a um ciclo de tensão  $\sigma_r$

$K_0$ : Constante relativa à curva S-N média

m: Inverso da inclinação da média de  $\log(\sigma_r)$  menos a curva  $\log(N)$

$\Delta$ : Inverso do desvio padrão de  $\log(N)$

d: Número de desvios padrão em relação à média

A Tabela 4.2 mostra os valores característicos para as curvas S-N de acordo com a classe do elemento estrutural, com destaque para a classe D, correspondente às armaduras utilizadas em concreto armado.

Tabela 4.2 - Valores característicos da curva S-N, BS 5400 (1980)

Classe	$K_0$	$\Delta$	m
W	$0,37 \times 10^{12}$	0,654	3,0
G	$0,57 \times 10^{12}$	0,662	3,0
F2	$1,23 \times 10^{12}$	0,592	3,0
F	$1,73 \times 10^{12}$	0,605	3,0
E	$3,29 \times 10^{12}$	0,561	3,0
D	$3,99 \times 10^{12}$	0,662	3,0
C	$1,08 \times 10^{14}$	0,625	3,5
B	$2,34 \times 10^{15}$	0,657	4,0
S	$2,13 \times 10^{25}$	0,313	8,0

Já a Tabela 4.3 apresenta os valores para os fatores de probabilidade de colapso relacionados com o número de desvios padrão em relação à média,  $d$ .

Tabela 4.3 - Fatores de probabilidade de colapso para as curvas S-N,  
BS 5400 (1980)

Probabilidade de colapso (%)	d
50,0	0,0
31,0	0,5
16,0	1,0
2,3	2,0
0,14	3,0

#### 4.2.5 Considerações sobre a norma

Apesar de ser da década de 80 e estar sendo substituída pelos Eurocodes, a Norma para pontes BS 5400 (1980) é uma das mais completas normas referentes à análise de pontes, permitindo a verificação para carregamentos de veículos rodoviários e ferroviários. A BS 5400 é aplicável em diversos tipos de pontes e com estruturas em aço, em concreto e mistas (aço-concreto). Permite vários tipos e metodologias de análise, sugerindo inclusive que para casos de estruturas existentes, se use histórico de tensões.

### 4.3 **Comité Euro-International du Béton - CEB (1990)**

Apesar de não ser uma norma, e sim uma recomendação, a CEB (Comité Euro-International du Béton) tem grande foco nos materiais, em especial no concreto. No item 6.7 da CEB analisam-se os estados limites últimos de fadiga. Aborda-se a seguir o item 6.7.3 da norma, pela verificação pelo método simplificado, que abrange tanto o concreto quanto às barras embutidas no mesmo.

#### 4.3.1 Critérios de dimensionamento

Esse procedimento é aplicado apenas a estruturas submetidas a números limitados de baixos ciclos de tensão, isto é, valores menores ou iguais a  $10^8$  ciclos.

Na seqüência apresentam-se os critérios de dimensionamento para as barras de aço embutidas no concreto, bem como para o próprio concreto.

#### 4.3.1.1 Barras de aço

A fadiga requerida será obtida se, na máxima faixa de tensão calculada sob uma combinação freqüente de carregamentos,  $\max \Delta\sigma_{Ss}$ , satisfazer a equação 4.2.

$$\gamma_{Sd} \max \Delta\sigma_{Ss} \leq \Delta\sigma_{Rsk} / \gamma_{s,fat} \quad (4.2)$$

Onde:

$\Delta\sigma_{Rsk}$ : Faixa de tensão normal referente a  $10^8$  ciclos, de acordo com a Tabela 4.4.

$\gamma_{Sd}$ : Fator de segurança do aço de projeto

$\sigma_{Ss}$ : Tensão de serviço do aço

$\gamma_{s,fat}$ : Fator de segurança do aço à fadiga

#### 4.3.1.2 Concreto

O projeto detalhado à fadiga não deve ultrapassar o valor máximo calculado da tensão sob a combinação freqüente de carregamentos à compressão e tração, respectivamente, satisfazendo as equações 4.3 a 4.5 a seguir.

Para a compressão, verificam-se as equações 4.3 e 4.4 abaixo.

$$\gamma_{Sd} \sigma_{C,max} \eta_c \leq 0,45 f_{cd,fat} \quad (4.3)$$

Sendo que:

$$\eta_c = \frac{1}{1,5 - 0,5|\sigma_{c1}|/|\sigma_{c2}|} \quad (4.4)$$

Onde:

$\sigma_{ct,max}$  Tensão máxima em tração no concreto

$\sigma_{C,max}$ : Tensão máxima compressiva no concreto

$\eta_c$ : Fator médio considerando-se o gradiente de tensão

$f_{cd,fat}$ : Resistência à compressão de fadiga de projeto

$|\sigma_{C1}|$ : menor valor, em módulo, da tensão de compressão a uma distância não maior que 300 mm da face sob a combinação relevante de cargas, de acordo com a Figura 4.2.

$|\sigma_{C2}|$ : maior valor, em módulo, da tensão de compressão a uma distância não maior que 300 mm da face sob a mesma combinação de carga usada para cálculo de  $|\sigma_{C1}|$ , de acordo com a Figura 4.2.

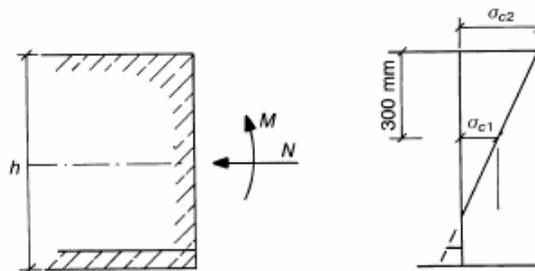


Figura 4.2 - Definição das tensões  $|\sigma_{C1}|$  e  $|\sigma_{C2}|$ , CEB (1990)

$$\gamma_{Sd} \sigma_{Ct,max} \eta_c \leq 0,33 f_{ctd,fat} \quad (4.5)$$

Onde:

$\gamma_{Sd}$ : Fator de segurança do aço de projeto

$\sigma_{Ct,max}$ : Tensão máxima de tração no concreto

$\eta_c$ : Fator médio considerando-se o gradiente de tensão

$f_{cd,fat}$ : Resistência à compressão de fadiga de projeto

Para a tensão, verifica-se a equação 4.6 abaixo.

$$f_{ctd,fat} = f_{ctk} 0,05 / \gamma_{c,fat} \Rightarrow \gamma_{c,fat} = 1,5 \quad (4.6)$$

Onde:

$f_{ctd,fat}$ : Resistência à tração de fadiga de projeto

$f_{ctk}$ : Resistência característica à tração

$\gamma_{c,fat}$ : Fator de segurança do aço à compressão e fadiga

### 4.3.2 Resistência à fadiga

A função de resistência característica à fadiga consiste em segmentos na forma  $\Delta\sigma_{Rsk}^m \cdot N = \text{constante}$ . Valores de curva S-N são dados na Figura 4.3 e na Tabela 4.4, cujos valores em amarelo são utilizados para calcular a vida útil da estrutura.

Os valores dados nessas tabelas são característicos e não incorporam fatores parciais de segurança, que devem ser validados por normas aprovadas.

Esse método considera o tempo de vida necessário com um número previsto de ciclos  $n$ , que interage na verificação com o máximo efeito da fadiga na ação,  $Q$ .

#### 4.3.2.1 Barras de aço

A fadiga requerida será obtida se, na máxima faixa de tensão calculada sob uma combinação freqüente de carregamentos,  $\max \Delta\sigma_{Ss}$ , satisfazer a equação 4.7.

$$\gamma_{Sd} \max \Delta\sigma_{Ss} \leq \Delta\sigma_{Rsk}(n) / \gamma_{s,fat} \quad (4.7)$$

Onde:

( $n$ ): Número previsto de ciclos em um dado tempo de vida de projeto

$\Delta\sigma_{Rsk}(n)$ : Faixa de tensão normal relevante para  $n$  ciclos, obtidos de uma função de resistência característica à fadiga.

$\sigma_{Ss}$ : Tensão de serviço do aço

$\gamma_{S,fat}$ : Fator de segurança do aço à fadiga

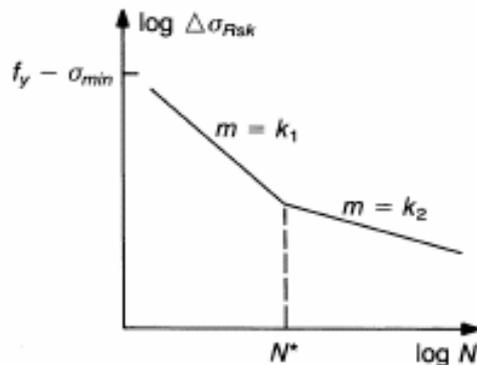


Figura 4.3 - Curva de tensão característica de fadiga (curvas S-N), CEB (1990)

A Tabela 4.4 a seguir apresenta os parâmetros de curva S-N para as armaduras embutidas no concreto armado. Como este trabalho trata do estudo de uma ponte rodoviária em concreto armado, a tabela para concreto protendido não foi considerada.

Nota-se que os campos preenchidos em amarelo correspondem com os dados da ponte em questão, sendo seus valores utilizados para o cálculo de resistência à fadiga.

Tabela 4.4 - Parâmetros de curva S-N para armaduras embutidas no concreto, CEB

	N*	Expoente de Tensão		$\Delta\sigma_{Rsk}$ (MPa) <sup>(e)</sup>	
		k <sub>1</sub>	k <sub>2</sub>	Em N* ciclos	Em 10 <sup>8</sup> ciclos
Barras retas e dobradas $D \geq 25\phi$ $\phi \leq 16$ mm	10 <sup>6</sup>	5	9	210	125
$\phi > 16$ mm <sup>(a)</sup>	10 <sup>6</sup>	5	9	160	95
Barras dobradas $D < 25\phi$ <sup>(b)</sup>	10 <sup>6</sup>	5	9	-(c)	-(c)
Barras soldadas <sup>(b)</sup> incluindo soldas de ponta e conectores mecânicos	10 <sup>7</sup>	3	5	50	30
Ambiente marinho <sup>(b),(d)</sup>	10 <sup>7</sup>	3	5	65	40

(a) Os valores dados nessa linha representam a curva S-N de uma barra de 40mm; para barras de diâmetro entre 16 e 40mm a interpolação entre valores desta linha e da linha de cima é permitida.

(b) A maioria das curvas S-N intercepta a curva de uma correspondente barra reta.

(c) Os valores são aqueles de acordo com a barra reta, multiplicados por um fator de redução  $\xi$  dependendo da razão do diâmetro do gancho  $D$  e do diâmetro da barra  $\phi$ :  $\xi = 0,35 + 0,026D/\phi$ .

(d) Válida para todas as relações  $D/\phi$  e todos os diâmetros  $\phi$ .

(e) Nos casos onde os valores de  $\Delta\sigma_{Rsk}$  calculados pelas curvas S-N excedem o fator de tensão  $f_{yd} - \sigma_{min}$ , o valor  $f_y - \sigma_{min}$  é válido.

#### 4.3.2.2 Concreto

Os requisitos da fadiga sob ciclos de carregamento devem ser obtidos se um dado tempo de vida útil (número de ciclos) e deve ser menor ou igual ao número de ciclos de falha:  $n \leq N$

O valor de  $N$  deve ser calculado a partir das funções de resistência à fadiga, dados anteriormente pela Tabela 4.4.

Para  $S_{cd,min} \geq 0,8$ , as relações S-N para  $S_{cd,min} = 0,8$  são válidas.

O valor de  $\log N_3$  deve ser calculado apenas se  $\log N_1 > 6$ .

Para compressão, utilizam-se as equações 4.7 a 4.9 a seguir.

Para  $0 < S_{cd,min} < 0,8$

$$\log N_1 = (12 + 16S_{cd,min} + 8S_{cd,min}^2)(1 - S_{cd,max}) \quad (4.7)$$

$$\log N_2 = 0,2 \log N_1 (\log N_1 - 1) \quad (4.8)$$

$$\log N_3 = \log N_2 (0,3 - \frac{3}{8} S_{cd,min}) / \Delta S_{cd} \quad (4.9)$$

As seguintes condições devem ser observadas

Se  $\log N_1 \leq 6$ , então  $\log N = \log N_1$

Se  $\log N_1 > 6$  e  $\Delta S_{cd} \geq [0,3 - (3/8) S_{cd,min}]$ , então  $\log N = \log N_2$

Se  $\log N_1 > 6$  e  $\Delta S_{cd} < [0,3 - (3/8) S_{cd,min}]$ , então  $\log N = \log N_3$

Sendo que:

$$S_{cd,max} = \gamma_{Sd} \sigma_{c,max} \eta_c / f_{cd,fat}$$

$$S_{cd,min} = \gamma_{Sd} \sigma_{c,min} \eta_c / f_{cd,fat}$$

$$\Delta S_{cd} = S_{cd,max} - S_{cd,min}$$

Onde:

$S_{cd}$ : Efeito da compressão do carregamento dinâmico de projeto

$\gamma_{Sd}$ : Fator de segurança do aço de projeto

$\sigma_{C,max}$ : Tensão máxima compressiva no concreto

$\eta_c$ : Fator médio considerando-se o gradiente de tensão

$f_{cd,fat}$ : Resistência à compressão de fadiga de projeto

Para tração, utiliza-se a equação 4.10 a seguir.

$$\log N = 12(1 - S_{td,max}) \quad (4.10)$$

Sendo que:

$$S_{td,max} = \gamma_{Sd} \sigma_{ct,max} / f_{ctd,fat}$$

Onde:

$S_{td}$ : Efeito da tração do carregamento dinâmico de projeto

#### 4.3.3 Verificação pelo espectro de níveis de carregamento

Este método considera o tempo de vida requerido, o espectro de carregamento, dividido em  $j$  blocos e as funções características de resistência à fadiga.

A metodologia adotada nesse código baseia-se na regra de Miner para determinação da vida útil da estrutura, porém com algumas correções de acordo com os fatores de segurança do código e com relação às curvas S-N, conforme mostrado anteriormente.

A fórmula de danos acumulados recomendada pelo EUROCODE 2 (2002) é ilustrada pela equação 4.11 a seguir, prevendo a utilização do método Rainflow válido para a contagem de ciclo.

$$D = \sum_i^j \frac{n_{Si}}{N_{Ri}} \quad (4.11)$$

Onde:

D: Dano acumulado

$n_{Si}$ : Número de ciclos associados com cada faixa de tensão

$N_{Ri}$ : Número de ciclos tolerados para cada faixa de tensão

Dessa forma a verificação quanto à fadiga para histórico de tensões, segundo o CEB (1990), deve obedecer ao seguinte critério:  $D \leq D_{lim}$ .

#### 4.3.4 Considerações sobre as recomendações do CEB

O CEB, diferente das demais apresentadas, não enfoca estruturas metálicas, estando direcionada para a análise e projetos com uso de concreto como principal material. Entretanto, pode-se utilizar alguns recursos em comum com as outras normas, no caso do uso das curvas S-N para a verificação do dano à fadiga para as armaduras embutidas no concreto.

#### 4.4 **European Standard - Eurocode 2: design of concrete structures (2002)**

O EUROCODE 2 (2002) é aplicável a todos os tipos de estruturas de concreto, pois apresenta um método geral para avaliação à fadiga de estruturas e elementos estruturais que estão submetidos a faixas de variação de tensão. Seu método é fruto de testes de fadiga em larga escala, aplicados em diferentes elementos estruturais.

Esta norma possui recomendações específicas nos seus itens 3.2.6 e 3.3.4 para o dimensionamento à fadiga para as armaduras do concreto. No seu item 6.8 recomenda-se para carregamentos de amplitude variável definido por históricos, basear o cálculo de vida útil na regra cumulativa de danos de Miner.

#### 4.4.1 Crêterios de dimensionamento

O EUROCODE 2 (2002) se aplica a elementos estruturais de concreto sujeitos a a es que provocam grande número de ciclos de varia o de tensão. A resistência aos ciclos de tensão previstos nesta norma considera que para a análise   fadiga, todas as tensões nominais devem estar dentro dos limites elásticos do material, não sendo permitido que os elementos estruturais estejam submetidos a temperaturas maiores que 80  C ou sem adequada prote o   corrosão.

A norma em questão permite que a avalia o da fadiga seja feita pelo método da tolerância do dano ou pelo método da vida útil. Qualquer outro método que não seja o descrito acima não está previsto por esse código. O referido código recomenda ainda que para tolerâncias para análise   fadiga, assim como condi es de verifica o sejam consultadas nas normas EN 10080 e EN 10138.

#### 4.4.2 Classifica o do concreto utilizado

Para o presente estudo, como se trata de uma ponte em concreto armado, abordou-se a Tabela 6.4N do EUROCODE 2, representada nesse trabalho pela Tabela 4.5. A linha em amarelo indica o tipo de barra de aço utilizada, ou seja, barras retas e dobradas.

A resistência   fadiga   determinada por uma série de curvas  $\log(\Delta\sigma_{Rsk}) \times \log(N)$ , conforme ilustra a Figura 4.4, sendo o valor de  $N^*$  dado conforme a Tabela 4.5.

Tabela 4.5 - Parâmetros de curva S-N para as armaduras embutidas no concreto, EUROCODE 2 (2002)

	N*	Expoente de Tensão		$\Delta\sigma_{Rsk}$ (MPa) para N* ciclos
		k <sub>1</sub>	k <sub>2</sub>	
Barras retas e dobradas <sup>(1)</sup>	10 <sup>6</sup>	5	9	162,5
Barras soldadas incluindo soldas de ponta e conectores mecânicos	10 <sup>7</sup>	3	5	58,5
Ambientes agressivos	10 <sup>7</sup>	3	5	35

- (1) Os valores são aqueles de acordo com a barra reta multiplicados por um fator de redução  $\xi$  dependendo da razão do diâmetro do gancho  $D$  e do diâmetro da barra  $\phi$ :  $\xi = 0,35 + 0,026D/\phi$ .

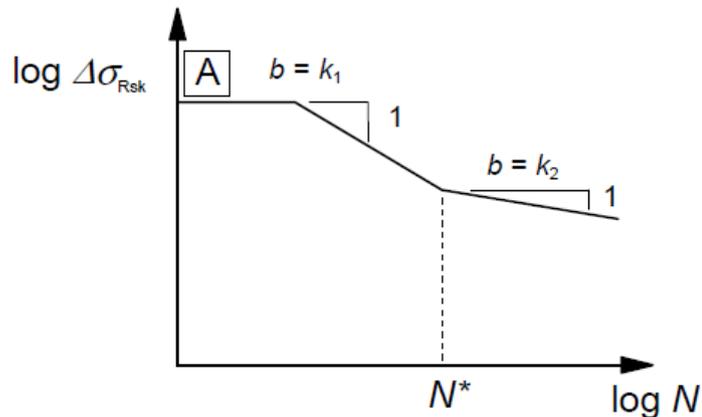


Figura 4.4 - Curvas de resistência à fadiga para intervalos de tensão normal, EUROCODE 2 (2002)

A equação 4.12 expressa a definição das curvas de resistência à fadiga para valores nominais de tensão.

$$\log(N) = \log(a) - m \cdot \log(\Delta\sigma_{Rsk}) \quad (4.12)$$

Onde:

$N$ : Número de ciclos de variação de tensões durante a vida útil da estrutura

$m$ : Declividade constante das curvas, com valor igual a 5 ou 9, de acordo com a Tabela 4.5.

$\log(a)$ : Constante determinada de modo a definir a equação da reta

$\Delta\sigma_{Rsk}$ : Resistência à fadiga em termos de faixa de tensões

#### 4.4.3 Ciclos de carregamento

Os valores das faixas de tensão devem ser determinados através do histórico de carregamento de cada elemento estrutural de acordo com suas características, em especial às barras de aço utilizadas no concreto. Pode, também, ser determinado através de medição da resposta dinâmica de estruturas similares.

Dessa forma, deve ser analisado o histórico de tensões, para que através da contagem dos ciclos possam se determinar as faixas de tensão a que estão submetidos os elementos estruturais. O EUROCODE 2 (2002) no item 6.8.4 prevê a utilização do método Rainflow válido para contagem de ciclos.

A metodologia adotada nesse código baseia-se na regra de Miner para determinação da vida útil da estrutura, porém com algumas correções de acordo com os fatores de segurança do código e com relação às curvas S-N conforme mostrado anteriormente. A fórmula de danos acumulados recomendada pelo EUROCODE 2 (2002) é ilustrada pela equação 4.13, a seguir.

$$D_{Ed} = \sum_i^n \frac{n(\Delta\sigma_i)}{N(\Delta\sigma_i)} \quad (4.13)$$

Onde:

$D_{Ed}$ : Dano acumulado

$n(\Delta\sigma_i)$ : Número de ciclos associados com cada faixa de tensão

$N(\Delta\sigma_i)$ : Número de ciclos tolerados para cada faixa de tensão

Dessa forma a verificação quanto à fadiga, para histórico de tensões, segundo o EUROCODE 2 (2002), deve obedecer aos seguintes critérios:

Se for baseado no acúmulo de dano:

$$D_{Ed} \leq 1 \quad (4.14)$$

Se for baseado na faixa de tensão:

$$\gamma_F \gamma_{Ed} \Delta\sigma_{S, equ} (N^*) \leq \frac{\Delta\sigma_{Rsk} (N^*)}{\gamma_{S, fat}} \quad (4.15)$$

Onde:

$\gamma_F$ : Fator parcial para ações, F

$\gamma_{Ed}$ : Fator de segurança parcial de  $\Delta\sigma_C$

$\gamma_{S,fat}$ : Fator de segurança à fadiga

$\Delta\sigma_{S,eq}(N^*)$ : Faixa de tensão do dano equivalente para diferentes casos e considerando o número de ciclos de carregamento  $N^*$ . Para construções regulares de edifícios  $\Delta\sigma_{S,eq}(N^*)$  podem ser aproximados pelo  $\Delta\sigma_S$  máximo

$\Delta\sigma_{Rsk}$ : Faixa de tensão normal referente a  $N^*$  ciclos, de acordo com a Tabela 4.5.

#### 4.4.4 Verificação do concreto usando-se a faixa de tensão de dano equivalente

Uma resistência satisfatória à fadiga pode ser assumida para concreto sob compressão, se as seguintes condições forem totalmente satisfatórias, de acordo com as equações 4.16 a 4.19 abaixo.

$$E_{cd,max,eq} + 0,43\sqrt{1 - R_{equ}} \leq 1 \quad (4.16)$$

Sendo que:

$$R_{equ} = \frac{E_{cd,min,eq}}{E_{cd,max,eq}} \quad (4.17)$$

$$E_{cd,min,eq} = \frac{\sigma_{cd,min,eq}}{f_{cd,fat}} \quad (4.18)$$

$$E_{cd,max,eq} = \frac{\sigma_{cd,max,eq}}{f_{cd,fat}} \quad (4.19)$$

Onde:

$R_{equ}$ : Faixa de tensão normal

$E_{cd,min, equ}$ : Nível de tensão compressiva mínimo

$E_{cd,max, equ}$ : Nível de tensão compressiva máximo

$f_{cd, fat}$ : Resistência do concreto à fadiga de projeto, de acordo com a equação 4.20

$\sigma_{cd,max, equ}$ : Maior tensão da amplitude final para N ciclos

$\sigma_{cd,min, equ}$ : Menor tensão da amplitude final para N ciclos

Nota: o valor recomendado para N é  $10^6$  ciclos

$$f_{cd, fat} = k_1 \beta_{cc}(t_0) f_{cd} \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \Rightarrow k_1 = 0,85 \quad (4.20)$$

Onde:

$\beta_{cc}(t_0)$ : Coeficiente para resistência do concreto na aplicação do primeiro carregamento

$t_0$ : Tempo do primeiro carregamento do concreto em dias

#### 4.4.5 Considerações sobre a norma

O EUROCODE 2 (2002) é uma das mais importantes referências mundiais no dimensionamento de estruturas de concreto. Tal código demonstra através dos seus fatores de correção a importância dada ao dimensionamento dos elementos estruturais quanto à fadiga.

#### 4.5 Norma Brasileira NBR 6118 (2003)

A NBR 6118 (2003) encara de maneira similar ao Eurocode 2 o comportamento estrutural à fadiga, conforme é mostrado no capítulo 23 da referida norma, onde esclarece sobre os estados limites últimos provocados por ressonância ou amplificação dinâmica e estados limites últimos de fadiga.

Esta norma mostra de maneiras separadas a verificação para o concreto e para as armaduras. No item 23.5 a NBR 6118 (2003) recomenda para carregamentos de amplitude variável definido por históricos, basear o cálculo de vida útil na regra de danos cumulativa de Miner.

Tal como a BS 5400, a NBR 6118 (2003) se aplica a problemas de fadiga de alto ciclo e considera que a estrutura trabalha no regime elástico.

#### 4.5.1 Critérios de dimensionamento

No item 23.5 da Norma em questão, Tabela 23.2, têm-se os parâmetros para as curvas S-N (Woeller) para os aços dentro do concreto, lembrando-se que a flutuação de tensões deve ser medida a partir da tensão máxima de 80% da tensão nominal de escoamento e frequência de 5 Hz a 10 Hz.

A Tabela 4.6 apresenta os tipos de curva S-N, com base no tipo de material, indicado na Tabela 4.7, que define o tipo de armadura e ambiente, obtendo-se finalmente o número de ciclos e os coeficientes  $k_1$  e  $k_2$  por meio da Tabela 4.6.

Os parâmetros para as curvas S-N (Woeller) para os aços dentro do concreto são obtidos pela Tabela 4.7. Para o presente trabalho se utilizam os valores referentes à armadura passiva, aço CA-50, caso de barras retas ou dobradas com  $D \geq 25\phi$  e  $\phi$  de 22 mm, de forma a se obter o valor de  $\Delta f_{sd,fad,min}$ , em MPa, bem como o seu tipo, onde:

$\Delta f_{sd,fad,min}$ : Resistência à fadiga em termos de faixa de tensões

Tabela 4.6 - Tipos da curva S-N

Tipo	$N^*$	$k_1$	$k_2$
T <sub>1</sub>	$10^6$	5	9
T <sub>2</sub>	$10^6$	3	7
T <sub>3</sub>	$10^6$	3	5
T <sub>4</sub>	$10^7$	3	5

Tabela 4.7 - Parâmetros para as curvas S-N para os aços dentro do concreto

Armadura passiva, aço CA-50									
Valores de $\Delta f_{sd,fad,min}$ , para $2 \times 10^6$ ciclos									
MPa									
Caso	$\phi$ mm								Tipo <sup>2)</sup>
	10	12,5	16	20	22	25	32	40	
Barras retas ou dobradas com $D \geq 25 \phi$	190	190	190	185	180	175	165	150	T <sub>1</sub>
Barras retas ou dobradas com: $D < 25 \phi$ $D = 5 \phi < 20$ mm $D = 8 \phi \geq 20$ mm	105	105	105	105	100	95	90	85	T <sub>1</sub>
Estribos $D = 3\phi \leq 10$ mm	85	85	85	-	-	-	-	-	T <sub>1</sub>
Ambiente marinho Classe IV	85	85	85	85	85	85	85	85	T <sub>4</sub>
Barras soldadas (incluindo solda por ponto ou das extremidades) e conectores mecânicos	85	85	85	85	85	85	85	85	T <sub>4</sub>
Armadura ativa									
Caso	Valores de $\Delta f_{pd,fad,min}$ , para $2 \times 10^6$ ciclos								
MPa									
Pré-tração, fio ou cordoalha reto	150								T <sub>1</sub>
Pós tração, cabos curvos	110								T <sub>2</sub>
Cabos retos	150								T <sub>1</sub>
Conectores mecânicos e ancoragens (caso de cordoalha engraxada)	70								T <sub>3</sub>
<sup>1)</sup> Admite-se, para certificação de processos produtivos, justificar os valores desta tabela em ensaios de barras ao ar. A flutuação de tensões deve ser medida a partir da tensão máxima de 80% da tensão nominal de escoamento e frequência de 5 Hz a 10 Hz.									
<sup>2)</sup> Ver tabela 23.3.									

Por meio da análise das tabelas anteriormente apresentadas, pode-se obter o valor de  $\Delta f_{sd,fad,min}$  para  $2 \times 10^6$  ciclos. Para o caso da ponte esconsa analisada, adota-se o valor de 185 MPa, de acordo com o aço encontrado no local, com  $N^* = 10^6$ ,  $k_1 = 5$  e  $k_2 = 9$ .

De acordo com a Figura 4.5, tem-se o gráfico do formato das curvas de resistência característica à fadiga (curvas S-N) para o aço, representado em escala log.log.

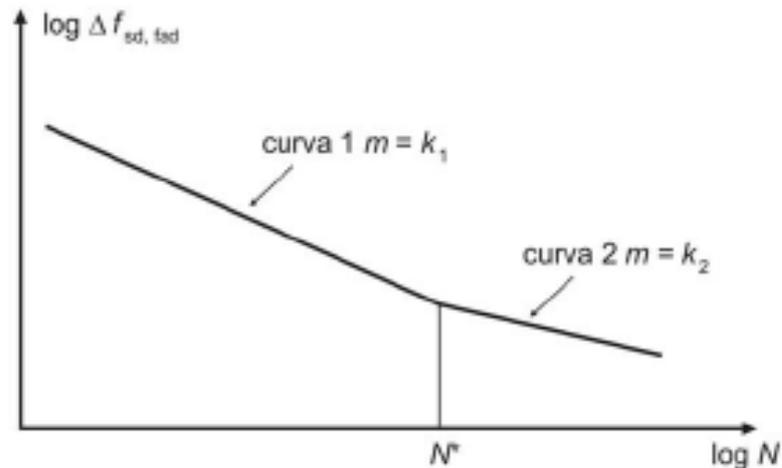


Figura 4.5 - Gráfico com o formato das curvas de resistência característica à fadiga (curvas S-N) para o aço embutido no concreto

Com base no gráfico acima pode-se deduzir a equação 4.21, sabendo-se que a função da resistência à fadiga para o aço consiste em segmentos de reta da forma  $(\Delta f_{sd, fad, min})^m \times N = \text{constante}$ .

$$\log(N) = \log(a) - m \cdot \log(\Delta f_{sd, fad, min}) \quad (4.21)$$

Onde:

N: Número de ciclos de variação de tensões durante a vida útil da estrutura

m: Declividade constante das curvas, com valor igual a 5 ou 9, para o caso das barras de aço encontradas, relativas ao  $k_1$  e  $k_2$ , respectivamente.

$\log(a)$ : Constante determinada de modo a definir a equação da reta

$\Delta f_{sd, fad, min}$ : Resistência à fadiga em termos de faixa de tensões

Dessa maneira, pode-se obter uma fórmula similar à deduzida por Leitão (2009), para a definição da vida útil da estrutura, conforme mostrado posteriormente no capítulo 10.

#### 4.5.2 Considerações sobre a norma

A NBR 6118 (2003), é uma norma que tem se aprimorado continuamente, e no tocante à análise dinâmica, tem evoluído. Nesse assunto em especial, tem

adotado uma tendência europeia de estudo, embasada pelo EUROCODE 2 e pelo Comité Euro-International du Béton - CEB.

No próximo capítulo aborda-se o modelo estrutural investigado, com base em uma obra de arte especial existente, com suas respectivas propriedades físicas e geométricas. Tal modelo servirá de base para a modelagem numérico-computacional, fundamental para o desenvolvimento deste trabalho.

## **5 MODELO ESTRUTURAL E DESCRIÇÃO DOS TESTES EXPERIMENTAIS**

### **5.1 Introdução**

Apresenta-se neste capítulo os dados referentes ao projeto da ponte rodoviária, esconsa e em concreto armado, adquiridos nesta investigação. A estrutura da ponte apresentada foi originalmente dimensionada a partir das normas de projeto brasileiras da época da construção.

A ponte rodoviária apresentada nesse estudo baseia-se em uma obra real. Nesta obra de arte especial foram realizadas provas de carga dinâmicas com uso de acelerômetros, cuja metodologia e resultados constam neste capítulo.

### **5.2 Modelo estrutural da ponte**

O modelo estudado diz respeito a uma ponte no estado do Rio de Janeiro, concebida em meados de 1960, junto à rodovia Washington Luis, BR-040, sentido Petrópolis, próximo à saída 114, dando acesso a uma área industrial no Bairro de Campos Elíseos.

A ponte em concreto armado vence o córrego como obstáculo, tem traçado retilíneo, é esconsa e possui vão único com dimensão variável entre 16,00m e 17,50m de extensão e largura variável de extremidade a extremidade, com valores entre 8,17 e 10,35 metros.

A infraestrutura compreende as fundações, atualmente submersas, mas após investigação pontual e consulta a projetos acredita-se ser em estacas metálicas encamisadas por concreto.

A mesoestrutura é composta por apoios, representados pelos encontros, um em cada extremidade, apoiados nas respectivas fundações e taludes. Os taludes são parcialmente revestidos por vegetação local (gramíneas). Não existem pilares e nem sistema de drenagem dos taludes.

Na interface entre a superestrutura e a mesoestrutura existem aparelhos de apoio em neoprene fretado em ambos os lados da ponte, dispostos nas extremidades das quatro vigas longarinas.

O vão entre a superestrutura e a parede do encontro constitui a junta de dilatação, que não possui perfil elastomérico e está obstruída por terra e asfalto. A

ponte possui laje de transição em concreto simples junto aos encontros, com comprimento próximo de 1,00m, ambas obstruídas por asfalto.

A superestrutura é composta por quatro vigas longarinas, sendo as de extremidade com maior largura do que as intermediárias, com 46cm e 36cm, respectivamente, em seção retangular acompanhando o traçado da ponte. As vigas longarinas são ligadas entre si pelas vigas transversinas e pela laje.

As três vigas transversinas possuem seção retangular constante, sendo uma em cada apoio e uma intermediária. A laje é maciça e convencional, e constitui balanço em ambos os lados. Não se verificaram dispositivos de drenagem na superestrutura.

A área de tráfego é formada pela pista de rolamento, com duas faixas não delimitadas no mesmo sentido, em pavimento de concreto, com meio-fio não delimitado, e passeio para pedestres em ambos os lados, guarnecidos por guarda-corpos vazados em concreto armado.

A drenagem da pista é feita por aberturas junto aos passeios, que escoam a água para as laterais da ponte. Além disso, no lado direito do encontro E2 há uma abertura no fim da laje do passeio, provavelmente para escoamento das águas do mesmo.

O entorno da ponte representa um ambiente industrial, cujos veículos geram um fluxo constante, principalmente em horários comerciais, devido aos ônibus fretados de acesso de funcionários da área industrial, bem como de carretas.

A frota varia desde veículos de passeio até carretas que certamente ultrapassam o trem tipo limite de norma que se enquadra no TB-45 da NBR 7188 (1984).

Na seqüência apresenta-se nas Figuras 5.1 a 5.4 a planta baixa da estrutura, suas vistas longitudinais esquerda e direita e a seção transversal típica, respectivamente, com suas dimensões em metros.

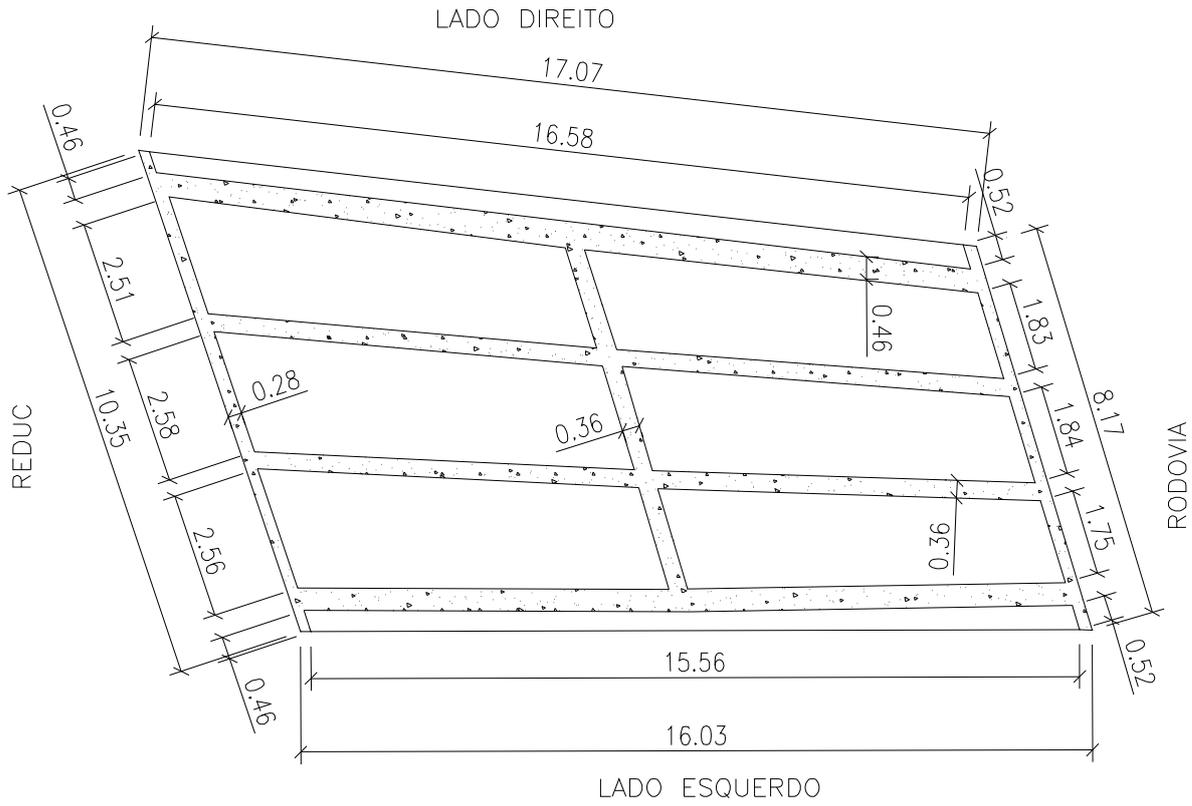


Figura 5.1 - Planta baixa - unidades em m

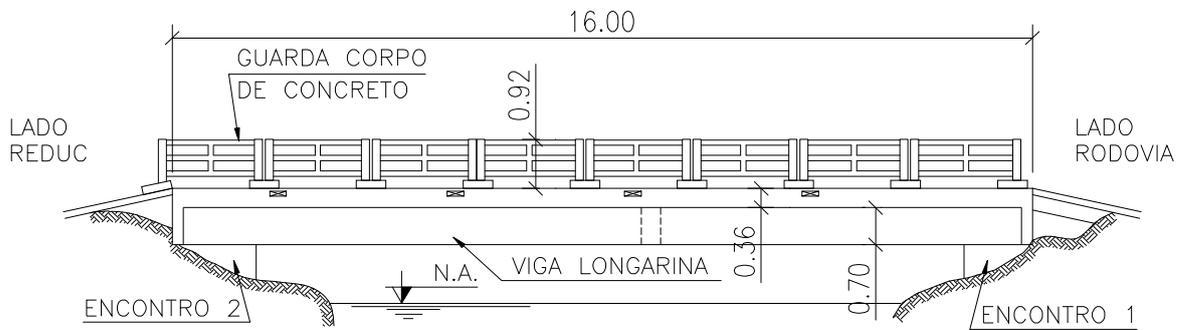


Figura 5.2 -Vista longitudinal esquerda – unidades em m

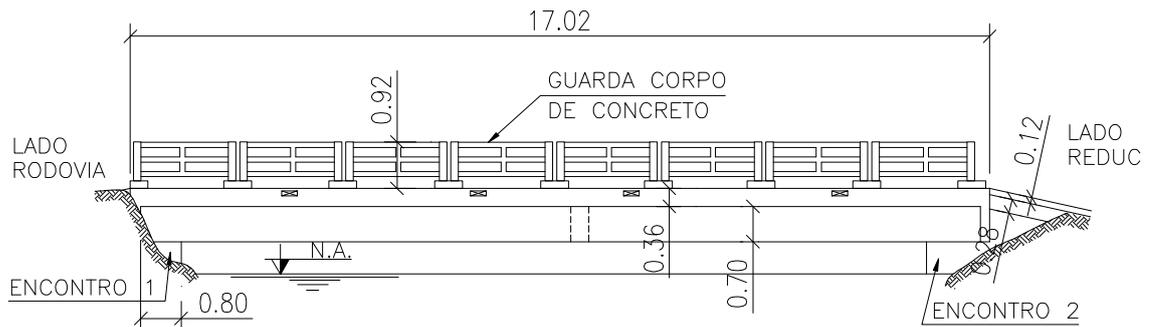


Figura 5.3 -Vista longitudinal esquerda – unidades em m

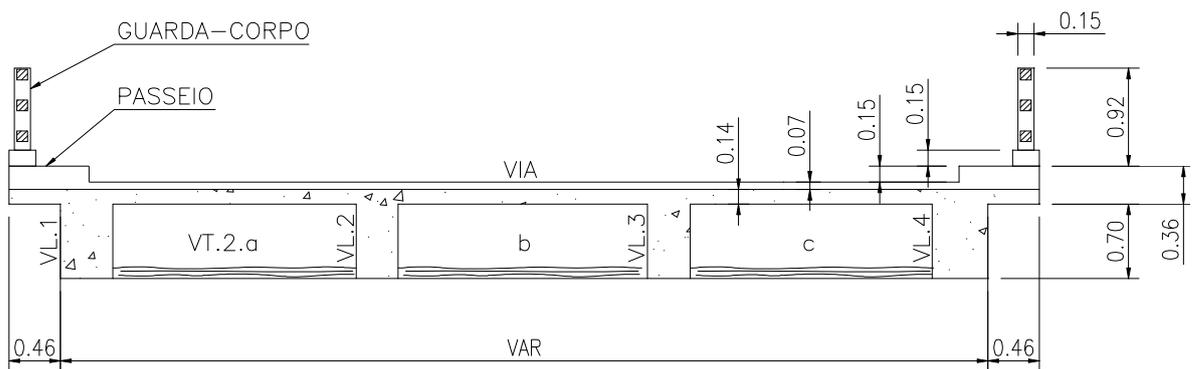


Figura 5.4 -Seção transversal típica da ponte

As fotos a seguir ilustram o quadro anteriormente discriminado. Nota-se o baixo gabarito vertical da ponte com relação ao nível do canal, além de algumas áreas de corrosão da armadura de pele.



Foto 5.1 - Vista lateral direita.



Foto 5.2 - Vista superior da ponte. Notar escondidade.



Foto 5.3 - Vista parcial inferior. Notar baixo gabarito vertical em relação ao canal.



Foto 5.4 - Vista de laje em balanço e viga longarina VL4 externa.



Foto 5.5 - Vista Parcial Inferior. Detalhe para os blocos do encontro. Notar pontos de corrosão da armadura de pele.



Foto 5.6 - Vista parcial da laje em balanço e viga longarina VL1 externa. Notar baixo gabarito vertical em relação ao canal.

As características geométricas da seção transversal, bem como as características físicas do concreto, utilizadas no dimensionamento de projeto da ponte estão demonstrados nas Tabelas 5.1 a 5.3, respectivamente.

Tabela 5.1 - Propriedades geométricas da ponte

Propriedades geométricas da ponte (m)	
Comprimento médio	16,50
Largura média	10,31
Altura sem guarda-rodas	0,84
Espessura da laje	0,14
Largura do balanço lateral	1,25
Espaçamento entre eixos de viga	Variável

Tabela 5.2 - Características geométricas da seção transversal

Propriedade	Valor
Área	3,744 m <sup>2</sup>
Momento de Inércia	0,4641 m <sup>4</sup>
Massa Distribuída	9.360 kg/m

Tabela 5.3 - Propriedades do concreto C20

Resistência característica	$f_{ck} = 20 \text{ MPa}$
Módulo de elasticidade	$E = 29 \text{ GPa}$
Coefficiente de Poisson	$\nu = 0,2$
Massa específica	$\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$

Tabela 5.4 - Propriedades do aço

Tensão de escoamento	$f_{sk} = 435 \text{ MPa}$
Tipo de aço	CA-50
Diâmetro da armadura principal	22 mm
Diâmetro da armadura secundária	6,3 mm

### 5.3 Testes experimentais realizados na ponte

A motivação dos testes se deu pela necessidade de avaliação da ponte para a passagem de um comboio adequado ao TB-45 da NBR 7188 (1984), visto que entre os veículos que compõem essa frota diária existem diversas carretas que acessam a indústria e o entorno da obra de arte, caracterizado por uma zona industrial. Deste modo, foram realizados testes experimentais sobre a ponte em estudo (provas de carga estática e dinâmica), objetivando determinar sua capacidade de carga e, bem como, suas características dinâmicas.

A prova de carga estática desenvolveu-se independentemente e não integra esta dissertação. Adianta-se que a ponte se enquadrou na classe de carregamento TB-30 da NBR 7188 (1984).

#### 5.3.1 Prova de carga dinâmica

A prova de carga dinâmica realizou-se com uma carreta que entrou de frente na ponte com as cargas mostradas na Figura 5.5, centrado no tabuleiro, a uma velocidade de 20 km/h.

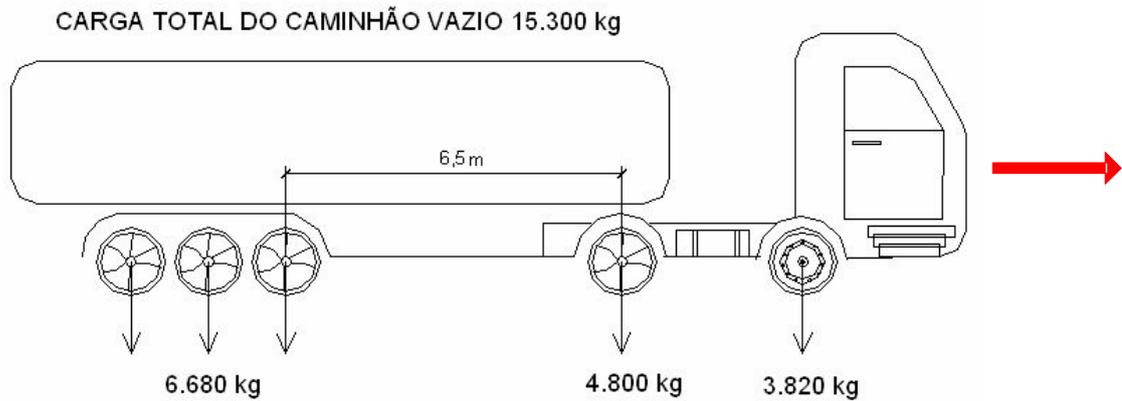


Figura 5.5 - Esquema da carreta utilizada na prova de carga estática e dinâmica.

Nas proximidades dos apoios mediram-se os deslocamentos dinâmicos verticais e no meio do vão mediram-se dois deslocamentos dinâmicos verticais em vigas diferentes conforme mostram a Figura 5.6, medindo-se ainda os deslocamentos dinâmicos nas bases dos encontros, com uso de 12 acelerômetros, sendo 6 utilizados para medidas verticais e 6 para medidas horizontais.

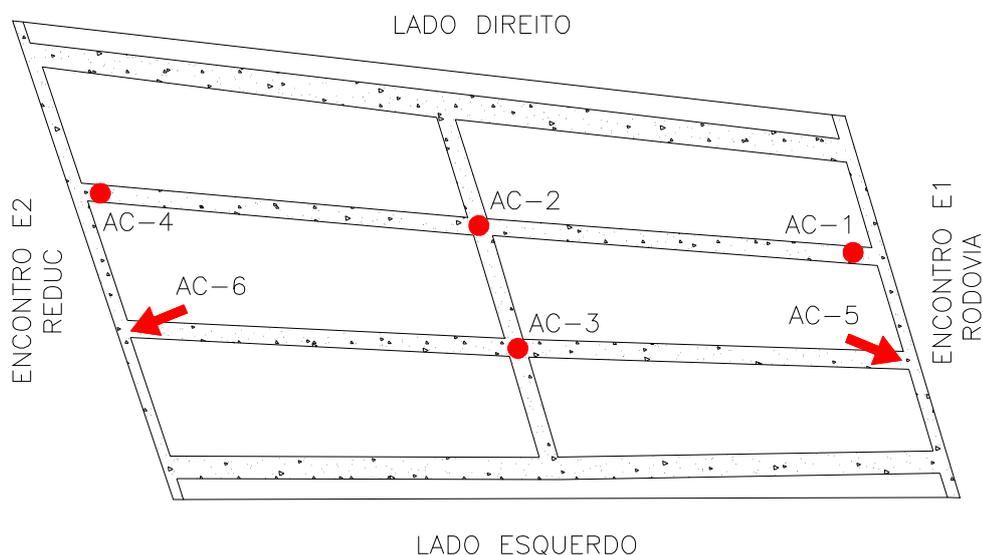


Figura 5.6 - Posicionamento dos acelerômetros na ponte.

Para a realização dessa prova de carga, utilizaram-se medidores de aceleração dinâmica eletrônicos, denominados acelerômetros, da marca Silicon Designs modelo 2210-002, com as seguintes características:

- Faixa de resposta: 0 / 300Hz

- Range de medição:  $\pm 2g$
- Precisão da medição:  $1,52 \times 10^{-4} g$
- Temperatura de operação:  $-40$  a  $+80^{\circ}C$

As respostas dos acelerômetros foram medidas e gravadas no sistema ADS 2000, fabricado pela LYNX Tecnologia Eletrônica LTDA.

A Foto 5.7 ilustra parte da aquisição dos dados do ensaio de prova de carga dinâmica na ponte esbôca de concreto em tempo real.

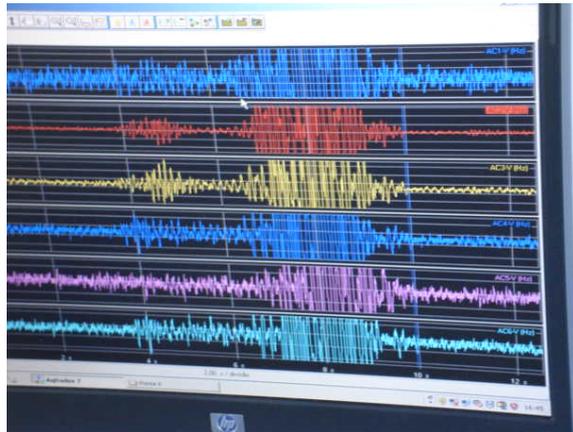


Foto 5.7 - Aquisição dos dados em tempo real.

### 5.3.2 Calibração dos resultados numéricos com os obtidos experimentalmente

Os gráficos a seguir, representados pela Figura 5.7, representam a densidade espectral de potência x frequência e mostram os resultados dos acelerômetros.

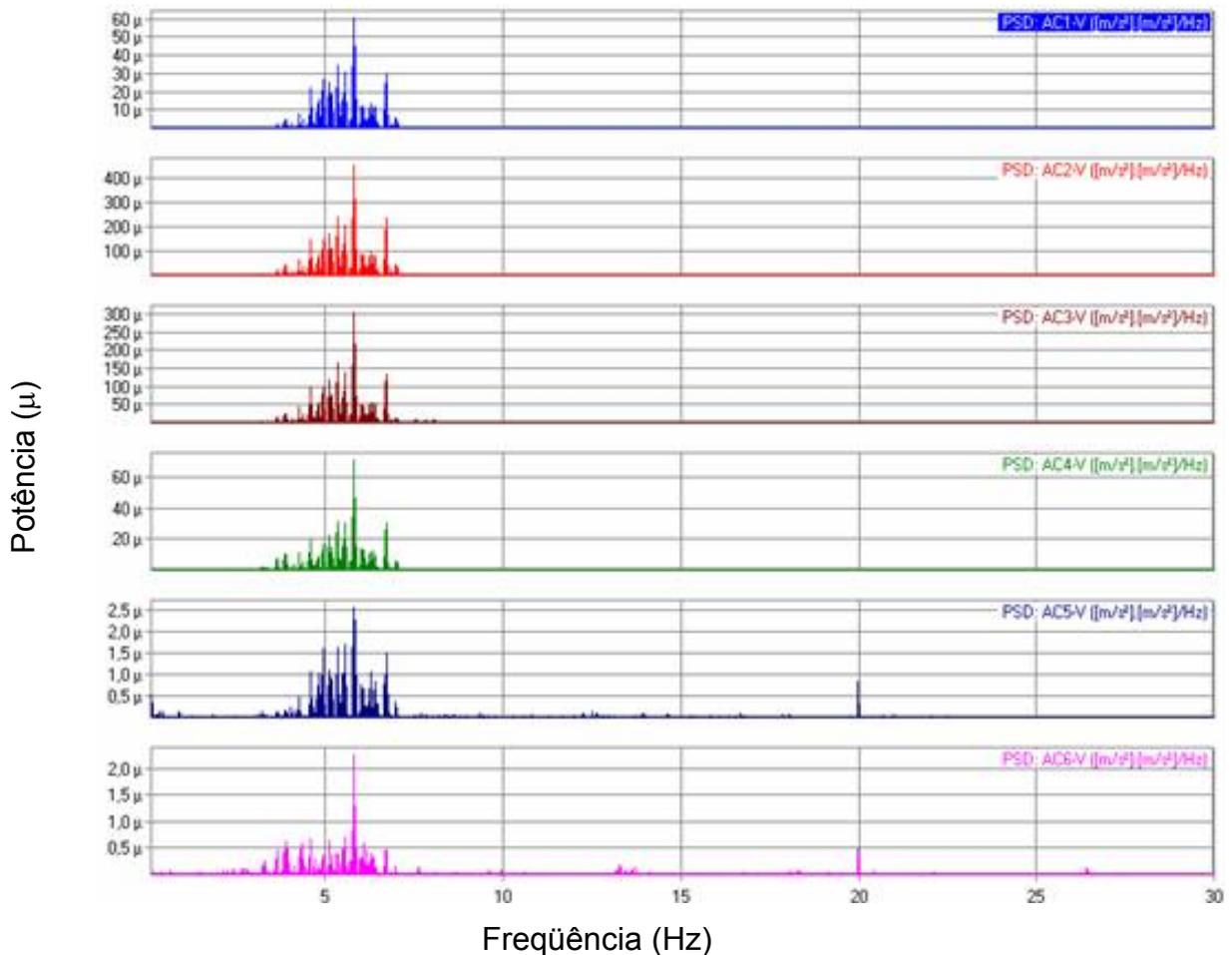


Figura 5.7 – Espectros de freqüências obtidos pelos acelerômetros

Nestes gráficos, apresentados na Figura 5.14, pode-se observar nitidamente a predominância da primeira freqüência natural da ordem de 6,7 Hz (freqüência fundamental da estrutura:  $f_{01} = 6,7$  Hz). Verifica-se que esta freqüência aparece em todos os acelerômetros, ilustrando o exposto anteriormente.

Deve-se ressaltar, também, que o valor experimental da freqüência fundamental da obra de arte em estudo praticamente coincide com aquele obtido numericamente ( $f_{01EXP} = 6,7$  Hz  $\approx$   $f_{01NUM} = 6,8$  Hz), o que representa um ponto positivo, no que tange a uma calibração satisfatória do modelo numérico desenvolvido. Tal fato assegura confiabilidade, no que diz respeito à representação adequada das características dinâmicas de massa e rigidez da obra de arte investigada.

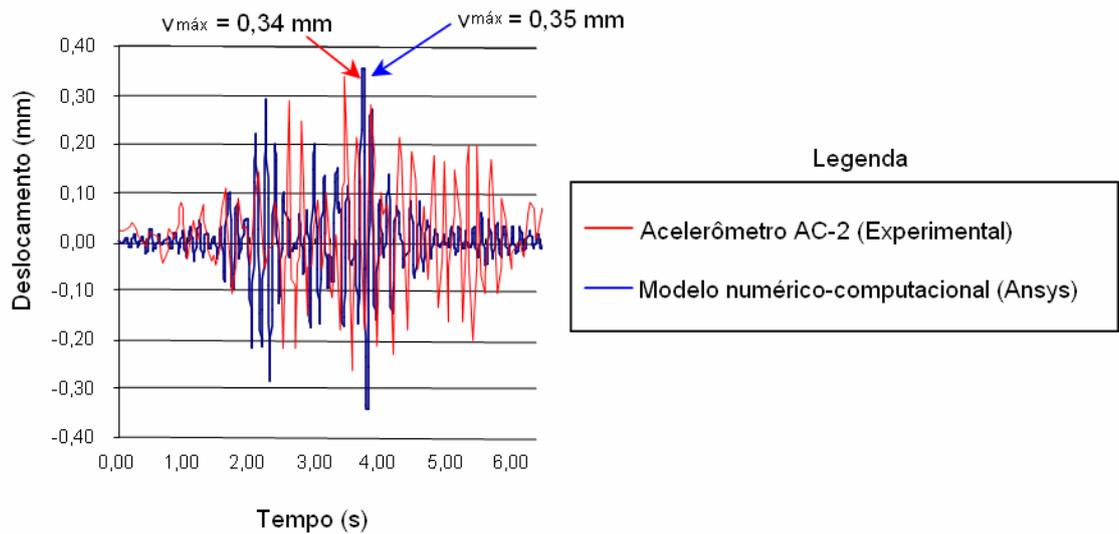


Figura 5.8 - Comparativo entre o resultado do acelerômetro, em vermelho, e do modelo do Ansys (2005), em azul

A aquisição dos resultados pertinentes ao acelerômetro AC-2, Figura 5.15, localizado no meio do vão da viga longitudinal VL2, Foto 5.18, em termos dos deslocamentos translacionais verticais, ao longo do tempo, é representada pela linha vermelha na Figura 5.15. São observadas similaridades entre a resposta experimental e aquela obtida com base no emprego no modelo numérico-computacional desenvolvido nesta dissertação.

Os valores máximos da resposta dinâmica (valores de pico) são coincidentes ( $v_{EXP} = 0,35 \text{ mm} \approx v_{NUM} = 0,34 \text{ mm}$ ), o que assegura confiabilidade aos resultados obtidos ao longo deste estudo. São percebidas diferenças em alguns pontos do gráfico associado a resposta dinâmica da ponte (experimental e numérica), os quais podem ser explicados a partir da modelagem do amortecimento estrutural e, bem como, das características dinâmicas do veículo empregado no ensaio experimental.

No próximo capítulo será apresentada a definição dos veículos pertencentes aos comboios e, bem como, modelos de carregamento, utilizados para investigar a resposta dinâmica da obra de arte, no que tange a verificação à fadiga.

## 6 MODELAGEM DA CARGA MÓVEL

### 6.1 Generalidades

Este capítulo engloba o processo de definição da carga móvel com base na modelagem matemática dos veículos, considerando-se suas características geométricas e dinâmicas. As frequências naturais e modos de vibração das viaturas são investigados e, bem como, os comboios de veículos para trafegar sobre a ponte são definidos.

### 6.2 Modelagem dos veículos

A modelagem matemática de um veículo tridimensional é uma tarefa bastante complexa. Inúmeros modelos matemáticos que simulam os veículos da forma mais realista possível, com elevado número de graus de liberdade, tem sido desenvolvidos ao longo do tempo (Santos, 2007), (Almeida, 2006), (Leitão, 2009). A Figura 6.1 ilustra o modelo matemático tridimensional pertencente a um veículo com oito graus de liberdade desenvolvido por Santos (2007).

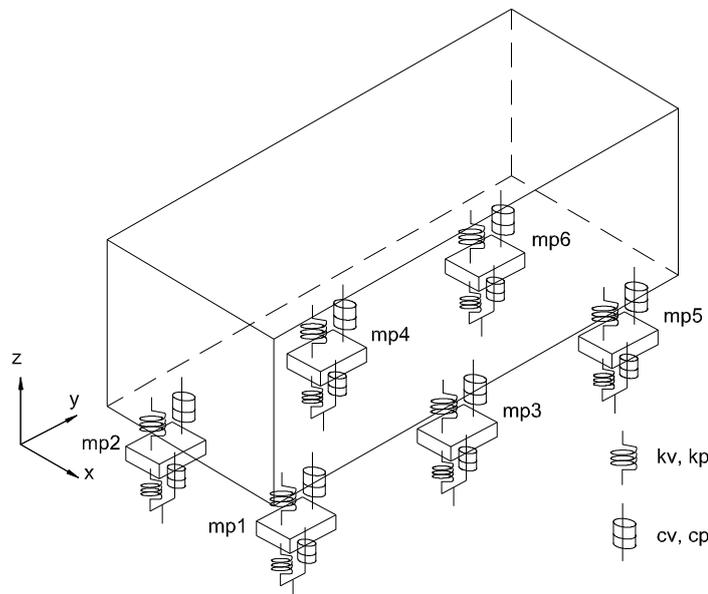


Figura 6.1 - Modelo de veículo tridimensional desenvolvido por Santos (2007)

O modelo matemático desenvolvido neste trabalho baseia-se no veículo desenvolvido por Almeida (2006) e procura representar veículos reais que trafegam sobre as pontes rodoviárias e viadutos existentes.

O modelo bidimensional de Almeida (2006) é considerado discreto, constituído por conjuntos de massas, molas e amortecedores possuindo três massas e um total de quatro graus de liberdade. O modelo do veículo é formado por um conjunto de massas, molas e amortecedores e baseia-se no veículo “Tipo 45” preconizado pela norma brasileira NBR 7188 (1984), como mostrado na Figura 6.2.

Deve-se ressaltar que este embasamento diz respeito apenas às dimensões e ao número de eixos do veículo, pois a referida norma considera que o carregamento imposto pelo mesmo é constituído por um par de forças concentradas que apresentam módulos constantes e iguais entre si ao longo do tempo.

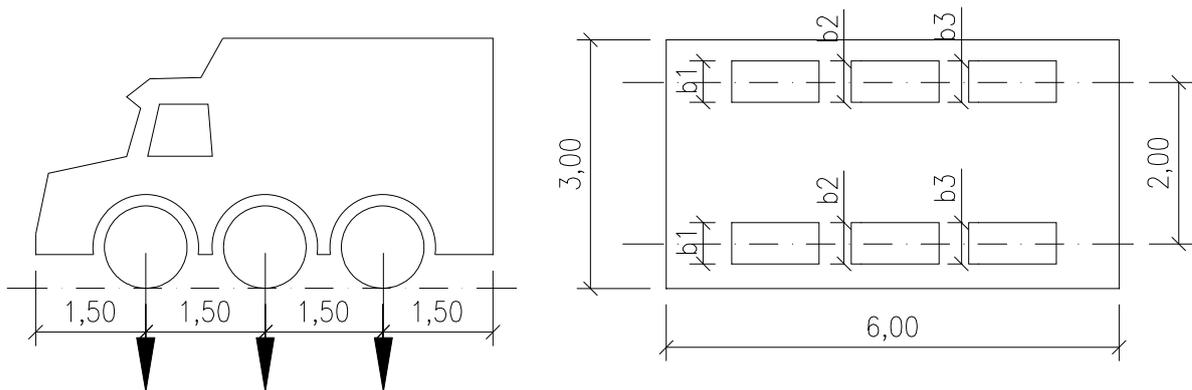


Figura 6.2 - Veículo tipo “TB-45” da NBR 7188 (1984)

A Figura 6.3 apresenta as propriedades dinâmicas do modelo de veículo de Almeida (2006), o qual possui três eixos, uma massa suspensa e três massas não-suspensas. Nesta figura visualiza-se a massa suspensa,  $m_s$ , as massas não-suspensas,  $m_{ns1}$ ,  $m_{ns2}$  e  $m_{ns3}$ , os conjuntos mola-amortecedor superiores,  $k_{vs1}$ ,  $c_{vs1}$ ,  $k_{vs2}$ ,  $c_{vs2}$  e  $k_{vs3}$ ,  $c_{vs3}$ , e os conjuntos mola-amortecedor inferiores,  $k_{vp1}$ ,  $c_{vp1}$ ,  $k_{vp2}$ ,  $c_{vp2}$  e  $k_{vp3}$ ,  $c_{vp3}$ .

Este modelo matemático apresenta cinco graus de liberdade, sendo estes os movimentos vertical e de rotação no próprio plano da massa suspensa, descritos, respectivamente, pelas coordenadas  $u_v$  e  $\theta_s$ , e os movimentos verticais das três massas não-suspensas, dados pelas coordenadas  $u_1$ ,  $u_2$  e  $u_3$ . A Tabela 6.1 relaciona as características dinâmicas do modelo de veículo desenvolvido por Almeida (2006).

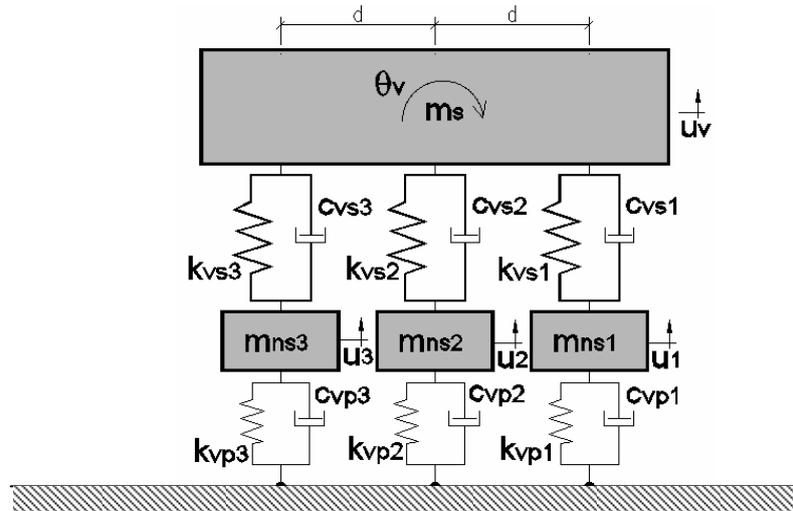


Figura 6.3 - Modelo de veículo com 5 graus de liberdade, Almeida (2006).

Tabela 6.1 - Características dinâmicas do veículo, Almeida e Silva (2006)

Características Dinâmicas	Valor	Unidade
massa suspensa ( $m_s$ )	40.000	Kg
massa não suspensa ( $m_{nsi}$ ) <sup>(1)</sup>	1.666,67	Kg
momento de inércia da massa suspensa ( $I_{ms}$ )	150.000	kg m <sup>2</sup>
rigidez da suspensão ( $k_{vsi}$ ) <sup>(2)</sup>	6.195,07	kN/m
rigidez dos pneus ( $k_{vpi}$ ) <sup>(3)</sup>	20.134,00	kN/m
fração de amortecimento da suspensão ( $\xi_i$ )	0,10	-
freq. natural associada à rotação da $m_s$ ( $f_{01}$ )	1,90	Hz
freq. natural associada à translação da $m_s$ ( $f_{02}$ )	2,99	Hz
freqüência natural associada a $m_{ns1}$ ( $f_{03}$ )	20,00	Hz
freqüência natural associada a $m_{ns2}$ ( $f_{04}$ )	20,03	Hz
1º modo natural de vibração ( $\phi_1$ )	$[0,00 \quad -0,36 \quad 0,00 \quad 0,36 \quad 1,00]^T$	
2º modo natural de vibração ( $\phi_2$ )	$[1,00 \quad -0,24 \quad 0,24 \quad 0,24 \quad 0,00]^T$	
3º modo natural de vibração ( $\phi_3$ )	$[0,00 \quad -0,50 \quad 1,00 \quad -0,50 \quad 0,00]^T$	
4º modo natural de vibração ( $\phi_4$ )	$[0,00 \quad 1,00 \quad 0,00 \quad -1,00 \quad 0,00]^T$	
5º modo natural de vibração ( $\phi_5$ )	$[0,00 \quad 1,00 \quad 1,00 \quad 1,00 \quad 0,00]^T$	

<sup>(1)</sup> Os valores das três massas não suspensas são iguais entre si.

<sup>(2)</sup> Os valores de rigidez das três suspensões são iguais entre si.

<sup>(3)</sup> Os valores de rigidez dos pneus dos três eixos são iguais entre si.

Os cinco modos de vibração obtidos por Almeida e Silva (2006) e adotados nesse estudo para este veículo,  $\phi_1$ ,  $\phi_2$ ,  $\phi_3$ ,  $\phi_4$  e  $\phi_5$ , são apresentados, graficamente, na Figura 6.4.

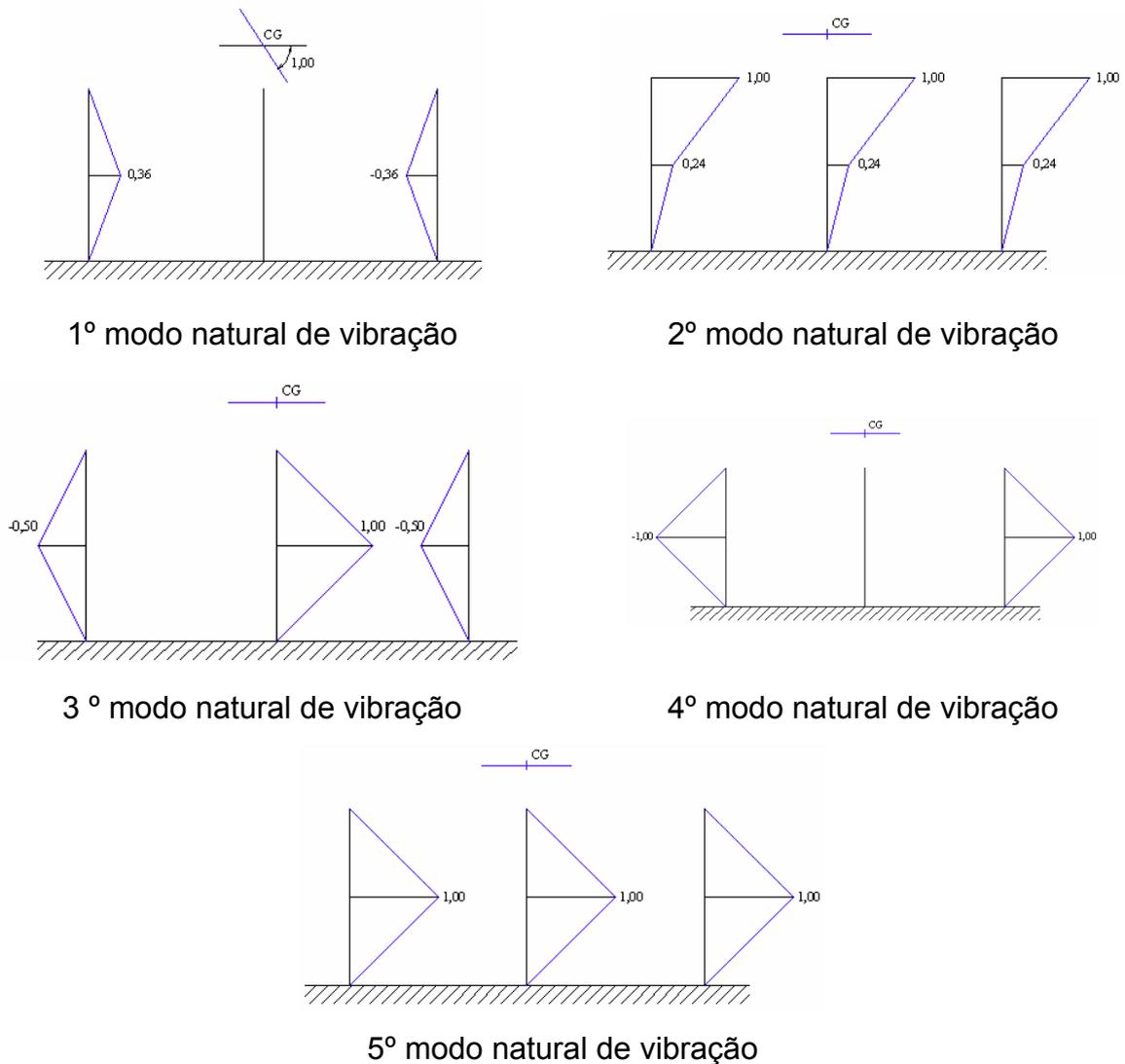


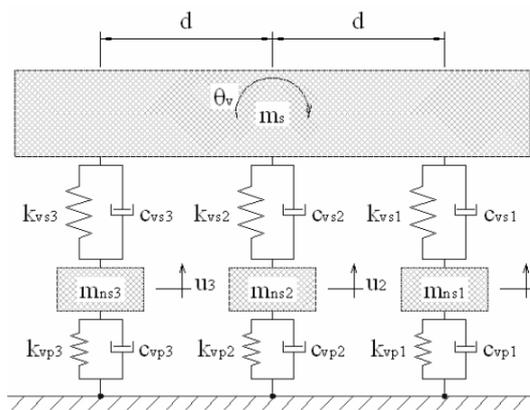
Figura 6.4 - Modos de vibração do veículo

Um ponto bastante importante neste estudo diz respeito aos valores das frequências naturais dos veículos isolados, considerados para efeito de análise sobre uma base rígida. As frequências naturais, correspondentes à translação da massa suspensa e da massa não-suspensa, são feitas iguais a 3,0Hz e 20,0Hz, respectivamente, Silva (1996). Contudo, o veículo possui uma frequência de valor mais baixo, associada à rotação da massa não suspensa dos modelos, a qual é igual a 2,3Hz.

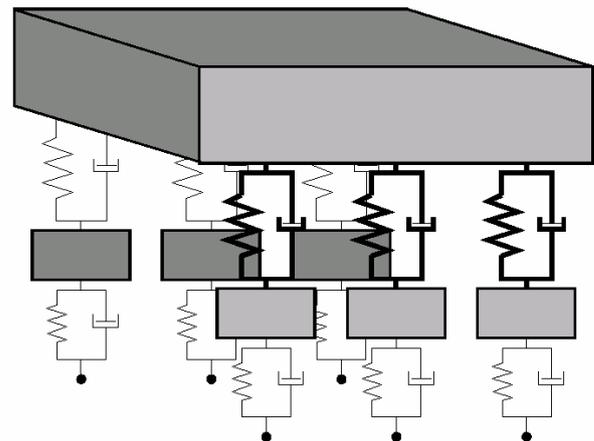
O coeficiente relativo de amortecimento,  $\xi$ , adotado para o modo de vibração natural com predominância de deslocamentos da massa suspensa dos veículos é igual a 0,1 (10%), Silva (1996). A massa total de todos os modelos de veículo empregados neste trabalho é de 45t ( $m_s = 40.000,0\text{kg}$ ;  $m_{ns1} = m_{ns2} = m_{ns3} = 1.666,67\text{kg}$ , o que corresponde a um peso total de 450kN. A relação entre a massa suspensa e as massas não-suspensas foi feita igual a 8,0 em todos os casos, Silva (1996).

Neste estudo foram utilizadas todas as propriedades dinâmicas do veículo desenvolvido por Almeida (2006), de acordo com as Figuras 6.2 e 6.3. As forças geradas pelos eixos da viatura, advindas da interação entre o peso dos veículos e o tabuleiro da ponte, foram divididas proporcionalmente para as seis rodas do modelo tridimensional, com o objetivo de representar um veículo com seis rodas do tipo TB-45 (NBR 7188, 1984), conforme ilustrado na Figura 6.5.

Desta forma, considera-se que os pares de rodas trabalham em conjunto, associados a seis cargas pontuais, variáveis ao longo do tempo, as quais são aplicadas sobre o tabuleiro da ponte de concreto armado, de acordo com o movimento destes veículos. A Figura 6.5 ilustra a modelagem desenvolvida e aplicada nesta dissertação.



Modelo original, Almeida (2006)



Aplicação das forças dinâmicas

Figura 6.5 - Descrição dos modelos de veículos

### 6.3 Comboios de veículos empregados na análise

Na seqüência do texto apresentam-se as Figuras 6.6 e 6.7, representativas dos comboios de veículos empregados na análise paramétrica. Assim sendo convém chamar a atenção do leitor para o fato de que são empregados dois comboios distintos de veículos para a obra de arte simplesmente apoiada. Esses comboios foram definidos com base no comprimento médio da ponte de 16,5m, o que limita a quantidade e velocidade dessas viaturas.

#### 6.3.1 Primeiro comboio: 2 veículos TB-45 com 10,0 metros de espaçamento

Este comboio representa duas carretas TB-45 (NBR 7188, 1984) espaçadas de 10m entre si. Esse espaçamento foi definido com base na segurança de utilização. É conveniente lembrar o leitor que o espaçamento considerado entre veículos se refere à distância entre os primeiros eixos de cada veículo, conforme mostrado na Figura 6.6.

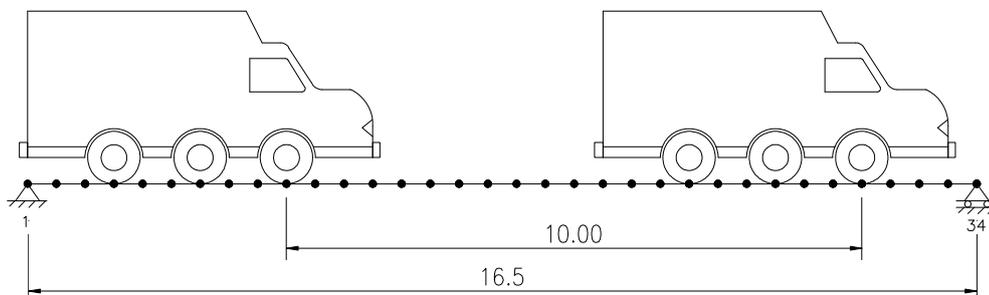


Figura 6.6 - Comboio com 2 veículos TB-45

#### 6.3.2 Segundo comboio: 3 veículos TB-45 com 6,5 metros de espaçamento

O comboio em questão, ilustrado na Figura 6.7, considera três carretas em seqüência passando sobre a ponte. Para isso, nota-se um pequeno espaçamento, que se torna necessário a título de cálculo, devido ao fato da ponte possuir comprimento médio máximo de 16,50 metros.

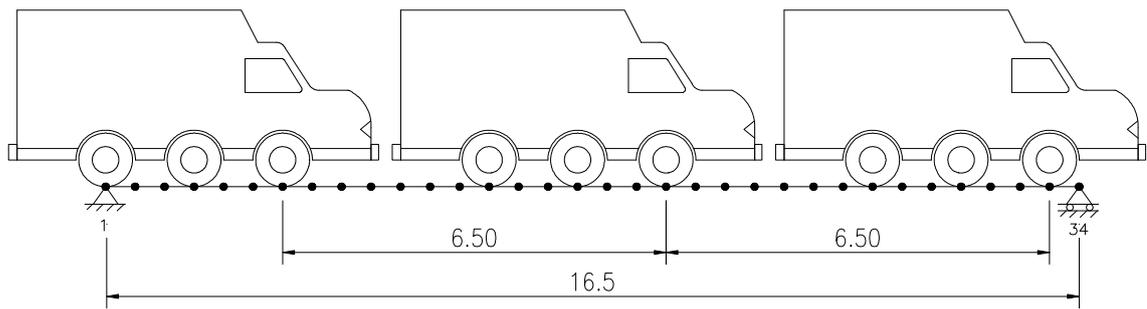


Figura 6.7 - Comboio com 3 veículos TB-45

O capítulo que se segue apresenta o modelo numérico-computacional adotado, software utilizado, elemento de modelagem apropriado, bem como a metodologia de aplicação das cargas.

## **7 MODELO NUMÉRICO-COMPUTACIONAL**

### **7.1 Introdução**

No capítulo anterior foram apresentadas todas as propriedades referentes à estrutura da ponte de concreto, assim como as propriedades dos veículos desenvolvidas no estudo. Nesse capítulo, as propriedades apresentadas anteriormente são utilizadas para possibilitar a criação de um modelo numérico-computacional tridimensional mais próximo da realidade.

O modelo numérico-computacional tridimensional foi implementado com base no emprego da ferramenta computacional Ansys (2005). Neste modelo, considera-se a travessia dos comboios de veículos sobre a estrutura da ponte e, bem como, a interação destes com o tabuleiro.

### **7.2 Modelo numérico**

O modelo computacional tridimensional foi gerado utilizando-se técnicas usuais de discretização, via método dos elementos finitos (MEF), por meio do emprego do programa Ansys (2005).

A estrutura da ponte foi simulada através da utilização de elementos sólidos em um modelo com um total de 4881 nós e 14643 graus de liberdade. O comprimento dos elementos finitos que compõem a malha da estrutura é de da ordem de 0,50m, perfazendo um total de 3136 elementos, conforme mostrado na Figura 7.1.

Este modelo numérico visa representar com fidelidade a ponte de concreto armado investigada, a qual possui quatro vigas longarinas, duas vigas travessas junto aos apoios e uma viga transversina no meio do vão. As características físicas e geométricas da ponte foram expostas no item 5.2 deste documento.

Considerou-se a laje do tabuleiro com 14,00 cm de altura e vigas com 70,00 cm de altura da alma, que somada à laje totaliza 84,00 cm, de acordo com o projeto original. Os aparelhos de apoio foram representados em modelo matemático por 3 (três) pontos de apoio em cada extremidade longitudinal de viga longarina, sob cada um de seus nós. A Figura 7.1 ilustra o modelo computacional tridimensional, através da sua perspectiva e vistas superior, lateral e frontal.

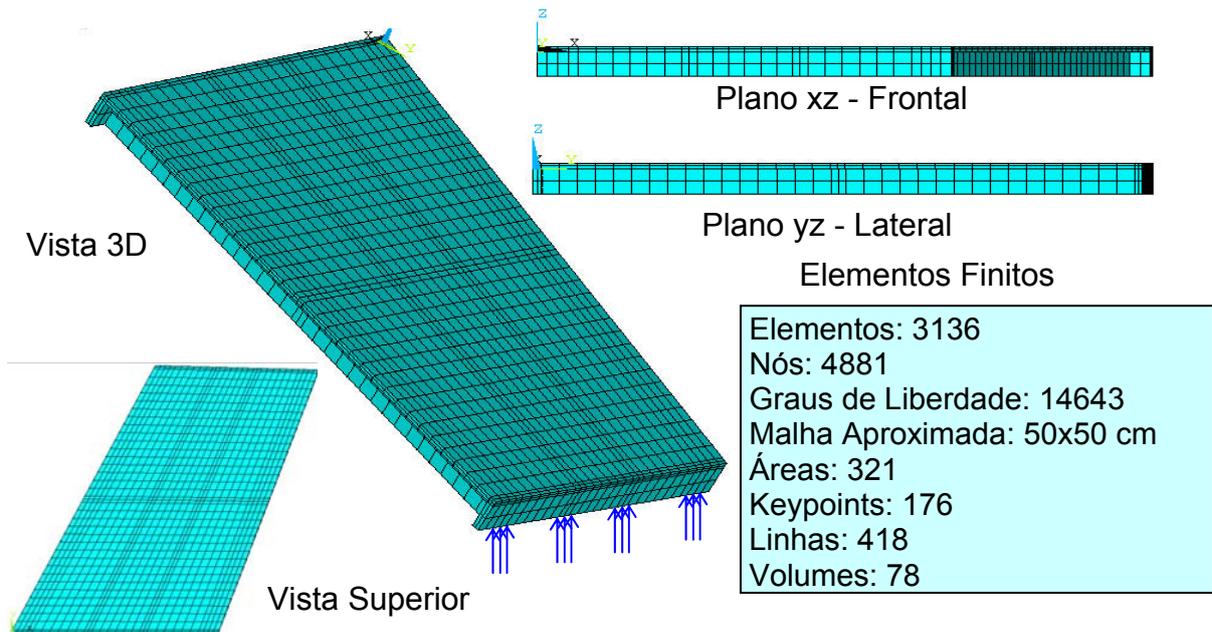


Figura 7.1 - Modelo em elementos finitos

### 7.3 Descrição dos elementos finitos

Para modelagem de todos os elementos estruturais da ponte de foram utilizados elementos finitos de sólido do tipo SOLID45, que possuem oito nós e três graus de liberdade por nó. A Figura 7.2 ilustra o elemento finito de sólido SOLID45 utilizado para modelar a ponte.

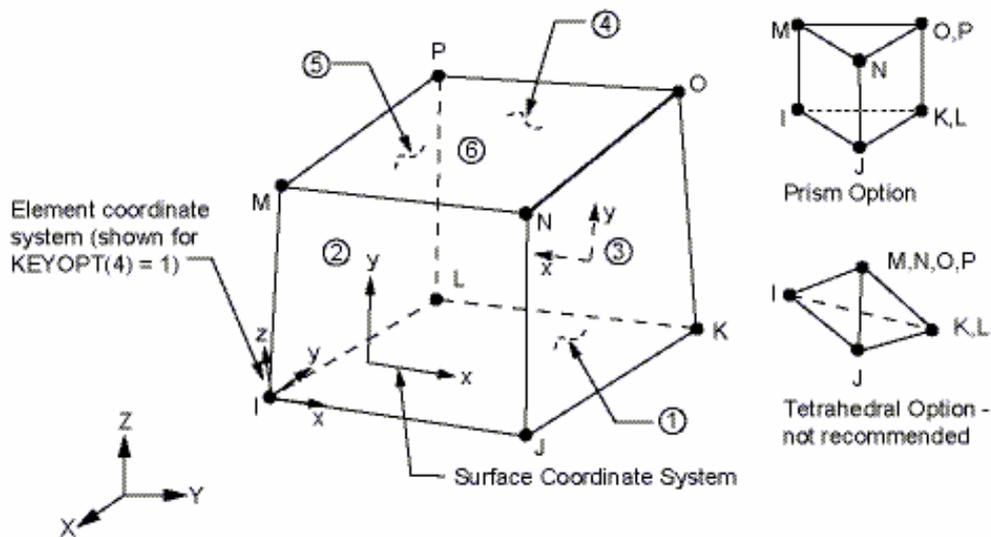


Figura 7.2 - Elemento sólido, tipo SOLID45, Ansys (2005)

A Tabela 7.1 descreve as características computacionais do modelo de elementos finitos por tipo de elemento finito utilizado na tabela

Tabela 7.1 - Dados relacionados a malha de elementos finitos

Dados	Valor
Número de elementos	3136
Número de nós	4881
Número de graus de liberdade	14643
Tamanho aproximado da malha (m)	0,50

#### 7.4 Esquema de aplicação das cargas dinâmicas

O programa computacional Ansys (2005), permite que sejam feitas análises transientes e conseqüentemente possibilita a obtenção dos valores de deslocamentos, esforços e tensões ao longo do tempo. Porém, existem alguns aspectos relevantes quanto à simulação numérica da passagem dos comboios de veículos sob a estrutura da ponte no Ansys (2005), conforme ilustrado na Figura 7.3.

Desta forma, com o intuito de simular a travessia dos comboios, considerando-se a interação veículo e ponte, foi desenvolvida uma estratégia de modelagem que se inicia com a identificação dos nós onde serão aplicadas as cargas associadas aos pneus dos veículos, ou seja, as faixas onde ocorrerá o tráfego regular, como apresentado na Figura 7.3.

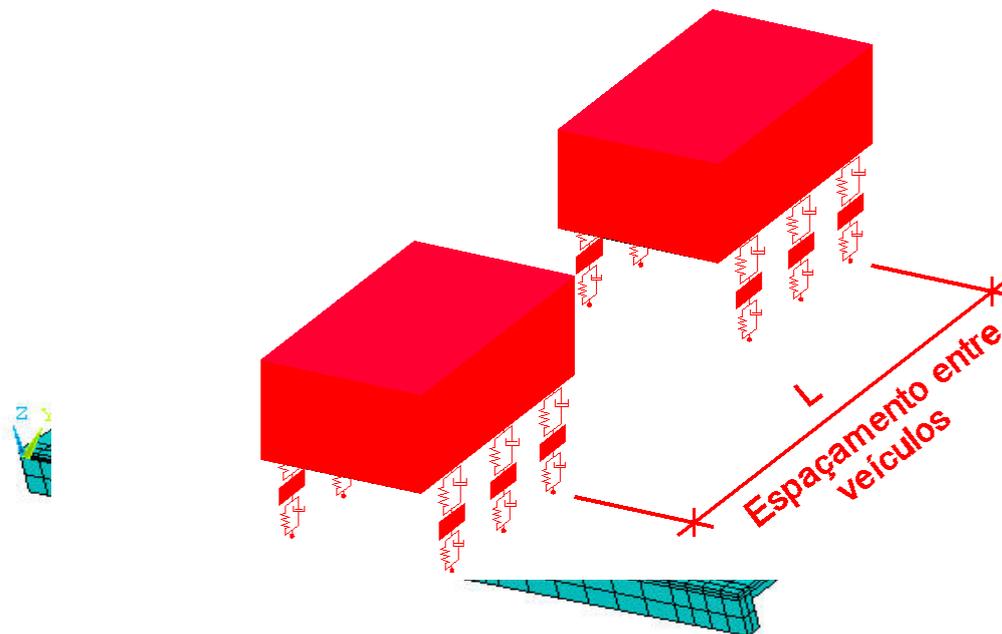


Figura 7.3 - Generalização da passagem dos comboios sobre a estrutura

Devido à complexidade do modelo estrutural investigado, a identificação destes nós não é uma tarefa simples. Primeiramente para se obter uma boa acoplagem dos nós do modelo numérico-computacional e depois proporcionar a correta interação entre todos os elementos foi necessária a divisão da malha em pequenas áreas.

Essa divisão impossibilita a utilização de nós aleatoriamente, ou seja, foi feita a identificação das coordenadas de cada nó para assim determinar se eles se encontram no local desejado ou na coordenada mais próxima possível dentro da mesma faixa de passagem prevista para uma roda de um dado veículo.

Como os elementos da malha têm seu tamanho em torno de 0,50m, os nós utilizados para a simulação da passagem dos comboios distam-se entre si de aproximadamente 0,50m, em um total de 37 nós por faixa de passagem.

A Figura 7.4 ilustra a metodologia de passagem dos comboios na ponte para um exemplo no meio do vão transversal. Os pontos circulares representam os nós onde passarão os comboios e as faixas amarelas indicam a trajetória dos comboios.

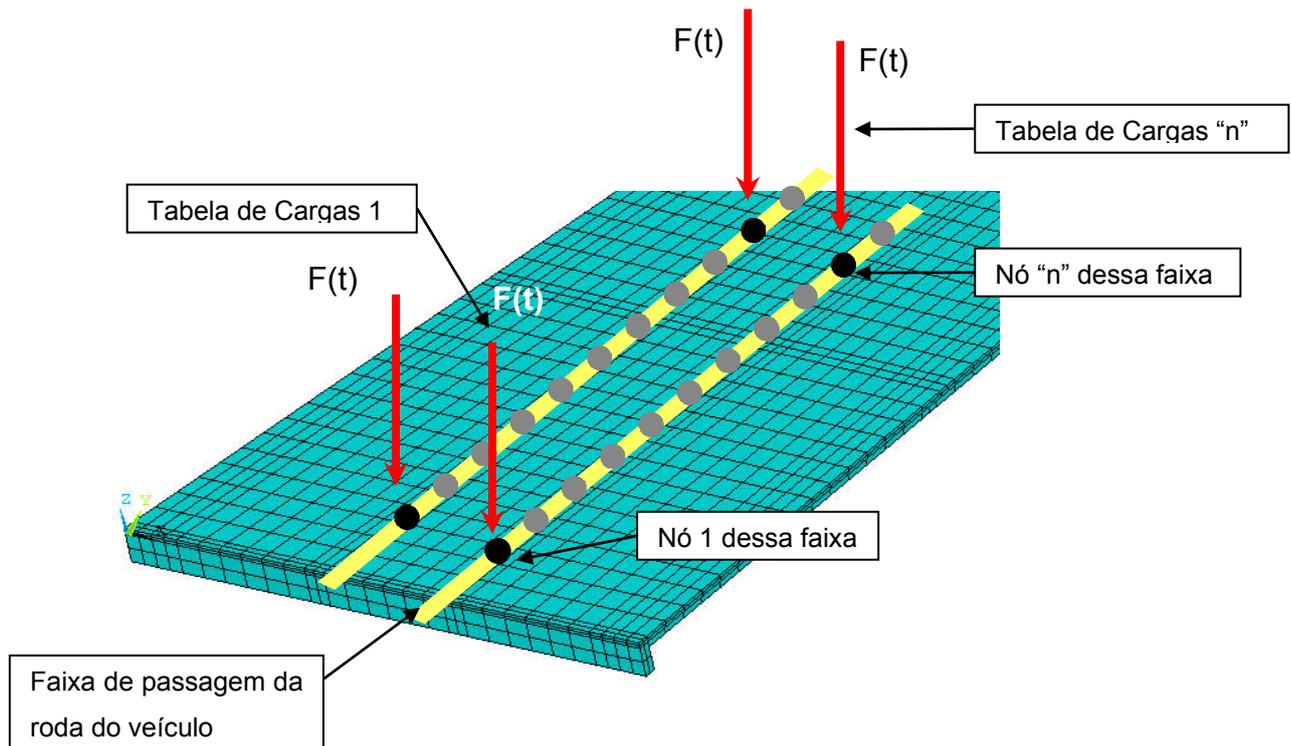


Figura 7.4 - Modelo da passagem de cargas nos nós da ponte

Cada nó identificado no modelo numérico, conforme a Figura 7.4, recebe a carga correspondente a uma parcela do peso dos veículos, referente a uma dada tabela. Essas tabelas funcionam como vetores de cargas ao longo do tempo, simulando assim a passagem dos veículos sobre a ponte, de acordo com a metodologia de análise desenvolvida.

O procedimento desenvolvido nesta dissertação foi elaborado através da criação de uma matriz de carregamento contendo o valor das cargas nos nós ao longo do tempo. A Figura 7.5 ilustra uma tabela explicativa sobre a metodologia desenvolvida. Pode-se observar que as cargas dos eixos variam diagonalmente e que no eixo vertical (colunas) temos as cargas em cada nó ao longo do tempo.

O tempo está explícito no eixo horizontal (linhas). A figura em questão mostra claramente que em alguns instantes os nós têm cargas referentes aos eixos dos veículos que estão passando naquele determinado intervalo de tempo e que em outros instantes não tem carga alguma, pois a carga no intervalo de tempo seguinte já está em outro nó.

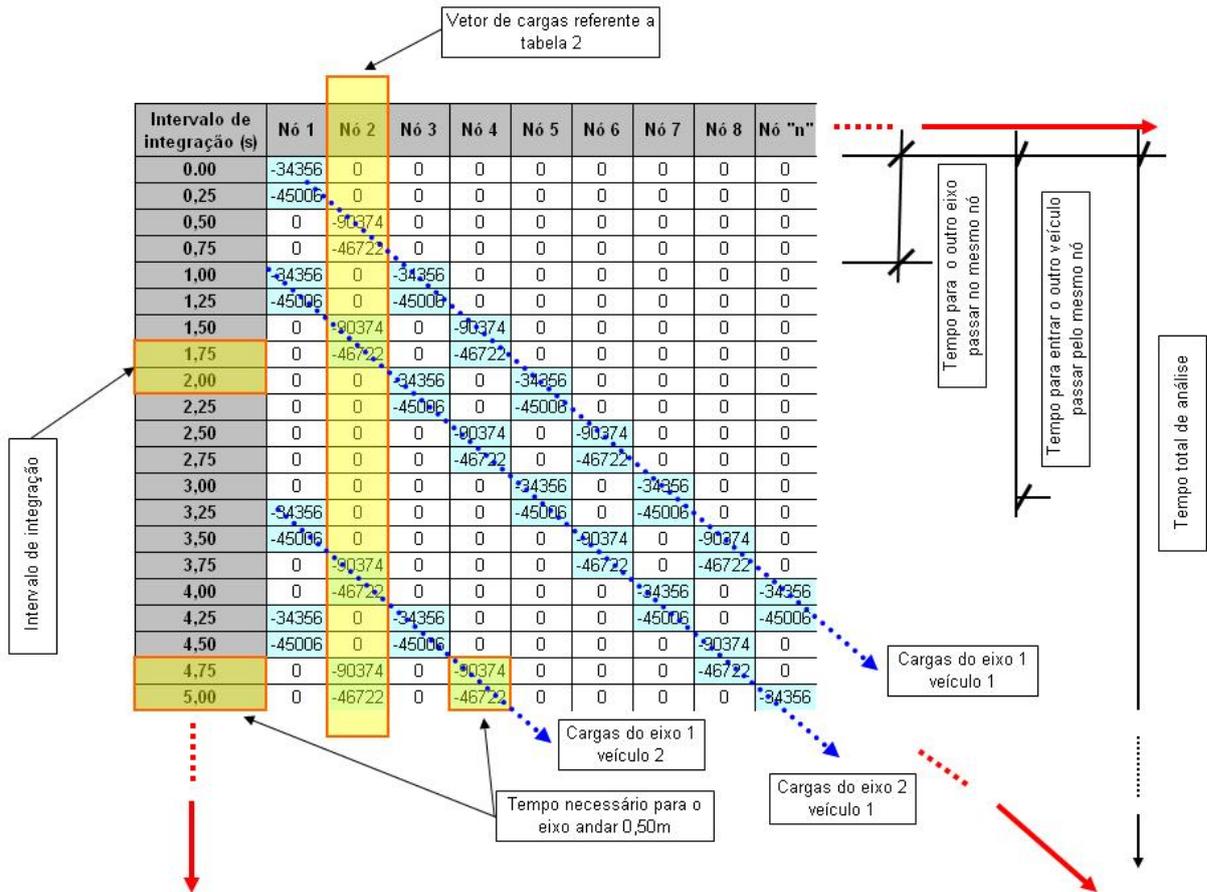


Figura 7.5 - Metodologia para geração de tabelas de carga simulando o comboio

## 7.5 Modelagem do amortecimento

A determinação do amortecimento estrutural em pontes rodoviárias é uma tarefa complexa que não pode ser determinada analiticamente. Conforme sua definição, o amortecimento é o processo pelo qual a energia proveniente do movimento vibratório é dissipada.

Muitas das interações entre as peças estruturais, aonde ocorre grande parte da dissipação de energia, não é modelada. O amortecimento não depende apenas das propriedades intrínsecas dos materiais que compõem a estrutura, mas também de outros fatores de grande impacto, como as propriedades dos materiais e elementos que estejam acoplados à estrutura.

A avaliação física do amortecimento de uma estrutura só é considerada corretamente medida se seus valores são obtidos através de ensaios experimentais. Entretanto, a realização destes ensaios muitas vezes demanda tempo e custo que

na maioria dos casos é muito elevado. Por esta razão, o amortecimento é em geral obtido em termos de taxas de contribuição, ou taxas de amortecimento modal.

Com esse propósito, é usual utilizar-se a matriz de amortecimento de Rayleigh, que considera duas principais parcelas, sendo uma a taxa contribuição da matriz de rigidez ( $\beta$ ) e a outra a taxa de contribuição da matriz de massa ( $\alpha$ ), que pode ser visto através da Equação 7.1. Sendo que M é a matriz de massa e K é a matriz de rigidez do sistema, Clough e Penzien (1995).

$$C = \alpha M + \beta K \quad (7.1)$$

Onde:

M: Matriz de massa

K: Matriz de rigidez

A equação 7.1 pode ser escrita, em termos de taxa de amortecimento modal e frequência natural circular (rad/s), como:

$$\xi_i = \frac{\alpha}{2 \omega_{0i}} + \frac{\beta \omega_{0i}}{2} \quad (7.2)$$

Onde:

$\xi_i$ : Taxa de amortecimento do modo i

$\omega_{0i}$ : Frequência natural circular do modo i

Isolando  $\alpha$  e  $\beta$  da equação 7.2 para duas frequências naturais mais importantes, obtêm-se as equações 7.3 e 7.4.

$$\alpha = 2 \xi_1 \omega_{01} - \beta \omega_{01} \omega_{01} \quad (7.3)$$

$$\beta = \frac{2 (\xi_2 \omega_{02} - \xi_1 \omega_{01})}{\omega_{02} \omega_{02} - \omega_{01} \omega_{01}} \quad (7.4)$$

A partir de duas freqüências naturais mais importantes é possível descobrir os valores de  $\alpha$  e  $\beta$ . Em geral, a freqüência natural  $\omega_{01}$  é tomada como a menor freqüência natural, ou freqüência fundamental da estrutura, e  $\omega_{02}$  como a segunda freqüência mais importante no carregamento.

As normas de projeto para estruturas de pontes, EUROCODE 2 (2002), BS 5400 (1980), normas específicas de vibração em pisos AISC, assim como parte da bibliografia consultada, Ferreira (1999), Pravia (2003), Silva (1996), orienta quanto aos valores para a taxa de amortecimento modal de acordo com as condições da estrutura.

De acordo com o relatório de prova de carga da empresa executora (2007), foi considerado um coeficiente de amortecimento de 5% ( $\xi = 5\%$ ), em todos os modos. Essa taxa leva em conta a existência de poucos elementos que contribuem com o amortecimento da estrutura. A Tabela 7.3 apresenta os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  utilizados nas análises de vibração forçada, para a modelagem do amortecimento da estrutura da ponte metálica desenvolvida nesse estudo.

Tabela 7.2 - Parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  usados na análise de vibração forçada

$f_{01}$ (Hz)	$f_{02}$ (Hz)	$\omega_{01}$ (rad/s)	$\omega_{02}$ (rad/s)	$\alpha$	$\beta$
6,801	9,406	42,7319	59,0996	0,60877554	0,00145956

Com a modelagem numérico-computacional e a modelagem da carga móvel realizada, resta analisar os autovalores e autovetores, conforme o próximo capítulo esclarece.

## 8 ANÁLISE DOS AUTOVALORES E AUTOVETORES

### 8.1 Introdução

Neste capítulo são obtidos os autovalores (frequências naturais) e os autovetores (modos de vibração), referentes ao modelo estrutural investigado em concreto armado. O problema de autovalor, associado a uma análise de vibração livre, é resolvido com base no emprego do programa computacional ANSYS, objetivando identificar as frequências naturais e os respectivos modos de vibração de cada edificação estudada.

### 8.2 Análise das frequências naturais (autovalores)

Através da análise de vibração livre realizada pelo programa ANSYS (2005), sobre o modelo estrutural (Figura 7.1), foram obtidos os valores das frequências naturais (autovalores) e os modos de vibração (autovetores). Na análise numérica foram obtidos os valores das frequências naturais até o sexto modo de vibração da ponte.

De acordo com os resultados apresentados na Tabela 8.1, pode-se verificar que o valor da frequência fundamental ( $f_{01}$ ) da ponte estudada praticamente coincide com os resultados obtidos experimentalmente; e, bem como, com os valores obtidos a partir de outras estratégias de análise, Silva (1996).

Tabela 8.1 - Frequências naturais da ponte

Frequências Naturais da Ponte (Ansys, 2005)						Gdynabt Silva (1996) $f_{01}$ (Hz)	Experimental $f_{01}$ (Hz)
$f_{0i}$ (Hz)							
$f_{01}$	$f_{02}$	$f_{03}$	$f_{04}$	$f_{05}$	$f_{06}$		
<b>6,80</b>	9,41	16,47	18,65	23,43	27,18	<b>6,90</b>	<b>6,70</b>

De acordo com os resultados apresentados na Tabela 8.1, no tocante às frequências naturais, percebe-se que existe um bom indicativo de coerência no que diz respeito ao modelo numérico-computacional desenvolvido e, bem como, aos resultados e conclusões obtidas ao longo dessa investigação.

### 8.3 Análise dos modos de vibração (autovetores)

Na seqüência do texto são apresentadas na Figura 8.1 as seis primeiras formas modais referentes a ponte rodoviária investigada, correspondente às seis primeiras freqüências naturais da estrutura.

Observa-se que o primeiro modo de vibração da ponte está associado a flexão longitudinal. Esse primeiro modo é de especial interesse para a análise do comportamento dinâmico da estrutura quando submetida a carregamentos dinâmicos por apresentar uma freqüência de vibração relativamente próxima das freqüências de excitação, oriundas da passagem de comboios de veículos.

Com referências aos demais modos de vibração da obra de arte, observa-se que o segundo modo de vibração é referente à torção axial da mesma. O terceiro modo de vibração diz respeito à flexão lateral das longarinas.

No que tange ao quarto, quinto e sexto modos de vibração, estes representam o segundo modo de flexão longitudinal, o segundo modo de torção axial e o modo de flexão transversal da superestrutura da ponte, respectivamente.

A seguir, o capítulo 9 apresenta o estudo do comportamento dinâmico do modelo estrutural investigado, com base na obtenção dos deslocamentos e tensões.

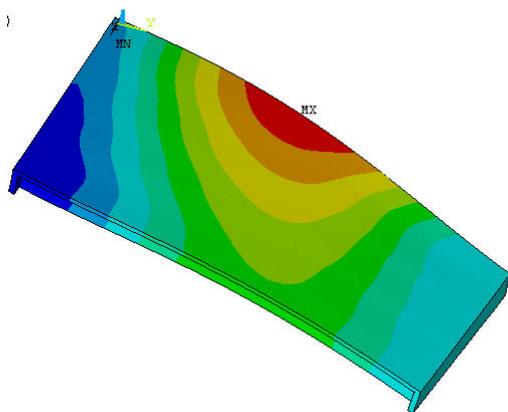


Figura 8.1 - Modo de vibração referente à primeira freqüência natural:  $f_{01} = 6,81$  Hz.

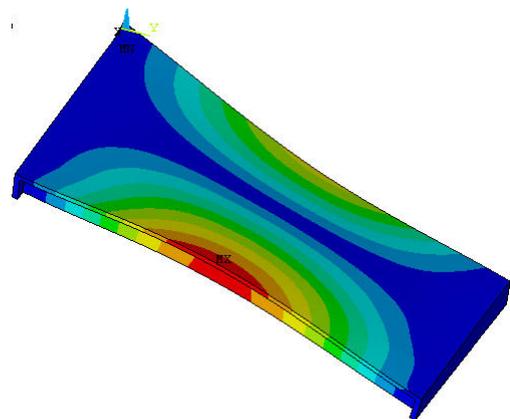


Figura 8.2 - Modo de vibração referente à segunda freqüência natural:  $f_{02} = 9,41$  Hz.

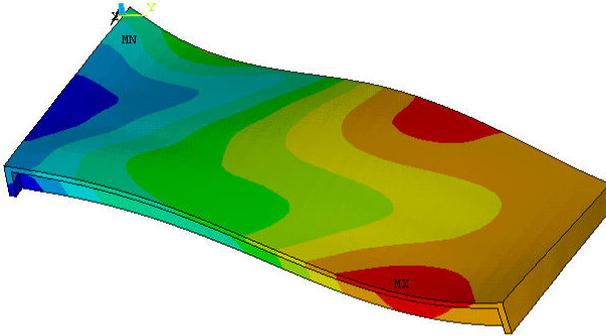


Figura 8.3 - Modo de vibração referente à terceira frequência natural:  $f_{03}= 16,47$  Hz.

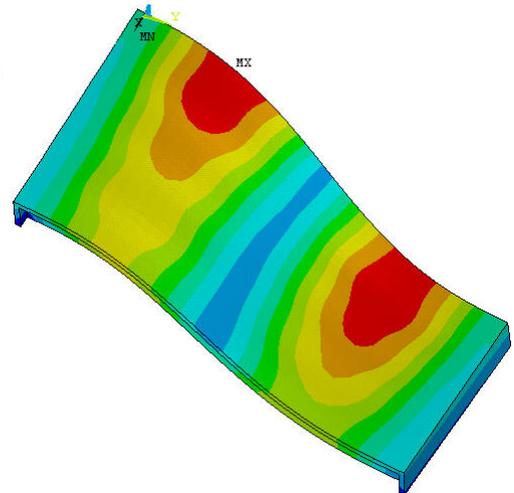


Figura 8.4 - Modo de vibração referente à quarta frequência natural:  $f_{04}= 18,65$  Hz.

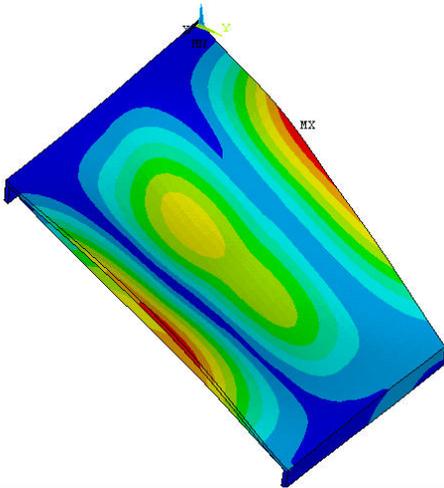


Figura 8.5 - Modo de vibração referente à quinta frequência natural:  $f_{05}= 23,43$  Hz.

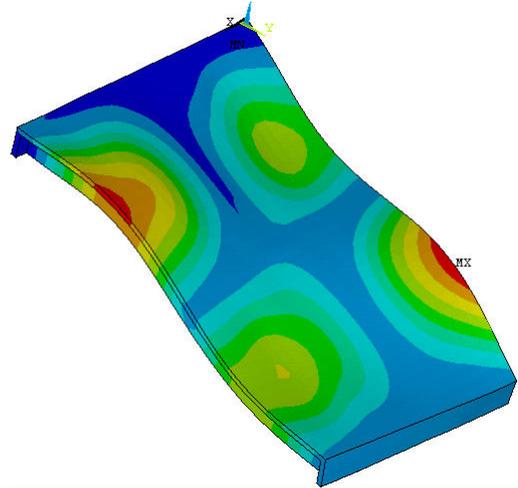


Figura 8.6 - Modo de vibração referente à sexta frequência natural:  $f_{06}= 27,18$  Hz.

## 9 ESTUDO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DO MODELO ESTRUTURAL INVESTIGADO

### 9.1 Introdução

Este capítulo estuda o comportamento dinâmico do modelo estrutural investigado. Para isso, foram obtidos os valores de deslocamentos, tensões (flexão e cisalhamento), no que tange ao efeito da mobilidade da carga (efeito do peso). Ao final deste capítulo faz-se uma análise crítica dos resultados encontrados.

### 9.2 Pontos estruturais investigados

Na seqüência do texto são escolhidos os pontos para obtenção dos históricos de tensão nos locais onde se deseja estudar o comportamento dinâmico dos elementos estruturais da obra de arte de concreto armado.

A Figura 9.1 apresenta uma perspectiva da estrutura com as seções avaliadas. Em seguida, a Tabela 9.1 indica os elementos estruturais investigados e, bem como, a descrição do local exato onde o ponto de análise se encontra.

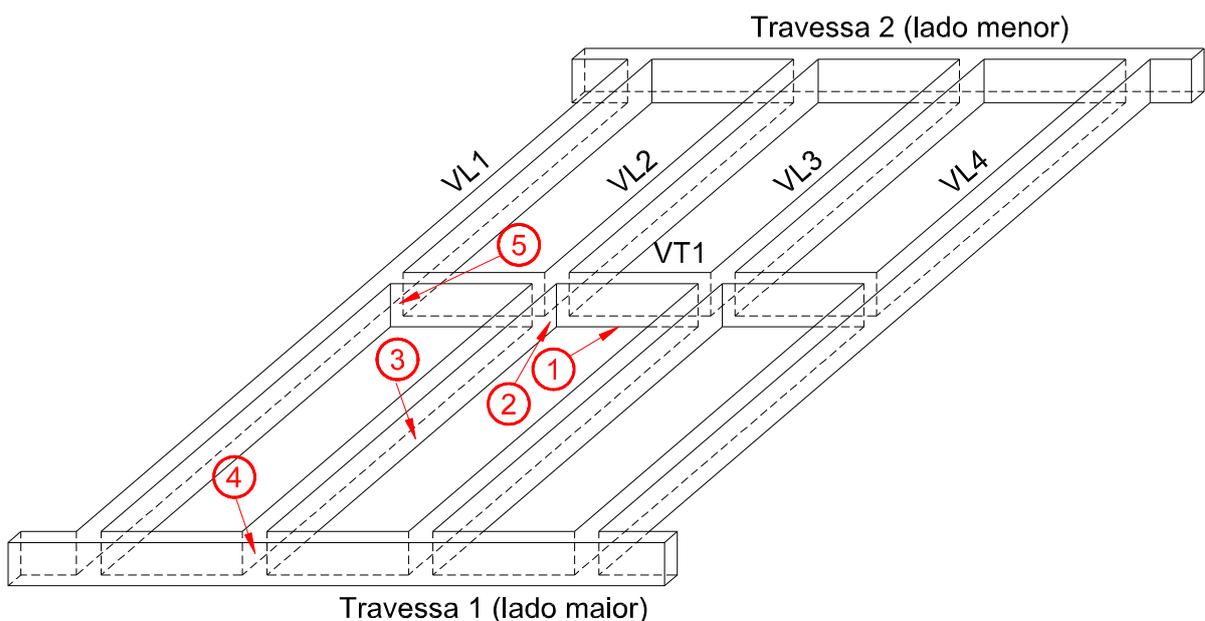


Figura 9.1 - Indicação dos pontos investigados na análise de tensões

Tabela 9.1 - Descrição dos pontos para análise das tensões

Item	Descrição	Localização	Tensão em análise
1	Viga VT1 - Meio do vão	Base	Normal
2	Viga VL2 - Meio do vão	Base	Normal
3	Viga VL2 - Terço do vão	Base	Normal
4	Viga VL2 com Travessa 1	Meia altura	Cisalhamento
5	Viga VL1 com Viga VT1	Meia altura	Cisalhamento

### 9.3 Comboios de veículos empregados na análise

Conforme esclarecido no capítulo 6 deste trabalho, para o presente estudo foram simulados dois modelos de carregamento dinâmico associados a dois comboios de veículos, a saber: o primeiro representado por dois caminhões espaçados em 10,00m entre seus eixos dianteiros, conforme Figura 9.2, e o segundo comboio simulado por três caminhões espaçados em 6,50m entre seus eixos dianteiros, conforme Figura 9.3.

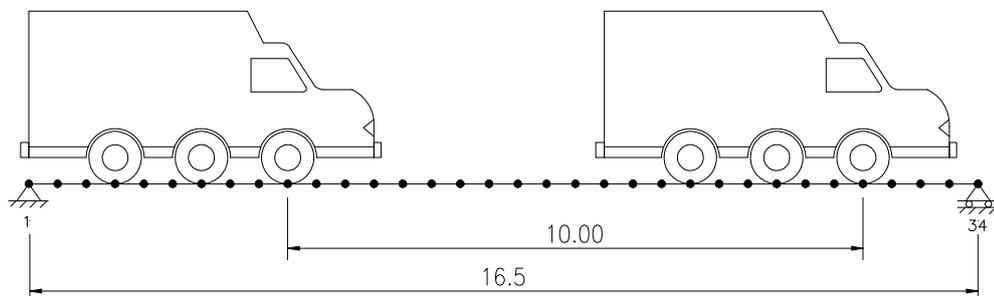


Figura 9.2 - Comboio 1 - Dois caminhões espaçados em 10,00m do eixo dianteiro

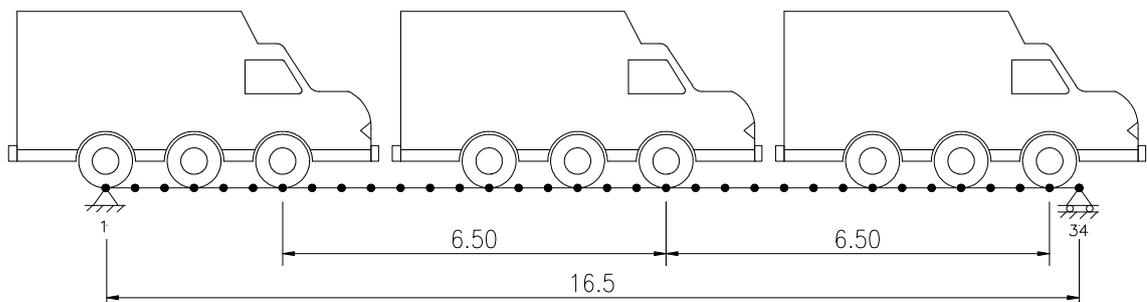


Figura 9.3 - Comboio 2 - Três caminhões espaçados em 6,50m do eixo dianteiro

#### 9.4 Casos de carregamento investigados na dissertação

A estrutura foi carregada de três maneiras distintas, de modo a se estudar os possíveis casos reais que venham a ocorrer na ponte em questão, respeitando os limites geométricos do comboio.

A primeira passagem (caso de carregamento 1) se refere aos comboios de veículos TB-45 (NBR 7188, 1984) trafegando sobre o eixo da ponte. Apesar da esconsidade, foi criado um trajeto que respeitou o alinhamento da ponte, de modo que os veículos passassem entre as duas faixas não delimitadas, conforme ilustrado na Figura 9.4.

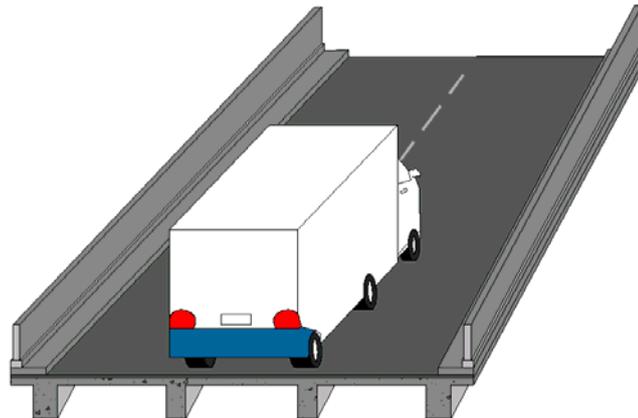


Figura 9.4 - Caso de carregamento 1: passagem dos veículos no eixo central

A segunda passagem (caso de carregamento 2) segue a trajetória da faixa referente à pista lateral entre as vigas 1 e 2, lado mais suscetível aos efeitos de torção devido a esconsidade, de acordo com a Figura 9.5.

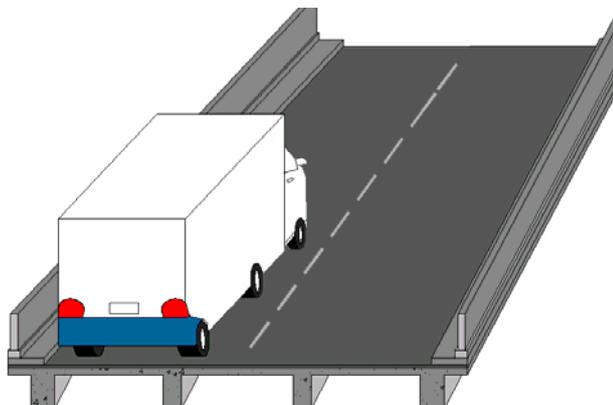


Figura 9.5 - Caso de carregamento 2: passagem dos veículos pela pista lateral

A terceira passagem (caso de carregamento 3) abrange ambas as faixas da ponte, com dois veículos TB-45 (NBR 7188, 1984) transitando lado a lado ao longo do eixo da referida ponte, como mostrado na Figura 9.6.

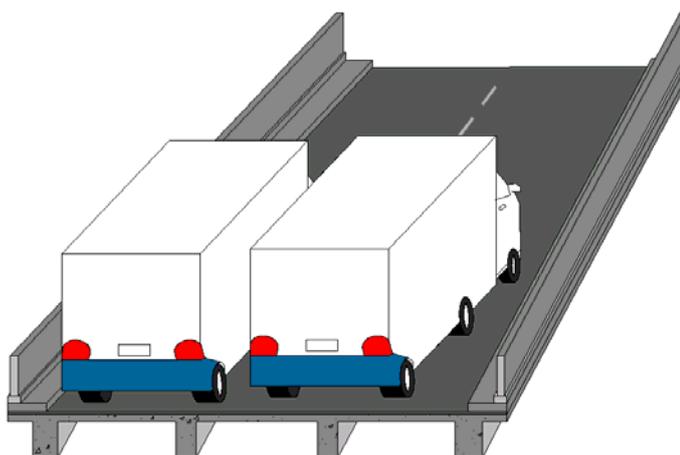


Figura 9.6 - Caso de carregamento 3: passagem dos veículos nas duas pistas

## 9.5 Análise no domínio do tempo

Considerando-se o objetivo principal desta dissertação, a resposta dinâmica do modelo estrutural investigado é apresentada, em termos dos valores dos deslocamentos translacionais verticais e dos históricos das tensões ao longo do tempo (tensões de flexão e de cisalhamento), com base no emprego dos comboios e respectivos casos de carregamento ilustrados nas Figuras 9.4 a 9.6. Um coeficiente de amortecimento de 5% ( $\xi = 5\%$ ) (AISC) é utilizado para representar a dissipação de energia da ponte.

Ressalta-se que, inicialmente, é apresentado o gráfico do deslocamento translacional vertical máximo, seguido dos valores das tensões máximas, referentes aos pontos 1, 2, 3 e 4, Figura 9.1. Nesta situação foi empregado o comboio 2 em conjunto com o caso de carregamento 3, com uma velocidade de travessia dos veículos de 40 km/h, referente ao caso mais crítico de carregamento sobre a obra de arte, como ilustrado nas Figuras 9.3 e 9.6.

Ao término da apresentação dos gráficos, representados pelas Figuras 9.7 a 9.12, segue a Tabela 9.2, comparativa para todos os comboios e casos citados anteriormente. Os gráficos para os demais casos e pontos constam do Anexo A desta dissertação.

### 9.5.1 Comboio 2. Caso de carregamento 3.

Na seqüência do texto são apresentadas as Figuras 9.7 a 9.12, referentes à resposta dinâmica da ponte em estudo, para passagem do comboio 2 (Figura 9.3), caso de carregamento 3, em ambas as faixas laterais da obra de arte (Figura 9.6), seguidos dos respectivos comentários.

Os valores foram obtidos no domínio do tempo, com base nos históricos do deslocamento e das tensões para os pontos mapeados. São considerados exclusivamente os efeitos da mobilidade da carga (efeito do peso). O deslocamento é ilustrado apenas para o caso de maior solicitação, ou seja, esforço de flexão no meio do vão da viga transversina.

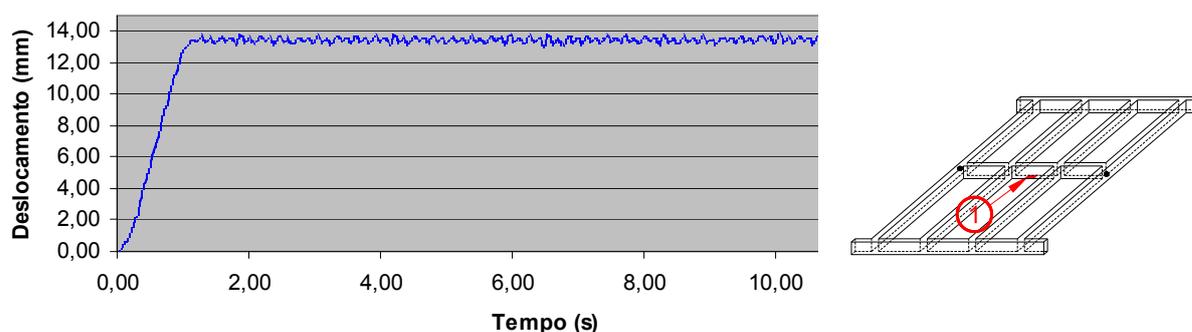


Figura 9.7 - Deslocamento vertical no meio do vão da viga VT1 (Ponto 1)

A Figura 9.7 ilustra o carregamento da ponte, através da sucessiva entrada dos eixos dos veículos, até aproximadamente 1 segundo. A partir deste momento de tempo ( $t = 1,0s$ ), a configuração do gráfico assume uma característica de repetição de efeitos, de interesse direto para uma análise de fadiga da estrutura, onde caracteriza-se a fase permanente da resposta, com alterações de amplitude de ordem inferior a um milímetro.

A flecha máxima obtida no meio do vão da ponte é de 13,85 milímetros, representada pela máxima amplitude do gráfico. Esse valor, em comparação com normas de projeto, está de acordo com os limites especificados. A norma NBR 6118 (2003) e o Eurocode 2, por exemplo, limitam a flecha à expressão  $l/250$ , o que equivale a aproximadamente 66 milímetros para um vão médio de 16,50 metros.

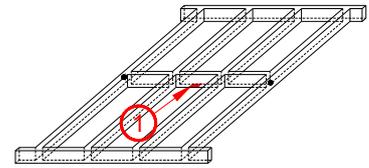
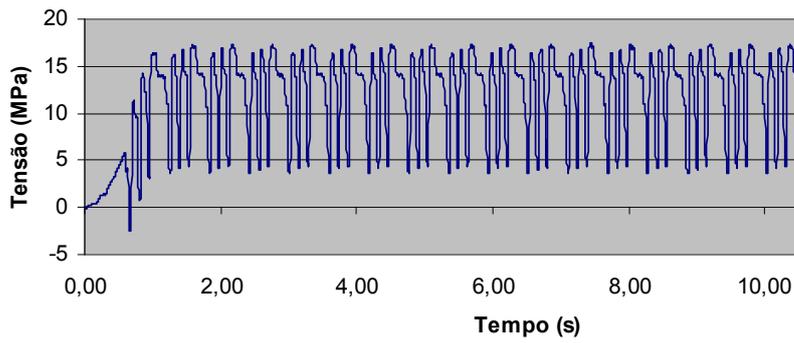


Figura 9.8 - Tensões normais no meio do vão da viga VT1 (Ponto 1)

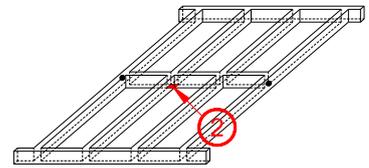
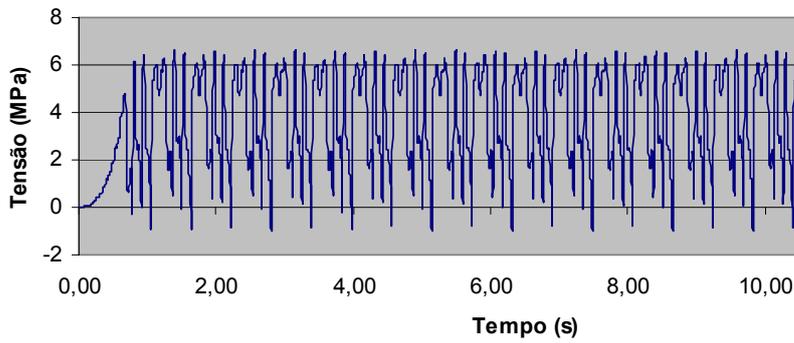


Figura 9.9 - Tensões normais no encontro entre as vigas VL2 e VT1 (Ponto 2)

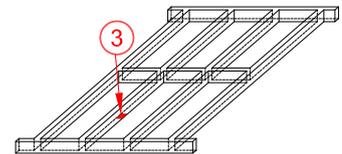
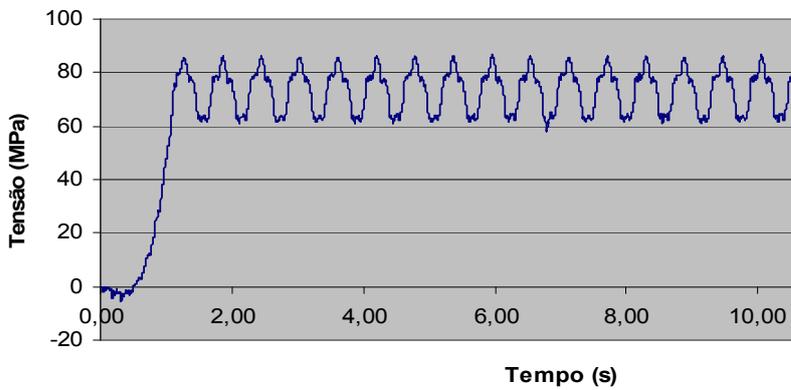


Figura 9.10 - Tensões normais no terço do vão da viga VL2 (Ponto 3)

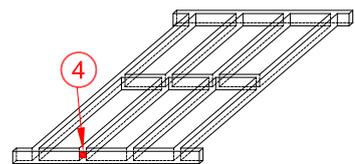
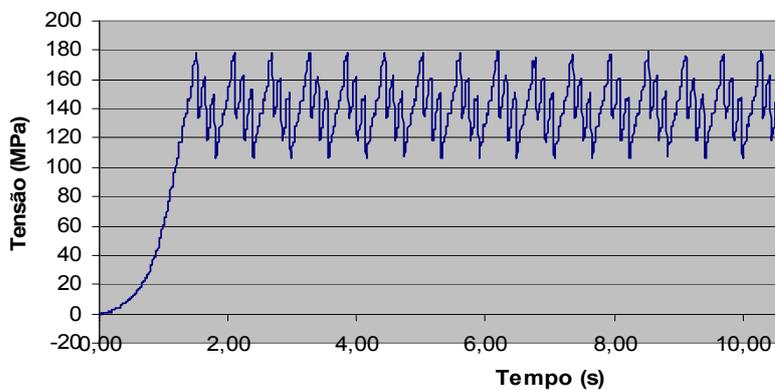


Figura 9.11 - Tensões cisalhantes no encontro entre viga VL2 e Travessa 1 (Ponto 4)

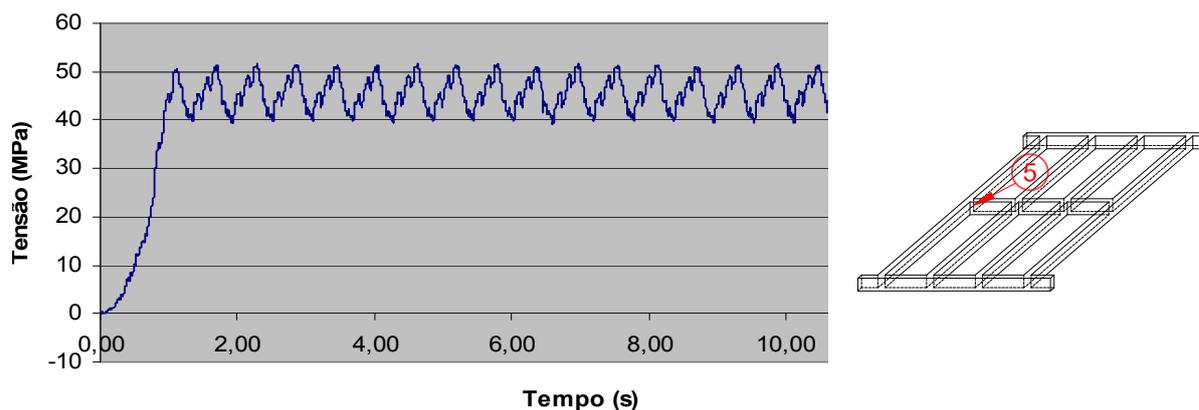


Figura 9.12 - Tensões cisalhantes no encontro entre vigas VL1 e VT1 (Ponto 5)

Analisando-se os gráficos referentes às Figuras 9.8 a 9.12, nota-se nitidamente a passagem dos três eixos pertencentes a cada uma das viaturas, ao longo do tempo, após o término da fase transiente, ou seja, a partir de  $t \cong 1$  segundo. A partir deste instante observa-se o início da fase permanente da resposta da ponte, de interesse direto para uma análise de fadiga.

Verifica-se que os gráficos de tensão normal nos pontos 1 e 2, como ilustrado nas Figuras 9.8 e 9.9, apresentam valores de tensão da ordem de 6 a 20 MPa, menores em comparação com os demais pontos investigados, por se tratar de uma região enrijecida, pela proximidade entre os elementos estruturais de concreto armado.

A tensão máxima no terço do vão da viga VL2, associada ao ponto 3, representada pelo gráfico da Figura 9.10, gera amplitudes da ordem de 85 MPa. Este valor máximo encontrado na presente análise ocorre pelo fato do local estar menos enrijecido do que os demais, sendo o maior vão da ponte.

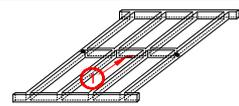
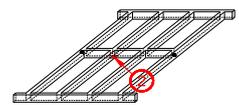
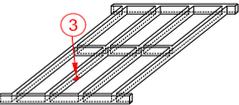
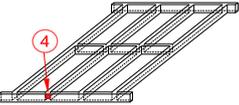
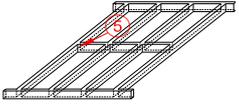
A tensão cisalhante no encontro entre VL2 e travessa 1, pertinente ao ponto 4, de acordo com a Figura 9.11, junto ao apoio da estrutura, representa o valor máximo de tensão encontrado na análise para este comboio e caso de carregamento, com valores de amplitude da ordem de 185 MPa.

Os valores da tensão de cisalhamento entre as vigas VL1 e VT1, correspondentes ao ponto 5, como apresentado na Figura 9.12, servem de alerta aos projetistas para uma região do sistema estrutural em estudo que, apesar de enrijecida, pode contribuir para a fadiga, ao longo do tempo, conforme será visto no próximo capítulo.

## 9.6 Análise global dos históricos de tensões apresentados

A análise dinâmica da obra de arte rodoviária de concreto armado revela diferenças quantitativas, no que tange ao comportamento estrutural da ponte, referentes aos diversos comboios e seus respectivos efeitos. A seguir são apresentados comentários a respeito dos valores máximos pertinentes a resposta dinâmica da estrutura. Assim sendo, a Tabela 9.2 apresenta os valores das tensões máximas obtidas ao longo do estudo para todos os comboios e casos de carregamento investigados.

Tabela 9.2 - Valores máximos de tensão obtidos ao longo do estudo

Ponto	Elemento estrutural e efeito estudado	CASO 1		CASO 2		CASO 3	
		Meio do vão		Lateral + solicitada		Ambas as laterais	
		COMB. 1	COMB. 2	COMB. 1	COMB. 2	COMB. 1	COMB. 2
1	 Viga VT1 - Meio do vão Tensões normais (MPa)	7,06	8,25	8,66	8,23	13,67	17,39
2	 Viga VL2 - Meio do vão Tensões normais (MPa)	6,28	7,24	5,27	5,94	5,89	6,64
3	 Viga VL2 no terço do vão Tensões normais (MPa)	53,73	58,75	73,92	87,41	75,36	86,71
4	 Viga VL2 com Travessa 1 Tensões Cisalhantes (MPa)	120,85	142,97	146,53	178,98	100,90	184,56
5	 Viga VL1 com Viga VT1 Tensões Cisalhantes (MPa)	18,10	24,50	57,95	78,32	41,61	51,51

Diante dos resultados apresentados na Tabela 9.2, observa-se que o valor máximo de tensão normal encontrado ao longo desta investigação foi obtido no terço do vão da viga longitudinal VL2 (ponto 3), Figura 9.1, sendo igual a 87,41 MPa ( $\sigma_{\text{máx}} = 87,41$  MPa), correspondente a travessia do comboio 2, Figura 9.3, associado ao caso de carregamento 2, Figura 9.5.

No que diz respeito ao valor máximo da tensão cisalhante este se apresenta igual a 184,56 MPa ( $\tau_{\text{máx}} = 184,56$  MPa), correspondente ao apoio da ponte na maior largura (ponto 4), Figura 9.1, correspondente a travessia do comboio 2, Figura 9.3, associado ao caso de carregamento 3, Figura 9.6.

A obra de arte em questão foi projetada para suportar veículos TB-30 (NBR 7188, 1984). Para tal carregamento, a tensão normal de trabalho deve ser no máximo da ordem de 125 MPa e a tensão cisalhante da ordem de 187 MPa (item 12.6.3, Eurocode 2).

A análise dos resultados ilustrados na Tabela 9.1 revela que o valor das tensões cisalhantes nos apoios é muito superior aos demais valores obtidos para as tensões normais, chegando praticamente a igualar com a tensão máxima de serviço para cisalhamento. Tal fato demonstra a necessidade de se verificar com cuidado as questões referentes a aparelhos de apoio e juntas de dilatação.

No próximo capítulo, os valores das tensões obtidas através da passagem dos comboios serão utilizados para se analisar a fadiga dos elementos estruturais da ponte, com principal foco no impacto causado pela passagem dos comboios em relação ao efeito da mobilidade da carga.

## **10 VERIFICAÇÃO À FADIGA**

### **10.1 Generalidades**

No capítulo anterior foram apresentados os resultados obtidos para as análises propostas pelo presente estudo. Assim, neste capítulo os valores obtidos pelas análises demonstradas no capítulo anterior são utilizados para a execução da análise dos elementos estruturais selecionados quanto à fadiga.

A contagem dos ciclos, baseada nos históricos de tensão apresentados no capítulo anterior, é feita pelo método Rainflow já descrito anteriormente. O impacto dos carregamentos dinâmicos sobre os elementos estruturais selecionados é avaliado de forma a se obter as tensões e as variações de tensão máximas para cada análise proposta.

Um comparativo entre as normas estruturais discriminadas no capítulo quatro é desenvolvido com especial interesse entre a diferença dos valores obtidos para o efeito da mobilidade da carga.

### **10.2 Contagem de ciclos**

O trabalho apresentado utiliza o método Rainflow para contagem dos ciclos de tensões obtidos para cada elemento estrutural. No capítulo dois é demonstrado um exemplo de contagem de ciclos pelo método em questão, porém os resultados obtidos e demonstrados no capítulo anterior são complexos, com muitos picos de tensão e com valores muito diversificados. Dessa forma, a contagem manual dos ciclos de tensão se torna inviável.

Para tal contagem foi utilizada uma rotina implementada no programa MatLab (2007) e validada com o exemplo do capítulo dois e com o trabalho apresentado por Leitão (2009), Ferreira (1999) e Pravia (2003). Valores idênticos aos publicados por esses autores foram obtidos e estão demonstrados na seqüência do texto pelas Figuras 10.1 e 10.2, assim com na Tabela 10.1, através do comparativo referente ao trabalho de Pravia (2003).

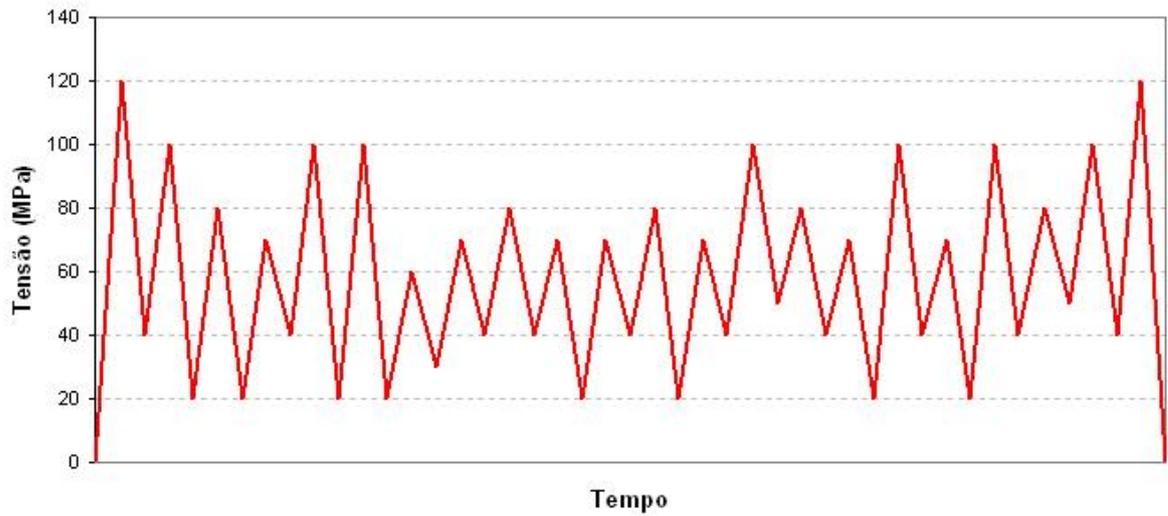


Figura 10.1 - Variação de tensão no tempo, Pravia (2003)

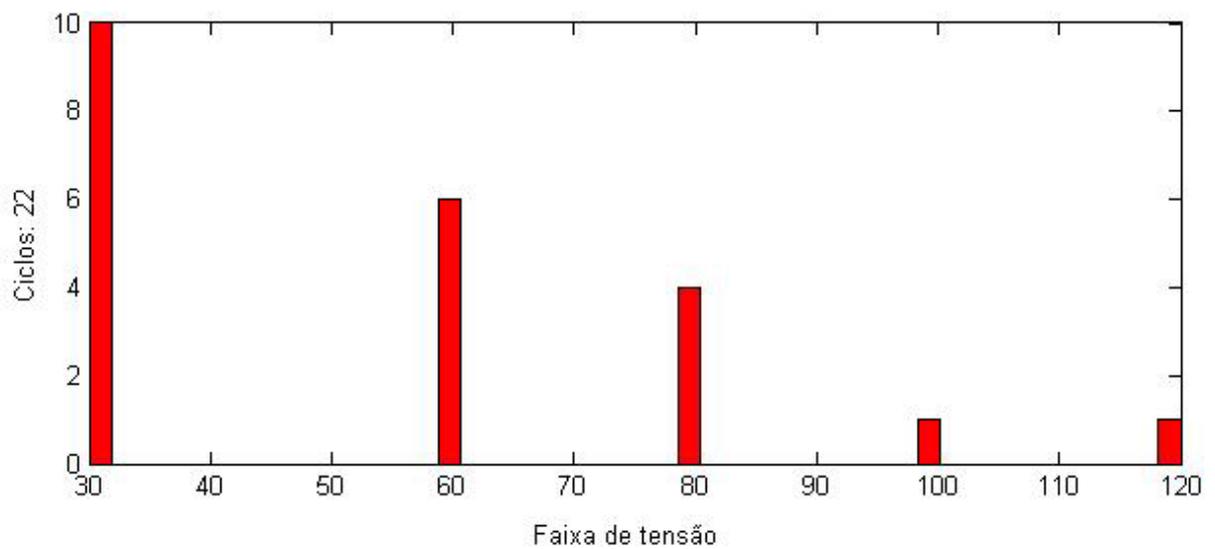


Figura 10.2 - Valores obtidos pela rotina do Matlab (2007)

Tabela 10.1 - Contagem dos ciclos com a rotina do Matlab (2007)

Faixa de tensão (MPa)	Ciclos inteiros	Meios ciclos
30	10	-
60	6	-
80	4	-
100	1	-
120	-	2

### 10.3 Análise da fadiga

Inicialmente, são escolhidos os pontos estruturais que serão analisados. Naturalmente essa escolha não é aleatória, tendo que ser compatível com os locais onde os respectivos históricos de tensão foram gerados.

A partir destes históricos realizou-se a contagem dos ciclos, conforme descrito no item anterior, e obtiveram-se os totais de ciclos, apenas para a fase permanente, que é de fundamental interesse para o presente estudo, uma vez que a fadiga é causada por esforços repetitivos, que representa a principal característica dessa fase.

Outro fator importante é que a fase permanente expressa o comportamento dinâmico da estrutura, ou seja, caracteriza a forma já estabilizada e amortecida com que a estrutura se comporta quando submetida a um carregamento. A Figura 10.3 apresenta um gráfico de tensões ilustrando a faixa de tensões de real interesse do presente estudo.

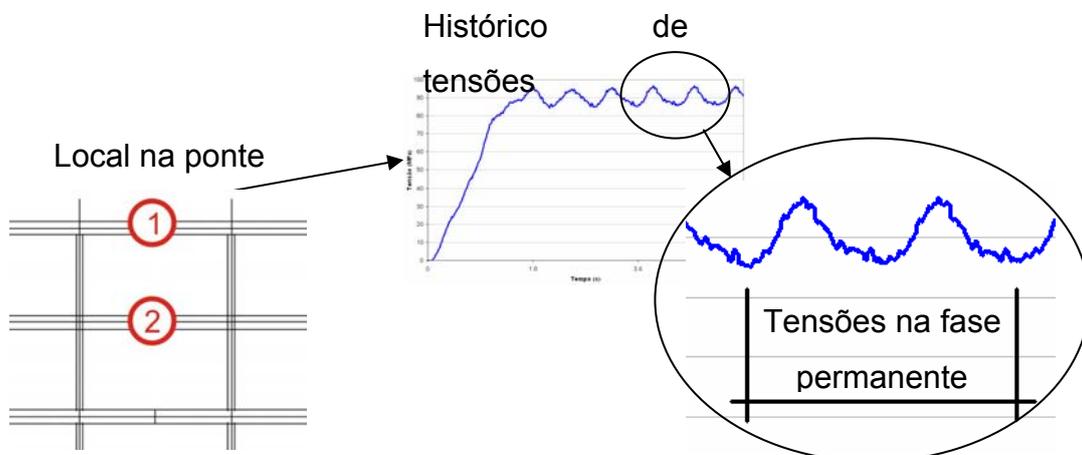


Figura 10.3 - Obtenção das tensões na fase permanente

Com os valores devidamente obtidos através da fase permanente do gráfico, realizou-se a contagem dos ciclos conforme exemplo citado anteriormente. A incidência de cada ciclo associado à sua faixa de tensão é usada de forma a se obter o seu valor correspondente proporcional a  $2 \times 10^6$  ciclos. De posse destes valores pode-se obter, através das curvas S-N de cada norma, o dano e respectivamente a vida útil de cada elemento estrutural analisado, no caso, para a armadura embutida no concreto.

Nos itens a seguir são expostas as tabelas geradas pelos cálculos pertinentes ao dano acumulado e as estimativas de vida útil para todos os elementos e pontos de análise, referentes à ponte em estudo, apresentados na Tabela 9.1. Para se estabelecer um quadro comparativo e auxiliar na análise, a Tabela 10.2 apresenta uma estimativa de vida útil com base nas normas estudadas neste trabalho.

Tabela 10.2 - Estimativa de vida útil de acordo com as normas

Norma	Vida útil (anos)
British Standard - BS 5400 (1980)	120
Comite Euro-International du Beton - CEB (1990)	70
European Standard - Eurocode 2 (2002)	50
NBR 6118 - Projeto de Estruturas de Concreto (2003)	50

São considerados cinco pontos estruturais, Tabela 9.1, dois comboios, Figuras 9.2 e 9.3, três passagens distintas (faixa central, lateral mais solicitada e em ambos os lados), Figuras 9.4 a 9.6, dois tipos de carregamento (peso), velocidade de 40 km/h e quatro normas distintas BS 5400 (1980), CEB (1990), EUROCODE 2 (2002) e NBR 6118 (2003).

No anexo B deste volume, as Tabelas B.1 a B.30 apresentam os cálculos do dano acumulado e das estimativas de vida útil, sendo que nas Tabelas 10.3 a 10.8 são demonstradas as consolidações dos valores obtidos para tensão máxima, faixa de variação máxima e estimativa da vida útil.

Os resultados apresentados na seqüência do texto foram analisados de acordo com as recomendações de cada norma, BS 5400 (1980), CEB (1990), EUROCODE 2 (2002) e NBR 6118 (2003), utilizando-se as respectivas equações das curvas S-N, para os efeitos na armadura embutida no concreto.

#### 10.3.1 Cálculo da vida útil da ponte para os diversos comboios e casos de carga

Para o presente estudo, são escolhidos cinco pontos distintos sobre a obra de arte, de modo a proceder-se a análise de fadiga. São empregadas quatro normas de projeto distintas para dar respaldo a este estudo, a saber: BS 5400 (1980), CEB (1990), EUROCODE 2 (2002) e NBR 6118. As Tabelas 10.3 a 10.8 ilustram o cálculo da vida útil da obra de arte rodoviária, de forma a proporcionar uma melhor compreensão dos valores obtidos.

Tabela 10.3 - Comboio 1. Caso de Carregamento 1.

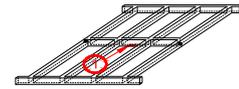
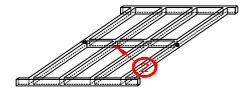
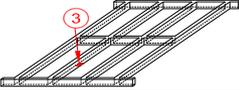
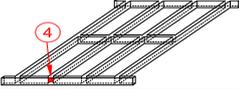
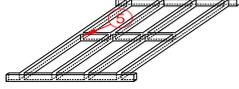
Ponto		Elemento estrutural e efeito estudado	$\sigma$ máx (MPa)	$\Delta\sigma$ máx (MPa)	EUROCODE & CEB	BS 5400	NBR 6118
					Vida útil (anos)	Vida útil (anos)	Vida útil (anos)
1		Viga VT1 - Meio do vão Tensões normais	7,06	5,00	36.776,49	36.774,19	36.163,36
2		Viga VL2 - Meio do vão Tensões normais	6,28	9,00	9.903,00	9.902,38	9.842,20
3		Viga VL2 no terço do vão Tensões normais	53,73	46,00	260,31	260,29	225,70
4		Viga VL2 com Travessa 1 Tensões Cisalhantes	120,85	92,00	26,25	26,25	25,07
5		Viga VL1 com Viga VT1 Tensões Cisalhantes	18,10	8,00	43.331,32	43.328,61	39.234,51

Tabela 10.4 - Comboio 1. Caso de Carregamento 2.

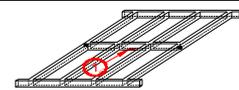
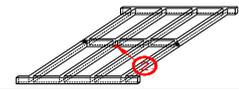
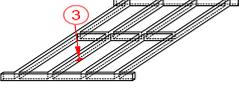
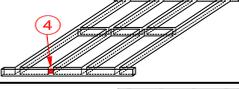
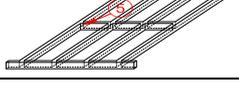
Ponto		Elemento estrutural e efeito estudado	$\sigma$ máx (MPa)	$\Delta\sigma$ máx (MPa)	EUROCODE & CEB	BS 5400	NBR 6118
					Vida útil (anos)	Vida útil (anos)	Vida útil (anos)
1		Viga VT1 - Meio do vão Tensões normais	8,66	19,00	838,11	838,06	820,64
2		Viga VL2 - Meio do vão Tensões normais	5,27	8,00	14.660,66	14.659,74	14.082,59
3		Viga VL2 no terço do vão Tensões normais	73,92	51,00	97,13	97,12	87,49
4		Viga VL2 com Travessa 1 Tensões Cisalhantes	146,53	107,00	3,30	3,30	3,19
5		Viga VL1 com Viga VT1 Tensões Cisalhantes	57,95	20,00	1.494,10	1.494,01	1.418,95

Tabela 10.5 - Comboio 1. Caso de Carregamento 3.

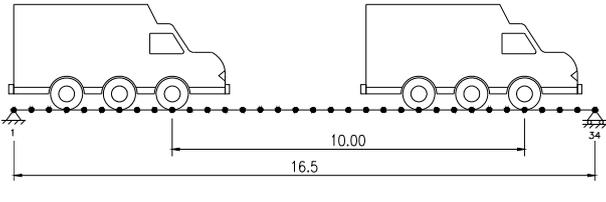
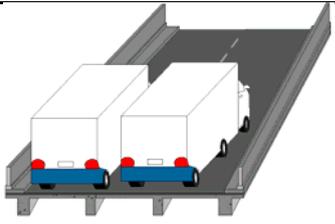
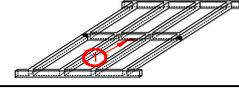
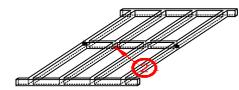
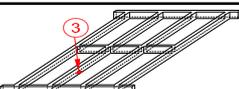
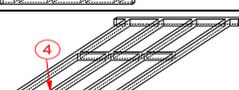
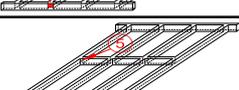
						
Ponto	Elemento estrutural e efeito estudado	$\sigma$ máx (MPa)	$\Delta\sigma$ máx (MPa)	EUROCODE & CEB	BS 5400	NBR 6118
				Vida útil (anos)	Vida útil (anos)	Vida útil (anos)
1	 Viga VT1 - Meio do vão Tensões normais	13,67	16,00	1.349,29	1.349,21	1.338,31
2	 Viga VL2 - Meio do vão Tensões normais	5,89	9,00	13.971,46	13.970,59	12.913,32
3	 Viga VL2 no terço do vão Tensões normais	75,36	55,00	53,96	53,96	50,16
4	 Viga VL2 com Travessa 1 Tensões Cisalhantes	100,90	90,00	41,04	41,04	39,28
5	 Viga VL1 com Viga VT1 Tensões Cisalhantes	41,61	22,00	1.310,00	1.309,91	1.153,32

Tabela 10.6 – Comboio 2. Caso de Carregamento 1.

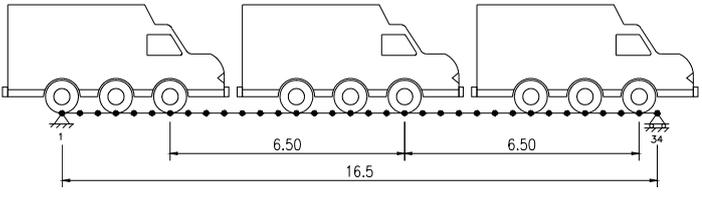
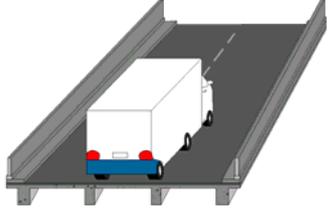
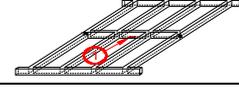
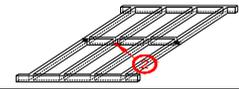
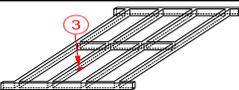
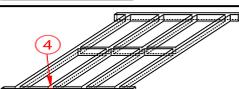
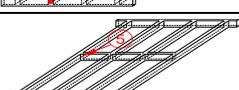
						
Ponto	Elemento estrutural e efeito estudado	$\sigma$ máx (MPa)	$\Delta\sigma$ máx (MPa)	EUROCODE & CEB	BS 5400	NBR 6118
				Vida útil (anos)	Vida útil (anos)	Vida útil (anos)
1	 Viga VT1 - Meio do vão Tensões normais	8,25	5,00	29.340,07	29.338,24	29.117,20
2	 Viga VL2 - Meio do vão Tensões normais	7,24	9,00	8.051,04	8.050,54	7.980,00
3	 Viga VL2 no terço do vão Tensões normais	58,75	26,00	583,23	583,20	504,48
4	 Viga VL2 com Travessa 1 Tensões Cisalhantes	142,97	64,00	22,51	22,51	21,67
5	 Viga VL1 com Viga VT1 Tensões Cisalhantes	24,50	3,00	630.039,32	630.000,00	59.335,90

Tabela 10.7 - Comboio 2. Caso de Carregamento 2.

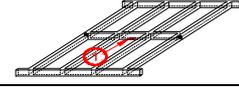
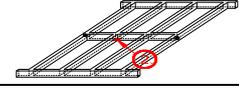
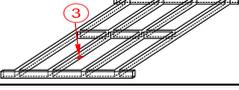
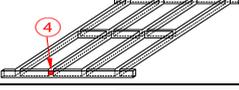
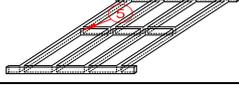
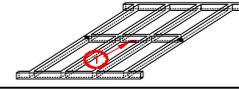
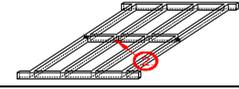
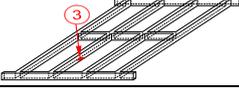
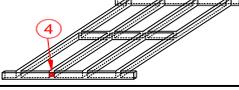
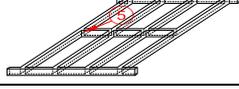
Ponto		Elemento estrutural e efeito estudado	$\sigma$ máx (MPa)	$\Delta\sigma$ máx (MPa)	EUROCODE & CEB	BS 5400	NBR 6118
					Vida útil (anos)	Vida útil (anos)	Vida útil (anos)
1		Viga VT1 - Meio do vão Tensões normais	8,23	14,00	1.126,19	1.126,12	1.018,34
2		Viga VL2 - Meio do vão Tensões normais	5,94	8,00	10.131,82	10.131,19	9.774,07
3		Viga VL2 no terço do vão Tensões normais	87,41	24,00	1.014,13	1.014,07	906,52
4		Viga VL2 com Travessa 1 Tensões Cisalhantes	178,98	72,00	22,61	22,61	22,32
5		Viga VL1 com Viga VT1 Tensões Cisalhantes	78,32	12,00	5.088,16	5.087,84	3.355,78

Tabela 10.8 - Comboio 2. Caso de Carregamento 3.

Ponto		Elemento estrutural e efeito estudado	$\sigma$ máx (MPa)	$\Delta\sigma$ máx (MPa)	EUROCODE & CEB	BS 5400	NBR 6118
					Vida útil (anos)	Vida útil (anos)	Vida útil (anos)
1		Viga VT1 - Meio do vão Tensões normais	17,39	13,00	977,68	977,62	775,95
2		Viga VL2 - Meio do vão Tensões normais	6,64	8,00	7.476,38	7.475,91	6.679,81
3		Viga VL2 no terço do vão Tensões normais	86,71	25,00	637,32	637,28	487,79
4		Viga VL2 com Travessa 1 Tensões Cisalhantes	184,56	74,00	41,90	41,90	39,18
5		Viga VL1 com Viga VT1 Tensões Cisalhantes	51,51	11,00	9.380,33	9.379,75	8.787,07

Antes de dar início às análises, deve-se ressaltar que a vida útil obtida é um indicativo da fadiga nos pontos em questão, ou seja, ela não representa literalmente o tempo de vida da obra de arte. A incorporação de tensões cisalhantes a este estudo é ilustrativa, cujo foco se baseia nos resultados das tensões normais.

Na Tabela 10.4 deste trabalho, nota-se que os valores das tensões normais e cisalhantes, obtidos nos pontos 3 e 4, relativas ao terço do vão da viga longarina VL2 e ao encontro da viga longarina VL2 com a viga travessa 1, respectivamente, de acordo com a Figura 9.1, são iguais a 73,92 MPa e 146,53 MPa ( $\sigma_{\text{máx}} = 73,92$  MPa e  $\tau_{\text{máx}} = 146,53$  MPa), apresentando uma variação máxima  $\Delta\sigma_{\text{máx}} = 73,92$  MPa e  $\Delta\tau_{\text{máx}} = 107$  MPa, respectivamente.

A vida útil da estrutura nos pontos destacados acima varia de 3 anos (ponto 4) até 97 anos (ponto 3), Tabela 10.4, conforme as amplitudes das variações de tensão de cisalhamento e normal, respectivamente, em função do impacto causado pelos veículos sobre a lateral mais solicitada da ponte, no meio do vão da viga longarina VL2 e junto aos apoios da obra de arte.

Considerando-se o limite de vida útil previsto pelas normas utilizadas nesta investigação, BS 5400 (1980), CEB (1990), EUROCODE 2 (2002) e NBR 6118 (2003), verifica-se que para este comboio e caso de carregamento em particular, a ponte merece maior atenção em relação à fadiga nos apoios e, exceto para as normas NBR 6118 (2003) e CEB (1990), no terço da viga longarina VL2, conforme os resultados ilustrados na Tabela 10.2.

Os valores obtidos na Tabela 10.5 desta dissertação, relativos às tensões normais no terço do vão da viga longarina VL2, representado pelo ponto 3, Figura 9.1, resultam em  $\sigma_{\text{máx}} = 75,35$  MPa, apresentando uma variação máxima  $\Delta\sigma_{\text{máx}} = 55$  MPa, indicando uma estimativa de vida útil para a estrutura da ordem de 53 anos. Tomando-se como base o limite de vida útil previsto pelas normas utilizadas nesta investigação, BS 5400 (1980), CEB (1990) e EUROCODE 2 (2002), esses valores servem de alerta aos projetistas estruturais acerca do impacto causado na obra de arte rodoviária no neste ponto da viga longarina quando carregada em ambas as laterais por veículos TB-45 (NBR 7188, 1984), em particular, no que tange à fadiga.

Considerando-se, agora, os valores ilustrados na Tabela 10.6, observa-se que o valor máximo da tensão cisalhante obtida no ponto 4, associado ao encontro da viga longarina VL2 com a viga travessa 1, de acordo com a Figura 9.1, é igual a

142,97 MPa ( $\tau_{\text{máx}} = 142,97$  MPa), apresentando uma variação máxima de 64 MPa ( $\Delta\tau_{\text{máx}} = 64$  MPa). Novamente, verifica-se que a vida útil da estrutura é influenciada pela amplitude da variação das tensões, sendo da ordem de 22 anos, Tabela 10.6, o que é representativo para alertar os projetistas sobre os níveis de impacto causados sobre o eixo longitudinal da estrutura junto aos seus apoios. Com relação às tensões normais, sua influência na vida útil resultou em aproximadamente 580 anos, no terço do vão da viga longarina (Ponto 3), caracterizando que a ponte não apresenta problemas em relação à fadiga nos pontos investigados, conforme recomendado pelas normas de projeto utilizadas nesta dissertação, BS 5400 (1980), CEB (1990) e EUROCODE 2 (2002).

O valor da tensão normal, obtido no ponto 3, relativo ao terço da viga longarina VL2, Figura 9.1, é igual a 87,41 MPa ( $\sigma_{\text{máx}} = 87,41$  MPa), apresentando uma variação máxima  $\Delta\sigma_{\text{máx}} = 24$  MPa. A vida útil da estrutura no ponto em destaque é da ordem de 1.000 anos, Tabela 10.7, regida pela amplitude das variações de tensão. Conforme o limite de vida útil previsto pelas normas utilizadas nesta investigação, BS 5400 (1980), CEB (1990), EUROCODE 2 (2002) e NBR 6118 (2003), verifica-se que para este comboio e caso de carregamento em particular, a ponte não possui problemas em relação à fadiga no terço do vão da viga longarina, conforme tabela de estimativa de vida útil, Tabela 10.2.

Finalmente, verifica-se que os resultados obtidos na Tabela 10.8 do presente trabalho, relativos à tensão normal no terço do vão da viga longarina VL2, representado pelo ponto 3, Figura 9.1, resulta em  $\sigma_{\text{máx}} = 86,71$  MPa, apresentando uma variação máxima  $\Delta\sigma_{\text{máx}} = 25$  MPa, conferindo uma vida útil estimada em aproximadamente 637 anos para o ponto 3 (Tabela 10.8), tendo como fator responsável a amplitude das variações de tensão e estando em boas condições no que tange à fadiga, quando carregada em ambas as laterais por veículos TB-45 (NBR 7188, 1984).

Assim sendo, considerando-se a Tabela C.2N, referente às recomendações de projeto da norma Eurocode 2 (2002), a tensão máxima de fadiga da ponte de concreto armado em estudo, levando-se em consideração as barras de aço, deve preventivamente ser no máximo igual a 150 MPa ( $\sigma_{\text{fad,máx}} = 150$  MPa). Deste modo, os valores máximos de tensão normal encontrados na presente investigação estão dentro dos limites estabelecidos pelo Eurocode (2002), em todos os comboios e

casos de carregamento utilizados na análise.

No próximo capítulo serão feitas as considerações finais sobre o presente estudo como também serão sugeridas melhorias para trabalhos futuros. Deve-se ressaltar que os cálculos completos para o dano acumulado e para a estimativa de vida útil estão apresentados nas Tabelas B.1 a B.30 apresentadas no Anexo B ao final deste trabalho.

## **11 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

### **11.1 Generalidades**

O principal objetivo desta dissertação foi o de desenvolver um estudo para verificação à fadiga em pontes rodoviárias em concreto armado. A metodologia de análise proposta foi empregada mediante o desenvolvimento de um modelo numérico-computacional tridimensional, calibrado com base em testes experimentais realizados “in loco”, para avaliação da resposta dinâmica de obras de arte rodoviárias de concreto armado. Para tal, considera-se a passagem de comboios de veículos condizentes com a utilização da estrutura investigada, introduzindo o efeito dinâmico proveniente da interação entre as viaturas e a estrutura da ponte de concreto armado.

Os deslocamentos e históricos de tensões obtidos, mediante o estudo da resposta dinâmica permanente da obra de arte modelada no presente estudo, foram utilizados para uma análise de dano por fadiga de determinados elementos estruturais de uma ponte rodoviária de concreto armado. Considerou-se a interação dinâmica existente entre os pneus dos veículos, os comboios de veículos e a superfície regular do tabuleiro.

### **11.2 Conclusões**

Na seqüência do texto, são apresentadas as principais conclusões alcançadas ao longo do desenvolvimento desta dissertação, a partir da análise numérica dos resultados (deslocamentos e tensões).

Primeiramente, conclui-se que a representação tridimensional dos modelos estruturais é de fundamental importância no estudo do comportamento dinâmico das pontes. Tal conclusão baseia-se, especialmente, nos valores distintos dos danos acumulados e de estimativa da vida útil da ponte investigada, de acordo com a metodologia empregada para a travessia dos veículos nas faixas de tráfego (eixo longitudinal e as duas faixas de tráfego). Este fato demonstrou a importância da contribuição dos modos de vibração, da distribuição dos apoios, do elemento utilizado no modelo matemático, e também, da variação da posição dos veículos trafegando sobre uma estrutura real.

Com base nas análises numéricas realizadas ao longo da presente investigação foi possível observar que os resultados obtidos, mediante o emprego de um modelo numérico-computacional tridimensional, encontram-se bem calibrados com relação à ponte real, e a metodologia desenvolvida fornece possibilidades de extensão do trabalho de pesquisa, no que concerne a uma avaliação mais detalhada acerca das amplificações dinâmicas encontradas.

Observa-se que o valor máximo de tensão normal encontrado ao longo de toda esta investigação foi obtido no terço do vão da viga longitudinal VL2 (ponto 3), Figura 9.1, correspondente a travessia do comboio 2, Figura 9.3, associado ao caso de carregamento 2, Figura 9.5 ( $\sigma_{\text{máx}} = 87,41 \text{ MPa}$ ). No que diz respeito ao valor máximo da tensão cisalhante, este foi gerado no apoio da ponte na maior largura (ponto 4), Figura 9.1, correspondente a travessia do comboio 2, Figura 9.3, associado ao caso de carregamento 3, Figura 9.6 ( $\tau_{\text{máx}} = 184,56 \text{ MPa}$ ).

A análise dos resultados obtidos ao longo do estudo revela que o valor das tensões cisalhantes nos apoios é muito superior àqueles obtidos para as tensões normais. Tal fato demonstra a necessidade de se verificar com cuidado as questões referentes a aparelhos de apoio e juntas de dilatação, no que tange ao projeto de pontes rodoviárias de concreto armado.

A obra de arte em questão foi projetada para suportar veículos TB-30 (NBR 7188, 1984). Para tal carregamento, a tensão normal de trabalho deve ser no máximo da ordem de 125 MPa, conforme equação 12.3, item 12.6.3, Eurocode 2 (2002).

As conclusões acima corroboram o fato de que as condições de carregamento exercem influência nos valores de variação das faixas de tensão, como por exemplo, a quantidade de veículos em trânsito sobre a ponte e suas configurações de passagem sobre o tabuleiro. Inúmeras simulações deste gênero devem ser estudadas para se consolidar uma análise à fadiga. Nota-se, ainda, que não se deve desprezar pontos distintos na estrutura, sendo esconsa ou reta. Esta constatação baseia-se no fato de que os carregamentos se apresentam de forma aleatória sobre a obra de arte.

No que tange à verificação à fadiga, observa-se que para a ponte rodoviária de concreto armado em questão, os efeitos das tensões normais estão dentro dos limites estabelecidos pelas normas estudadas, BS 5400 (1980), CEB (1990), EUROCODE 2 (2002) e NBR 6118 (2003). O título ilustrativo estudou-se os valores

de tensão cisalhante na presente investigação, que se apresentaram bem acima dos valores de tensão normal e servindo de alerta para a condição dos apoios, bem como para um indicativo para um posterior estudo mais apurado.

A verificação à fadiga para obtenção da estimativa da vida útil, com base nas tensões normais obtidas, conclui que a previsão de vida útil da obra de arte investigada está dentro do especificado pelas normas de projeto utilizadas, BS 5400 (1980), CEB (1990), EUROCODE 2 (2002) e NBR 6118 (2003), conforme os resultados ilustrados na Tabela 10.2 do presente trabalho. A análise indica que o ponto 3, localizado no terço do vão da viga longarina 2, conforme Tabela 10.2 é o mais suscetível aos efeitos do carregamento.

Tais resultados são representativos para alertar os projetistas estruturais sobre o impacto causado pela interação dinâmica entre os pneus de veículos pesados do tipo TB-45 (NBR 7188, 1984) e a superfície, nas proximidades dos apoios das pontes rodoviárias de concreto armado.

Comparativamente, nota-se que a passagem do comboio 1 (Figura 9.2) sobre o tabuleiro da ponte gerou valores mais elevados para a variação das tensões,  $\Delta\sigma_{m\acute{a}x}$ , em comparação com o comboio 2 (Figura 9.3), conforme observado nas Tabelas 10.3 a 10.8 da presente dissertação. Este resultado indica que, quanto mais tempo a ponte fica sem carregamento, de acordo o comboio de veículos utilizado, certamente podem ser geradas faixas de variação de tensão mais elevadas sobre o tabuleiro da ponte e, conseqüentemente, aumenta-se o risco à fadiga da estrutura.

Considerando-se os pontos de análise do tabuleiro investigados neste estudo, torna-se possível alertar os projetistas estruturais acerca dos níveis de impacto elevado, oriundos da interação dinâmica existente entre os pneus dos veículos e a superfície do tabuleiro da ponte, no caso em questão, especialmente, no que diz respeito a faixa de tráfego lateral mais solicitada da ponte. devido à esconsidade, no meio do vão da viga longarina VL2 e, também, nas proximidades dos apoios da estrutura (Figura 9.1).

As características físicas e geométricas dos elementos estruturais da obra de arte rodoviária e dos materiais de construção, em conformidade com as normas de projeto, devem ser observadas com prudência. Informações como o ambiente, cargas de utilização atuais e para as quais a ponte foi projetada, resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ), resistência característica à tração do aço ( $f_{sk}$ ), tipo de barra de aço, diâmetro e espaçamento médio entre estas barras,

tipos de fundação, são de fundamental importância para se conseguir realizar uma análise coerente. Com base no exposto, conclui-se que a experiência e o conhecimento dos engenheiros projetistas têm um grande peso, no que tange ao dimensionamento e verificação à fadiga de obras de arte rodoviárias em concreto armado.

### **11.3 Sugestões para Trabalho Futuros**

A seguir, são relacionadas algumas sugestões para a continuidade e desenvolvimento de trabalhos futuros sobre os temas aqui tratados e outros correlatos.

1) Ampliar a abrangência da metodologia de forma a permitir o tráfego dos veículos considerando o efeito da mobilidade de carga somado ao efeito das irregularidades de pista.

2) Promover a continuação do estudo em questão através da parametrização de diferentes aspectos, como a velocidade dos comboios, a quantidade de veículos, o tráfego em diferentes faixas de pista e sentidos, a qualidade do pavimento, assim como, variar os modelos de pontes rodoviárias, prevendo outros materiais.

3) Refinar o modelo matemático empregado para as viaturas, com o objetivo de se obter um modelo que represente os veículos de modo mais próximo da realidade, ou seja, com uma maior quantidade de graus de liberdade.

4) Realizar testes experimentais em outras obras de arte (frequências naturais, deslocamentos, esforços e tensões), de forma a aprimorar a calibração dos modelos matemáticos gerados e, com relação às situações reais da prática de projeto, de forma a refinar a metodologia de análise desenvolvida.

5) Ampliar o estudo para a consideração de outros modelos de veículos, avaliando as pontes rodoviárias a partir da travessia de viaturas mais pesadas ou mesmo previstas em normas distintas de projeto.

6) Estudar a resposta dinâmica variando-se a configuração dos apoios, seu tipo e área de abrangência, bem como a quantidade de nós restringidos pelos mesmos.

7) Promover estudos de determinação do amortecimento com base em resultados de ensaios experimentais em diferentes tipos de pontes.



## REFERÊNCIAS

AFONSO, D. F. *Verificação a fadiga de pontes metálicas ferroviárias*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, RS, Brasil, 2007.

AGERSKOV, H.; NIELSEN, J. A. *Fatigue in Steel Highway Bridges Under Random Loading*. Journal of Structural Engineering – ASCE, vol.125, n.2, 1999, p.152-162.

AGERSKOV, H.; PETERSEN, R. I; MARTINEZ, L. L. *Fatigue in High-Strength Steel Offshore Tubular Joints*, VI International Symposium of Tubular Structures, Monash University, Melbourne, 1994.

ALMEIDA, R. S. DE; SILVA, J. G. S. DA. *A Stochastic Modelling of the Dynamical Response of Highway Bridge Decks Under Traffic Loads*. Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, 2007

ALMEIDA, R. S. DE. *Análise de Vibrações de Pontes Rodoviárias Induzidas pelo Tráfego de Veículos sobre o Pavimento Irregular*. Dissertação de Mestrado. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2006.

ALMEIDA, R. S. DE; SILVA, J. G. S. DA. *A Stochastic Modelling of the Dynamical Response of Highway Bridge Decks Under Traffic Loads*. ECCM 2006 - III European Conference on Computational Mechanics, 2006.

AMORIM, A. B. A. DE. *Avaliação da Resposta Dinâmica de Pontes Rodoviárias com Pavimentos Irregulares e Comparação com a Metodologia de Projeto Proposta pela NBR 7187*. Dissertação de Mestrado. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2007.

ANSYS, *Swanson Analysis Systems*. Inc. P.O. Box 65. Johnson Road, Houston, PA, 15342-0065, version 10.0, Basic analysis procedures, Second edition, 2005.

ASTM E 1049-85. *Standard practices for cycle counting in fatigue analysis*. ASTM International, 2005

BATTISTA, R. C.; PFEIL, M. S. *Fatigue Cracks induced by Traffic Loading on Steel Bridges Slender orthotropic Decks*. Ninth International Conference on Computational Methods and Experimental Measures (CMEM'99), 1999a, p. 37-44.

BRANCO, C. M.; FERNANDES, A. A.; CASTRO, P. M. S. T. *Fadiga de estruturas soldadas*. Introdução ao estudo da fadiga. Fundação Calouste Gulbenkian: Lisboa. Cap. 2, 1999, p. 137-192.

BS5400. *Steel, Concrete and Composite Bridge. Part 10: Code of practice for fatigue*. British Standards Institute. London, 1980

CEB - Comité Euro-international du Béton, Suíça, 1990

CHAN, T. H. T.; LI, Z. X.; KO, J. M. *Fatigue analysis and life prediction of bridges with structural health monitoring data - Part I: methodology and strategy*. International Journal of Fatigue, Hong Kong, n.23, 2001a, p.45-53.

CHAN, T. H. T.; LI, Z. X.; KO, J. M. *Fatigue analysis and life prediction of bridges with structural health monitoring data - Part II: application*. International Journal of Fatigue, Hong Kong, n.23, 2001b, p.55-64.

CHANTRE, E. *Influência da Velocidade, do Espaçamento e do Número de Veículos sobre a Resposta Dinâmica de Pontes Rodoviárias de Concreto Armado*. Dissertação de Mestrado. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2008.

CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill, Auckland, 1975.

COLLINS, J. A. *Failure of Materials in Mechanical Design*. JohnWiley & Sons, New York, 1993, 629p.

CULLIMORE, M. S. G.; WEBBER, D. *Analysis of Heavy Girder Bridge fatigue Failures*. Engineering Failure Analysis, Vol. 7, 2000, p. 145-168.

EUROCODE 2. *Design of Concrete Structures*. European Committee for Standardization. Bruxelas, Part 1, 2002.

FERREIRA, K. I. I. *Avaliação do Critério para Cálculo dos Efeitos das Cargas móveis em pontes rodoviárias*. Dissertação de Mestrado. PUC-Rio, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1991.

FERREIRA, V. T. *Modelo simplificado para a análise dinâmica de estruturas mistas de pontes*. Dissertação de Mestrado. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1999.

FISHER, J. W. ET AL. *Hoan Bridge Forensic Investigation Failure Analysis Final Report*. Wisconsin Department of Transportation (WDT) and The Federal Highway Administration (FHWA), 2001, p. 103.

FISHER, J. W. *Fatigue and Fracture in Steel Bridges: Cases Studies*. John Wiley & Sons, New York, 1984.

GILANI, A.; WHITTAKER, A. *Fatigue-Life Evaluation of Steel Post Structures. I: Background and Analysis*. Journal of Structural Engineering - ASCE, Vol. 126, No.3, 2000a, p. 322-330.

GRECO, A.; SANTINI, A. *Dynamic response o a flexural non-classically damped continuous beam under moving loadings*. Computers and Structures, Vol. 80, 2002, pp.1945-1953.

GREEN, M. F.; CEBON, D. *Dynamic response of highway bridges to heavy vehicle loads*. Journal of sound and vibration, Vol. 170, 1994, pp.51-78.

KISS, K.; SZÉKELY, E.; DUNAI L. *Fatigue analysis of orthotropic highway Bridge*. 2nd International Symposium in Civil Engineering, Budapest, 1998.

LANGER N. A. S. *Estudo do Conforto Humano em Pisos Mistos (Aço-Concreto) Submetidos a Ações Humanas Rítmicas*. Dissertação de Mestrado. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2009.

LAW, S. S.; ZHU, X. Q. *Dynamic behavior of damaged concrete bridge structures under moving vehicular loads*. 2004. *Engineering Structures* 26, 2004, pp.1279-1293

LAW, S. S.; ZHU, X. Q. *Bridge dynamic responses due to road surface roughness and braking of vehicle*. *Journal of sound and vibration*, 2005, pp. 805-830

LAW, S.S. ET AL. *Dynamic Assessment of Bridge Load - Carrying Capacities*. *Journal of Structural Engineering - ASCE*, Vol. 121, No. 3, 1995a, p. 478-487.

LAW, S.S. ET AL. *Dynamic Assessment of Bridge Load - Carrying Capacities II*. *Journal of Structural Engineering - ASCE*, Vol. 121, No. 3, 1995b, p. 488-495.

LEITÃO F. N. *Comportamento Dinâmico de Pontes Rodoviárias Hiperestáticas Induzidas Pelo Tráfego de Veículos Sobre o Pavimento Irregular*. Projeto de graduação. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2006.

LEITÃO, F. N. ET AL. *Estudo da Resposta Dinâmica Não-Determinística de Pontes Rodoviárias Mistas (Aço-Concreto) Submetidas ao Tráfego de Veículos*. In: XXIX CILAMCE - Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 2008, Maceió, AL, Brasil. Editora da Universidade Federal de Alagoas, 2008. v. 1. p. 1-16.

LEITÃO F. N. *Verificação à Fadiga de Pontes Rodoviárias Mistas (Aço-Concreto)*. Dissertação de Mestrado. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2009.

LI, Z. X.; CHAN, T. H. T.; KO, J. M. *Determination of effective stress range and its application on fatigue stress assessment of existing bridges*. *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 39, 2002, p. 2401-2417.

LIU, C., HUANG, D.; WANG, T. *Analytical dynamic impact study based on correlated road roughness*. Computers and Structures, 80, 2002, 1639-1650.

MANSON, S. S.; HALFORD, G. R. *Practical implementation of the double linear damage rule and damage curve approach for testing cumulative fatigue damage*, International Journal of Fracture, Vol. 17, No. 2, 1981, pp. 169-192.

MATLAB® - *The Language of Technical Computing*, Release 7.0, 2007.

MEI, G., QIN, Q., LIN, D.J. *Bimodal renewal processes models of highway vehicle loads*. Reliability Engineering and System Safety, Vol. 83, 2004, p. 333-339

MELO, E. S. *Interação dinâmica veículo-estrutura em pequenas pontes rodoviárias*. Dissertação de Mestrado. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2007

MENG, J., GHASEMI, H., LUI, E. M. *Analytical and experimental study of a skew bridge model*. Engineering Structures, Vol. 26, 2004, p. 1127-1142

MINER, M. A. *Cumulative Damage in Fatigue* Journal of Applied Mechanics Transactions - ASME, Vol. 12, No. 3, 1945, p. A159-A164.

MURRAY, T. M.; ALLEN, D. E.; UNGAR, E. E.. *Floor vibration due to human activity*, Steel Design Guide Series, AISC, Chicago, USA, 2003.

NASSIF, H. H.; LIU, M. *Analytical modeling of bridge-road-vehicle dynamic interaction system*. Journal of Vibration and Control, 10, 2004, 215-241.

NBR 6118. *Norma Brasileira para Projeto de Estruturas de Concreto Armado*. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 2003.

NBR 6120. *Cargas para o cálculo de estruturas de edificações*. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 1980.

NBR 6123. *Forças devidas ao vento em edificações*. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 1988.

NBR 7187. *Projeto e execução de pontes de concreto armado e protendido*. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 1987.

NBR 7188. *Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestre - Procedimento*. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 1984.

NIELSEN, J. A.; AGERSKOV, H.; VEJRUM, T. *Fatigue in Steel Highway Bridges under Random Loading*. Report Series R N°. 15, Department of Engineering, Technical University of Denmark, 1997.

NISHIKAWA, K.; MURAKOSHI, J.; MASUKI, T. *Study on the fatigue of steel highway bridges in Japan*. Construction and Building Materials, Vol. 12, No. 2 -3, 1998, p. 133-141.

NORTON, R. L. *Machine design*. New Jersey: Prentice-Hall, 1998, 1048p.

PETERSEN, R. I. ET AL. *Fatigue Life of High-Strength Steel Plates Under Stochastic Loading*. Report No. 320, Department of Structural Engineering, Technical University of Denmark, Denmark, 1995.

PALMGREEN. A. *Die Lebensdauer von Kugellagern*. Zeitschrift de Vereines. Deutsches Ingeniure, Vol. 68, No. 14, 1924.

PERLINGUEIRO, M. S. P. L. ET AL. *Influência da Interação veículo-Pavimento-Estrutura na resposta dinâmica de pontes*, XXX Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural. Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, 2002, p. 19.

PINHO, F. O.; BELLEI, I. H. *Pontes e Viadutos em Vigas Mistas. Série Manual Construção em Aço*. Centro Brasileiro da Construção em Aço. CBCA. Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2007, 138p.

PRAVIA, Z. M. C. DE. *Estabilidade de Estruturas de Pontes Metálicas com Fraturas*. Tese de Doutorado. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2003.

QIAO, P., YANG, M., MOSALLAM, A. S. *Impact analysis of Lam sandwich system for over-height collision protection of highway bridges*. Engineering Structures 26, 2004, p.1003 - 1012

ROSSIGALI, C. E. *Estudos Probabilísticos para Modelos de cargas móveis em pontes rodoviárias no Brasil* Dissertação de Mestrado. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2006.

SANTOS, E. F. DOS. *Análise e Redução de Vibrações em Pontes Rodoviárias*. Tese de Doutorado. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2007.

SANTOS, M. F. DOS. *Contribuição ao Estudo do Efeito de Combinação de Veículos de Carga Sobre Pontes Rodoviárias de Concreto*. Dissertação de Mestrado. Universidade de São Carlos, São Paulo, SP, Brasil, 2003.

SANTOS, M. F. DOS, DEBS, M. K. EL *Análise das conseqüências do tráfego de combinações de veículos de carga sobre pontes rodoviárias através da verificação da capacidade portante de um projeto típico*. 45º Congresso Brasileiro do Concreto.

SAE. *Fatigue Design Handbook*. 3.ed. Warrendale. 1997, 470p.

SAP2000. *Analysis Reference, Volume I e II*. Computers and Structures, inc. California, USA, 1996.

SILVA, J. G. S. DA. *Análise Dinâmica Não-Determinística de Tabuleiros de Pontes Rodoviárias com Irregularidades Superficiais*. Tese de Doutorado. PUC-Rio, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1996.

SURESH, S. *Fatigue of Materials*, Cambridge: Cambridge University Press, United Kingdom, 1998.

THAMBIRATNAM, D. P.; BRAMELD, G. H. *Free vibration analysis of bridges*. Engineering Structures 17, 1995, p.705-713

VASUDEVAN, A. K.; SADANANDA, K.; GLINKA, G. *Critical parameters for fatigue damage*, International Journal of Fatigue, Vol. 23, 2001, p. s39-s53.

WHÖHLER, A. *Fatigue crack growth measurements*, Vol. 7, 1858, p. 641-652.

WIKIPEDIA. *Enciclopédia virtual livre*. Wikimedia Foundation, Inc, 2009.

ZHANG, Q. L.; VROUWENVELDER, A.; WANDNIER, J. *Dynamic amplification factors and EUDL of bridges under random traffic flows*. Engineering Structures, Vol.23, 2001, p. 663–672.

ZHAO, Y.; RODDIS, W. M. K. *Fatigue crack investigation for the Arkansas River Bridge in Hutchinson, Kansas*. Construction and Building Materials, Vol. 14, 2000, p. 287-295.

ZIENKIEWICZ, O. C. *The Finite Element Method from Intuition to Generality*. Appl. Mech. Rev, 1970, 23: p. 249-256.

## ANEXO A – Gráficos da tensão devido a passagem dos comboios

### A.1. Comboio 1. Caso de carregamento 1. Efeito do peso

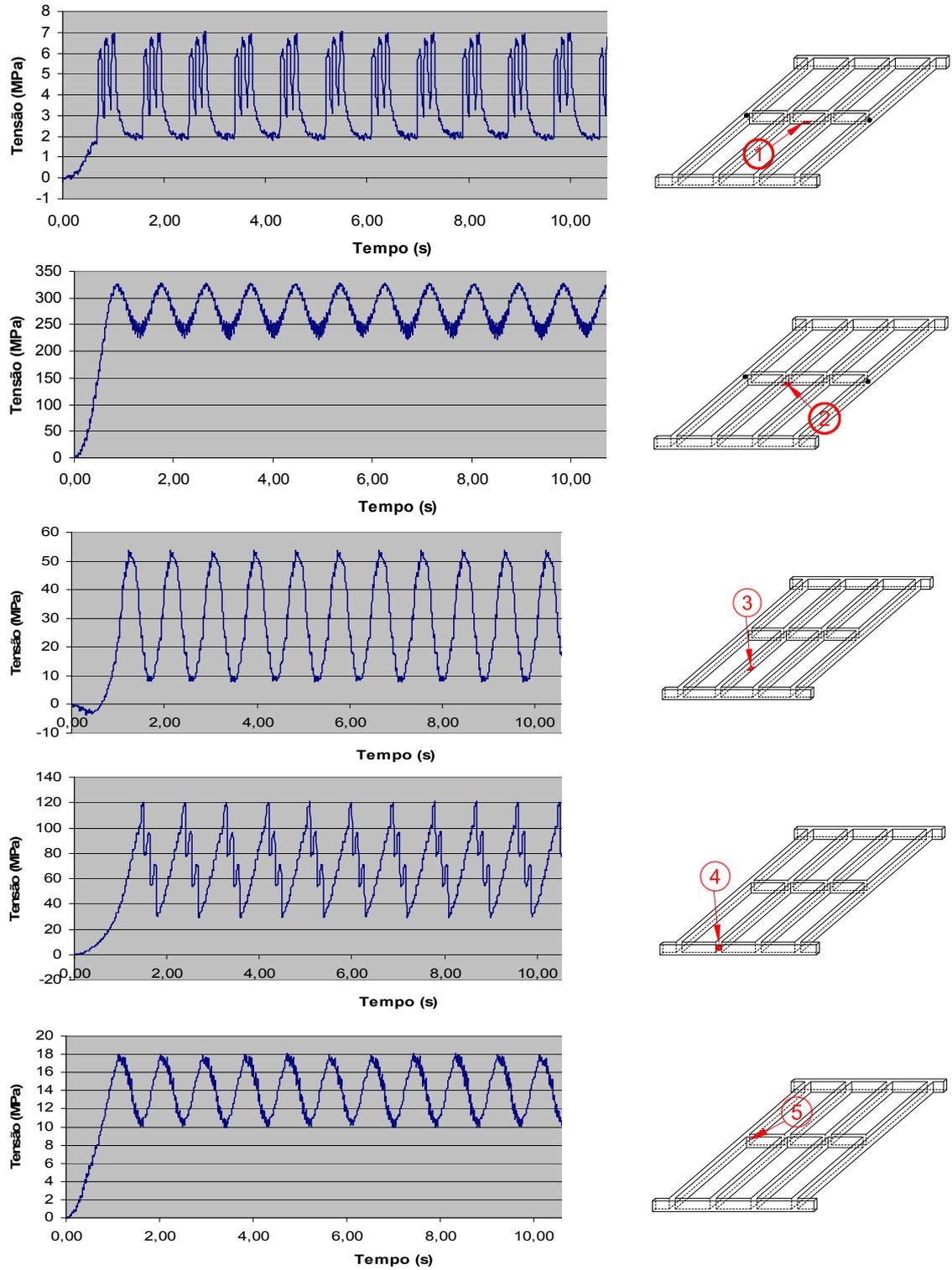


Figura A.1 – Gráficos das tensões normais e cisalhantes, caso 1, comboio 1

**A.2. Comboio 1. Caso de carregamento 2. Efeito do peso**

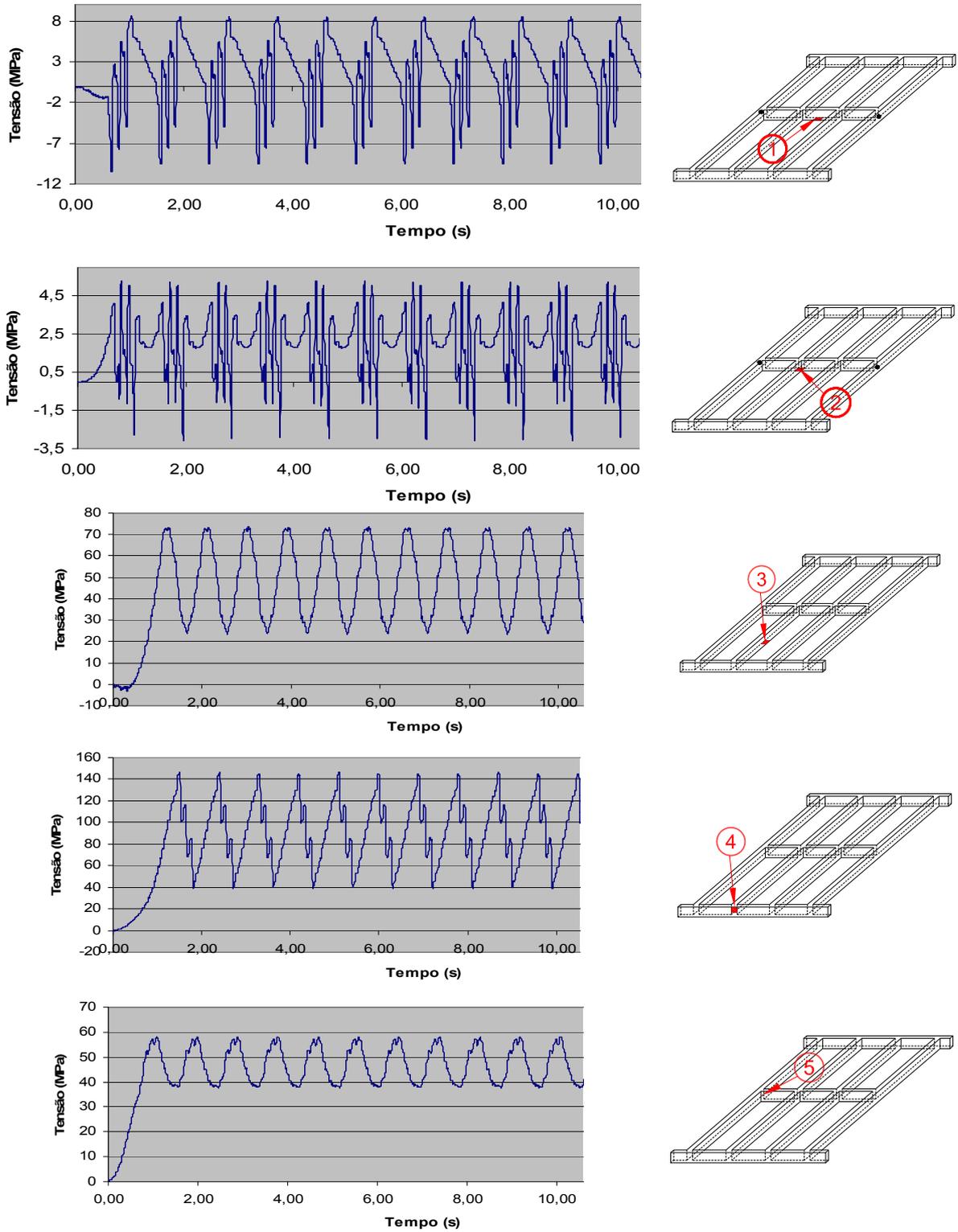


Figura A.2 – Gráficos das tensões normais e cisalhantes, caso 1, comboio 2

**A.3. Comboio 1. Caso de carregamento 3. Efeito do peso**

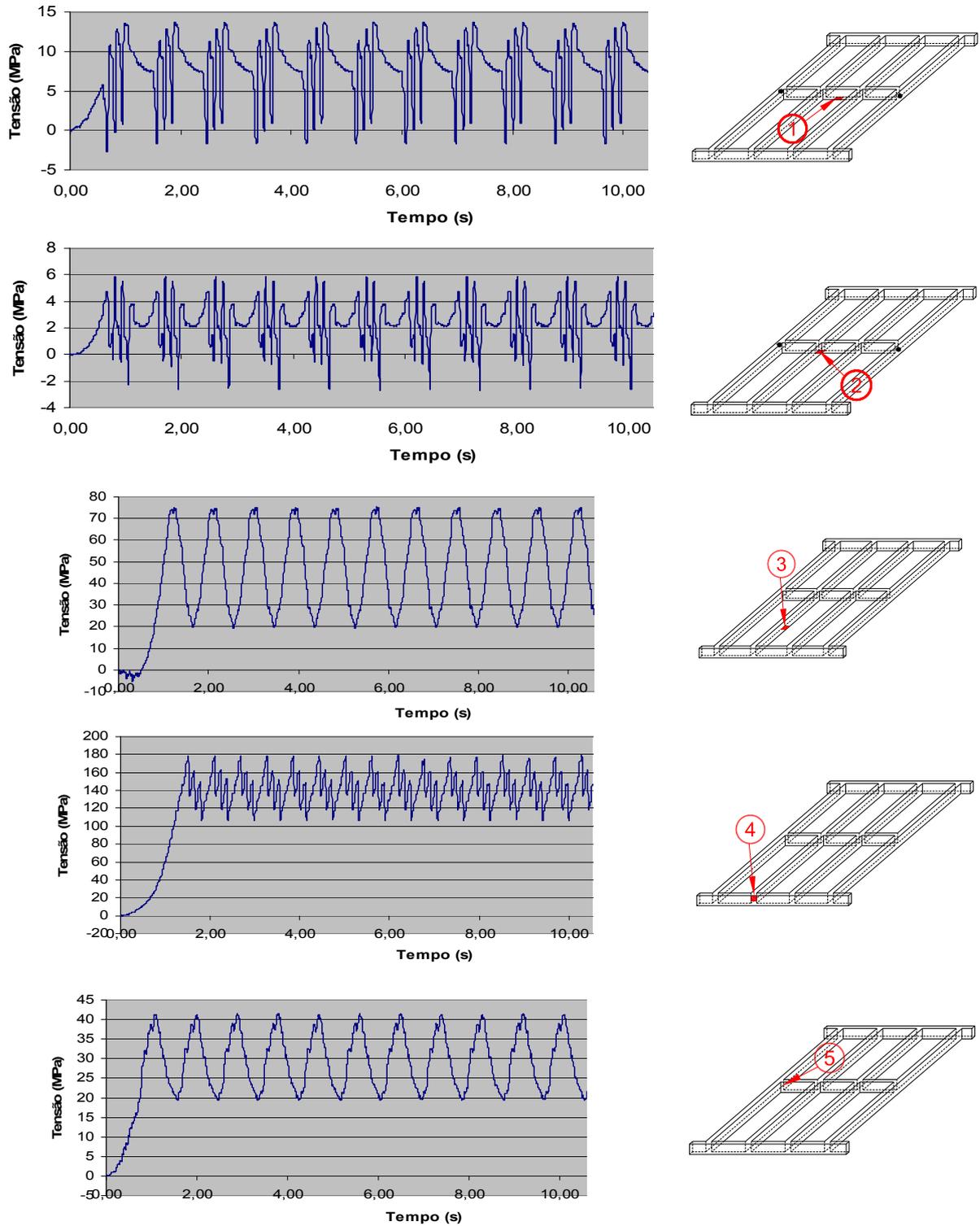


Figura A.3 – Gráficos das tensões normais e cisalhantes, caso 1, comboio 3

**A.4. Comboio 2. Caso de carregamento 1. Efeito do peso**

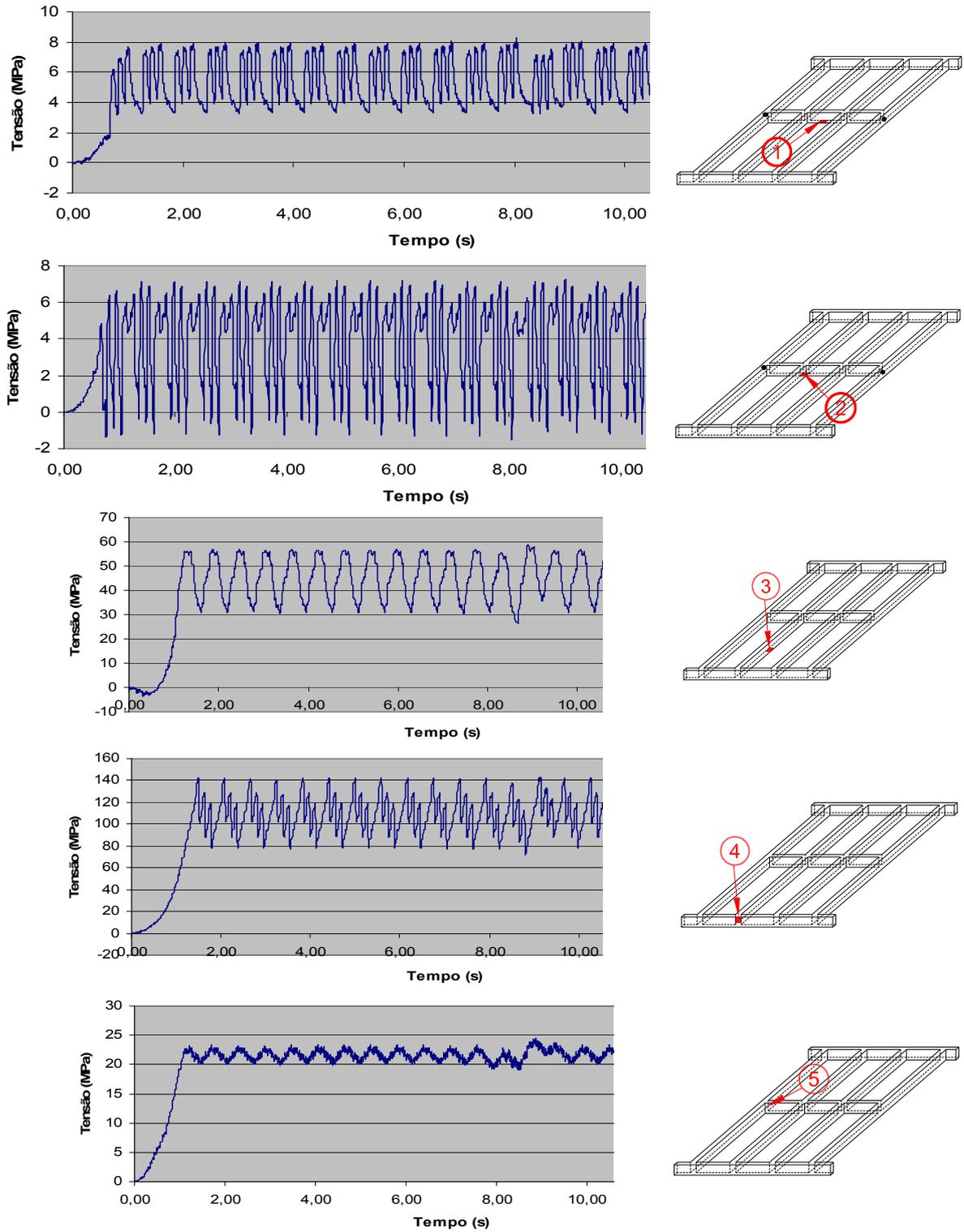


Figura A.4 – Gráficos das tensões normais e cisalhantes, caso 2, comboio 1

**A.5. Comboio 2. Caso de carregamento 2. Efeito do peso**

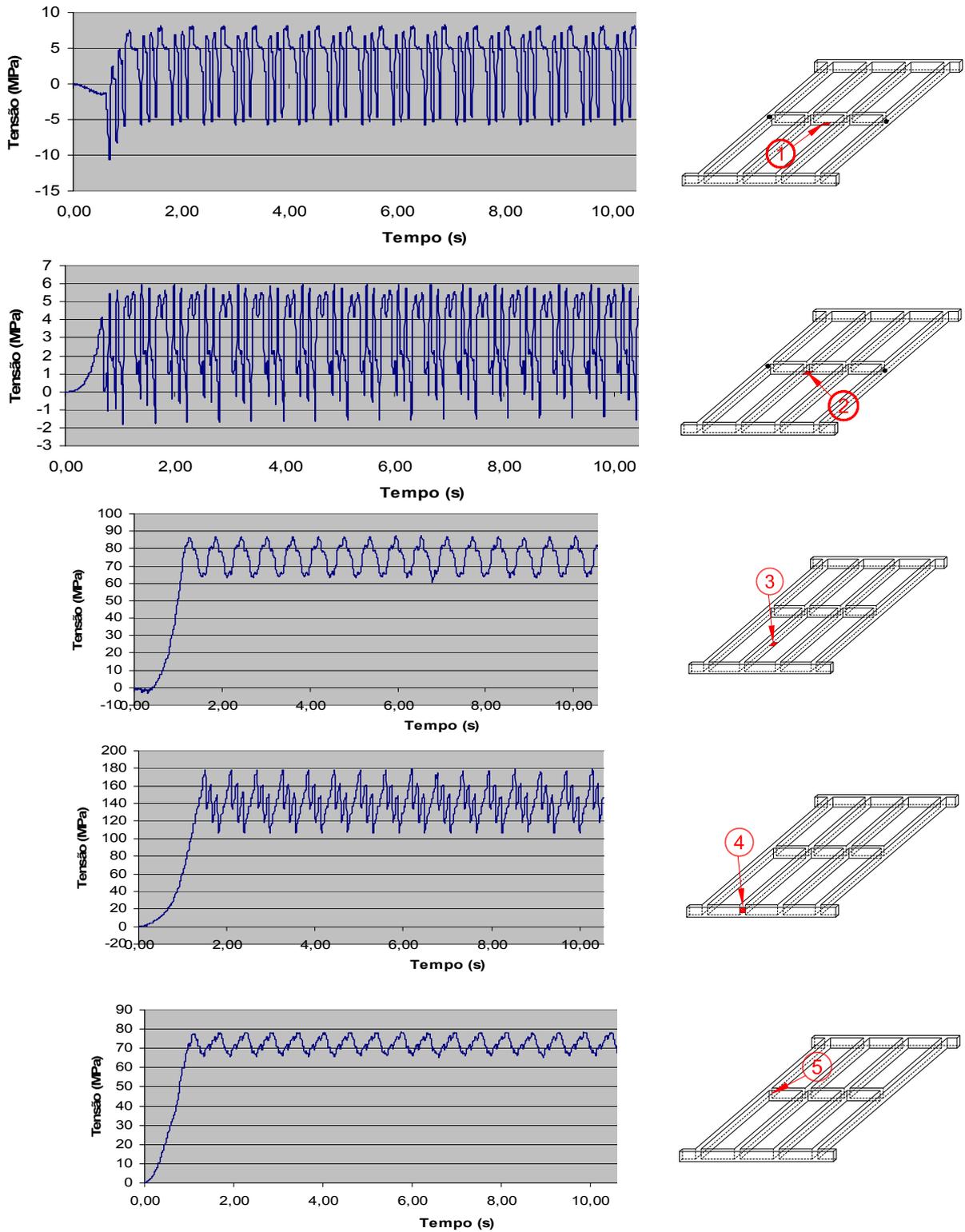
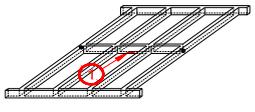


Figura A.5 – Gráficos das tensões normais e cisalhantes, caso 2, comboio 2

## ANEXO B - Tabelas de estimativa de dano acumulado e vida útil, efeito da mobilidade da carga, velocidade de 40km/h

### B.1. Comboio 1 (Figura 9.2). Caso de carregamento 1 (Figura 9.4)

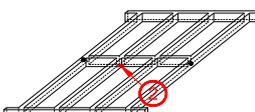
Tabela B.1 – Tensão normal no meio do vão da viga transversina VT1

Tensão máxima (MPa)				7,06	Viga Transversina 1 - Base
Variação de Tensão máxima (MPa)				5,00	Meio do vão   Tensão
Tensão mínima (MPa)				-0,07	
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{\text{máx}}$	
2	25,00%	500000	1	0,20	
2	25,00%	500000	3	0,60	
2	25,00%	500000	4	0,80	
2	25,00%	500000	5	1,00	
8		2000000			

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{\text{Rsk}} = 162,5 / \Delta\sigma_{\text{Rsk}} = 160$		Classe D		$\Delta f_{\text{sd, fad, min}} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000125305	3990000000000	0,000000125313	79432823472428	0,000000006295
147787000875	0,000003383247	147777777778	0,000003383459	326884047212	0,000001529594
62347640994	0,000008019550	62343750000	0,000008020050	77571116672	0,000006445698
31921992189	0,000015663183	31920000000	0,000015664160	25418503511	0,000019670710
<b>Dano</b>	<b>0,000027191285</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000027192982</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000027652297</b>

Vida útil (anos)	36776,49	Vida útil (anos)	36774,19	Vida útil (anos)	36163,36
------------------	----------	------------------	----------	------------------	----------

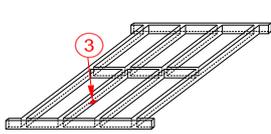
Tabela B.2 – Tensão normal no meio do vão da viga longarina VL2

Tensão máxima (MPa)				7,06	Viga Transversina 1 - Base
Variação de Tensão máxima (MPa)				5,00	Meio do vão   Tensão
Tensão mínima (MPa)				-0,07	
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{\text{máx}}$	
2	25,00%	500000	1	0,20	
2	25,00%	500000	3	0,60	
2	25,00%	500000	4	0,80	
2	25,00%	500000	5	1,00	
8		2000000			

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{\text{Rsk}} = 162,5 / \Delta\sigma_{\text{Rsk}} = 160$		Classe D		$\Delta f_{\text{sd, fad, min}} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000125305	3990000000000	0,000000125313	79432823472428	0,000000006295
147787000875	0,000003383247	147777777778	0,000003383459	326884047212	0,000001529594
62347640994	0,000008019550	62343750000	0,000008020050	77571116672	0,000006445698
31921992189	0,000015663183	31920000000	0,000015664160	25418503511	0,000019670710
<b>Dano</b>	<b>0,000027191285</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000027192982</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000027652297</b>

Vida útil (anos)	36776,49	Vida útil (anos)	36774,19	Vida útil (anos)	36163,36
------------------	----------	------------------	----------	------------------	----------

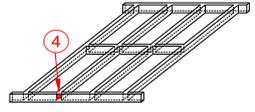
Tabela B.3 – Tensão normal no terço do vão da viga longarina VL2

Tensão máxima (MPa)				53,73	Viga Longarina VL2
Variação de Tensão máxima (MPa)				46,00	Terço do Vão
Tensão mínima (MPa)				-3,55	Tensão
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{m\acute{a}x}$	
20	80,00%	1600000	1	0,02	
3	12,00%	240000	2	0,04	
0,5	2,00%	40000	45	0,98	
1,5	6,00%	120000	46	1,00	
25		2000000			

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{Rsk} = 162,5 / \Delta\sigma_{Rsk} = 160$		Classe D		$\Delta f_{sd,fad,min} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000400977	3990000000000	0,000000401003	7244359600749930	0,000000000221
498781127953	0,000000481173	4987500000000	0,000000481203	226386237523435	0,000000001060
43788741	0,000913476823	43786008	0,000913533835	39258837	0,001018878881
40994586	0,002927215803	40992028	0,002927398496	35173116	0,003411696614
<b>Dano</b>	<b>0,003841574776</b>	<b>Dano</b>	<b>0,003841814536</b>	<b>Dano</b>	<b>0,004430576775</b>

Vida útil (anos)	260,31	Vida útil (anos)	260,29	Vida útil (anos)	225,7
------------------	--------	------------------	--------	------------------	-------

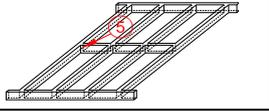
Tabela B.4 – Tensão cisalhante no apoio da viga longarina VL2 com travessa 1

Tensão máxima (MPa)				120,85	Viga VL2 com Travessa 1
Variação de Tensão máxima (MPa)				92,00	Cisalhamento no apoio
Tensão mínima (MPa)				-0,34	
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{m\acute{a}x}$	
14	70,00%	1400000	1	0,01	
2	10,00%	200000	17	0,18	
1	5,00%	100000	19	0,21	
1	5,00%	100000	20	0,22	
1	5,00%	100000	90	0,98	
0,5	2,50%	50000	91	0,99	
0,5	2,50%	50000	92	1,00	
20		2000000			

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{Rsk} = 162,5 / \Delta\sigma_{Rsk} = 160$		Classe D		$\Delta f_{sd,fad,min} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000350855	3990000000000	0,000000350877	30902954325135900	0,000000000045
812181767	0,000246250295	812131081	0,000246265664	21764835702	0,000009189134
581753758	0,000171894034	581717452	0,000171904762	12480500305	0,000008012499
498781128	0,000200488740	498750000	0,000200501253	9657173227	0,000010354997
5473593	0,018269536455	5473251	0,018270676692	5233442	0,019107881848
5295120	0,009442656280	5294790	0,009443245614	4952141	0,010096642194
5124323	0,009757386010	5124003	0,009757994987	4688791	0,010663730015
<b>Dano</b>	<b>0,038088562669</b>	<b>Dano</b>	<b>0,038090939850</b>	<b>Dano</b>	<b>0,039895810733</b>

Vida útil (anos)	26,25	Vida útil (anos)	26,25	Vida útil (anos)	25,07
------------------	-------	------------------	-------	------------------	-------

Tabela B.5 – Cisalhamento na viga longarina VL2 com viga transversina VT1

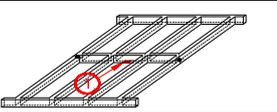
Tensão máxima (MPa)				18,10	Viga VL1 com Viga VT1
Variação de Tensão máxima (MPa)				8,00	Cisalhamento na interface
Tensão mínima (MPa)				0,03	
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{m\acute{a}x}$	
19	82,61%	1652174	1	0,13	
2	8,70%	173913	2	0,25	
2	8,70%	173913	8	1,00	
23		2000000			

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{Rsk} = 162,5 / \Delta\sigma_{Rsk} = 160$		Classe D		$\Delta f_{sd,fad,min} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000414053	3990000000000	0,000000414079	223872113856835	0,000000007380
498781127953	0,000000348676	498750000000	0,000000348698	6996003558026	0,000000024859
7793455124	0,000022315268	7792968750	0,000022316661	6832034725	0,000025455527
<b>Dano</b>	<b>0,000023077997</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000023079438</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000025487766</b>

Vida útil (anos)	43331,32	Vida útil (anos)	43328,61	Vida útil (anos)	39234,51
------------------	----------	------------------	----------	------------------	----------

## B.2. Comboio 1 (Figura 9.2). Caso de carregamento 2 (Figura 9.5)

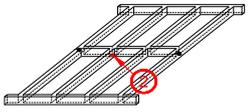
Tabela B.6 – Tensão normal no meio do vão da viga transversina VT1

Tensão máxima (MPa)				8,66	Viga Transversina 1 - Base
Variação de Tensão máxima (MPa)				19,00	Meio do vão
Tensão mínima (MPa)				-10,50	Tensão
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{m\acute{a}x}$	
2	25,00%	500000	1	0,05	
4	50,00%	1000000	11	0,58	
2	25,00%	500000	19	1,00	
8		2000000			

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{Rsk} = 162,5 / \Delta\sigma_{Rsk} = 160$		Classe D		$\Delta f_{sd,fad,min} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000125305	3990000000000	0,000000125313	1148153621496890	0,000000000435
2997933151	0,000333563142	2997746056	0,000333583960	7129130657	0,000140269557
581753758	0,000859470168	581717452	0,000859523810	463694554	0,001078296037
<b>Dano</b>	<b>0,001193158615</b>	<b>Dano</b>	<b>0,001193233083</b>	<b>Dano</b>	<b>0,001218566030</b>

Vida útil (anos)	838,11	Vida útil (anos)	838,06	Vida útil (anos)	820,64
------------------	--------	------------------	--------	------------------	--------

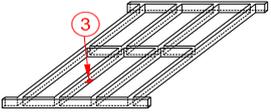
Tabela B.7 – Tensão normal no meio do vão da viga longarina VL2

Tensão máxima (MPa)				5,27	Viga Longarina VL2 - Base	
Variação de Tensão máxima (MPa)				8,00	Meio do vão	Tensão
Tensão mínima (MPa)				-3,07		
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{m\acute{a}x}$		
6	52,17%	1043478	1	0,13		
1,5	13,04%	260870	5	0,63		
2	17,39%	347826	6	0,75		
0,5	4,35%	86957	7	0,88		
1,5	13,04%	260870	8	1,00		
11,5		2000000				

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{Rsk} = 162,5 / \Delta\sigma_{Rsk} = 160$		Classe D		$\Delta f_{sd, fad, min} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000261507	3990000000000	0,000000261523	190546071796324	0,000000005476
31921992189	0,000008172095	31920000000	0,000008172605	60974742975	0,000004278322
18473375109	0,000018828508	18472222222	0,000018829683	24504381661	0,000014194445
11633379078	0,000007474743	11632653061	0,000007475210	11337304206	0,000007669947
7793455124	0,000033472903	7792968750	0,000033474992	5815004632	0,000044861454
<b>Dano</b>	<b>0,000068209756</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000068214013</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000071009644</b>

Vida útil (anos)	14660,66	Vida útil (anos)	14659,74	Vida útil (anos)	14082,59
------------------	----------	------------------	----------	------------------	----------

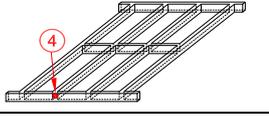
Tabela B.8 – Tensão normal no terço do vão da viga longarina VL2

Tensão máxima (MPa)				73,92	Viga Longarina VL2	
Variação de Tensão máxima (MPa)				51,00	Terço do Vão	Tensão
Tensão mínima (MPa)				-3,12		
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{m\acute{a}x}$		
8,5	70,83%	1416667	1	0,02		
1,5	12,50%	250000	2	0,04		
1	8,33%	166667	49	0,96		
0,5	4,17%	83333	50	0,98		
0,5	4,17%	83333	51	1,00		
12		2000000				

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{Rsk} = 162,5 / \Delta\sigma_{Rsk} = 160$		Classe D		$\Delta f_{sd, fad, min} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000355032	3990000000000	0,000000355054	8912509381337490	0,000000000159
498781127953	0,000000501222	4987500000000	0,000000501253	278515918166796	0,000000000898
33916557	0,004914020792	33914440	0,004914327485	31551470	0,005282374038
31921992	0,002610530472	31920000	0,002610693400	28520030	0,002921923058
30080806	0,002770315821	30078929	0,002770488722	25831470	0,003226039157
<b>Dano</b>	<b>0,010295723339</b>	<b>Dano</b>	<b>0,010296365915</b>	<b>Dano</b>	<b>0,011430337309</b>

Vida útil (anos)	97,13	Vida útil (anos)	97,12	Vida útil (anos)	87,49
------------------	-------	------------------	-------	------------------	-------

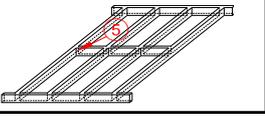
Tabela B.9 – Tensão cisalhante no apoio da viga longarina VL2 com travessa 1

Tensão máxima (MPa)				146,53	Viga VL2 com Travessa 1
Variação de Tensão máxima (MPa)				107,00	Cisalhamento no apoio
Tensão mínima (MPa)				-0,12	
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{\text{máx}}$	
1	50,00%	1000000	1	0,01	
0,5	25,00%	500000	106	0,99	
0,5	25,00%	500000	107	1,00	
2		2000000			

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{\text{Rsk}} = 162,5 / \Delta\sigma_{\text{Rsk}} = 160$		Classe D		$\Delta f_{\text{sd,fad,min}} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000250611	3990000000000	0,000000250627	43651583224016800	0,000000000023
3350290	0,149240810905	3350081	0,149250125313	3261900	0,153284884392
3257232	0,153504579883	3257029	0,153514160401	3112298	0,160653019560
<b>Dano</b>	<b>0,302745641400</b>	<b>Dano</b>	<b>0,302764536341</b>	<b>Dano</b>	<b>0,313937903974</b>

Vida útil (anos)	3,3	Vida útil (anos)	3,3	Vida útil (anos)	3,19
------------------	-----	------------------	-----	------------------	------

Tabela B.10 – Cisalhamento na viga longarina VL2 com viga transversina VT1

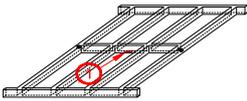
Tensão máxima (MPa)				57,95	Viga VL1 com Viga VT1
Variação de Tensão máxima (MPa)				20,00	Cisalhamento na interface
Tensão mínima (MPa)				1,48	
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{\text{máx}}$	
8	66,67%	1333333	1	0,05	
2	16,67%	333333	2	0,10	
2	16,67%	333333	20	1,00	
12		2000000			

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{\text{Rsk}} = 162,5 / \Delta\sigma_{\text{Rsk}} = 160$		Classe D		$\Delta f_{\text{sd,fad,min}} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000334148	3990000000000	0,000000334169	1513561248436210	0,0000000000881
498781127953	0,000000668296	498750000000	0,000000668338	47298789013632	0,000000007047
498781128	0,000668295801	498750000	0,000668337510	472987890	0,000704739678
<b>Dano</b>	<b>0,000669298245</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000669340017</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000704747606</b>

Vida útil (anos)	1494,1	Vida útil (anos)	1494,01	Vida útil (anos)	1418,95
------------------	--------	------------------	---------	------------------	---------

### B.3. Comboio 1 (Figura 9.2). Caso de carregamento 3 (Figura 9.6)

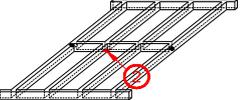
Tabela B.11 – Tensão normal no meio do vão da viga transversina VT1

Tensão máxima (MPa)					13,67	Viga Transversina 1 - Base	
Variação de Tensão máxima (MPa)					16,00	Meio do vão	Tensão
Tensão mínima (MPa)					-2,65		
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{m\acute{a}x}$			
3	35,29%	705882	1	0,06			
0,5	5,88%	117647	10	0,63			
1,5	17,65%	352941	11	0,69			
1	11,76%	235294	12	0,75			
1	11,76%	235294	13	0,81			
1,5	17,65%	352941	16	1,00			
8,5		2000000					

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{Rsk} = 162,5 / \Delta\sigma_{Rsk} = 160$		Classe D		$\Delta f_{sd,fad,min} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000176902	3990000000000	0,000000176913	782380401062563	0,000000000902
3990249024	0,000029483638	39900000000	0,000029485478	7823804011	0,000015037066
2997933151	0,000117728168	2997746056	0,000117735515	4857966738	0,000072652036
2309171889	0,000101895454	2309027778	0,000101901813	3144211360	0,000074834065
1816226228	0,000129551107	1816112881	0,000129559192	2107177892	0,000111663148
974181891	0,000362294947	974121094	0,000362317559	746136094	0,000473025202
<b>Dano</b>	<b>0,000741130215</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000741176471</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000747212420</b>

Vida útil (anos)	1349,29	Vida útil (anos)	1349,21	Vida útil (anos)	1338,31
------------------	---------	------------------	---------	------------------	---------

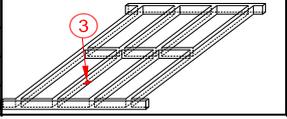
Tabela B.12 – Tensão normal no meio do vão da viga longarina VL2

Tensão máxima (MPa)					5,89	Viga Longarina VL2 - Base	
Variação de Tensão máxima (MPa)					9,00	Meio do vão	Tensão
Tensão mínima (MPa)					-2,70		
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{m\acute{a}x}$			
4,5	45,00%	900000	1	0,11			
0,5	5,00%	100000	2	0,22			
1	10,00%	200000	3	0,33			
0,5	5,00%	100000	5	0,56			
0,5	5,00%	100000	6	0,67			
2,5	25,00%	500000	7	0,78			
0,5	5,00%	100000	9	1,00			
10		2000000					

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{Rsk} = 162,5 / \Delta\sigma_{Rsk} = 160$		Classe D		$\Delta f_{sd,fad,min} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000225550	3990000000000	0,000000225564	199526231496889	0,000000004511
498781127953	0,000000200489	4987500000000	0,000000200501	6235194734278	0,000000016038
147787000875	0,000001353299	147777777778	0,000001353383	821095602868	0,000000243577
31921992189	0,000003132637	31920000000	0,000003132832	63848394079	0,000001566210
18473375109	0,000005413196	18472222222	0,000005413534	25659237590	0,000003897232
11633379078	0,000042979774	11632653061	0,000042982456	11871614892	0,000042117269
5473592625	0,000018269536	5473251029	0,000018270677	3378994250	0,000029594605
<b>Dano</b>	<b>0,000071574480</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000071578947</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000077439442</b>

Vida útil (anos)	13971,46	Vida útil (anos)	13970,59	Vida útil (anos)	12913,32
------------------	----------	------------------	----------	------------------	----------

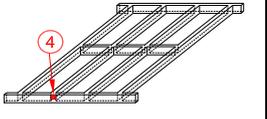
Tabela B.13 – Tensão normal no terço do vão da viga longarina VL2

Tensão máxima (MPa)				75,36	Viga Longarina VL2	
Variação de Tensão máxima (MPa)				55,00	Terço do Vão	Tensão
Tensão mínima (MPa)				-5,48		
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{m\acute{a}x}$		
5	55,56%	1111111	1	0,02		
2	22,22%	444444	2	0,04		
2	22,22%	444444	55	1,00		
9		2000000				

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{Rsk} = 162,5 / \Delta\sigma_{Rsk} = 160$		Classe D		$\Delta f_{sd,fad,min} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000278457	3990000000000	0,000000278474	11220184543019700	0,000000000099
498781127953	0,000000891061	498750000000	0,000000891117	350630766969364	0,000000001268
23983465	0,018531285643	23981968	0,018532442217	22293926	0,019935674283
<b>Dano</b>	<b>0,018532455161</b>	<b>Dano</b>	<b>0,018533611807</b>	<b>Dano</b>	<b>0,019935675650</b>

Vida útil (anos)	53,96	Vida útil (anos)	53,96	Vida útil (anos)	50,16
------------------	-------	------------------	-------	------------------	-------

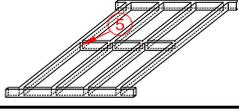
Tabela B.14 – Tensão cisalhante no apoio da viga longarina VL2 com travessa 1

Tensão máxima (MPa)				100,90	Viga VL2 com Travessa 1	
Variação de Tensão máxima (MPa)				90,00	Cisalhamento no apoio	
Tensão mínima (MPa)				-0,66		
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{m\acute{a}x}$		
9	47,37%	947368	1	0,01		
5	26,32%	526316	2	0,02		
1	5,26%	105263	5	0,06		
1	5,26%	105263	18	0,20		
1,5	7,89%	157895	46	0,51		
0,5	2,63%	52632	51	0,57		
0,5	2,63%	52632	88	0,98		
0,5	2,63%	52632	90	1,00		
19		2000000				

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{Rsk} = 162,5 / \Delta\sigma_{Rsk} = 160$		Classe D		$\Delta f_{sd,fad,min} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000237421	3990000000000	0,000000237436	25118864315095800	0,000000000038
498781127953	0,000001055204	498750000000	0,000001055270	784964509846742	0,000000000670
31921992189	0,000003297512	31920000000	0,000003297718	8038036580831	0,000000013096
684199078	0,000153848728	684156379	0,000153858330	13293442901	0,000007918427
40994586	0,003851599741	40992028	0,003851840127	121958154	0,001294663225
30080806	0,001749673150	30078929	0,001749782351	72802974	0,000722931718
5855338	0,008988648868	5854973	0,008989209867	4759777	0,011057571590
5473593	0,009615545502	5473251	0,009616145627	4253902	0,012372542271
<b>Dano</b>	<b>0,024363906126</b>	<b>Dano</b>	<b>0,024365426725</b>	<b>Dano</b>	<b>0,025455641035</b>

Vida útil (anos)	41,04	Vida útil (anos)	41,04	Vida útil (anos)	39,28
------------------	-------	------------------	-------	------------------	-------

Tabela B.15 – Cisalhamento na viga longarina VL2 com viga transversina VT1

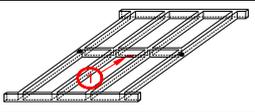
Tensão máxima (MPa)				41,61	Viga VL1 com Viga VT1
Variação de Tensão máxima (MPa)				22,00	Cisalhamento na interface
Tensão mínima (MPa)				-0,03	
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{m\acute{a}x}$	
10	71,43%	1428571	1	0,05	
2	14,29%	285714	2	0,09	
2	14,29%	285714	22	1,00	
14		2000000			

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{Rsk} = 162,5 / \Delta\sigma_{Rsk} = 160$		Classe D		$\Delta f_{sd,fad,min} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000358016	3990000000000	0,000000358038	1698243652461750	0,000000000841
498781127953	0,000000572825	4987500000000	0,000000572861	53070114139430	0,000000005384
374741644	0,000762430038	374718257	0,000762477623	329523655	0,000867052430
<b>Dano</b>	<b>0,000763360878</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000763408521</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000867058655</b>

Vida útil (anos)	1310	Vida útil (anos)	1309,91	Vida útil (anos)	1153,32
------------------	------	------------------	---------	------------------	---------

#### B.4. Comboio 2 (Figura 9.3). Caso de carregamento 1 (Figura 9.4)

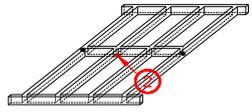
Tabela B.16 – Tensão normal no meio do vão da viga transversina VT1

Tensão máxima (MPa)				8,25	Viga Transversina 1 - Base
Variação de Tensão máxima (MPa)				5,00	Meio do vão   Tensão
Tensão mínima (MPa)				-0,07	
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{m\acute{a}x}$	
1	16,67%	333333	3	0,60	
4	66,67%	1333333	4	0,80	
1	16,67%	333333	5	1,00	
6		2000000			

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{Rsk} = 162,5 / \Delta\sigma_{Rsk} = 160$		Classe D		$\Delta f_{sd,fad,min} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
147787000875	0,000002255498	147777777778	0,000002255639	298121794270	0,00000118111
62347640994	0,000021385466	62343750000	0,000021386800	70745699226	0,000018846846
31921992189	0,000010442122	31920000000	0,000010442774	23181950722	0,000014379003
<b>Dano</b>	<b>0,000034083086</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000034085213</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000034343961</b>

Vida útil (anos)	29340,07	Vida útil (anos)	29338,24	Vida útil (anos)	29117,2
------------------	----------	------------------	----------	------------------	---------

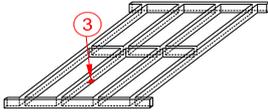
Tabela B.17 – Tensão normal no meio do vão da viga longarina VL2

Tensão máxima (MPa)				7,24	Viga Longarina VL2 - Base
Variação de Tensão máxima (MPa)				9,00	Meio do vão   Tensão
Tensão mínima (MPa)				-1,53	
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{m\acute{a}x}$	
7	33,33%	666667	1	0,11	
3	14,29%	285714	2	0,22	
4	19,05%	380952	7	0,78	
6	28,57%	571429	8	0,89	
1	4,76%	95238	9	1,00	
21		2000000			

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{Rsk} = 162,5 / \Delta\sigma_{Rsk} = 160$		Classe D		$\Delta f_{sd, fad, min} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000167074	3990000000000	0,000000167084	245470891568504	0,000000002716
498781127953	0,000000572825	4987500000000	0,000000572861	7670965361516	0,000000037246
11633379078	0,000032746494	11632653061	0,000032748538	14605277061	0,000026083201
7793455124	0,000073321596	7792968750	0,000073326173	7491177111	0,000076280211
5473592625	0,000017399559	5473251029	0,000017400644	4157071103	0,000022909903
Dano	0,000124207548	Dano	0,000124215300	Dano	0,000125313277

Vida útil (anos)	8051,04	Vida útil (anos)	8050,54	Vida útil (anos)	7980
------------------	---------	------------------	---------	------------------	------

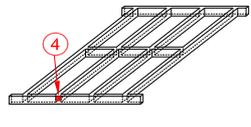
Tabela B.18 – Tensão normal no terço do vão da viga longarina VL2

Tensão máxima (MPa)				58,75	Viga Longarina VL2
Variação de Tensão máxima (MPa)				26,00	Terço do Vão   Tensão
Tensão mínima (MPa)				-3,55	
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{m\acute{a}x}$	
6	60,00%	1200000	1	0,04	
1,5	15,00%	300000	2	0,08	
0,5	5,00%	100000	3	0,12	
0,5	5,00%	100000	25	0,96	
1,5	15,00%	300000	26	1,00	
10		2000000			

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{Rsk} = 162,5 / \Delta\sigma_{Rsk} = 160$		Classe D		$\Delta f_{sd, fad, min} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000300733	3990000000000	0,000000300752	2290867652767780	0,000000000524
498781127953	0,000000601466	4987500000000	0,000000601504	71589614148993	0,000000004191
147787000875	0,000000676649	147777777778	0,000000676692	9427438900279	0,000000010607
255375938	0,000391579571	255360000	0,000391604010	234584848	0,000426284992
227028279	0,001321421287	227014110	0,001321503759	192811645	0,001555922620
Dano	0,001714579707	Dano	0,001714686717	Dano	0,001982222934

Vida útil (anos)	583,23	Vida útil (anos)	583,2	Vida útil (anos)	504,48
------------------	--------	------------------	-------	------------------	--------

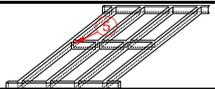
Tabela B.19 – Tensão cisalhante no apoio da viga longarina VL2 com travessa 1

Tensão máxima (MPa)				142,97	Viga VL2 com Travessa 1
Variação de Tensão máxima (MPa)				64,00	Cisalhamento no apoio
Tensão mínima (MPa)				-0,34	
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{m\acute{a}x}$	
1	14,29%	285714	1	0,02	
2	28,57%	571429	27	0,42	
1	14,29%	285714	30	0,47	
1	14,29%	285714	31	0,48	
2	28,57%	571429	64	1,00	
7		2000000			

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{Rsk} = 162,5 / \Delta\sigma_{Rsk} = 160$		Classe D		$\Delta f_{sd, fad, min} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000071603	3990000000000	0,000000071608	13803842646028900	0,0000000000021
202725653	0,002818728482	202713001	0,002818904404	962013528	0,000593992241
147787001	0,001933284281	147777778	0,001933404941	568059368	0,000502965538
133941426	0,002133128593	133933067	0,002133261726	482160391	0,000592571043
15221592	0,037540657373	15220642	0,037543000358	12855830	0,044448982237
<b>Dano</b>	<b>0,044425870332</b>	<b>Dano</b>	<b>0,044428643036</b>	<b>Dano</b>	<b>0,046138511079</b>

Vida útil (anos)	22,51	Vida útil (anos)	22,51	Vida útil (anos)	21,67
------------------	-------	------------------	-------	------------------	-------

Tabela B.20 – Cisalhamento na viga longarina VL2 com viga transversina VT1

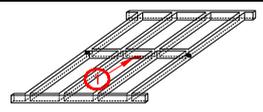
Tensão máxima (MPa)				24,50	Viga VL1 com Viga VT1
Variação de Tensão máxima (MPa)				3,00	Cisalhamento na interface
Tensão mínima (MPa)				0,03	
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{m\acute{a}x}$	
22	91,67%	1833333	1	0,33	
2	8,33%	166667	3	1,00	
24		2000000			

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{Rsk} = 162,5 / \Delta\sigma_{Rsk} = 160$		Classe D		$\Delta f_{sd, fad, min} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000459453	3990000000000	0,000000459482	2511886431510	0,000000729863
147787000875	0,000001127749	147777777778	0,000001127820	10336981200	0,000016123340
<b>Dano</b>	<b>0,000001587203</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000001587302</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000016853204</b>

Vida útil (anos)	630039,32	Vida útil (anos)	630000	Vida útil (anos)	59335,9
------------------	-----------	------------------	--------	------------------	---------

### B.5. Comboio 2 (Figura 9.3). Caso de carregamento 2 (Figura 9.5)

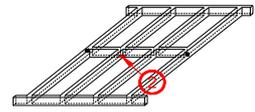
Tabela B.21 – Tensão normal no meio do vão da viga transversina VT1

Tensão máxima (MPa)				8,23	Viga Transversina 1 - Base
Variação de Tensão máxima (MPa)				14,00	Meio do vão   Tensão
Tensão mínima (MPa)				-10,67	
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{\text{máx}}$	
1	14,29%	285714	1	0,07	
4	57,14%	1142857	12	0,86	
2	28,57%	571429	14	1,00	
7		2000000			

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{\text{Rsk}} = 162,5 / \Delta\sigma_{\text{Rsk}} = 160$		Classe D		$\Delta f_{\text{sd},\text{fad},\text{min}} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000071603	3990000000000	0,000000071608	602559586074358	0,000000000474
2309171889	0,000494920776	2309027778	0,000494951665	2421551834	0,000471952376
1454172385	0,000392957931	1454081633	0,000392982456	1120365744	0,000510037525
<b>Dano</b>	<b>0,000887950310</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000888005729</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000981990376</b>

Vida útil (anos)	1126,19	Vida útil (anos)	1126,12	Vida útil (anos)	1018,34
------------------	---------	------------------	---------	------------------	---------

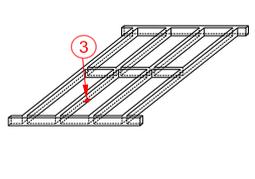
Tabela B.22 – Tensão normal no meio do vão da viga longarina VL2

Tensão máxima (MPa)				5,94	Viga Longarina VL2 - Base
Variação de Tensão máxima (MPa)				8,00	Meio do vão   Tensão
Tensão mínima (MPa)				-1,78	
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{\text{máx}}$	
5	41,67%	833333	1	0,13	
3	25,00%	500000	6	0,75	
2	16,67%	333333	7	0,88	
2	16,67%	333333	8	1,00	
12		2000000			

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{\text{Rsk}} = 162,5 / \Delta\sigma_{\text{Rsk}} = 160$		Classe D		$\Delta f_{\text{sd},\text{fad},\text{min}} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000208842	3990000000000	0,000000208855	199526231496889	0,000000004177
18473375109	0,000027065980	18472222222	0,000027067669	25659237590	0,000019486160
11633379078	0,000028653182	11632653061	0,000028654971	11871614892	0,000028078179
7793455124	0,000042770931	7792968750	0,000042773601	6089057358	0,000054743011
<b>Dano</b>	<b>0,000098698936</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000098705096</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000102311527</b>

Vida útil (anos)	10131,82	Vida útil (anos)	10131,19	Vida útil (anos)	9774,07
------------------	----------	------------------	----------	------------------	---------

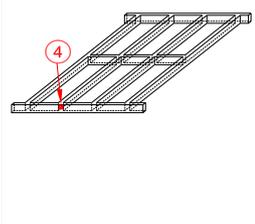
Tabela B.23 – Tensão normal no terço do vão da viga longarina VL2

Tensão máxima (MPa)				87,41	Viga Longarina VL2
Variação de Tensão máxima (MPa)				24,00	Terço do Vão
Tensão mínima (MPa)				-3,13	Tensão
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{m\acute{a}x}$	
6,5	59,09%	1181818	1	0,04	
1,5	13,64%	272727	2	0,08	
1	9,09%	181818	3	0,13	
0,5	4,55%	90909	15	0,63	
0,5	4,55%	90909	23	0,96	
1	9,09%	181818	24	1,00	
11		2000000			

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{Rsk} = 162,5 / \Delta\sigma_{Rsk} = 160$		Classe D		$\Delta f_{sd, fad, min} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000296177	3990000000000	0,000000296195	1905460717963250	0,000000000620
498781127953	0,000000546787	4987500000000	0,000000546822	59545647436352	0,000000004580
147787000875	0,000001230272	147777777778	0,000001230349	7841402131536	0,000000023187
1182296007	0,000076891988	1182222222	0,000076896787	2509248682	0,000036229606
327956688	0,000277198466	327936221	0,000277215767	296047106	0,000307076438
288646486	0,000629899169	288628472	0,000629938483	239300602	0,000759789905
<b>Dano</b>	<b>0,000986062860</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000986124402</b>	<b>Dano</b>	<b>0,001103124337</b>

Vida útil (anos)	1014,13	Vida útil (anos)	1014,07	Vida útil (anos)	906,52
------------------	---------	------------------	---------	------------------	--------

Tabela B.24 – Tensão cisalhante no apoio da viga longarina VL2 com travessa 1

Tensão máxima (MPa)				178,98	Viga VL2 com Travessa 1
Variação de Tensão máxima (MPa)				72,00	Cisalhamento no apoio
Tensão mínima (MPa)				-0,12	
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{m\acute{a}x}$	
5,5	36,67%	733333	1	0,01	
1	6,67%	133333	27	0,38	
1	6,67%	133333	28	0,39	
1	6,67%	133333	29	0,40	
1	6,67%	133333	31	0,43	
2	13,33%	266667	34	0,47	
0,5	3,33%	66667	42	0,58	
0,5	3,33%	66667	71	0,99	
2,5	16,67%	333333	72	1,00	
15		2000000			

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{Rsk} = 162,5 / \Delta\sigma_{Rsk} = 160$		Classe D		$\Delta f_{sd, fad, min} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000183781	3990000000000	0,000000183793	17782794100389200	0,000000000041
202725653	0,000657703312	202713001	0,000657744361	1239313496	0,000107586445
181771548	0,000733521471	181760204	0,000733567251	1033260538	0,000129041349
163608554	0,000814953314	163598344	0,000815004177	866981859	0,000153790223
133941426	0,000995460010	133933067	0,000995522139	621142908	0,000214658063
101522721	0,002626669815	101516385	0,002626833751	391386115	0,000681339108
53858236	0,001237817482	53854875	0,001237894737	136067231	0,000489953871
11148719	0,005979760459	11148023	0,005980133668	9856172	0,006763951495
10690611	0,031180008883	10689943	0,031181954887	9190466	0,036269471510
<b>Dano</b>	<b>0,044226078528</b>	<b>Dano</b>	<b>0,044228838764</b>	<b>Dano</b>	<b>0,044809792104</b>

Vida útil (anos)	22,61	Vida útil (anos)	22,61	Vida útil (anos)	22,32
------------------	-------	------------------	-------	------------------	-------

Tabela B.25 – Cisalhamento na viga longarina VL2 com viga transversina VT1

Tensão máxima (MPa)				78,32	Viga VL1 com Viga VT1
Variação de Tensão máxima (MPa)				12,00	Cisalhamento na interface
Tensão mínima (MPa)				1,49	
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{m\acute{a}x}$	
3	33,33%	666667	1	0,08	
2	22,22%	444444	2	0,17	
2	22,22%	444444	3	0,25	
2	22,22%	444444	12	1,00	
9		2000000			

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{Rsk} = 162,5 / \Delta\sigma_{Rsk} = 160$		Classe D		$\Delta f_{sd,fad,min} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000167074	3990000000000	0,000000167084	371535229097174	0,000000001794
498781127953	0,0000000891061	4987500000000	0,0000000891117	11610475909287	0,000000038280
147787000875	0,000003007331	1477777777778	0,000003007519	1528951560071	0,000000290686
2309171889	0,000192469191	2309027778	0,000192481203	1493116758	0,000297662217
Dano	0,000196534657	Dano	0,000196546923	Dano	0,000297992977

Vida útil (anos)	5088,16	Vida útil (anos)	5087,84	Vida útil (anos)	3355,78
------------------	---------	------------------	---------	------------------	---------

### B.6. Comboio 2 (Figura 9.3). Caso de carregamento 3 (Figura 9.6)

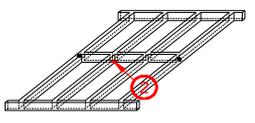
Tabela B.26 – Tensão normal no meio do vão da viga transversina VT1

Tensão máxima (MPa)				17,39	Viga Transversina 1 - Base
Variação de Tensão máxima (MPa)				13,00	Meio do vão   Tensão
Tensão mínima (MPa)				-2,43	
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{m\acute{a}x}$	
2	33,33%	666667	12	0,92	
4	66,67%	1333333	13	1,00	
6		2000000			

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{Rsk} = 162,5 / \Delta\sigma_{Rsk} = 160$		Classe D		$\Delta f_{sd,fad,min} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
2309171889	0,000288703786	2309027778	0,000288721805	2061074878	0,000323455821
1816226228	0,000734122937	1816112881	0,000734168755	1381284818	0,000965284868
Dano	0,001022826723	Dano	0,001022890560	Dano	0,001288740689

Vida útil (anos)	977,68	Vida útil (anos)	977,62	Vida útil (anos)	775,95
------------------	--------	------------------	--------	------------------	--------

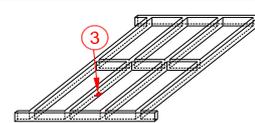
Tabela B.27 – Tensão normal no meio do vão da viga longarina VL2

Tensão máxima (MPa)				6,64	Viga Longarina VL2 - Base
Variação de Tensão máxima (MPa)				8,00	Meio do vão   Tensão
Tensão mínima (MPa)				-1,04	
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{m\acute{a}x}$	
1	14,29%	285714	1	0,13	
3,5	50,00%	1000000	6	0,75	
1	14,29%	285714	7	0,88	
1,5	21,43%	428571	8	1,00	
7		2000000			

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{Rsk} = 162,5 / \Delta\sigma_{Rsk} = 160$		Classe D		$\Delta f_{sd,fad,min} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000071603	3990000000000	0,000000071608	177827941003893	0,000000001607
18473375109	0,000054131960	18472222222	0,000054135338	22868819574	0,000043727661
11633379078	0,000024559871	11632653061	0,000024561404	10580587910	0,000027003630
7793455124	0,000054991197	7792968750	0,000054994629	5426878082	0,000078972002
<b>Dano</b>	<b>0,000133754631</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000133762979</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000149704901</b>

Vida útil (anos)	7476,38	Vida útil (anos)	7475,91	Vida útil (anos)	6679,81
------------------	---------	------------------	---------	------------------	---------

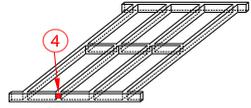
Tabela B.28 – Tensão normal no terço do vão da viga longarina VL2

Tensão máxima (MPa)				86,71	Viga Longarina VL2
Variação de Tensão máxima (MPa)				25,00	Terço do Vão   Tensão
Tensão mínima (MPa)				-5,48	
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{m\acute{a}x}$	
4	40,00%	800000	1	0,04	
3	30,00%	600000	2	0,08	
1	10,00%	200000	3	0,12	
2	20,00%	400000	25	1,00	
10		2000000			

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{Rsk} = 162,5 / \Delta\sigma_{Rsk} = 160$		Classe D		$\Delta f_{sd,fad,min} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000200489	3990000000000	0,000000200501	1905460717963250	0,000000000420
498781127953	0,000001202932	4987500000000	0,000001203008	59545647436352	0,000000010076
147787000875	0,000001353299	1477777777778	0,000001353383	7841402131536	0,000000025506
255375938	0,001566318283	255360000	0,001566416040	195119178	0,002050029142
<b>Dano</b>	<b>0,001569075003</b>	<b>Dano</b>	<b>0,001569172932</b>	<b>Dano</b>	<b>0,002050065143</b>

Vida útil (anos)	637,32	Vida útil (anos)	637,28	Vida útil (anos)	487,79
------------------	--------	------------------	--------	------------------	--------

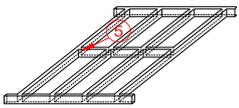
Tabela B.29 – Tensão cisalhante no apoio da viga longarina VL2 com travessa 1

Tensão máxima (MPa)				184,56	Viga VL2 com Travessa 1
Variação de Tensão máxima (MPa)				74,00	Cisalhamento no apoio
Tensão mínima (MPa)				-1,04	
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{m\acute{a}x}$	
7	35,00%	700000	1	0,01	
6	30,00%	600000	2	0,03	
1	5,00%	100000	27	0,36	
2,5	12,50%	250000	28	0,38	
1	5,00%	100000	32	0,43	
0,5	2,50%	50000	44	0,59	
0,5	2,50%	50000	73	0,99	
1,5	7,50%	150000	74	1,00	
20		2000000			

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{Rsk} = 162,5 / \Delta\sigma_{Rsk} = 160$		Classe D		$\Delta f_{sd,fad,min} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000175428	39900000000000	0,000000175439	17782794100389200	0,000000000039
498781127953	0,000001202932	498750000000	0,000001203008	555712315637167	0,00000001080
202725653	0,000493277484	202713001	0,000493308271	1239313496	0,000080689834
181771548	0,001375352758	181760204	0,001375438596	1033260538	0,000241952529
121772736	0,000821201880	121765137	0,000821253133	529968563	0,000188690438
46842705	0,001067402053	46839782	0,001067468672	107829258	0,000463696040
10257261	0,004874595516	10256621	0,004874899749	8577993	0,005828869134
9847020	0,015233034239	9846406	0,015233984962	8013854	0,018717586883
<b>Dano</b>	<b>0,023866242291</b>	<b>Dano</b>	<b>0,023867731830</b>	<b>Dano</b>	<b>0,025521485976</b>

Vida útil (anos)	41,9	Vida útil (anos)	41,9	Vida útil (anos)	39,18
------------------	------	------------------	------	------------------	-------

Tabela B.30 – Cisalhamento na viga longarina VL2 com viga transversina VT1

Tensão máxima (MPa)				51,51	Viga VL1 com Viga VT1
Variação de Tensão máxima (MPa)				11,00	Cisalhamento na interface
Tensão mínima (MPa)				-0,03	
Ciclos	%	n	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma / \Delta\sigma_{m\acute{a}x}$	
6	46,15%	923077	1	0,09	
2	15,38%	307692	2	0,18	
3	23,08%	461538	3	0,27	
2	15,38%	307692	11	1,00	
13		2000000			

EUROCODE 2 / CEB		BS 5400		NBR 6118	
$\Delta\sigma_{Rsk} = 162,5 / \Delta\sigma_{Rsk} = 160$		Classe D		$\Delta f_{sd,fad,min} = 180$	
N	n / N	N	n / N	N	n / N
3990249023621	0,000000231333	39900000000000	0,000000231348	436515832240167	0,000000002115
498781127953	0,000000616888	498750000000	0,000000616927	13641119757505	0,000000022556
147787000875	0,000003122998	147777777778	0,000003123193	1796361449548	0,000000256930
2997933151	0,000102634813	2997746056	0,000102641218	2710419881	0,000113522008
<b>Dano</b>	<b>0,000106606032</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000106612686</b>	<b>Dano</b>	<b>0,000113803609</b>

Vida útil (anos)	9380,33	Vida útil (anos)	9379,75	Vida útil (anos)	8787,07
------------------	---------	------------------	---------	------------------	---------

## ANEXO C - Exemplo de APDL para análise modal

##### CARACTERÍSTICAS #####

!PONTE 2 - CONCRETO ARMADO: ESPESSURA DA LAJE: 14 CM.  
!4 VIGAS LONGARINAS (V1, V2, V3 E V4 - V1 E V4 MAIS GROSSAS), 3 TRANSVERSINAS (V5 A V7)  
!CADA EXTREMIDADE DE LONGARINA POSSUI UM APOIO FIXO.  
!ESTUDO DOS MODOS DE DEFORMAÇÃO

FINISH  
/CLEAR

/CONFIG, NRES, 50000  
!!INICIA A FASE DE PREPROCESSAMENTO

##### PROCESSAMENTO #####

N\_DIV\_1=2 ! NUMERO DE DIVISÕES DAS LINHAS INTERNAS DA NERVURA PRINCIPAL  
N\_DIV\_2=6 ! NUMERO DE DIVISÕES DAS LINHAS DO CONTORNO E DOS ARCOS DA NERVURA PRINCIPAL  
N\_DIV\_3=16 ! NUMERO DE DIVISÕES DAS LINHAS INTERNAS DO ARCO DA NERVURA PRINCIPAL

/PREP7  
/VIEW, 1, 0.815148764528, 0.385668787509, 0.432194490976  
/ANG, 1, -93.6419128403  
/DIST, 1, 0.924021086472, 1  
/FOC, 1, 7.83251852773, 7.38960326200, -0.233487406769  
/REP,FAST

##### DEFINIÇÃO DO TIPO DE ELEMENTO FINITO #####

ET,1,SOLID45 ! TIPO DE ELEMENTO

##### PROPRIEDADES DO MATERIAL (CONCRETO) #####

MP,EX,1,2.9E+10 !MÓDULO DE ELASTICIDADE  
MP,PRXY,1,0.1 !COEFICIENTE DE POISSON  
MP,DENS,1,2550 !DENSIDADE  
R, 1

##### DEFINIÇÃO DA GEOMETRIA #####

##### DEFINIÇÃO DOS KEYPOINTS #####

K, 1, 0, 0, 0	K, 19, 10.35, 0, 0	K, 37, 7.129, 15.271, 0
K, 2, 0.535, 0, 0	K, 20, 10.416, 0.20, 0	K, 38, 7.657, 15.255, 0
K, 3, 0.629, 0.20, 0		K, 39, 7.749, 15.452, 0
K, 4, 0.093, 0.20, 0	K, 21, 4.059, 7.547, 0	K, 40, 7.222, 15.469, 0
	K, 22, 4.563, 7.541, 0	
k, 5, 1.043, 0, 0	K, 23, 4.73, 7.899, 0	K, 41, 8.158, 15.239, 0
K, 6, 1.136, 0.2, 0	K, 24, 4.226, 7.905, 0	K, 42, 8.25, 15.437, 0
		K, 43, 10.029, 15.181, 0
K, 7, 3.622, 0, 0	K, 25, 6.792, 7.511, 0	K, 44, 10.112, 15.379, 0
K, 8, 3.706, 0.20, 0	K, 26, 6.943, 7.869, 0	K, 45, 10.404, 15.17, 0
	K, 27, 7.170, 7.506, 0	K, 46, 10.487, 15.367, 0
K, 9, 4.002, 0, 0	K, 28, 7.321, 7.864, 0	K, 47, 12.091, 15.117, 0
K, 10, 4.086, 0.2, 0		K, 48, 12.165, 15.315, 0
	K, 29, 9.212, 7.479, 0	K, 49, 12.46, 15.106, 0
K, 11, 6.394, 0, 0	K, 30, 9.347, 7.837, 0	K, 50, 12.535, 15.304, 0
K, 12, 6.469, 0.20, 0		K, 51, 14.337, 15.048, 0
	K, 31, 9.584, 7.474, 0	K, 52, 14.402, 15.246, 0
K, 13, 6.768, 0, 0	K, 32, 9.719, 7.832, 0	K, 53, 14.816, 15.033, 0
K, 14, 6.843, 0.20, 0		K, 54, 14.882, 15.231, 0
	K, 33, 11.819, 7.445, 0	K, 55, 15.322, 15.017, 0
K, 15, 9.355, 0, 0	K, 34, 11.938, 7.803, 0	K, 56, 15.388, 15.215, 0
K, 16, 9.421, 0.20, 0		
	K, 35, 12.302, 7.438, 0	K, 57, 3.527, 7.555, 0
K, 17, 9.839, 0, 0	K, 36, 12.421, 7.797, 0	K, 58, 3.694, 7.912, 0
K, 18, 9.905, 0.20, 0		K, 59, 12.811, 7.431, 0
		K, 60, 12.929, 7.79, 0

## ##### DEFINIÇÃO DAS LINHAS #####

L,1,2	L,25,27	L,43,45
L,2,3	L,27,28	L,45,46
L,3,4	L,28,26	L,46,44
L,4,1		
	L,27,29	L,45,47
L,2,5	L,29,30	L,47,48
L,5,6	L,30,28	L,48,46
L,6,3		
	L,29,31	L,47,49
L,5,7	L,31,32	L,49,50
L,7,8	L,32,30	L,50,48
L,8,6		
	L,31,33	L,49,51
L,7,9	L,33,34	L,51,52
L,9,10	L,34,32	L,52,50
L,10,8		
	L,33,35	L,51,53
L,9,11	L,35,36	L,53,54
L,11,12	L,36,34	L,54,52
L,12,10		
	L,3,21	L,53,55
L,11,13	L,6,22	L,55,56
L,13,14	L,8,25	L,56,54
L,14,12	L,10,27	
	L,12,29	L,24,38
L,13,15	L,14,31	L,23,41
L,15,16	L,16,33	L,26,43
L,16,14	L,18,35	L,28,45
		L,30,47
L,15,17	L,37,38	L,32,49
L,17,18	L,38,39	L,34,51
L,18,16	L,39,40	L,36,53
	L,40,37	
L,17,19		L,4,57
L,19,20	L,38,41	L,57,21
L,20,18	L,41,42	L,57,58
	L,42,39	L,58,24
L,21,22		L,58,37
L,22,23	L,41,43	
L,23,24	L,43,44	L,20,59
L,24,21	L,44,42	L,59,35
		L,59,60
L,22,25		L,60,36
L,25,26		L,60,55
L,26,23		

## ##### DEFINIÇÃO DAS ÁREAS #####

AL,1,2,3,4	AL,37,39,40,41	AL,3,51,96,95
AL,2,5,6,7	AL,40,42,43,44	AL,96,32,98,97
AL,6,8,9,10	AL,43,45,46,47	AL,98,87,59,99
AL,9,11,12,13	AL,46,48,49,50	
AL,12,14,15,16		AL,28,100,101,58
AL,15,17,18,19	AL,87,31,88,63	AL,101,102,103,49
AL,18,20,21,22	AL,38,90,69,89	AL,103,104,84,94
AL,21,23,24,25	AL,44,92,75,91	
AL,24,26,27,28	AL,50,94,81,93	AL,10,53,33,52
		AL,16,55,39,54
AL,51,7,52,29	AL,59,60,61,62	AL,22,57,45,56
AL,53,13,54,36	AL,60,63,64,65	
AL,55,19,56,42	AL,64,66,67,68	AL,35,89,66,88
AL,57,25,58,48	AL,67,69,70,71	AL,41,91,72,90
	AL,70,72,73,74	AL,47,93,78,92
AL,29,30,31,32	AL,73,75,76,77	
AL,30,33,34,35	AL,76,78,79,80	
AL,34,36,37,38	AL,79,81,82,83	
	AL,82,84,85,86	

## ##### DEFINIÇÃO DOS VOLUMES #####

VEXT, 1, 45, 1, 0, 0, 0.14 ! GERA VOLUMES APARTIR DAS AREAS  
 VEXT, 1, 33, 1, 0, 0, -0.70

NUMMRG,KP, , , ,LOW ! CONVERGE TODOS OS ELEMENTOS(KEYPOINTS,LINHAS,AREAS,VOUMES) EM  
 COMUM

## ##### GERAÇÃO DE ELEMENTO E MALHA #####

MSHKEY, 1

## ##### DIVISÕES DAS LINHAS INTERNAS #####

*DO, I, 1, 7, 7 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 36, 38, 3 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 72, 72, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 119, 119, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO
*DO, I, 8, 8, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 39, 39, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 73, 73, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 120, 120, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO
*DO, I, 9, 9, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 40, 40, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 74, 74, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 121, 127, 7 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO
*DO, I, 10, 10, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 41, 41, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 75, 77, 3 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 128, 128, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO
*DO, I, 11, 13, 3 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 42, 44, 3 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 78, 78, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 129, 129, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO
*DO, I, 14, 14, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 45, 45, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 79, 79, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 130, 130, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO
*DO, I, 15, 15, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 46, 46, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 80, 80, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 131, 137, 7 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO
*DO, I, 16, 16, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 47, 47, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 81, 86, 6 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 138, 138, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO
*DO, I, 17, 19, 3 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 48, 50, 3 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 87, 95, 9 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 139, 139, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO
*DO, I, 20, 20, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 51, 58, 8 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 96, 98, 3 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 140, 140, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO
*DO, I, 21, 21, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 59, 65, 7 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 99, 100, 2 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 141, 152, 12 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO
*DO, I, 22, 22, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 66, 66, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 101, 103, 3 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 153, 153, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO
*DO, I, 23, 32, 10 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 67, 67, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 104, 104, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 154, 154, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO
*DO, I, 33, 33, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 68, 68, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 105, 117, 13 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 155, 155, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO
DO, I, 34, 34, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 69, 71, 3 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 118, 118, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 156, 157, 2 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO
*DO, I, 35, 35, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO			

*DO, I, 158, 158, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 188, 191, 4 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 216, 216, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 264, 267, 4 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO
*DO, I, 159, 159, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 192, 192, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 217, 228, 12 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 268, 268, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO
*DO, I, 160, 160, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 193, 193, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 229, 229, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 269, 281, 13 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO
*DO, I, 161, 162, 2 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 194, 194, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 230, 230, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 282, 282, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO
*DO, I, 163, 163, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 195, 198, 4 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 231, 231, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 283, 283, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO
*DO, I, 164, 164, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 199, 199, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 232, 235, 4 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 284, 284, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO
*DO, I, 165, 165, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 200, 200, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 236, 236, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 285, 291, 7 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO
*DO, I, 166, 167, 2 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 201, 201, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 237, 237, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 292, 292, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO
*DO, I, 168, 168, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 202, 203, 2 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 238, 238, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 293, 293, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO
*DO, I, 169, 169, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 204, 204, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 239, 242, 4 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 294, 294, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO
*DO, I, 170, 170, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 205, 205, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 243, 243, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 295, 301, 7 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO
*DO, I, 171, 177, 7 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 206, 206, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 244, 244, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 302, 302, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO
*DO, I, 178, 178, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 207, 208, 2 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 245, 245, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 303, 303, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO
*DO, I, 179, 179, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 209, 209, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 246, 254, 9 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 304, 304, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO
*DO, I, 180, 180, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 210, 210, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 255, 255, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 305, 316, 12 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO
*DO, I, 181, 184, 4 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 211, 211, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 256, 260, 5 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 317, 317, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO
*DO, I, 185, 185, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 212, 213, 2 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 261, 261, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 318, 318, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO
*DO, I, 186, 186, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	DO, I, 214, 214, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 262, 262, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 319, 319, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO
*DO, I, 187, 187, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 215, 215, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 263, 263, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	

*DO, I, 320, 321, 2 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 351, 351, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 378, 378, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO
*DO, I, 322, 322, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 352, 355, 4 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 379, 379, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO
*DO, I, 323, 323, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 356, 356, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 380, 380, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO
*DO, I, 324, 324, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 357, 357, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 381, 392, 12 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO
*DO, I, 325, 326, 2 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 358, 358, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 393, 393, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO
*DO, I, 327, 327, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 359, 362, 4 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 394, 394, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO
*DO, I, 328, 328, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 363, 363, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 395, 395, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO
*DO, I, 329, 329, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 364, 364, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 396, 399, 4 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO
*DO, I, 330, 331, 2 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 365, 365, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 400, 400, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO
*DO, I, 332, 332, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 366, 367, 2 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 401, 401, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO
*DO, I, 333, 333, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 368, 368, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 402, 402, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO
*DO, I, 334, 334, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 369, 369, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 403, 406, 4 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO
*DO, I, 335, 341, 7 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 370, 370, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 407, 407, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO
*DO, I, 342, 342, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 371, 372, 2 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 408, 408, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO
*DO, I, 343, 343, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 373, 373, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	*DO, I, 409, 409, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO
*DO, I, 344, 344, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 374, 374, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 410, 418, 9 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO
*DO, I, 345, 348, 4 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	*DO, I, 375, 375, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_3 *ENDDO	
*DO, I, 349, 349, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_2 *ENDDO	*DO, I, 376, 377, 2 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO	
*DO, I, 350, 350, 1 LESIZE,I,,,N_DIV_1 *ENDDO		

##### GERAÇÃO DE VOLUMES #####

TYPE, 1 ! TIPO DE ELEMENTO  
 MAT, 1 ! RELACIONADO AO MATERIAL 1 (CONCRETO)  
 REAL, 1 ! RELACIONADO À PRIMEIRA REAL CONSTANTE DO MATERIAL  
 VMESH, ALL ! SELECIONA AS VIGAS, ATRAVÉS DOS NÚMEROS DAS LINHAS, COM DETERMINADO  
 INCREMENTO

NUMMRG,ALL, , , ,LOW ! CONVERGE TODOS OS ELEMENTOS(KEYPOINTS,LINHAS,AREAS,VOUMES) EM  
 COMUM

##### CARREGAMENTO E CONDIÇÕES DE APOIO #####

/SOLU

NSEL,S,NODE, ,3631  
 NSEL,A,NODE, ,3646  
 NSEL,A,NODE, ,3647  
 D,ALL, , , , ,UX,UY,UZ, , ,  
 ALLSEL

NSEL,S,NODE, ,4336  
 NSEL,A,NODE, ,4352  
 NSEL,A,NODE, ,4353  
 D,ALL, , , , ,UY,UZ, , , ,  
 ALLSEL

NSEL,S,NODE, ,3658  
 NSEL,A,NODE, ,3694  
 NSEL,A,NODE, ,3695  
 D,ALL, , , , ,UX,UY,UZ, , ,  
 ALLSEL

NSEL,S,NODE, ,4432  
 NSEL,A,NODE, ,4448  
 NSEL,S,NODE, ,4449  
 D,ALL, , , , ,UY,UZ, , , ,  
 ALLSEL

NSEL,S,NODE, ,3706  
 NSEL,A,NODE, ,3742  
 NSEL,A,NODE, ,3743  
 D,ALL, , , , ,UX,UY,UZ, , ,  
 ALLSEL

NSEL,S,NODE, ,4528  
 NSEL,A,NODE, ,4544  
 NSEL,A,NODE, ,4545  
 D,ALL, , , , ,UY,UZ, , , ,  
 ALLSEL

NSEL,S,NODE, ,3754  
 NSEL,A,NODE, ,3790  
 NSEL,A,NODE, ,3791  
 D,ALL, , , , ,UX,UY,UZ, , ,  
 ALLSEL

NSEL,S,NODE, ,4624  
 NSEL,A,NODE, ,4640  
 NSEL,A,NODE, ,4641  
 D,ALL, , , , ,UY,UZ, , , ,  
 ALLSEL

#####SOLUÇÃO#####!

/SOL

ANTYPE,2  
 MSAVE,0  
 MODOPT,LANB,10  
 EQSLV,SPAR  
 MXPAND,10, , ,0  
 LUMPM,0  
 PSTRES,0  
 MODOPT,LANB,10,0,0, ,OFF  
 /STATUS,SOLU  
 SOLVE  
 FINISH

/POST1

SET,LIST  
 SET,FIRST  
 /EFACET,1  
 PLNSOL, U,SUM, 0,1.0